

Tarea Estadística Javier Aos

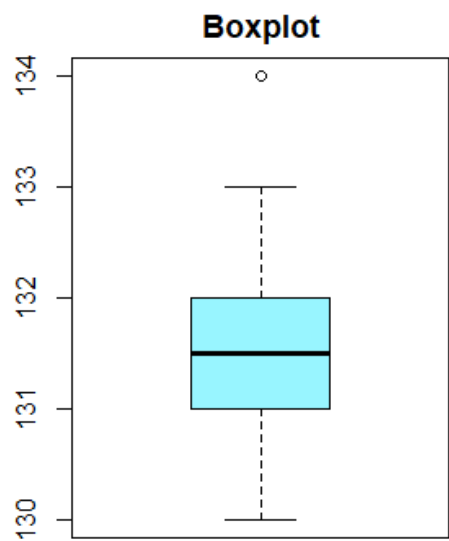
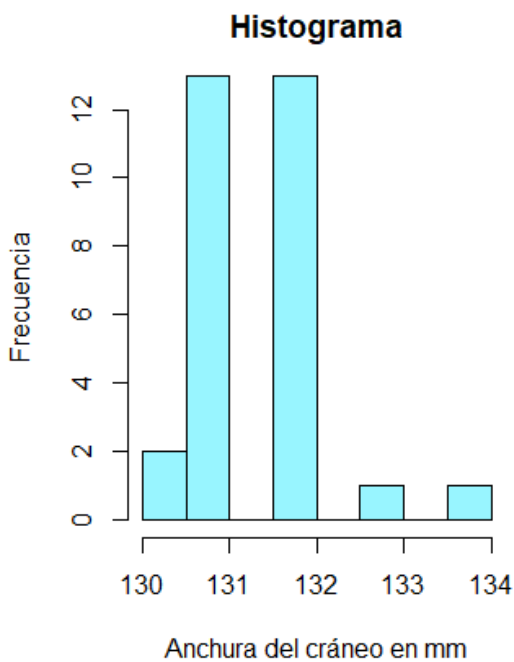
Ejercicio 1

Apartado a)

- Medidas de centralización y dispersión, asimetría y curtosis estudiadas para la submuestra del predinástico temprano.

Estadísticos descriptivos predinástico temprano:

Media	Mediana	Moda	Cuartiles	Rango	Desv. Est.	Pearson	Fisher	Curtosis
131.5	131.5	(131, 132)	0%: 130 25%: 131 50%: 131.5 75%: 132 100%: 134	4	0.82	0.0062	0.66	4.30



Como podemos observar la submuestra del predinástico temprano presenta un valor mínimo de 130 y un máximo de 134, haciendo así un rango de valor 4 para esta submuestra. También podemos ver que el valor medio o mediana es de 131.5, lo cual coincide con la media y nos da información de que ningún valor extremo está modificándola. En cuanto a los cuartiles vemos el cuartil del 25% con un valor de 131 y cuartil del 75% con un valor de 132. El valor más frecuente o moda es de 131 y 132.

La desviación estándar es de 0.82, lo cual teniendo en cuenta el rango de 4 esta desviación es algo grande acercándose a valores cercanos al 25% del rango de la muestra. El coeficiente de

variación de Pearson arroja un valor de 0.0062 que nos permitirá comprar la variación de la muestra con otra.

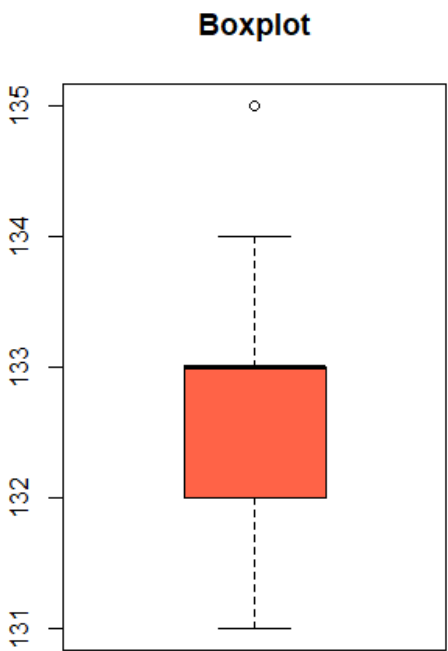
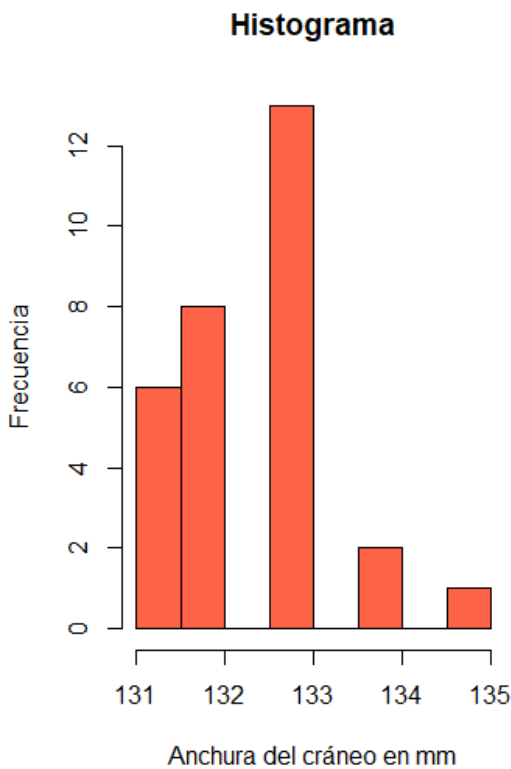
En cuanto a la asimetría tenemos un valor de 0.66 lo que indica cierta asimetría positiva, existiendo entonces más valores a la derecha de la media que a la izquierda. Por último, el valor de la curtosis es de 4.30 siendo entonces la curva de la muestra leptocúrtica e indicado que los valores tienden a acumularse en la media y existiendo poca varianza.

Si nos fijamos en el histograma podemos volver a observar los dos valores más frecuentes (131 y 132) los cuales están cerca de la media. En el diagrama de cajas y bigotes llama la atención un valor atípico en el 134 y una mediana que está bastante centrada sabiendo gracias a los datos que coincide exactamente con la media.

- Medidas de centralización y dispersión, asimetría y curtosis estudiadas para la submuestra del predinástico tardío.

Estadísticos descriptivos predinástico tardío:

Media	Mediana	Moda	Cuartiles	Rango	Desv. Est.	Pearson	Fisher	Curtosis
132.5	133	133	0%: 131 25%: 132 50%: 133 75%: 133 100%: 135	4	1.008	0.0076	0.20	2.81



Como podemos observar la submuestra del predinástico tardío presenta un valor mínimo de 131 y un valor máximo de 135, lo cual es un mm más que en el temprano para ambos valores, haciendo así un rango de 4 al igual que en la primera submuestra.

En cuanto al valor de la media tenemos un 132.5 mm superando en 1 mm al predinástico temprano. En este caso la mediana es de 133 lo cual no coincide exactamente con la media por 0.5 mm.

Vemos también una desviación estándar de 1.008 siendo algo mayor que la anterior muestra y un coeficiente de variación de 0.0076 que nos indica lo mismo, para la submuestra del predinástico tardío existe algo más de variación que para la del temprano.

También vemos una asimetría de 0.20, indicando una ligera asimetría positiva y una curtosis de 2.81, indicando que la curva es una curva leptocúrtica y, por tanto, los valores tienden a estar alrededor de la media.

En cuanto al histograma volvemos a observar que el valor más frecuente es el de 133 repitiéndose más de 12 veces. En el diagrama de cajas y bigotes vemos otro valor atípico en el 135 y una mediana algo desplazada hacia arriba ya que hemos visto que no coincide con la media por 0.5 mm pero si coincide con el cuartil del 75%.

En general si atendemos a los estadísticos descriptivos, el histograma y el diagrama de cajas y bigotes, vemos que no existe gran diferencia a simple vista entre los periodos estudiados. Quizás la diferencia más notoria pueda ser la existente entre las medias de ambas submuestras, siendo la media de la anchura de los cráneos para el predinástico tardío 1 mm más ancha que para el predinástico temprano. Teniendo en cuenta el rango de 4 mm de ambas submuestras, esta diferencia gana algo más de importancia suponiendo un aumento de la anchura de los cráneos del 25% entre el predinástico temprano y tardío en las muestras.

Apartado b)

En este apartado estudiaremos la normalidad de las submuestras.

- Normalidad para la submuestra del predinástico temprano:

Nos indican usar el test de Kolmogórov-Smirnov.

```
one-sample kolmogorov-smirnov test

data: df1$`Anchura del cráneo`
D = 0.24246, p-value = 0.05877
alternative hypothesis: two-sided

warning message:
In ks.test(df1$`Anchura del cráneo`, "pnorm", sd = sd(df1$`Anchura del cráneo`), :
ties should not be present for the Kolmogorov-Smirnov test
```

Podemos ver que al realizar el test de Kolmogórov-Smirnov el programa nos da una advertencia debido a que existen varios datos repetidos en la muestra, además de disponer de una muestra pequeña con la media desconocida y varianza desconocida pero asumida, lo cual hace perder potencia y fiabilidad al test. Personalmente creo que la mejor opción podría ser utilizar el test Shapiro-Wilk debido a la muestra tan reducida que tenemos, pero como el ejercicio nos pide usar el test KS, usaremos una modificación de este llamada Lilliefors Test, la cual asume que la media y varianza son desconocidas.

Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov) normality test

```
data: df1$`Anchura del cráneo`  
D = 0.24246, p-value = 9.677e-05
```

Al realizar el test de Lilliefors vemos que muestra un p-valor muy pequeño (ampliamente menor que 0.05) lo que nos permite rechazar la hipótesis nula de normalidad y deducir que la submuestra del predinástico temprano no sigue una distribución normal al 95% de confianza.

- Normalidad para la submuestra del predinástico tardío:

Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov) normality test

```
data: df2$`Anchura del cráneo`  
D = 0.23496, p-value = 0.0001938
```

Aplicamos directamente la modificación Lilliefors del test KS y vemos que muestra un p-valor de 0.0001938 siendo menor a 0.05 y por tanto pudiendo rechazar la hipótesis nula de normalidad. Afirmamos entonces al 95% de confianza que la submuestra del predinástico tardío no sigue una distribución normal.

Por tanto, vemos que ninguna de las dos submuestras sigue una distribución normal.

Ejercicio 2

Apartado a)

En este apartado vamos a realizar un intervalo de confianza al 90%, 95% y 99% para responder a la pregunta: ¿en qué época la cabeza era más ancha?

Anteriormente hemos realizado un estudio de la normalidad para las dos submuestras que disponemos no siguiendo estas una distribución normal y por tanto no cumpliendo el requisito para poder realizar inferencias estadísticas tanto para intervalos de confianza como para contrastes de hipótesis que realizaremos en el siguiente apartado. Aun así, vamos a realizarlos e interpretar sus resultados, aclarando que tanto los contrastes como los intervalos perderán potencia y podrían tener un mayor margen de error, invalidando los resultados.

- Intervalo de confianza para la diferencia de medias al 90% de confianza:

```
[1] -1.3300289 -0.5366378  
attr(,"conf.level")  
[1] 0.9
```

Vemos que al realizar el intervalo muestra un valor entre el -1.33 y el -0.53. Esto nos indica que al no estar incluido el 0 en el intervalo no existe evidencia para afirmar que las medias de ambas poblaciones son iguales. Por tanto, en este caso, al ser el intervalo negativo, podríamos afirmar que la media de la anchura de los cráneos para el periodo predinástico tardío es mayor que para el predinástico temprano al 90% de confianza.

- Intervalo de confianza para la diferencia de medias al 95% de confianza:

```
[1] -1.4084846 -0.4581821  
attr(,"conf.level")  
[1] 0.95
```

Al realizar el mismo intervalo de confianza vemos que tenemos unos valores entre el -1.41 y -0.46. En este caso, al ser el nivel de confianza mayor, el intervalo se ha abierto más, ganando confianza, pero perdiendo precisión. Aun así, el intervalo sigue sin tener el valor 0 dentro y por tanto llegamos a la misma conclusión que en el intervalo anterior: afirmamos que la media de la anchura de los cráneos para el periodo predinástico tardío es mayor que para el predinástico temprano al 95% de confianza.

- Intervalo de confianza para la diferencia de medias al 99% de confianza:

```
[1] -1.5658551 -0.3008116  
attr(,"conf.level")  
[1] 0.99
```

Por último, al realizar el mismo intervalo de confianza al 99% vemos que obtenemos un intervalo entre el -1.57 y el -0.30. De nuevo, el intervalo se abre ganando confianza y perdiendo precisión. Al volver a ser negativo y no tener recoger el 0 dentro del intervalo deducimos que la media de la anchura de los cráneos para el periodo predinástico tardío es mayor que para el predinástico temprano al 99% de confianza.

Como ya hemos comentado al principio, estos resultados carecen de rigor y validez ya que ambas submuestras no cumplen el requisito de normalidad.

Apartado b)

En este apartado realizaremos un contraste de hipótesis para la diferencia de medias. Para poder realizarlo se deben cumplir tres requisitos:

1. Independencia: Las muestras deben ser independientes la una de la otra, consecuencia de un muestreo aleatorio y un tamaño muestral inferior al 10% de la población. Se asume en este caso la independencia de las submuestras.
2. Normalidad: Las muestras deben distribuirse de manera normal para poder asumir así que la población también lo hace. En este caso hemos demostrado que ninguna de las dos submuestras se distribuye de manera normal, por tanto, no se cumple este supuesto.
3. Igualdad de varianzas: Ambas varianzas debes ser iguales, esto también se conoce como homocedasticidad u homogeneidad de varianzas. Para comprobar este supuesto vamos a realizar el test de Levene

```
Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)  
      Df F value Pr(>F)  
group 1  0.6195 0.4344  
      58
```

Obtenemos un p-valor de 0.4344, por lo tanto, afirmamos que el test no encuentra diferencias significativas entre la varianza de los dos grupos. En este caso, la muestra pasa la condición de igualdad de varianzas.

Se cumplen tan solo dos de las tres condiciones, lo cual implica que los resultados obtenidos en el test no tendrán una validez.

- T-test para la igualdad de medias:

welch Two Sample t-test

```
data: df1$`Anchura del cráneo` and df2$`Anchura del cráneo`  
t = -3.9354, df = 55.675, p-value = 0.0002329  
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0  
95 percent confidence interval:  
-1.4084846 -0.4581821  
sample estimates:  
mean of x mean of y  
131.5333 132.4667
```

Obtenemos un p-valor de 0.00023 el cual es menos que 0.01 y, por tanto, rechazamos la hipótesis nula y afirmamos que la media de ambas muestras es distinta.

Como hemos comentado con anterioridad al no cumplirse los tres requisitos estos resultados carecen de validez, aunque pueden ser tomados para hacerse una ligera idea de las poblaciones.

En conclusión, hemos visto que la anchura de los cráneos en el periodo predinástico temprano era menor y sufrió un aumento de alrededor de 1 mm en el predinástico tardío.