

## CALCULO DE PROPIEDADES GEOMETRICAS DE PERFILES

A continuación se presentan las ecuaciones de propiedades geométricas de perfiles laminados en frío típicos derivadas a partir del Método Lineal. Dichas ecuaciones fueron tomadas del Manual del Diseño del AISI 1996, salvo ciertas modificaciones que se realizaron a algunas de las ecuaciones con el propósito de simplificar sus expresiones.

### A1 Método Lineal para Calcular las Propiedades Geométricas

El cálculo de las propiedades geométricas de perfiles puede ser simplificado mediante el uso del método lineal. Dicho método considera que el material del perfil se concentra a través de la línea central de la lámina de acero, por lo que los elementos "área" que constituyen al perfil son reemplazados por elementos "línea" curvos y/o rectos. La dimensión de espesor,  $t$ , se introduce ya que se hayan determinado las propiedades geométricas de los elementos lineales.

Por ejemplo, el área total del perfil se obtiene de la ecuación:  $A = L \times t$ , donde  $L$  es la suma de longitudes de todos los elementos línea constitutivos del perfil. Así mismo, el momento de inercia del perfil,  $I$ , se obtiene de la ecuación:  $I = I' \times t$ , donde  $I'$  es el momento de inercia de los elementos línea. Es importante aclarar que el módulo de sección se obtiene de dividir a  $I$  o a  $I' \times t$  entre la distancia existente del eje neutro a la fibra extrema y no a la línea central del elemento extremo.

Las dimensiones en primera potencia, como  $x$ ,  $y$  y  $r$  (radio de giro) se obtienen de manera exacta por el método lineal, ya que la dimensión  $t$  no está involucrada en los cálculos de dichas dimensiones. Cuando las especificaciones del AISI requieran reducir el ancho plano,  $w$ , para obtener el ancho efectivo de diseño,  $b$ , el valor de  $b$  debe usarse para obtener las propiedades geométricas efectivas de los elementos lineales.

Los dos tipos de elementos constitutivos en que se puede subdividir un perfil para el uso del método lineal son las líneas rectas y los arcos circulares. Las Figs. A.1 a la A.6 muestran dichos elementos y las ecuaciones para calcular las propiedades geométricas relevantes se incluyen en el Art. A2.

Las ecuaciones de propiedades geométricas para elementos lineales son exactas, ya que las líneas no tienen una dimensión de espesor; sin embargo, cuando se usan para calcular las propiedades del perfil real, que si tiene la dimensión de espesor, los resultados serán solo aproximaciones debido a las siguientes razones:

1. El momento de inercia con respecto al eje longitudinal de los elementos rectos del perfil se considera despreciable. El error es pequeño ya que dicho momento de inercia es directamente proporcional a  $t^3$  y los valores de  $t$  típicamente considerados en perfiles laminados en frío son pequeños.
2. El momento de inercia de un elemento recto inclinado con respecto a los ejes de referencia es ligeramente mayor que el del elemento lineal correspondiente, pero para elementos de longitudes similares, el error introducido es aun menor al error involucrado en despreciar el momento de inercia del elemento con respecto a su eje longitudinal.
3. Se introducen pequeños errores al considerar las propiedades de un arco lineal para modelar las propiedades de las esquinas reales del perfil; sin embargo, debido a que los radios de curvatura de las esquinas son usualmente pequeños, el error en la determinación de la ubicación del centroide de la esquina es de poca importancia y su momento de inercia es en general despreciable. Cuando el radio de curvatura de un elemento circular es mayor que cuatro veces su espesor, como sucede en perfiles tubulares cilíndricos y en láminas con

corrugaciones circulares, los errores introducidos al usar las propiedades de arcos lineales prácticamente desaparecen.

## A2 Propiedades Geométricas de Elementos Lineales

### A2.1 Elementos Lineales Rectos

Los momentos de inercia del elemento recto representado en la Fig. A.1 pueden calcularse mediante las siguientes expresiones:

$$I_1 = \frac{l^3}{12} \quad (\text{A.1})$$

$$I_2 = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$I_3 = la^2 + \frac{l^3}{12} = l \left( a^2 + \frac{l^2}{12} \right) \quad (\text{A.3})$$

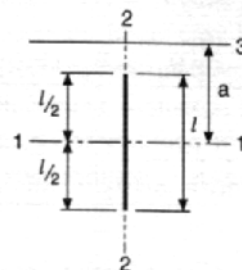


Fig A.1 Elemento lineal vertical<sup>(4)</sup>

Los momentos de inercia del elemento recto representado en la Fig. A.2 pueden calcularse mediante las siguientes expresiones:

$$I_1 = 0 \quad (\text{A.4})$$

$$I_2 = \frac{l^3}{12} \quad (\text{A.5})$$

$$I_3 = la^2 \quad (\text{A.6})$$

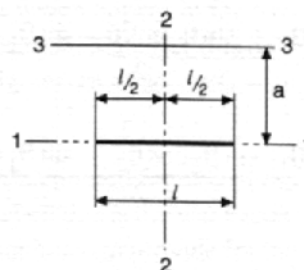


Fig A.2 Elemento lineal horizontal<sup>(4)</sup>

Los momentos de inercia del elemento recto representado en la Fig. A.3 pueden calcularse mediante las siguientes expresiones:

$$I_1 = \left[ \frac{\cos^2 \mathbf{q}}{12} \right] l^3 = \frac{l}{12} n^2 \quad (\text{A.7})$$

$$I_2 = \left[ \frac{\sin^2 \mathbf{q}}{12} \right] l^3 = \frac{l}{12} m^2 \quad (\text{A.8})$$

$$I_{12} = \left[ \frac{\sin \mathbf{q} \cos \mathbf{q}}{12} \right] l^3 = \frac{l}{12} mn \quad (\text{A.9})$$

$$I_3 = la^2 + \frac{l}{12} n^2 = l \left[ a^2 + \frac{n^2}{12} \right] \quad (\text{A.10})$$

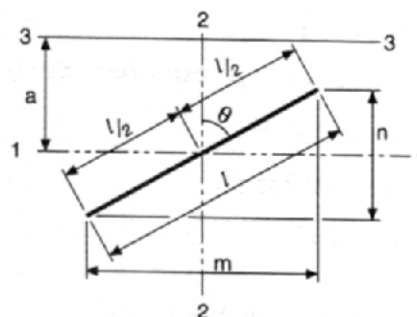


Fig. A.3 Elemento lineal inclinado<sup>(4)</sup>

### A.2.2 Elementos Lineales Circulares

Los momentos de inercia del elemento lineal circular mostrado en la Fig. A.4 con respecto a los ejes 1 y 2 pueden calcularse mediante las siguientes expresiones:

$$I_1 = \left[ \frac{q_2 - q_1 + \text{sen } q_2 \cos q_2 - \text{sen } q_1 \cos q_1}{2} - \frac{(\text{sen } q_2 - \text{sen } q_1)^2}{q_2 - q_1} \right] r^3 \quad (\text{A.11})$$

$$I_2 = \left[ \frac{q_2 - q_1 - \text{sen } q_2 \cos q_2 + \text{sen } q_1 \cos q_1}{2} - \frac{(\cos q_1 - \cos q_2)^2}{q_2 - q_1} \right] r^3 \quad (\text{A.12})$$

El producto de inercia con respecto a los ejes 1 y 2, los momentos de inercia y producto de inercia con respecto a los ejes 3 y 4, así como los momentos de inercia con respecto a los ejes 3 y 4 para el elemento lineal circular mostrado en la Fig. A.4 se dan a continuación:

$$I_{12} = \left[ \frac{\text{sen}^2 q_2 - \text{sen}^2 q_1}{2} + \frac{(\text{sen } q_2 - \text{sen } q_1)(\cos q_2 - \cos q_1)}{q_2 - q_1} \right] r^3 \quad (\text{A.13})$$

$$I_3 = \left[ \frac{q_2 - q_1 + \text{sen } q_2 \cos q_2 - \text{sen } q_1 \cos q_1}{2} \right] r^3 \quad (\text{A.14})$$

$$I_4 = \left[ \frac{q_2 - q_1 - \text{sen } q_2 \cos q_2 + \text{sen } q_1 \cos q_1}{2} \right] r^3 \quad (\text{A.15})$$

$$I_{34} = \left[ \frac{\text{sen}^2 q_2 - \text{sen}^2 q_1}{2} \right] r^3 \quad (\text{A.16})$$

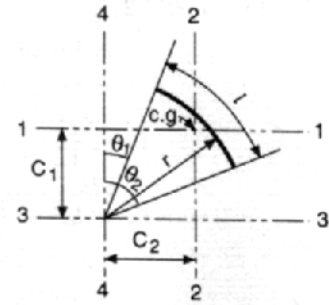


Fig. A.4 Elemento Circular Genérico<sup>(4)</sup>

donde  $q$  = ángulo interior (en radianes) de los radios en los extremos del elemento circular  
 $= pq/180 = 0.01745q$ , si  $q$  está expresado en grados (ver Fig. A.4).  
 $R$  = distancia radial del centro de curvatura al paño interior de la esquina circular.  
 $r$  = distancia radial del centro de curvatura al centro de línea del elemento circular.  
 $= R + t/2$

Los valores de  $l$ ,  $C_1$  y  $C_2$  mostrados en la Fig. A.4 están dados por las siguientes expresiones:

$$l = (q_2 - q_1)r \quad (\text{A.17})$$

$$C_1 = \frac{(\text{sen } q_2 - \text{sen } q_1)r}{q_2 - q_1} \quad (\text{A.18})$$

$$C_2 = \frac{(\cos q_1 - \cos q_2)r}{q_2 - q_1} \quad (\text{A.19})$$

Las ecuaciones de propiedades geométricas de elementos circulares pueden simplificarse significativamente si se consideran los siguientes casos:

Caso I:  $q_1 = 0$ ;  $q_2 = 90^\circ$  (Ver Fig. A.5)

$$l = pr / 2 = 1.57r$$

$$C = 0.637r$$

$$I_1 = I_2 = 0.149r^3; I_{12} = -0.137r^3$$

$$I_3 = I_4 = 0.785r^3; I_{34} = 0.50r^3$$

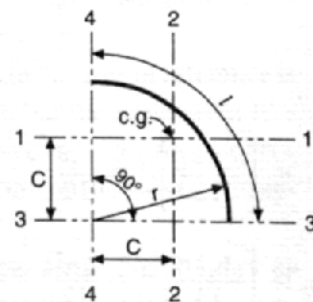


Fig. A.5 Elemento Circular de  $90^\circ$ <sup>(4)</sup>

Caso II:  $q_1 = 0$ ;  $q_2 = q$  (Ver Fig. A.6)

$$l = qr$$

$$C_1 = \frac{r \sin q}{q}; C_2 = \frac{r(1 - \cos q)}{q}$$

$$I_1 = \left[ \frac{q + \sin q \cos q}{2} - \frac{\sin^2 q}{q} \right] r^3 \quad (\text{A.20})$$

$$I_2 = \left[ \frac{q - \sin q \cos q}{2} - \frac{(1 - \cos q)^2}{q} \right] r^3 \quad (\text{A.21})$$

$$I_{12} = \left[ \frac{\sin^2 q}{2} + \frac{\sin q (\cos q - 1)}{q} \right] r^3$$

$$I_3 = \left[ \frac{q + \sin q \cos q}{2} \right] r^3; I_4 = \left[ \frac{q - \sin q \cos q}{2} \right] r^3; I_{34} = \left[ \frac{\sin^2 q}{2} \right] r^3$$

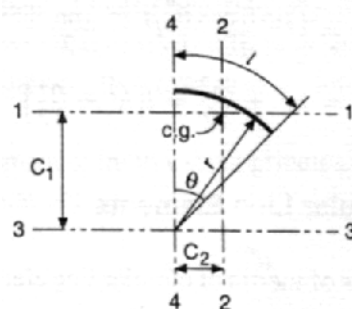


Fig A.6 Elemento Circular de  $q$ <sup>(4)</sup>

### A.3 Propiedades Geométricas de Perfiles Típicos

A continuación se presentan las ecuaciones para calcular las propiedades geométricas de los perfiles laminados en frío mas comúnmente usados en la actualidad. Las ecuaciones están basadas en las siguientes consideraciones:

1. Se usan tres tipos diferentes de dimensiones: letras mayúsculas ( $A$ ) para representar las dimensiones externas, letras minúsculas testadas ( $\bar{a}$ ) para representar dimensiones de centro de línea y letras minúsculas simples ( $a$ ) para representar dimensiones planas o rectas. Las dimensiones planas se requieren para calcular propiedades como los momentos de inercia, donde las esquinas se asumen redondeadas. Las dimensiones de centro de línea se requieren para calcular las propiedades torsionantes como  $C_w$ , donde las esquinas se asumen en escuadra. Las dimensiones externas se usan debido a que son usualmente las dimensiones referenciadas en las tablas de perfiles.
2. Todas las ecuaciones consideran esquinas redondeadas, excepto las usadas para calcular las propiedades torsionantes ( $C_w$ ,  $m$  y  $j$ ). Estas ecuaciones consideran aproximaciones en escuadra de las esquinas con la excepción de las propiedades de momento de inercia y área usadas en dichas ecuaciones, cuyas ecuaciones correspondientes consideran esquinas redondeadas. El error introducido en el cálculo de las propiedades torsionantes debido a la aproximación en escuadra de las esquinas es insignificante para los usos requeridos en el

diseño estructural de perfiles con relación pequeña de radio de curvatura a espesor en esquinas.

3. Para los cálculos de momentos de inercia se desprecia el momento de inercia de los elementos rectos con respecto a su propio eje cuando dicho eje representa el eje débil. Se consideran los momentos de inercia de las esquinas redondeadas con respecto a sus propios ejes para tomar en cuenta el caso de perfiles con esquinas con radios de curvatura grandes.
4. Todas las ecuaciones son para calcular las propiedades geométricas de la sección completa, no reducida.

**A3.1 Perfiles Angulares de Lados Iguales (con Simetría Simple) Con y Sin Labios Atiesadores (Figs. A.7 y A.8).**

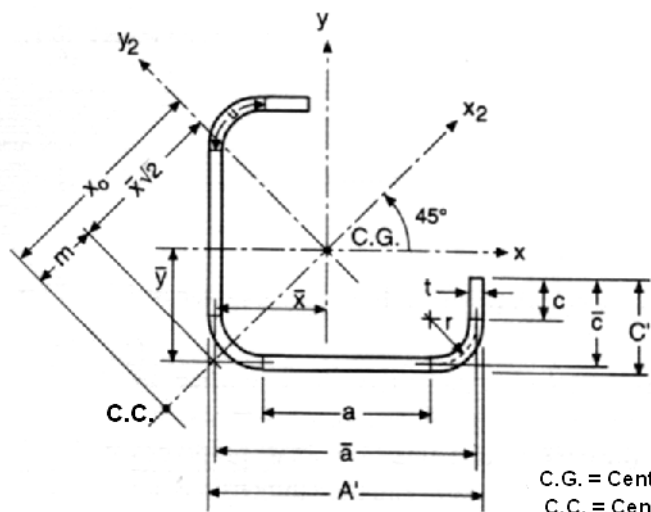


Fig. A.7 Angular con labios atiesadores<sup>(4)</sup>

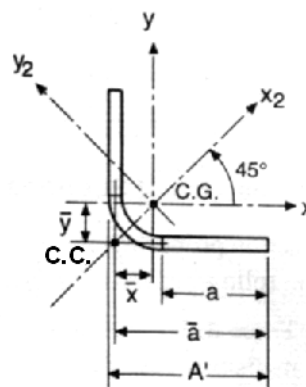


Fig. A.8 Angular sin labios atiesadores<sup>(4)</sup>

C.G. = Centro de Gravedad  
C.C. = Centro de Cortante

**1. Parámetros Básicos**

$$a = A' - [r + t/2 + a(r + t/2)] \quad (A.22)$$

$$\bar{a} = A' - [t/2 + at/2] \quad (A.23)$$

$$c = a[C' - (r + t/2)] \quad (A.24)$$

$$\bar{c} = a[C' - t/2] \quad (A.25)$$

$$u = pr/2 = 1.57r \quad (A.26)$$

$a = 1.0$  para perfiles con labios atiesadores

$a = 0$  para perfiles sin labios atiesadores

**2. Area de la Sección**

$$A = t[2a + u + 2a(c + u)] \quad (A.27)$$

**3. Distancias entre el Centroide y la Línea Central de Almas (Lados)**

$$\bar{x} = \bar{y} = \frac{t}{A} \left\{ a \left( \frac{a}{2} + r \right) + u(0.363r) + a \left[ c \left( a + \frac{c}{2} + 3r \right) + u(a + 2r) \right] \right\} \quad (A.28)$$

Para obtener la distancia a las fibras extremas sumar  $t/2$  a la expresión anterior.

4. Momentos de Inercia con Respecto a los Ejes  $x$  y  $y$

$$I_x = I_y = t \left\{ a \left( \frac{a}{2} + r \right)^2 + \frac{a^3}{12} + u(0.363r)^2 + 0.149r^3 + \mathbf{ax} \right\} - A\bar{x}^2 \quad (\text{A.29})$$

$$\text{donde } \mathbf{x} = c(a + 2r)^2 + \frac{c^3}{12} + c \left( \frac{c}{2} + r \right)^2 + u(a + 1.637r)^2 + u(0.363r)^2 + 2(0.149)r^3$$

5. Producto de Inercia con Respecto a los Ejes  $x$  y  $y$

$$I_{xy} = t \{ u(0.363r)^2 - 0.137r^3 + 2\mathbf{ax} \} - A\bar{x}\bar{y} \quad (\text{A.30})$$

$$\text{donde } \mathbf{x} = c(a + 2r) \left( \frac{c}{2} + r \right) + 0.137r^3 + u(a + 1.637r)(0.363r)$$

6. Momento de Inercia con Respecto al Eje  $y_2$

$$I_{y_2} = I_x + I_{xy} \quad (\text{A.31})$$

7. Distancia entre el Centro de Cortante y la Línea Central de Esquina en Escuadra

$$m = \frac{\bar{a}\bar{c}^2\sqrt{2}}{2} \left[ \frac{3\bar{a} - 2\bar{c}}{2\bar{a}^3 - (\bar{a} - \bar{c})^3} \right] \quad (\text{A.32})$$

8. Constante Torsionante de St. Venant

$$J = \frac{t^3}{3} [2a + u + 2\mathbf{a}(c + u)] \quad (\text{A.33})$$

9. Constante de Alabeo

$$C_w = \frac{\bar{a}^4\bar{c}^3t}{6} \left[ \frac{4\bar{a} + 3\bar{c}}{2\bar{a}^3 - (\bar{a} - \bar{c})^3} \right] \quad (\text{A.34})$$

10. Distancia entre el Centroides y el Centro de Cortante

$$x_o = -(\bar{x}\sqrt{2} + m) \quad (\text{A.35})$$

El signo negativo indica que  $x_o$  se mide en la dirección negativa del eje  $x$ .

11. Parámetro Usado en la Determinación del Momento Elástico Crítico

$$j = \frac{t\sqrt{2}}{48I_{y_2}} (\bar{a}^4 + 4\bar{a}^3\bar{c} - 6\bar{a}^2\bar{c}^2 + \bar{c}^4) - x_o \quad (\text{A.36})$$

A3.2 Perfiles Canal (con Simetría Simple) Con y Sin Labios Atiesadores y Perfiles Sombrero (con Simetría Simple) (ver Figs A.9 a A.11).

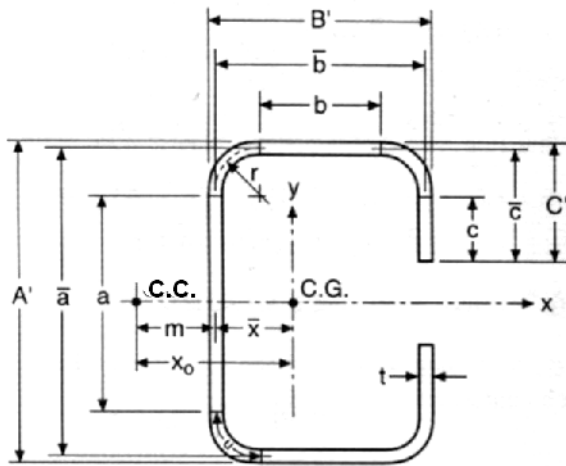


Fig. A.9 Perfil C con labios atiesadores<sup>(4)</sup>

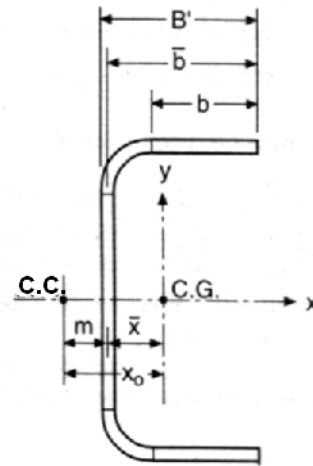


Fig. A.10 Perfil C sin labios atiesadores<sup>(4)</sup>

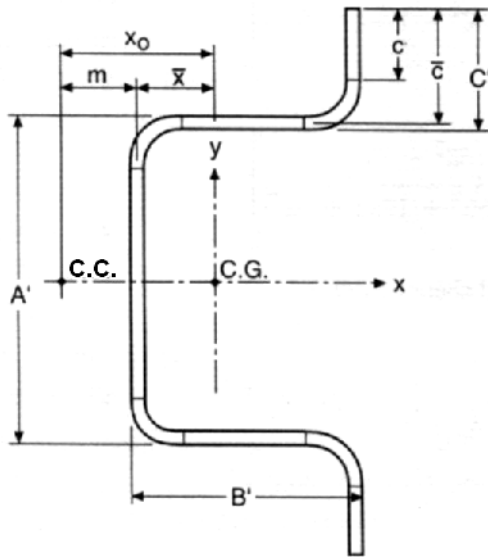


Fig. A.11 Perfil Sombrero con atiesadores<sup>(4)</sup>

#### 1. Parámetros Básicos

$$a = A' - (2r + t) \quad (\text{A.37})$$

$$\bar{a} = A' - t \quad (\text{A.38})$$

$$b = B' - [r + t/2 + a(r + t/2)] \quad (\text{A.39})$$

$$\bar{b} = B' - (t/2 + at/2) \quad (\text{A.40})$$

$$c = a[C' - (r + t/2)] \quad (\text{A.41})$$

$$\bar{c} = a(C' - t/2) \quad (\text{A.42})$$

$$u = pr/2 = 1.57r \quad (\text{A.43})$$

$a = 1.0$  para perfiles con labios atiesadores

$a = 0$  para perfiles sin labios atiesadores

2. Area de la Sección

$$A = t[a + 2(b + u) + 2a(c + u)] \quad (\text{A.44})$$

3. Momento de Inercia con Respecto al Eje x

$$I_x = 2t[0.0417a^3 + b(a/2 + r)^2 + u(a/2 + 0.637r)^2 + 0.149r^3 + ax] \quad (\text{A.45})$$

donde  $x = 0.0833c^3 + \frac{c}{4}(a - c)^2 + u(a/2 + 0.637r)^2 + 0.149r^3$  para perfil canal

$x = 0.0833c^3 + \frac{c}{4}(a + c + 4r)^2 + u(a/2 + 1.363r)^2 + 0.149r^3$  para perfil sombrero

4. Distancia entre el Centroides y la Línea Central del Alma

$$\bar{x} = \frac{2t}{A} \{b(b/2 + r) + u(0.363r) + a[u(b + 1.637r) + c(b + 2r)]\} \quad (\text{A.46})$$

5. Momento de Inercia con Respecto al Eje y

$$I_y = 2t[b(b/2 + r)^2 + 0.0833b^3 + 0.356r^3 + ax] - A\bar{x}^2 \quad (\text{A.47})$$

donde  $x = c(b + 2r)^2 + u(b + 1.637r)^2 + 0.149r^3$

6. Distancia entre el Centro de Cortante y la Línea Central del Alma  
Perfil Canal:

$$m = \bar{b} \left[ \frac{3\bar{a}^2\bar{b} + a\bar{c}(6\bar{a}^2 - 8\bar{c}^2)}{\bar{a}^3 + 6\bar{a}^2\bar{b} + a\bar{c}(8\bar{c}^2 - 12\bar{a}\bar{c} + 6\bar{a}^2)} \right] \quad (\text{A.48})$$

Perfil Sombrero:

$$m = \bar{b} \left[ \frac{3\bar{a}^2\bar{b} + a\bar{c}(6\bar{a}^2 - 8\bar{c}^2)}{\bar{a}^3 + 6\bar{a}^2\bar{b} + a\bar{c}(8\bar{c}^2 + 12\bar{a}\bar{c} + 6\bar{a}^2)} \right] \quad (\text{A.49})$$

7. Distancia entre el Centroides y el Centro de Cortante

$$x_o = -(\bar{x} + m) \quad (\text{A.50})$$

El signo negativo indica que  $x_o$  se mide en la dirección negativa del eje x.



## 8. Constante Torsionante de St. Venant

$$J = \frac{t^3}{3} [a + 2(b + u) + 2a(c + u)] \quad (\text{A.51})$$

## 9. Constante de Alabeo

Perfil Canal:

$$C_w = \frac{\bar{a}^2 \bar{b}^2 t}{12} \left[ \frac{2\bar{a}^3 \bar{b} + 3\bar{a}^2 \bar{b}^2 + \mathbf{ax}}{6\bar{a}^2 \bar{b} + (\bar{a} + 2\bar{c}\mathbf{a})^3 - 24\bar{a}\bar{c}^2 \mathbf{a}} \right] \quad (\text{A.52})$$

$$\text{donde } \mathbf{x} = 48\bar{c}^4 + 112\bar{b}\bar{c}^3 + 8\bar{a}\bar{c}^3 + 48\bar{a}\bar{b}\bar{c}^2 + 12\bar{a}^2\bar{c}^2 + 12\bar{a}^2\bar{b}\bar{c} + 6\bar{a}^3\bar{c}$$

Perfil Sombrero:

$$C_w = \frac{\bar{a}^2 \bar{b}^2 t}{12} \left[ \frac{2\bar{a}^3 \bar{b} + 3\bar{a}^2 \bar{b}^2 + \mathbf{ax}}{6\bar{a}^2 \bar{b} + (\bar{a} + 2\bar{c}\mathbf{a})^3} \right] \quad (\text{A.53})$$

$$\text{donde } \mathbf{x} = 48\bar{c}^4 + 112\bar{b}\bar{c}^3 + 8\bar{a}\bar{c}^3 - 48\bar{a}\bar{b}\bar{c}^2 - 12\bar{a}^2\bar{c}^2 + 12\bar{a}^2\bar{b}\bar{c} + 6\bar{a}^3\bar{c}$$

10. Parámetro  $\mathbf{b}_w$ 

$$\mathbf{b}_w = - \left( \frac{t\bar{x}\bar{a}^3}{12} + t\bar{x}^3\bar{a} \right) \quad (\text{A.54})$$

11. Parámetro  $\mathbf{b}_f$ 

$$\mathbf{b}_f = \frac{t}{2} [(\bar{b} - \bar{x})^4 - \bar{x}^4] + \frac{t\bar{a}^2}{4} [(\bar{b} - \bar{x})^2 - \bar{x}^2] \quad (\text{A.55})$$

12. Parámetro  $\mathbf{b}_l$ 

$$\text{Perfil Canal: } \mathbf{b}_l = \mathbf{a} \left\{ 2\bar{c}t(\bar{b} - \bar{x})^3 + \frac{2}{3}t(\bar{b} - \bar{x})[(\bar{a}/2)^3 - (\bar{a}/2 - \bar{c})^3] \right\} \quad (\text{A.56})$$

$$\text{Perfil Sombrero: } \mathbf{b}_l = 2\bar{c}t(\bar{b} - \bar{x})^3 + \frac{2}{3}t(\bar{b} - \bar{x})[(\bar{a}/2 + \bar{c})^3 - (\bar{a}/2)^3] \quad (\text{A.57})$$

## 13. Parámetro Usado para la Determinación del Momento Elástico Crítico

$$j = \frac{1}{2I_y} (\mathbf{b}_w + \mathbf{b}_f + \mathbf{b}_l) - x_o \quad (\text{A.58})$$



## 5. Momento de Inercia con Respecto al Eje y

$$I_y = 2t[0.358r^3 + a(a/2 + r)^2 + 0.0833a^3 + \mathbf{ax}] - A\bar{x}^2 \quad (\text{A.69})$$

$$\text{donde } \mathbf{x} = u(a + 1.637r)^2 + 0.149r^3 + c(a + 2r)^2$$

## 6. Distancia entre el Centro de Cortante y la Línea Central del Patín de Mayor Dimensión

$$m = \bar{a} \left( 1 - \frac{\bar{b}^3}{\bar{b}^3 + \bar{c}^3} \right) \quad (\text{A.70})$$

## 7. Distancia entre el Centroides y el Centro de Cortante

$$x_o = -(\bar{x} + m) \quad (\text{A.71})$$

El signo negativo indica que  $x_o$  se mide en la dirección negativa del eje x.

## 8. Constante Torsionante de St. Venant

$$J = \frac{t^3}{3} [a + b + u + \mathbf{a}(c + u)] \quad (\text{A.72})$$

## 9. Constante de Alabeo

Para perfiles I el valor de  $C_w$  es dos veces el valor dado para cada perfil canal si se atornillan al centro de las almas; sin embargo, si ambos perfiles canal son soldados en forma continua en ambos extremos del alma para formar el perfil I, las constantes de alabeo se calculan mediante las siguientes expresiones:

Perfiles I y T sin Labios:

$$C_w = \frac{t\bar{a}^2}{12} \left( \frac{8\bar{b}^3\bar{c}^3}{\bar{b}^3 + \bar{c}^3} \right) \quad (\text{A.73})$$

Perfiles con Simetría Doble y con Labios Atiesadores:

$$C_w = \frac{t\bar{b}^2}{3} (\bar{a}^2\bar{b} + 3\bar{a}^2\bar{c} + 6\bar{a}\bar{c}^2 + 4\bar{c}^3) \quad (\text{A.74})$$

## 10. Parámetro usado para la Determinación del Momento Elástico Crítico

$$j = \frac{t}{2I_y} \left\{ 2\bar{c}(\bar{a} - \bar{x}) \left[ (\bar{a} - \bar{x})^2 + \frac{\bar{c}^2}{3} \right] - 2\bar{x}\bar{b} \left( \bar{x}^2 + \frac{\bar{b}^2}{3} \right) + \frac{1}{2} [(\bar{a} - \bar{x})^4 - \bar{x}^4] \right\} - x_o \quad (\text{A.75})$$

A3.4 Perfiles Z (con Simetría con Respecto a un Punto) Con y Sin Labios Atiesadores (Figs. A.14 y A.15)

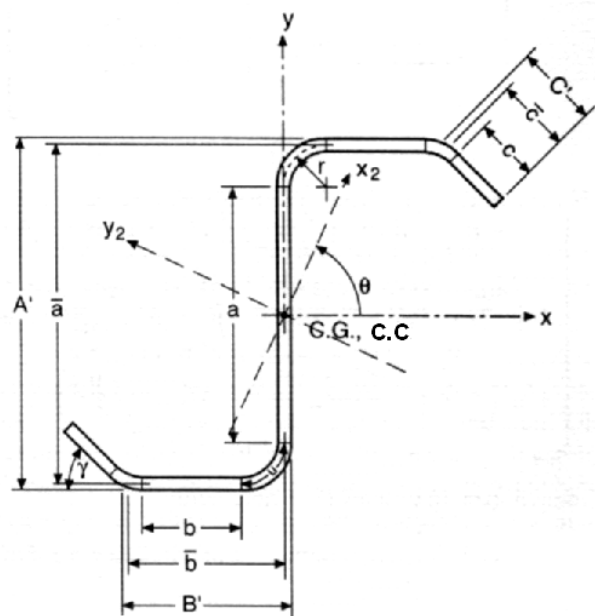


Fig. A.14 Perfil Z con labios atiesadores<sup>(4)</sup>

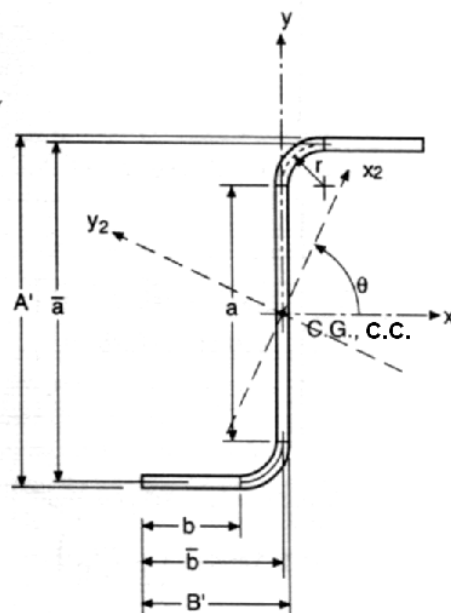


Fig. A.15 Perfil Z sin labios atiesadores<sup>(4)</sup>

1. Parámetros Básicos

$$a = A' - (2r + t) \quad (\text{A.76})$$

$$\bar{a} = A' - t \quad (\text{A.77})$$

$$b = B' - [r + t/2 + a(r + t/2)\tan(g/2)] \quad (\text{A.78})$$

$$\bar{b} = B' - [t/2 + (at/2)\tan(g/2)] \quad (\text{A.79})$$

$$c = a[C' - (r + t/2)\tan(g/2)] \quad (\text{A.80})$$

$$\bar{c} = a[C' - (t/2)\tan(g/2)] \quad (\text{A.81})$$

$$u_1 = pr/2 = 1.57r \quad (\text{A.82})$$

$$u_2 = g^*, \text{ donde } g \text{ está dado en radianes} \quad (\text{A.83})$$

$$a = 1.0 \text{ para perfiles con labios atiesadores}$$

$$a = 0 \text{ para perfiles sin labios atiesadores}$$

2. Area de la Sección

$$A = t[a + 2(b + u_1) + 2a(c + u_2)] \quad (\text{A.84})$$

3. Momento de Inercia con Respecto al Eje x

$$I_x = 2t[0.0417a^3 + b(a/2 + r)^2 + u_1(a/2 + 0.637r)^2 + 0.149r^3 + ax] \quad (\text{A.85})$$

donde

$$\mathbf{x} = \left( \frac{\mathbf{g} + \text{sen } \mathbf{g} \cos \mathbf{g}}{2} - \frac{\text{sen}^2 \mathbf{g}}{\mathbf{g}} \right) r^3 + u_2 \left( \frac{a}{2} + \frac{r \text{sen } \mathbf{g}}{\mathbf{g}} \right)^2 + \frac{c^3 \text{sen}^2 \mathbf{g}}{12} + c \left( \frac{a}{2} + r \cos \mathbf{g} - \frac{c}{2} \text{sen } \mathbf{g} \right)^2$$

4. Momento de Inercia con Respecto al Eje  $y$

$$I_y = 2t \left[ b(b/2 + r)^2 + \frac{b^3}{12} + 0.356r^3 + \mathbf{ax} \right] \quad (\text{A.86})$$

$$\text{donde } \mathbf{x} = c \left[ b + r(1 + \text{sen } \mathbf{g}) + \frac{c}{2} \cos \mathbf{g} \right]^2 + \frac{c^3 \cos^2 \mathbf{g}}{12} + u_2 \left[ b + r + \frac{r(1 - \cos \mathbf{g})}{\mathbf{g}} \right]^2 + \left[ \frac{\mathbf{g} - \text{sen } \mathbf{g} \cos \mathbf{g}}{2} - \frac{(1 - \cos \mathbf{g})^2}{\mathbf{g}} \right] r^3$$

5. Producto de Inercia (ver nota abajo):

$$I_{xy} = 2t \left[ b(a/2 + r)(b/2 + r) + 0.50r^3 + 0.285ar^2 + \mathbf{ax} \right] \quad (\text{A.87})$$

donde

$$\mathbf{x} = c \left[ b + r(1 + \text{sen } \mathbf{g}) + \frac{c}{2} \cos \mathbf{g} \right] \left[ \frac{a}{2} + r \cos \mathbf{g} - \frac{c}{2} \text{sen } \mathbf{g} \right] + \left[ \frac{\text{sen}^2 \mathbf{g}}{2} + \frac{\text{sen } \mathbf{g} (\cos \mathbf{g} - 1)}{\mathbf{g}} \right] r^3 - \frac{c^3 \text{sen } \mathbf{g} \cos \mathbf{g}}{12} + u_2 \left[ b + r + \frac{r(1 - \cos \mathbf{g})}{\mathbf{g}} \right] \left[ \frac{a}{2} + \frac{r \text{sen } \mathbf{g}}{\mathbf{g}} \right]$$

6. Angulo entre el Eje  $x$  y el Eje Principal Menor, en Radianes (ver nota abajo):

$$\mathbf{q} = \frac{\mathbf{p}}{2} + 0.50 \tan^{-1} \left( \frac{2I_{xy}}{I_y - I_x} \right) \quad (\text{A.88})$$

7. Momento de Inercia con Respecto al Eje  $x_2$

$$I_{x_2} = I_x \cos^2 \mathbf{q} + I_y \text{sen}^2 \mathbf{q} - 2I_{xy} \text{sen } \mathbf{q} \cos \mathbf{q} \quad (\text{A.89})$$

8. Momento de Inercia con Respecto al Eje  $y_2$

$$I_{y_2} = I_x \text{sen}^2 \mathbf{q} + I_y \cos^2 \mathbf{q} + 2I_{xy} \text{sen } \mathbf{q} \cos \mathbf{q} \quad (\text{A.90})$$

Nota: Los signos algebraicos en las Ecs. A.87 a A.90 son correctos para la sección orientada con respecto a los ejes como se muestra en las Figs. A.14 y A.15.

9. Radio de Giro con Respecto al Eje  $x_2$  (Radio de Giro Mínimo):  $r_{x_2} = \sqrt{I_{x_2} / A}$  (A.91)

## 10. Constante Torsionante de St. Venant

$$J = \frac{t^3}{3} [a + 2(b + u_1) + 2a(c + u_2)] \quad (\text{A.92})$$

## 11. Constante de Alabeo

$$C_w = \frac{t}{12} \left[ \frac{\bar{a}^2 \bar{b}^3 (2\bar{a} + \bar{b}) + \mathbf{ax}}{\bar{a} + 2(\bar{b} + \mathbf{ac})} \right] \quad (\text{A.93})$$

donde

$$\begin{aligned} \mathbf{x} = & \bar{b}^2 (4\bar{c}^4 + 16\bar{b}\bar{c}^3 + 6\bar{a}^3\bar{c} + 4\bar{a}^2\bar{b}\bar{c} + 8\bar{a}\bar{c}^3) + 6\bar{a}\bar{b}\bar{c}^2 (\bar{a} + \bar{b})(2\bar{b} \sin \mathbf{g} + \bar{a} \cos \mathbf{g}) \\ & + 4\bar{a}\bar{b}\bar{c}^3 (2\bar{a} + 4\bar{b} + \bar{c}) \sin \mathbf{g} \cos \mathbf{g} + \bar{c}^3 (2\bar{a}^3 + 4\bar{a}^2\bar{b} - 8\bar{a}\bar{b}^2 + \bar{a}^2\bar{c} - 16\bar{b}^3 - 4\bar{b}^2\bar{c}) \cos^2 \mathbf{g} \end{aligned}$$

## A3.5 Cálculo de Radios de Giro y Módulos de Sección

Excluidas de las ecuaciones de propiedades geométricas dadas con anterioridad están las ecuaciones de radio de giro (excepto para el radio de giro mínimo de perfiles Z) y de módulos de sección. Dichas ecuaciones son de carácter general y están dadas por las siguientes expresiones:

1. Radio de Giro con Respecto al Eje  $i$ :  $r_i = \sqrt{I_i / A}$

Donde  $I_i = I_x, I_y, I_{x2}$  o  $I_{y2}$ , según sea el caso.

2. Módulo de Sección con Respecto al Eje  $i$ :  $S_i = I_i / d$

Donde  $d$  es la distancia del eje centroidal a la fibra extrema en la dirección perpendicular al eje  $i$ . Por ejemplo, si se requiere calcular el módulo de sección con respecto al eje  $x$ ,  $S_x$ , (o sea,  $i = x$ ), el valor de  $d$  se obtiene calculando la distancia desde el centroide hasta la fibra extrema en la dirección del eje  $y$ . De la misma manera, para calcular  $S_y$  (o sea,  $i = y$ ), el valor de  $d$  se obtiene calculando la distancia desde el centroide a la fibra extrema en la dirección del eje  $x$ . Cuando la determinación de la distancia no pueda obtenerse por simple inspección, se pueden usar las ecuaciones para calcular las distancias desde el centroide hasta la línea central de elementos extremos que fueron dadas con anterioridad. Para obtener la distancia a la fibra extrema solo es necesario sumar la mitad del espesor del perfil al valor obtenido por dichas ecuaciones.

Cabe mencionar que las ecuaciones dadas aquí pueden ser usadas para preparar tablas de las propiedades geométricas requeridas en diseño de los perfiles laminados en frío. El Manual de Diseño del AISI 1996 contiene tablas de propiedades para perfiles canal, sombrero, Z y angulares, con y sin labios atiesadores. Sin embargo, es importante aclarar que dichos perfiles no son perfiles estándar. Como se menciona en el Art. 1.5, en la actualidad no se ha establecido la estandarización formal de perfiles estructurales de acero laminado en frío, como es el caso de los perfiles de acero laminado en caliente, donde existe un acuerdo formal entre diseñadores y fabricantes para definir los diferentes tipos de perfiles disponibles y las tablas de propiedades correspondientes se consignan en las Especificaciones del AISC. La falta de estandarización no necesariamente es un aspecto negativo, ya que una de las ventajas de los perfiles laminados en frío es la gran versatilidad de configuraciones geométricas que pueden formarse a partir de láminas delgadas de acero. La estandarización tiende a restringir dicha versatilidad. Por consiguiente, la preparación de tablas de propiedades y otras ayudas de diseño gráficas y/o tabulares se ha dejado bajo la responsabilidad de los fabricantes de perfiles, en función de sus propios diseños de configuraciones.

## A4 Ejemplos de Aplicación

Los ejemplos a continuación pretenden ilustrar el uso de las ecuaciones de propiedades geométricas para los diferentes tipos de perfiles laminados en frío dados anteriormente.

Debido a que las dimensiones de espesor son pequeñas, se consideran las dimensiones iniciales de los perfiles en milímetros para mantener una precisión aceptable en los cálculos. Sin embargo por conveniencia práctica, las dimensiones finales calculadas, cuyos valores numéricos finales en milímetros son considerables, se expresan también en centímetros.

**Ejemplo A1.** Calcular las propiedades geométricas del perfil canal con labios atiesadores dado en la Fig. EA1.

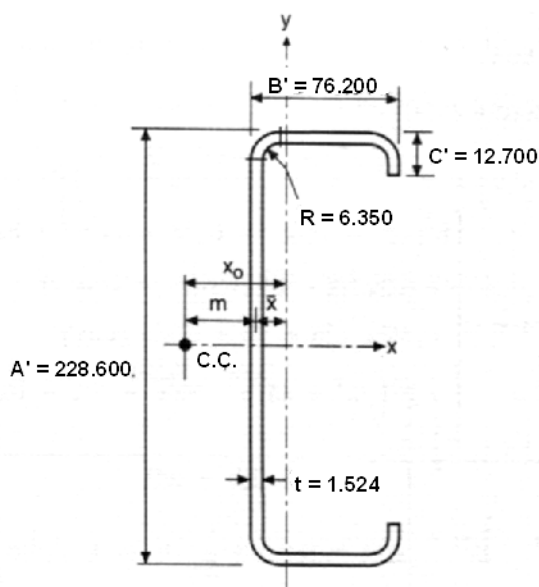


Fig. EA1 Ejemplo A1 (cotas en mm)<sup>(4)</sup>.

De la Fig. EA1 se obtiene:

$$\begin{aligned} A' &= 228.60 \text{ mm} \\ B' &= 76.20 \text{ mm} \\ C' &= 12.70 \text{ mm} \\ R &= 6.350 \text{ mm} \\ t &= 1.524 \text{ mm} \end{aligned}$$

1. Parámetros Básicos (ver Ecs. A.37 a A.43):

$$\begin{aligned} a &= 1, \text{ ya que existen labios atiesadores.} \\ r &= R + t/2 = 6.35 + 1.524/2 = 7.112 \text{ mm} \\ a &= 228.60 - [2(7.112) + 1.524] = 212.852 \text{ mm} \\ \bar{a} &= 228.60 - 1.524 = 227.076 \text{ mm} \\ b &= 76.20 - [7.112 + 1.524/2 + 1.0(7.112 + 1.524/2)] = 60.452 \text{ mm} \\ \bar{b} &= 76.20 - [1.524/2 + 1.0(1.524/2)] = 74.658 \text{ mm} \\ c &= 1.0[12.7 - (7.112 + 1.524/2)] = 4.826 \text{ mm} \\ \bar{c} &= 1.0[12.7 - 1.524/2] = 11.938 \text{ mm} \\ u &= p(7.112)/2 = 11.172 \text{ mm} \end{aligned}$$

2. Area de la Sección (ver Ec. A.44):

$$\begin{aligned} A &= 1.524[212.852 + 2(60.452 + 11.172) + 2(1.0)(4.826 + 11.172)] = 591.458 \text{ mm}^2 \\ &= 5.914 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

3. Momento de Inercia con Respecto al Eje x (ver Ec. A.45):

$$x = 0.0833(4.826)^3 + 4.826/4(212.852 - 4.826)^2 + 11.172[212.852/2 + 0.637(7.112)]^2 + 0.149(7.112)^3 = 189815.987 \text{ mm}^3$$

$$I_x = 2(1.524)\{0.0417(212.852)^3 + 60.452(212.852/2 + 7.112)^2 + 0.149(7.112)^3 + 11.172[212.852/2 + 0.637(7.112)]^2 + 1.0(189815.987)\} = 4598356.617 \text{ mm}^4 = 459.836 \text{ cm}^4$$

4. Distancia entre el Centroide y la Línea Central del Alma (ver Ec. A.46):

$$\bar{x} = 2(1.524)/591.458\{60.452(60.452/2 + 7.112) + 11.172(0.363)7.112 + 1.0[11.172(60.452 + 1.637(7.112)) + 4.826(60.452 + 2(7.112))]\} = 17.789 \text{ mm} = 1.779 \text{ cm}$$

5. Momento de Inercia con Respecto al Eje y (ver Ec. A.47):

$$I_y = 2(1.524)\{60.452(60.452/2 + 7.112)^2 + (60.452)^3/12 + 0.356(7.112)^3 + 1.0[4.826(60.452 + 2(7.112))^2 + 11.172(60.452 + 1.637(7.112))^2 + 0.149(7.112)^3]\} - 591.458(17.789)^2 = 385397.722 \text{ mm}^4 = 38.540 \text{ cm}^4$$

6. Módulos de Sección con Respecto a los Ejes x y y:

$$S_x = \frac{I_x}{d_y} = \frac{I_x}{0.5A'} = 4598356.617/[0.5(228.6)] = 40230.592 \text{ mm}^3 = 40.231 \text{ cm}^3$$

$$S_y = \frac{I_y}{d_x} = \frac{I_y}{B' - (\bar{x} + t/2)} = 385397.722/[76.2 - (17.789 + 0.5(1.524))] = 6685.246 \text{ mm}^3 = 6.685 \text{ cm}^3$$

7. Radios de Giro con Respecto a los Ejes x y y:

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{4598356.617}{591.458}} = 88.174 \text{ mm} = 8.817 \text{ cm}$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{385397.722}{591.458}} = 25.527 \text{ mm} = 2.553 \text{ cm}$$

8. Distancia entre el Centro de Cortante y la Línea Central del Alma (ver Ec. A.48):

$$m = 74.658\{3(227.076)^2(74.658) + 1.0(11.938)[6(227.076)^2 - 8(11.938)^2]\}/\{(227.076)^3 + 6(227.076)^2(74.658) + 1.0(11.938)[8(11.938)^2 - 12(227.076)(11.938) + 6(227.076)^2]\} = 74.658\{15228665.78\}/\{38125265.4\} = 29.821 \text{ mm} = 2.982 \text{ cm}$$

9. Distancia entre el Centroide y el Centro de Cortante (ver Ec. A.50):

$$x_o = - (17.789 + 29.821) = - 47.610 \text{ mm} = - 4.761 \text{ cm}$$

10. Constante Torsionante de St. Venant (ver Ec. A.51):

$$J = (1.524)^3/3[212.852 + 2(60.452 + 11.172) + 2(1.0)(4.826 + 11.172)] = 457.902 \text{ mm}^4 = 0.0458 \text{ cm}^4$$



11. Constante de Alabeo (ver Ec. A.52):

$$\begin{aligned} x &= 48(11.938)^4 + 112(74.658)(11.938)^3 + 8(227.076)(11.938)^3 + 48(227.076)(74.658)(11.938)^2 \\ &\quad + 12(227.076)^2(11.938)^2 + 12(227.076)^2(74.658)(11.938) + 6(227.076)^3(11.938) \\ &= 1612609763 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_w &= (227.076)^2(74.658)^2(1.524)/12\{2(227.076)^3(74.658) + 3(227.076)^2(74.658)^2 \\ &\quad + 1.0(1612609763)\}/\{6(227.076)^2(74.658) + [227.076 + 1.0(2)(11.938)]^3 \\ &\quad - 1.0(24)(227.076)(11.938)^2\} = 36500506.82\{4223142948\}/\{38125265.4\} \\ &= 4043168129 \text{ mm}^6 = 4043.168 \text{ cm}^6 \end{aligned}$$

12. Parámetro  $b_w$  (ver Ec. A.54):

$$\begin{aligned} b_w &= -[1.524(17.789)(227.076)^3/12 + 1.524(17.789)^3(227.076)] = -28400734.42 \text{ mm}^5 \\ &= -284.007 \text{ cm}^5 \end{aligned}$$

13. Parámetro  $b_f$  (ver Ec. A.55):

$$\begin{aligned} b_f &= 1.524/2[(74.658 - 17.789)^4 - (17.789)^4] + (1.524)(227.076)^2/4[(74.658 - 17.789)^2 \\ &\quad - (17.789)^2] = 65212642.27 \text{ mm}^5 = 652.126 \text{ cm}^5 \end{aligned}$$

14. Parámetro  $b_l$  (ver Ec. A.56):

$$\begin{aligned} b_l &= 1.0\{2(11.938)(1.524)(74.658 - 17.789)^3 + 2/3(1.524)(74.658 - 17.789)[(227.076/2)^3 \\ &\quad - (227.076/2 - 11.938)^3]\} = 30660826.17 \text{ mm}^5 = 306.608 \text{ cm}^5 \end{aligned}$$

15. Parámetro para Determinar el Momento Crítico Elástico (ver Ec. A.57):

$$j = 1/[2(38.540)][-284.007 + 652.126 + 306.608] - (-4.761) = 13.514 \text{ cm}$$

**Ejemplo A2.** Calcular las propiedades geométricas del perfil canal sin labios atiesadores dado en la Fig. EA2.

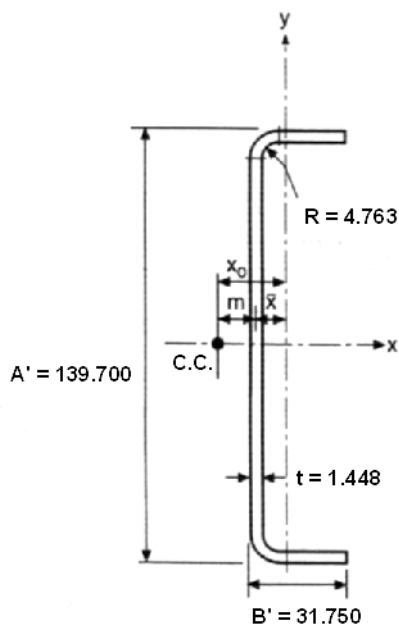


Fig. EA2 Ejemplo A2 (cotas en mm)<sup>(4)</sup>.

De la Fig. EA2 se obtiene:

$$\begin{aligned} A' &= 139.70 \text{ mm} \\ B' &= 31.75 \text{ mm} \\ C' &= 0 \\ R &= 4.763 \text{ mm} \\ t &= 1.448 \text{ mm} \end{aligned}$$

1. Parámetros Básicos (ver Ecs. A.37 a A.43):

$$\begin{aligned} a &= 0, \text{ ya que no existen labios atiesadores.} \\ r &= R + t/2 = 4.763 + 1.448/2 = 5.487 \text{ mm} \\ a &= 139.70 - [2(5.487) + 1.448] = 127.278 \text{ mm} \\ \bar{a} &= 139.70 - 1.448 = 138.252 \text{ mm} \\ b &= 31.75 - [5.487 + 1.448/2 + 0] = 25.539 \text{ mm} \\ \bar{b} &= 31.75 - (1.448/2 + 0) = 31.026 \text{ mm} \\ c &= 0 \\ \bar{c} &= 0 \\ u &= p(5.487)/2 = 8.619 \text{ mm} \end{aligned}$$

2. Area de la Sección (ver Ec. A.44):

$$A = 1.448[127.278 + 2(25.539 + 8.619) + 0] = 283.220 \text{ mm}^2 = 2.832 \text{ cm}^2$$

3. Momento de Inercia con Respecto al Eje x (ver Ec. A.45):

$$\begin{aligned} I_x &= 2(1.448)\{0.0417(127.278)^3 + 25.539(127.278/2 + 5.487)^2 + 0.149(5.487)^3 \\ &\quad + 8.619[127.278/2 + 0.637(5.487)]^2 + 0\} = 714981.462 \text{ mm}^4 = 71.498 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

4. Distancia entre el Centroides y la Línea Central del Alma (ver Ec. A.46):

$$\bar{x} = 2(1.448)/283.220\{25.539(25.539/2 + 5.487) + 8.619(0.363)5.487 + 0\} = 4.943 \text{ mm} \\ = 0.494 \text{ cm}$$

5. Momento de Inercia con Respecto al Eje y (ver Ec. A.47):

$$I_y = 2(1.448)\{25.539(25.539/2 + 5.487)^2 + (25.539)^3/12 + 0.356(5.487)^3 + 0\} \\ - 283.220(4.943)^2 = 21921.525 \text{ mm}^4 = 2.192 \text{ cm}^4$$

6. Módulos de Sección con Respecto a los Ejes x y y:

$$S_x = \frac{I_x}{d_y} = \frac{I_x}{0.5A'} = 714981.462/[0.5(139.7)] = 10235.955 \text{ mm}^3 = 10.236 \text{ cm}^3 \\ S_y = \frac{I_y}{d_x} = \frac{I_y}{B' - (\bar{x} + t/2)} = 21921.525/[31.75 - [4.943 + 0.5(1.448)]] = 840.453 \text{ mm}^3 \\ = 0.840 \text{ cm}^3$$

7. Radios de Giro con Respecto a los Ejes x y y:

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{714981.462}{283.22}} = 50.244 \text{ mm} = 5.024 \text{ cm} \\ r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{21921.525}{283.22}} = 8.798 \text{ mm} = 0.878 \text{ cm}$$

8. Distancia entre el Centro de Cortante y la Línea Central del Alma (ver Ec. A.48):

$$m = 31.026\{3(138.252)^2(31.026) + 0\}/\{(138.252)^3 + 6(138.252)^2(31.026) + 0\} \\ = 8.902 \text{ mm} = 0.890 \text{ cm}$$

9. Distancia entre el Centroides y el Centro de Cortante (ver Ec. A.50):

$$x_o = - (4.943 + 8.902) = - 13.845 \text{ mm} = - 1.385 \text{ cm}$$

10. Constante Torsionante de St. Venant (ver Ec. A.51):

$$J = (1.448)^3/3[127.278 + 2(25.539 + 8.619) + 0] = 197.943 \text{ mm}^4 = 0.0198 \text{ cm}^4$$

11. Constante de Alabeo (ver Ec. A.52):

$$C_w = (138.252)^2(31.026)^2(1.448)/12\{2(138.252)^3(31.026) + 3(138.252)^2(31.026)^2 \\ + 0\}/\{6(138.252)^2(31.026) + [138.252 + 0]^3 - 0\} = 78474179.12 \text{ mm}^6 = 78.474 \text{ cm}^6$$

12. Parámetro  $b_w$  (ver Ec. A.54):

$$b_w = -[1.448(4.943)(138.252)^3/12 + 1.448(4.943)^3(138.252)] = - 1600308.1 \text{ mm}^5 \\ = - 16.003 \text{ cm}^5$$

13. Parámetro  $b_f$  (ver Ec. A.55):

$$b_f = 1.448/2[(31.026 - 4.943)^4 - (4.943)^4] + (1.448)(138.252)^2/4[(31.026 - 4.943)^2 - (4.943)^2] = 4872848.295 \text{ mm}^5 = 48.728 \text{ cm}^5$$

14. Parámetro  $b_l$  (ver Ec. A.56):

$$b_l = 0$$

15. Parámetro para Determinar el Momento Crítico Elástico (ver Ec. A.57):

$$j = 1/[2(2.192)][-16.003 + 48.728 + 0] - (-1.385) = 8.850 \text{ cm}$$

**Ejemplo A3.** Calcular las propiedades geométricas del perfil zeta con labios atiesadores dado en la Fig. EA3.

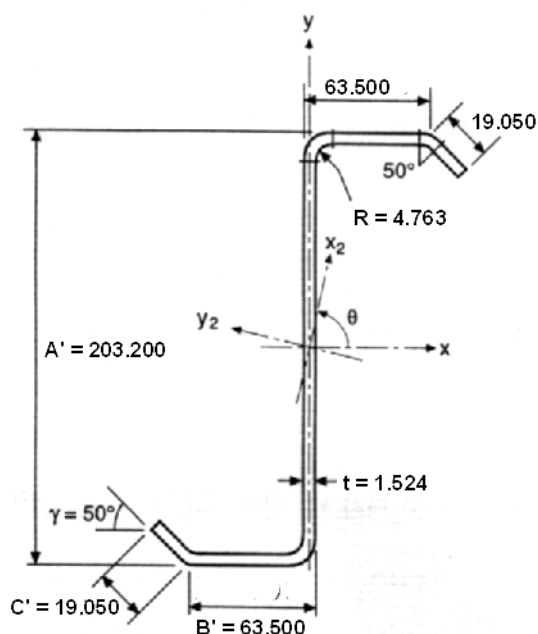


Fig. EA3 Ejemplo A3 (cotas en mm)<sup>(4)</sup>.

De la Fig. EA3 se obtiene:

$$\begin{aligned} A' &= 203.20 \text{ mm} \\ B' &= 63.50 \text{ mm} \\ C' &= 19.05 \text{ mm} \\ R &= 4.763 \text{ mm} \\ t &= 1.524 \text{ mm} \\ g &= 50^\circ \end{aligned}$$

1. Parámetros Básicos (ver Ecs. A.76 a A.83):

$$\begin{aligned} g \text{ (radianes)} &= 50(p/180) = 0.8727 \\ a &= 1, \text{ ya que existen labios atiesadores.} \\ r &= R + t/2 = 4.763 + 1.524/2 = 5.525 \text{ mm} \\ a &= 203.20 - [2(5.525) + 1.524] = 190.626 \text{ mm} \\ \bar{a} &= 203.20 - 1.524 = 201.676 \text{ mm} \\ b &= 63.50 - [5.525 + 1.524/2 + 1.0(5.525 + 1.524/2)\tan(0.8727/2)] = 54.281 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\bar{b} = 63.50 - [1.524/2 + 1.0(1.524/2)\tan(0.8727/2)] = 62.383 \text{ mm}$$

$$c = 1.0[19.05 - (5.525 + 1.524/2)\tan(0.8727/2)] = 16.118 \text{ mm}$$

$$\bar{c} = 1.0[19.05 - 1.524/2\tan(0.8727/2)] = 18.695 \text{ mm}$$

$$u_1 = p(5.525)/2 = 8.679 \text{ mm}$$

$$u_2 = 0.8727(5.525) = 4.822 \text{ mm}$$

2. Area de la Sección (ver Ec. A.84):

$$A = 1.524[190.626 + 2(54.281 + 8.679) + 2(1.0)(16.118 + 4.822)] = 546.241 \text{ mm}^2 \\ = 5.462 \text{ cm}^2$$

3. Momento de Inercia con Respecto al Eje x (ver Ec. A.85):

$$x = \{[(0.8727 + \sin(0.8727)\cos(0.8727))/2 - \sin^2(0.8727)/0.8727](5.525)^3 \\ + 4.822[190.626/2 + (5.525)\sin(0.8727)/0.8727]^2 + (16.118)^3\sin^2(0.8727)/12 \\ + 16.118[190.626/2 + (5.525)\cos(0.8727) - (16.118/2)\sin(0.8727)]^2\} = 187062.034 \text{ mm}^3$$

$$I_x = 2(1.524)\{0.0417(190.626)^3 + 54.281(190.626/2 + 5.525)^2 + 0.149(5.525)^3 \\ + 8.679[190.626/2 + 0.637(5.525)]^2 + 1.0(187062.034)\} = 3391401.829 \text{ mm}^4 \\ = 339.140 \text{ cm}^4$$

4. Momento de Inercia con Respecto al Eje y (ver Ec. A.86):

$$x = 16.118\{54.281 + 5.525[1 + \sin(0.8727)] + (16.118/2)\cos(0.8727)\}^2 \\ + (16.118)^3\cos^2(0.8727)/12 + 4.822\{54.281 + 5.525 + 5.525[1 - \cos(0.8727)]/0.8727\}^2 \\ + \{[0.8727 - \sin(0.8727)\cos(0.8727)]/2 - [1 - \cos(0.8727)]^2/0.8727\}(5.525)^3 \\ = 95952.449 \text{ mm}^3$$

$$I_y = 2(1.524)[54.281(54.281/2 + 5.525)^2 + (54.281)^3/12 + 0.356(5.525)^3 \\ + 1.0(95952.449)] = 509808.869 \text{ mm}^4 = 50.981 \text{ cm}^4$$

5. Producto de Inercia (ver Ec. A.87):

$$x = 16.118\{54.281 + 5.525[1 + \sin(0.8727)] + (16.118/2)\cos(0.8727)\}[190.626/2 \\ + 5.525\cos(0.8727) - (16.118/2)\sin(0.8727)] + \{\sin^2(0.8727)/2 \\ + \sin(0.8727)[\cos(0.8727) - 1]/0.8727\}(5.525)^3 - (16.118)^3\sin(0.8727)\cos(0.8727)/12 \\ + 4.822\{54.281 + 5.525 + 5.525[1 - \cos(0.8727)]/0.8727\}[190.626/2 \\ + 5.525\sin(0.8727)/0.8727] = 133214.0596 \text{ mm}^3$$

$$I_{xy} = 2(1.524)[54.281(190.626/2 + 5.525)(54.281/2 + 5.525) + 0.50(5.525)^3 \\ + 0.285(190.626)(5.525)^2 + 1.0(133214.0596)] = 956323.006 \text{ mm}^4 = 95.632 \text{ cm}^4$$

6. Módulos de Sección con Respecto a los Ejes x y y:

$$S_x = \frac{I_x}{d_y} = \frac{I_x}{0.5A'} = 3391401.829/[0.5(203.2)] = 33379.939 \text{ mm}^3 = 33.380 \text{ cm}^3$$

$$S_y = \frac{I_y}{d_x} = \frac{I_y}{B' - t/2 + C' \cos g} = 509808.869/\{63.50 - 0.5(1.524) + 19.05\cos(0.8727)\} \\ = 6799.030 \text{ mm}^3 = 6.799 \text{ cm}^3$$

7. Radios de Giro con Respecto a los Ejes x y y:

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{3391401.829}{546.241}} = 78.795 \text{ mm} = 7.879 \text{ cm}$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{509808.869}{546.241}} = 30.550 \text{ mm} = 3.055 \text{ cm}$$

8. Angulo entre el Eje x y el Eje Principal Menor, en Radianes (ver Ec. A.88):

$$q = p/2 + 0.5 \tan^{-1} [2(956323.006)/(509808.869 - 3391401.829)] = 1.278 \text{ rad} = 73.21^\circ$$

9. Momento de Inercia con Respecto al Eje  $x_2$  (ángulos en radianes) (ver Ec. A.89):

$$I_{x_2} = 3391401.829 \cos^2(1.278) + 509808.896 \sin^2(1.278) - 2(956323.006) \sin(1.278) \cos(1.278) = 221314.263 \text{ mm}^4 = 22.131 \text{ cm}^4$$

10. Momento de Inercia con Respecto al Eje  $y_2$  (ángulos en radianes) (ver Ec. A.90):

$$I_{y_2} = 3391401.829 \sin^2(1.278) + 509808.896 \cos^2(1.278) + 2(956323.006) \sin(1.278) \cos(1.278) = 3679896.459 \text{ mm}^4 = 367.990 \text{ cm}^4$$

11. Radio de Giro con Respecto al Eje  $x_2$  (Radio de Giro Mínimo) (ver Ec. A.91):

$$r_{min} = \sqrt{\frac{221314.263}{546.241}} = 20.129 \text{ mm} = 2.013 \text{ cm}$$

12. Constante Torsionante de St. Venant (ver Ec. A.92):

$$J = (1.524)^3/3[190.626 + 2(54.281 + 8.679) + 2(1.0)(4.822 + 16.118)] = 422.895 \text{ mm}^4 = 0.0423 \text{ cm}^4$$

13. Constante de Alabeo (ver Ec. A.93):

$$\begin{aligned} X = & (62.383)^2[4(18.695)^4 + 16(62.383)(18.695)^3 + 6(201.676)^3(18.695) \\ & + 4(201.676)^2(62.383)(18.695) + 8(201.676)(18.695)^3] \\ & + 6(201.676)(62.383)(18.695)^2(201.676 + 62.383)[2(62.383)\sin(0.8727) \\ & + 201.676\cos(0.8727)] + 4(201.676)(62.383)(18.695)^3[2(201.676) + 4(62.383) \\ & + 18.695]\sin(0.8727)\cos(0.8727) + (18.695)^3[2(201.676)^3 + 4(201.676)^2(62.383) \\ & - 8(201.676)(62.383)^2 + (201.676)^2(18.695) - 16(62.383)^3 \\ & - 4(62.383)^2(18.695)]\cos^2(0.8727) = 6.11064 \times 10^{12} \text{ mm}^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_w = & 1.524/12\{(201.676)^2(62.383)^3[2(201.676) + 62.383] + 1.0(6.11064 \times 10^{12})\}/[201.676 \\ & + 2(62.383) + 1.0(2)18.695] = 3738266503 \text{ mm}^6 = 3738.267 \text{ cm}^6 \end{aligned}$$

**Ejemplo A4.** Calcular las propiedades geométricas del perfil angular con labios atiesadores dado en la Fig. EA4.

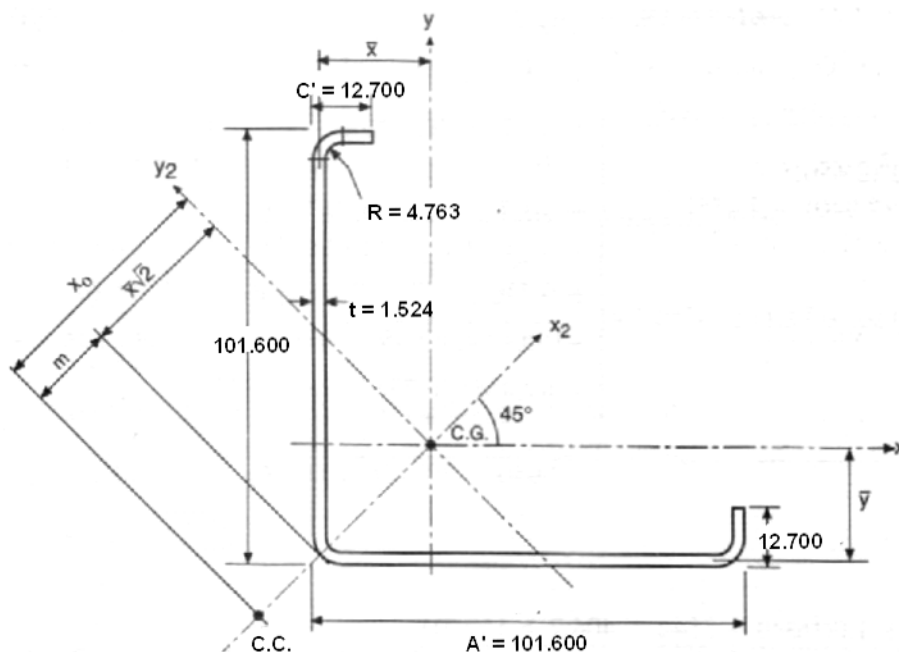


Fig. EA4 Ejemplo A4 (cotas en mm)<sup>(4)</sup>.

De la Fig. EA4 se obtiene:

$$A' = 101.60 \text{ mm}$$

$$C' = 12.70 \text{ mm}$$

$$R = 4.763 \text{ mm}$$

$$t = 1.524 \text{ mm}$$

1. Parámetros Básicos (ver Ecs. A.22 a A.26):

$$a = 1, \text{ ya que existen labios atiesadores.}$$

$$r = R + t/2 = 4.763 + 1.524/2 = 5.525 \text{ mm}$$

$$a = 101.60 - [5.525 + 1.524/2 + 1.0(5.525 + 1.524/2)] = 89.026 \text{ mm}$$

$$\bar{a} = 101.60 - [1.524/2 + 1.0(1.524/2)] = 100.076 \text{ mm}$$

$$c = 1.0[12.7 - (5.525 + 1.524/2)] = 6.413 \text{ mm}$$

$$\bar{c} = 1.0[12.7 - 1.524/2] = 11.938 \text{ mm}$$

$$u = p(5.525)/2 = 8.679 \text{ mm}$$

2. Area de la Sección (ver Ec. A.27):

$$A = 1.524[2(89.026) + 8.679 + 2(1.0)(6.413 + 8.679)] = 330.578 \text{ mm}^2 = 3.306 \text{ cm}^2$$

3. Distancia entre el Centroide y la Línea Central de Almas (ver Ec. A.28):

$$\bar{x} = \bar{y} = 1.524/330.578[89.062(89.062/2 + 5.525) + 8.679[0.363(5.525)] + 1.0[6.413(89.062 + 6.413/2 + 3(5.525) + 8.679[89.062 + 2(5.525)])] = 27.856 \text{ mm} = 2.786 \text{ cm}$$

4. Momento de Inercia con Respecto al Eje x y y (ver Ec. A.29):

$$\begin{aligned} X &= 6.413[89.026 + 2(5.525)]^2 + (6.413)^3/12 + 6.413(6.413/2 + 5.525)^2 \\ &\quad + 8.679[89.026 + 1.637(5.525)]^2 + 8.679[0.363(5.525)]^2 + 2(0.149)(5.525)^3 \\ &= 148296.541 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_x = I_y &= 1.524\{89.026(89.026/2 + 5.525)^2 + (89.026)^3/12 + 8.679[0.363(5.525)]^2 \\ &\quad + 0.149(5.525)^3 + 1.0(148296.541)\} - 330.578(27.856)^2 = 399140.023 \text{ mm}^4 \\ &= 39.914 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

5. Producto de Inercia (ver Ec. A.30):

$$\begin{aligned} X &= 6.413[89.062 + 2(5.525)](6.413/2 + 5.525) + 0.137(5.525)^3 + 8.679[89.062 \\ &\quad + 1.637(5.525)][0.363(5.525)] = 7336.566 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{xy} &= 1.524\{8.679[0.363(5.525)]^2 - 0.137(5.525)^3 + 2(1.0)(7336.566)\} - 330.578(27.856)^2 \\ &= -234134.383 \text{ mm}^4 = -23.413 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

6. Momento de Inercia con Respecto al Eje  $y_2$  (ver Ec. A.31):

$$I_{y_2} = 399140.023 + (-234134.383) = 165005.640 \text{ mm}^4 = 16.500 \text{ cm}^4$$

7. Módulos de Sección con Respecto a los Ejes x y y ( en este caso,  $S_x = S_y$ ):

$$\begin{aligned} S_x = \frac{I_x}{d_y} &= \frac{I_x}{A' - (\bar{y} + t/2)} = 399140.023/[101.60 - (27.856 + 1.524/2)] = 5469.020 \text{ mm}^3 \\ &= 5.469 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

8. Radios de Giro con Respecto a los Ejes x y  $y_2$  (en este caso,  $r_x = r_y$ ):

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{399140.023}{330.578}} = 34.748 \text{ mm} = 3.475 \text{ cm}$$

$$r_{y_2} = \sqrt{\frac{I_{y_2}}{A}} = \sqrt{\frac{165005.640}{330.578}} = 22.342 \text{ mm} = 2.234 \text{ cm}$$

9. Distancia entre el Centro de Cortante y la Línea Central de Esquina en Escuadra (ver Ec. A.32):

$$\begin{aligned} m &= 100.076(11.938)^2(2)^{1/2}/2\{[3(100.076) - 2(11.938)]/[2(100.076)^3 - (100.076 - 11.938)^3]\} \\ &= 2.112 \text{ mm} = 0.211 \text{ cm} \end{aligned}$$

10. Distancia entre el Centroides y el Centro de Cortante (ver Ec. A.35):

$$x_o = -[27.856(2)^{1/2} + 2.112] = -41.506 \text{ mm} = -4.1506 \text{ cm}$$

11. Constante Torsionante de St. Venant (ver Ec. A.33):

$$J = (1.524)^3/3[2(89.026) + 8.679 + 2(1.0)(6.413 + 8.679)] = 255.931 \text{ mm}^4 = 0.0256 \text{ cm}^4$$



12. Constante de Alabeo (ver Ec. A.34):

$$C_w = (100.076)^4(11.938)^3(1.524)/6[[4(100.076) + 3(11.938)]/[2(100.076)^3 - (100.076 - 11.938)^3]] = 14322460.05 \text{ mm}^6 = 14.322 \text{ cm}^6$$

13. Parámetro para Determinar el Momento Crítico Elástico (ver Ec. A.35):

$$j = (2)^{1/2}(1.524)/[48(165005.64)][(100.076)^4 + 4(100.076)^3(11.938) - 6(100.076)^2(11.938)^2 + (11.938)^4] - (-41.506) = 79.50 \text{ mm} = 7.95 \text{ cm}$$

**Ejemplo A5.** Calcular las propiedades geométricas del perfil angular sin labios atiesadores dado en la Fig. EA5.

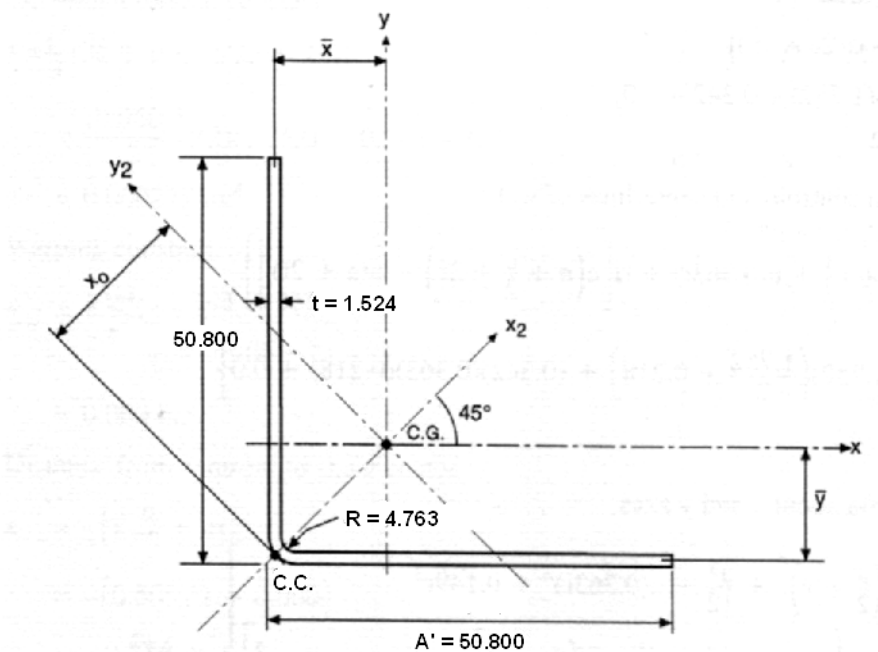


Fig. EA5 Ejemplo A5 (cotas en mm)<sup>(4)</sup>.

De la Fig. EA5 se obtiene:

$$A' = 50.80 \text{ mm}$$

$$C' = 0$$

$$R = 4.763 \text{ mm}$$

$$t = 1.524 \text{ mm}$$

1. Parámetros Básicos (ver Ecs. A.22 a A.26):

$$a = 0, \text{ ya que no existen labios atiesadores.}$$

$$r = R + t/2 = 4.763 + 1.524/2 = 5.525 \text{ mm}$$

$$a = 50.80 - [5.525 + 1.524/2 + 0] = 44.513 \text{ mm}$$

$$\bar{a} = 50.80 - [1.524/2 + 0] = 49.838 \text{ mm}$$

$$c = 0$$

$$\bar{c} = 0$$

$$u = p(5.525)/2 = 8.679 \text{ mm}$$

2. Area de la Sección (ver Ec. A.27):

$$A = 1.524[2(44.513) + 8.679 + 0] = 148.902 \text{ mm}^2 = 1.489 \text{ cm}^2$$

3. Distancia entre el Centroides y la Línea Central de Almas (ver Ec. A.28):

$$\bar{x} = \bar{y} = 1.524/148.902\{44.513(44.513/2 + 5.525) + 8.679[0.363(5.525)] + 0\} = 12.835 \text{ mm} \\ = 1.284 \text{ cm}$$

4. Momento de Inercia con Respecto al Eje x y y (ver Ec. A.29):

$$I_x = I_y = 1.524\{44.513(44.513/2 + 5.525)^2 + (44.513)^3/12 + 8.679[0.363(5.525)]^2 \\ + 0.149(5.525)^3 + 0\} - 148.902(12.835)^2 = 39121.011 \text{ mm}^4 = 3.912 \text{ cm}^4$$

5. Producto de Inercia (ver Ec. A.30):

$$I_{xy} = 1.524\{8.679[0.363(5.525)]^2 - 0.137(5.525)^3 + 0\} - 148.902(12.835)^2 = -24511.713 \text{ mm}^4 \\ = -2.451 \text{ cm}^4$$

6. Momento de Inercia con Respecto al Eje  $y_2$  (ver Ec. A.31):

$$I_{y_2} = 39121.011 + (-24511.713) = 14609.298 \text{ mm}^4 = 1.461 \text{ cm}^4$$

7. Módulos de Sección con Respecto a los Ejes x y y (en este caso,  $S_x = S_y$ ):

$$S_x = \frac{I_x}{d_y} = \frac{I_x}{A' - (\bar{y} + t/2)} = 39121.011/[50.80 - (12.835 + 1.524/2)] = 1051.555 \text{ mm}^3 \\ = 1.052 \text{ cm}^3$$

8. Radios de Giro con Respecto a los Ejes x y  $y_2$  (en este caso,  $r_x = r_y$ ):

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{39121.011}{148.902}} = 16.209 \text{ mm} = 1.621 \text{ cm}$$

$$r_{y_2} = \sqrt{\frac{I_{y_2}}{A}} = \sqrt{\frac{14609.298}{148.902}} = 9.905 \text{ mm} = 0.991 \text{ cm}$$

9. Distancia entre el Centro de Cortante y la Línea Central de Esquina en Escuadra (ver Ec. A.32):

$$m = 0, \text{ ya que } \bar{c} = 0$$

10. Distancia entre el Centroides y el Centro de Cortante (ver Ec. A.35):

$$x_o = -[12.835(2)^{1/2} + 0] = -18.151 \text{ mm} = -1.815 \text{ cm}$$

11. Constante Torsionante de St. Venant (ver Ec. A.33):

$$J = (1.524)^3/3[2(44.513) + 8.679 + 0] = 115.279 \text{ mm}^4 = 0.0115 \text{ cm}^4$$

12. Constante de Alabeo (ver Ec. A.34):

$$C_w = 0, \text{ ya que } \bar{c} = 0$$

13. Parámetro para Determinar el Momento Crítico Elástico (ver Ec. A.35):

$$j = (2)^{1/2} (1.524) / [48(14609.298)] [(49.838)^4 + 0 - 0 + 0] - (-18.151) = 37.112 \text{ mm} = 3.711 \text{ cm}$$

**Ejemplo A6.** Calcular las propiedades geométricas del perfil sombrero dado en la Fig. EA6.

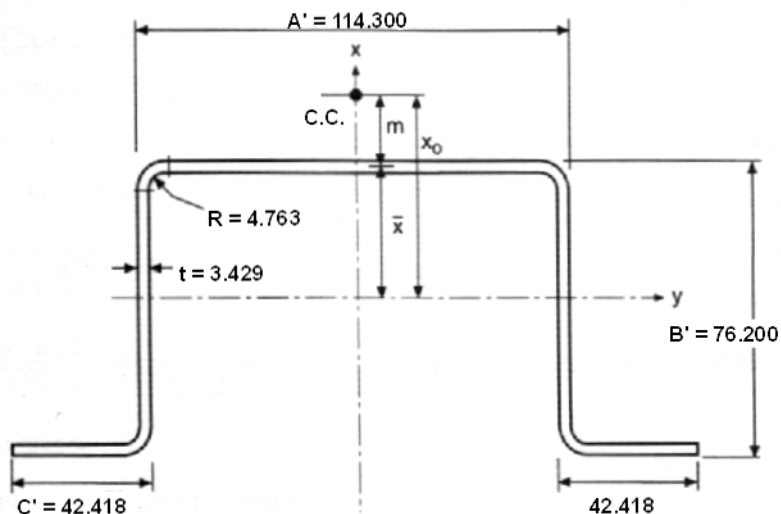


Fig. EA6 Ejemplo A6 (cotas en mm)<sup>(4)</sup>.

De la Fig. EA6 se obtiene:

$$\begin{aligned} A' &= 114.30 \text{ mm} \\ B' &= 76.20 \text{ mm} \\ C' &= 42.418 \text{ mm} \\ R &= 4.763 \text{ mm} \\ t &= 3.429 \text{ mm} \end{aligned}$$

1. Parámetros Básicos (ver Ecs. A.37 a A.43):

$$\begin{aligned} a &= 1, \text{ ya que existen labios atiesadores.} \\ r &= R + t/2 = 4.763 + 3.429/2 = 6.478 \text{ mm} \\ a &= 114.30 - [2(6.478) + 3.429] = 97.915 \text{ mm} \\ \bar{a} &= 114.30 - 3.429 = 110.831 \text{ mm} \\ b &= 76.20 - [6.478 + 3.429/2 + 1.0(6.478 + 3.429/2)] = 59.815 \text{ mm} \\ \bar{b} &= 76.20 - [3.429/2 + 1.0(3.429/2)] = 72.771 \text{ mm} \\ c &= 1.0[42.418 - (6.478 + 3.429/2)] = 34.226 \text{ mm} \\ \bar{c} &= 1.0[42.418 - 3.429/2] = 40.704 \text{ mm} \\ u &= p(6.478)/2 = 10.176 \text{ mm} \end{aligned}$$

2. Area de la Sección (ver Ec. A.44):

$$\begin{aligned} A &= 3.429[97.915 + 2(59.815 + 10.176) + 2(1.0)(34.226 + 10.176)] = 1120.258 \text{ mm}^2 \\ &= 11.203 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

3. Momento de Inercia con Respecto al Eje x (ver Ec. A.45):

$$x = 0.0833(34.226)^3 + 34.226/4[97.915 + 34.226 + 4(6.478)]^2 + 10.176[97.915/2 + 1.363(6.478)]^2 + 0.149(6.478)^3 = 251109.159 \text{ mm}^3$$

$$I_x = 2(3.429)\{0.0417(97.915)^3 + 59.815(97.915/2 + 6.478)^2 + 0.149(6.478)^3 + 10.176[97.915/2 + 0.637(6.478)]^2 + 1.0(251109.159)\} = 3448116.948 \text{ mm}^4 = 344.812 \text{ cm}^4$$

4. Distancia entre el Centroides y la Línea Central del Alma (ver Ec. A.46):

$$\bar{x} = 2(3.429)/1120.258\{59.815(59.815/2 + 6.478) + 10.176(0.363)6.478 + 1.0[10.176(59.815 + 1.637(6.478)) + 34.226(59.815 + 2(6.478))]\} = 33.104 \text{ mm} = 3.310 \text{ cm}$$

5. Momento de Inercia con Respecto al Eje y (ver Ec. A.47):

$$I_y = 2(3.429)\{59.815(59.815/2 + 6.478)^2 + (59.815)^3/12 + 0.356(6.478)^3 + 1.0[34.226(59.815 + 2(6.478))^2 + 10.176(59.815 + 1.637(6.478))^2 + 0.149(6.478)^3] - 1120.258(33.104)^2\} = 1027729.942 \text{ mm}^4 = 102.773 \text{ cm}^4$$

6. Módulos de Sección con Respecto a los Ejes x y y:

$$S_x = \frac{I_x}{d_y} = \frac{I_x}{A'/2 + C' - t} = 3448116.948/(114.30/2 + 42.418 - 3.429) = 35865.954 \text{ mm}^3 = 35.866 \text{ cm}^3$$

$$S_y = \frac{I_y}{d_x} = \frac{I_y}{B' - (\bar{x} + t/2)} = 1027729.942/[76.2 - \{33.104 + 0.5(3.429)\}] = 24835.493 \text{ mm}^3 = 24.835 \text{ cm}^3$$

7. Radios de Giro con Respecto a los Ejes x y y:

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{3448116.948}{1120.258}} = 55.479 \text{ mm} = 5.548 \text{ cm}$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{1027729.942}{1120.258}} = 30.289 \text{ mm} = 3.029 \text{ cm}$$

8. Distancia entre el Centro de Cortante y la Línea Central del Alma (ver Ec. A.49):

$$m = 72.771\{3(110.831)^2(72.771) + 1.0(40.704)[6(110.831)^2 - 8(40.704)^2]\}/\{(110.831)^3 + 6(110.831)^2(72.771) + 1.0(40.704)[8(40.704)^2 + 12(110.831)(40.704) + 6(110.831)^2]\} = 72.771\{5142065.942\}/\{12467652.490\} = 30.013 \text{ mm} = 3.001 \text{ cm}$$

9. Distancia entre el Centroides y el Centro de Cortante (ver Ec. A.50):

$$x_o = - (33.104 + 30.013) = - 63.117 \text{ mm} = - 6.312 \text{ cm}$$

10. Constante Torsionante de St. Venant (ver Ec. A.51):

$$J = (3.429)^3/3[97.915 + 2(59.815 + 10.176) + 2(1.0)(34.226 + 10.176)] = 4390.679 \text{ mm}^4 = 0.4391 \text{ cm}^4$$

11. Constante de Alabeo (ver Ec. A.53):

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= 48(40.704)^4 + 112(72.771)(40.704)^3 + 8(110.831)(40.704)^3 - 48(110.831)(72.771)(40.704)^2 \\ &\quad - 12(110.831)^2(40.704)^2 + 12(110.831)^2(72.771)(40.704) + 6(110.831)^3(40.704) \\ &= 624681746.1 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_w &= (110.831)^2(72.771)^2(3.429)/12\{2(110.831)^3(72.771) + 3(110.831)^2(72.771)^2 \\ &\quad + 1.0(624681746.1)\}/\{6(110.831)^2(72.771) + [110.831 + 1.0(2)(40.704)]^3\} \\ &= 18587690.33\{1017968072\}/\{12467652.49\} = 1517661429 \text{ mm}^6 = 1517.66 \text{ cm}^6 \end{aligned}$$

12. Parámetro  $\mathbf{b}_w$  (ver Ec. A.54):

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_w &= -[3.429(33.104)(110.831)^3/12 + 3.429(33.104)^3(110.831)] = -26665072.8 \text{ mm}^5 \\ &= -266.651 \text{ cm}^5 \end{aligned}$$

13. Parámetro  $\mathbf{b}_f$  (ver Ec. A.55):

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_f &= 3.429/2[(72.711 - 33.104)^4 - (33.104)^4] + (3.429)(110.831)^2/4[(72.771 - 33.104)^2 \\ &\quad - (33.104)^2] = 7139158.666 \text{ mm}^5 = 71.392 \text{ cm}^5 \end{aligned}$$

14. Parámetro  $\mathbf{b}_l$  (ver Ec. A.56):

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_l &= 2(40.704)(3.429)(72.711 - 33.104)^3 + 2/3(3.429)(72.711 - 33.104)[(110.831/2 \\ &\quad + 40.704)^3 - (110.831/2)^3] = 82341130.44 \text{ mm}^5 = 823.411 \text{ cm}^5 \end{aligned}$$

15. Parámetro para Determinar el Momento Crítico Elástico (ver Ec. A.57):

$$j = 1/[2(102.773)][-266.651 + 71.392 + 823.411] - (-6.312) = 9.368 \text{ cm}$$

**Ejemplo A7.** Determinar las propiedades geométricas del panel de muro mostrado en la Fig. EA.7.

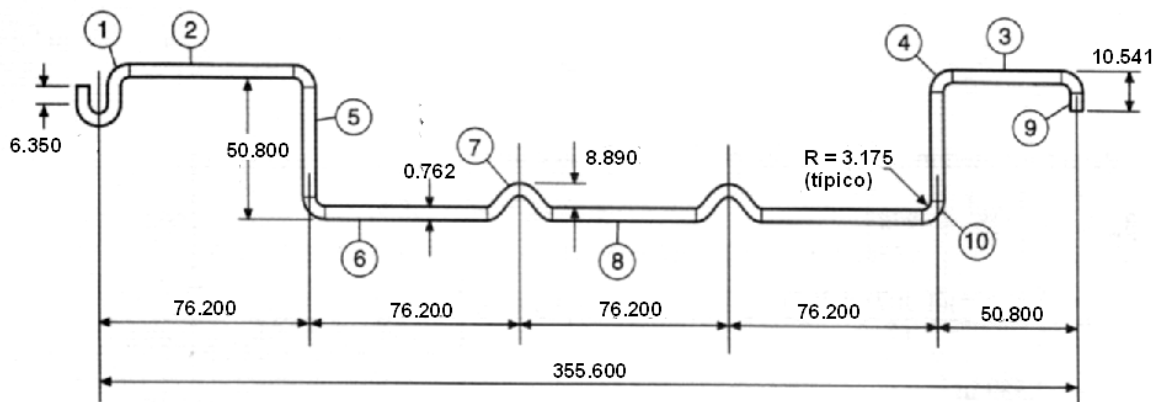


Fig. EA7 Ejemplo A7 (cotas en mm)<sup>(4)</sup>.

En este caso no existen ecuaciones desarrolladas para calcular de manera directa las propiedades de la sección de panel. Por consiguiente, la sección será subdividida en elementos rectos, circulares o una combinación de ambos, y se usarán las ecuaciones dadas en el Art. A2.1 y A2.2 para obtener las propiedades de la sección total.

Los paneles de muro trabajan a flexión debido a la presión horizontal de viento, por lo que solo se calculan las propiedades geométricas requeridas para determinar su resistencia a flexión (momentos de inercia, módulos de sección y área seccional). El panel se flexiona solo con respecto al eje x (eje centroidal horizontal), por lo que las propiedades se calculan con respecto a dicho eje.

A continuación se determinan las propiedades de cada elemento de la sección:

1. *Elementos de Esquina: Elementos 4 y 10.*

Para elementos circulares con  $q_1 = 0$  y  $q_2 = 90^\circ$  (Caso I, Art. A2.2):

$$r = R + t/2 = 3.175 + 0.762/2 = 3.556 \text{ mm}$$

$$\text{longitud del arco: } u = 1.57r = 1.57(3.556) = 5.583 \text{ mm}$$

$$c = 0.637r = 0.637(3.556) = 2.265 \text{ mm}$$

distancia del centroide a la fibra extrema superior del panel:

$$y = 3.175 + 0.762 - 2.265 = 1.672 \text{ mm}$$

$$\text{momento de inercia con respecto al eje x: } I_x = 0.149r^3 = 0.149(3.556)^3 = 6.70 \text{ mm}^3$$

2. *Elementos en Corrugaciones: Elemento 7.*

Este elemento está compuesto por dos elementos circulares con  $q_1 = 0$  y  $q_2 = 45^\circ$ , un elemento circular con  $q_1 = 0$  y  $q_2 = 90^\circ$  y dos elementos rectos inclinados (ver Fig. AE7.1).

Para elementos circulares con  $q_1 = 0$  y  $q_2 = 45^\circ$  (Caso I, Art. A2.2):

$$r = 3.556 \text{ mm}, q_2 = 45^\circ = 0.785 \text{ rad.}$$

$$c = r \sin q/q = 3.556 \sin(0.785)/0.785 = 3.202 \text{ mm}$$

$$n = 8.89 - 2(3.556)[1 - \cos(0.785)] = 6.809 \text{ mm}$$

$$\text{longitud de elemento circular inferior: } l_b = n/\sin q = 6.809/\sin(0.785) = 9.633 \text{ mm}$$

$$\text{longitud de elementos rectos inclinados: } l_a = qr = 0.785(3.556) = 2.791 \text{ mm}$$

momento de inercia de elementos rectos inclinados con respecto a su eje x (ver Ec. A.7):

$$I_{xx} = 2[(1/12)l_b n^2] = 2(1/12)9.633(6.809)^2 = 74.435 \text{ mm}^3$$

Momento de inercia de elementos circulares con respecto a su eje x (ver Ec. A.20):

$$I_{xx} = \{[0.785 + \sin(0.785)\cos(0.785)]/2 - \sin^2(0.785)/0.785\}(3.556)^3 = 0.273 \text{ mm}^3 \gg 0$$

Una vez determinados los momentos de inercia de los elementos individuales se procede a determinar el momento de inercia del elemento compuesto usando la siguiente expresión:

$$I_x = \sum L y^2 + \sum I_{xx} - y_{cg}^2 \sum L \quad (\text{A.94})$$

donde  $L$  = longitud de elementos individuales

$y$  = distancia del centroide de elementos individuales al eje de referencia

$I_{xx}$  = momento de inercia de los elementos individuales

$y_{cg}$  = posición del centroide del elemento compuesto =  $\sum L y / \sum L$

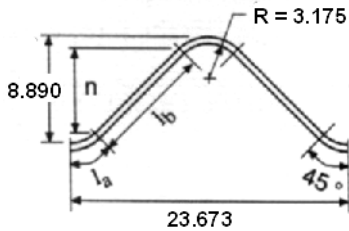


Fig. EA7.1 Elemento 7 (cotas en mm).

En este caso conviene establecer el eje de referencia a la mitad del peralte del elemento compuesto para efectos de simplificar los cálculos [= (8.89 + 0.762)/2 = 4.826 mm]. Se propone realizar los cálculos del momento de inercia en forma tabular de la siguiente manera:

Elemento	$L$ (mm)	$y$ (mm)	$Ly$ (mm <sup>2</sup> )	$Ly^2$ (mm <sup>3</sup> )	$I_{xx}$ (mm <sup>3</sup> )
Circular Superior	$2l_a = 2(2.791) = 5.582$	$4.826 + [(3.175 + 0.762) - 3.202] = 4.091$	22.836	93.422	0.000
Rectos Inclinados	$2l_b = 2(9.633) = 19.266$	0.000	0.000	0.000	74.435
Circular Inferior	$2l_a = 2(2.791) = 5.582$	-4.091	-22.836	93.422	0.000
Suma $\Sigma$	30.43		0.000	186.844	74.435

Usando los resultados de la tabla se obtienen las propiedades del Elemento 7:

$$y_{cg} = 0.000/30.43 = 0.000 \text{ mm}$$

$$I_x = 186.844 + 74.435 - (0.000)^2(30.43) = 261.279 \text{ mm}^3$$

distancia del centroide a la fibra superior del panel:

$$\bar{y} = (50.8 + 0.762) - 4.826 = 46.736 \text{ mm}$$

### 3. Elemento de Unión: Elemento 1.

Este elemento está compuesto por dos elementos rectos verticales y elementos circulares de 90° y 180° (ver Fig. AE7.2).

Para el elemento circular de 90°:  $I_{xx} = 6.70 \text{ mm}^3$  (ver Elementos 4 y 10).

Para el elemento circular de 180°:  $I_{xx} = 2(6.70) = 13.40 \text{ mm}^3$ .

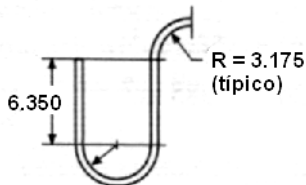


Fig. AE7.2 Elemento 1 (cotas en mm)

Para los elementos rectos verticales (ver Ec. A.1):  $I_{xx} = 2(l^3/12) = 2[(6.35)^3/12] = 42.675 \text{ mm}^3$

Tomando como referencia la fibra superior del panel se obtiene:

Elemento	$L$ (mm)	$y$ (mm)	$Ly$ (mm <sup>2</sup> )	$Ly^2$ (mm <sup>3</sup> )	$I_{xx}$ (mm <sup>3</sup> )
Circular 90°	$2(2.791) = 5.582$	$(3.175 + 0.762) - 2.265 = 1.672$	9.333	15.605	6.700
Rectos Verticales	$2(6.35) = 12.700$	$6.35/2 + 3.175 + 0.762 = 7.112$	90.322	642.373	42.675
Circular 180°	$2(5.582) = 11.164$	$(3.175 + 0.762) + 6.35 + 2.265 = 12.552$	140.130	1758.918	13.400
Suma $\Sigma$	29.446		239.785	2416.896	62.775

Usando los resultados de la tabla se obtienen las propiedades del Elemento 7:

$$y_{cg} = 239.785/29.446 = 8.143 \text{ mm}$$

$$I_x = 2416.896 + 62.775 - (8.143)^2(29.446) = 527.152 \text{ mm}^3$$

4. *Elementos Rectos: Elementos 2, 3, 5, 6, 8 y 9*

Para los elementos rectos horizontales (Elementos 2, 3, 6 y 8):  $I_{xx} = 0$ , ya que el eje  $x$  coincide con su eje longitudinal.

Para los elementos rectos verticales (ver Ec. A.1):

Elemento 5: longitud,  $l_5 = 50.8 + 0.762 - 2(3.175 + 0.762) = 43.688 \text{ mm}$ .

Por lo tanto,  $I_{xx} = (43.688)^3/12 = 6978.727 \text{ mm}^3$ .

Elemento 9: longitud,  $l_9 = 10.541 - (3.175 + 0.762) = 6.604 \text{ mm}$ .

Por lo tanto,  $I_{xx} = (6.604)^3/12 = 24.002 \text{ mm}^3$ .

5. *Cálculo de Propiedades de la Sección Completa*

Elemento	$L$ (mm)	$y$ (mm)	$Ly$ (mm <sup>2</sup> )	$Ly^2$ (mm <sup>2</sup> )	$I_{xx}$ (mm <sup>3</sup> )
1	29.446	8.143	239.779	1952.519	527.152
2	$76.2 - 3(3.175) - 0.762 - 0.762/2 = 65.653$	$0.762/2 = 0.381$	25.014	9.530	0.000
3	$50.8 - 2(3.556) = 43.688$	$0.762/2 = 0.381$	16.645	6.342	0.000
4	$3(5.583) = 16.749$	1.672	28.004	46.823	20.100
5	$2(43.688) = 87.376$	$43.688/2 + 3.175 + 0.762 = 25.781$	2252.641	58075.329	13957.454
6	$2[76.2 - 3.556 - 23.673/2] = 121.615$	$50.8 + 0.762/2 = 51.181$	6224.377	318569.855	0.000
7	$2(30.430) = 60.860$	46.736	2844.353	132933.680	522.558
8	$76.2 - 23.688 = 52.512$	51.181	2687.617	137554.909	0.000
9	6.604	$6.604/2 + 3.175 + 0.762 = 7.239$	47.806	346.070	24.002
10	$2(5.583) = 11.166$	$50.8 + 0.762 - 1.672 = 49.89$	557.072	27792.309	13.400
Suma $\Sigma$	495.671		14923.308	677287.366	15064.676

$$y_{cg} = 14923.308/495.671 = 30.107 \text{ mm} = 3.011 \text{ cm}$$

$$I_x = 0.762[677287.366 + 15064.676 - (30.107)^2(495.671)] = 185211.918 \text{ mm}^4 = 18.521 \text{ cm}^4$$

$$S_{xs} = I_x/y_{cg} = 185211.918/30.107 = 6151.789 \text{ mm}^3 = 6.152 \text{ cm}^3$$

$$S_{xi} = I_x/(d - y_{cg}) = 185211.918/[(50.8 + 0.762) - 30.107] = 8632.576 \text{ mm}^3 = 8.633 \text{ cm}^3$$

$$A = (SL)t = (495.671)0.762 = 377.701 \text{ mm}^2 = 3.777 \text{ cm}^2.$$

Donde  $S_{xs}$  y  $S_{xi}$  son los módulos de sección con respecto a la fibra superior e inferior del panel, respectivamente.