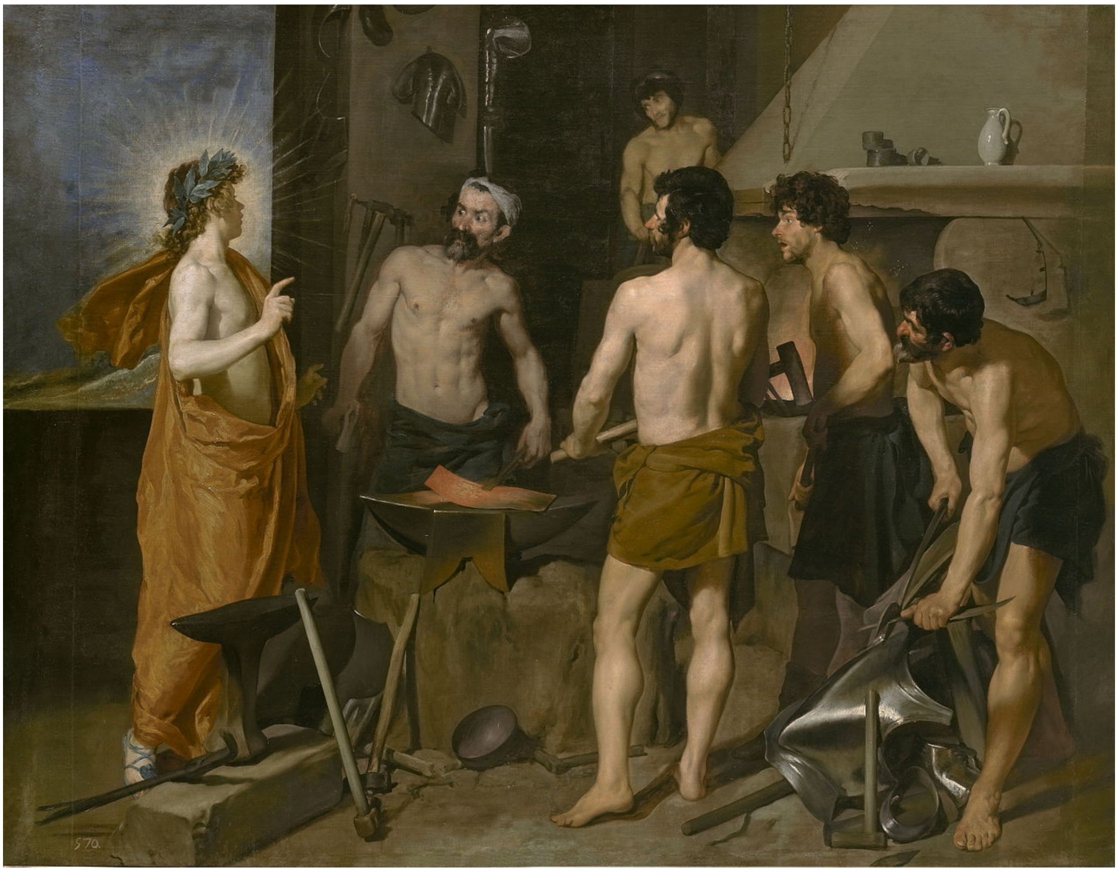
Procesado Digital de la Señal

Apuntes de clase

Javier Rodrigo López [1]

6 de marzo de 2021



[1] Correo electrónico: javiolonchelo@gmail.com

POLITÉCNICA

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

Introducción

Imagen de la portada: *La fragua de Vulcano*, por Diego Velázquez.

Profesores del grupo G6T2TL:

- César Díaz Martín
- Eduardo Latorre Iglesias

Metodología

- Teoría
  - 13 semanas x 2h + 1 semana x 2h
  - Evaluación continua: 3 test de 30 minutos cada uno
- Laboratorio
  - 2 exámenes
  - 5 prácticas

Evaluación

Asistencia no obligatoria (pero recomendada) Sin nota mínima en ningún apartado.

	Evaluación continua
Teoría 70 %	Test 1 (4 %)
	Test 2 (6 %)
	Test 3 (10 %)
	Examen final (50 %)
Laboratorio 30 %	(5 %)
	(10 %)
	(15 %)

Conocimientos previos

- Operaciones con números complejos
  - Conversión de formatos (parte real-imaginaria y módulo-fase)
  - Fórmula de Euler y exponenciales complejas
- Conceptos matemáticos
  - Representación de funciones complejas (módulo y fase)
  - baia la cabaia
- Señales y Sistemas

Lista de tareas

1. Cambiar el índice según la asignatura.
2. Organizar los PDFs descargados.
3. Mirar calendario para cuadrar laboratorios.
4. Incluir lo que falta de los conocimientos previos.
5. Descargar bibliografía.
6. Descargar exámenes y resto del material.
7. Añadir ejemplos diapositiva 9-10.

Índice general

Transformada Fourier y Muestreo

0.1 Introducción a la Transformada de Fourier

La transformada de Fourier nos servirá para representar señales como combinación lineal de unos ciertos componentes o señales básicas.

La aplicación fundamental del análisis de Fourier es el estudio de las señales en el dominio de la frecuencia (**dominio espectral**).

El análisis de Fourier se puede realizar para:

- Señales continuas:
  - Periódicas: Serie de Fourier de tiempo continuo
  - No periódicas: Transformada de Fourier en tiempo discreto

- Señales discretas

0.2 Series de Fourier de señales periódicas

Sea $x(t)$ una señal periódica, de periodo T_o. Esta señal puede expresarse como una combinación lineal de exponenciales complejas (serie de Fourier).

La **ecuación de síntesis** es la siguiente:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_o t} \tag{0.1}$$

Los pesos a_k se denominan **coeficientes espectrales** y determinan qué cantidad de energía reside en cada frecuencia. Se calculan mediante la **ecuación de análisis**:

Notas.

- Coeficientes hermíticos

- baia la cabaia

Añadir ejemplos para el seno y el coseno (se hace mediante la fórmula de Euler).

0.2.1. Fenómeno de Gibbs

En una señal que necesite infinitos coeficientes de Fourier para ser representada de forma exacta, al coger solo un conjunto de los coeficientes se produce un rizado.en ciertos puntos de la señal, con amplitud independiente del número de coeficientes escogidos. Esto es el fenómeno de Gibbs

0.3 Transformada de Fourier para señales no periódicas

Si tenemos una señal no periódica. Si intentamos hacerla periódica repitiéndola cada T y luego hacemos que este tiempo T tienda a infinito, tenemos la transformada de Fourier.

AÑADIR FÓRMULAS Ecuación de síntesis (transformada de Fourier inversa) Ecuación de análisis

0.3.1. Propiedades de la transformada de Fourier

HAY QUE EXPLICARLAS

Propiedad de convolución: Convolución en el tiempo es multiplicación en frecuencia.

Propiedad de modulación: Multiplicación en el tiempo es convolución en frecuencia.

Añadir ejemplo

0.4 Transformada de Fourier de señales periódicas

La transformada de Fourier de una señal periódica es una combinación lineal de deltas.

EJEMPLO IMPORTANTE (en este ejemplo se basa el muestreo) Se calcula a_k

0.4.1. Algunos pares transformados

La transformada de un pulso siempre es una sinc. La transformada inversa de una sinc siempre es un pulso.

Capítulo 1

Procesado digital de señales analógicas

1.1 Introducción

Algunos términos.

1.1.1. Términos y conceptos importantes

Una **señal** es una variación de una corriente eléctrica u otra magnitud que se utiliza para transmitir información (RAE).

Una **señal** es una función de una o más variables independientes que contiene información sobre un determinado fenómeno físico (Oppenheim).

Tipos de señal

- Según la variable independiente:

  Continuas: $x(t)$

  Discretas: $x[n]$

- Según la variable dependiente:

  Analógicas:

  Discretas:

Procesamiento

Sistema

PDS

El Procesado Digital de la Señal (PDS) es la manipulación de señales digitales en tiempo discreto, con el fin de extraer algún tipo de información de las mismas, mediante un sistema discreto.

Generalmente, las señales serán de banda limitada

Todos los sistemas que veremos en la asignatura serán **LTI** (Lineales e Invariantes en el Tiempo). Por ello, tendremos varias formas de caracterizarlos:

- Caracterización Temporal
- Caracterización Frecuencial

Filtros

Un **filtro** es cualquier sistema que modifica la forma de la señal, tanto en su amplitud como en su fase, del modo deseado.

Existen diferentes tipos de filtros selectivos en frecuencia:

- Según la banda de paso.
  - Paso bajo
  - Paso alto
  - Paso banda
  - Banda eliminada
  - Paso todo

- Según la respuesta al impulso.

1.1.2. Ventajas del PDS

- Se puede garantizar precisión y reproducibilidad.
- No hay deriva del funcionamiento.
- Los avances tecnológicos en semiconductores experimentan mejoras de forma continua.
- La información tiende cada vez más al mundo digital.
- Existe una mayor flexibilidad al poder combinar hardware y software.
- Permite un amplio rango de frecuencias y margen dinámico.
- Permite un mejor funcionamiento, garantizando así una mayor calidad.
- Los datos pueden ser almacenados para un uso posterior.
- Se pueden crear algoritmos sofisticados de PDS, como son pueden ser la compresión, encriptación, análisis espectral...

1.1.3. Desventajas

- Velocidad
- Coste (dependiendo de la situación)
- Problemas de longitud de palabra finita
- Muchos datos son analógicos, por lo que se requieren procesos de conversión A/D [1] y D/A [2]

Serie exponencial de Fourier

Ecuación de síntesis

$$\boxed{x[n] = \sum_{k=N} a_k e^{jk\frac{2\pi}{N}n}}, \qquad \Omega_o = \frac{2\pi}{N}$$

Ecuación de análisis

$$a_k = \frac{1}{n}$$

1.2 Estructura de un sistema PDS

A continuación, se encuentra representado el esquema general de un sistema PDS:

[1] A/D: Conversión de analógico a digital

[2] D/A: Conversión de digital a analógico

Metemos la información de control. $\boxed{\text{ADC}} \longrightarrow \boxed{(N)\text{SDU}}$

Figura 1.1. Esquema de un sistema PDS

1.3 Conversión A/D y D/A

Para trabajar con sistemas continuos y discretos, vamos a establecer unos criterios de **equivalencia**, que usaremos para relacionar ambos tipos de sistema.

Esta sería la representación de un

Ejemplo 1

Obtenga el sistema discreto que permite implementar el siguiente sistema LTI continuo:

$$H_c\left(j\omega\right) = \begin{cases} 1 & , |\omega| < \omega_c \\ 0 & , \text{ resto} \end{cases}$$

<u>**Solución**</u>

$$H_d\left(e^{j\omega}\right) = H_c\left(j\omega\right)\Big|_{\omega=\frac{\Omega}{T_s}} = H_c\left(j\frac{\Omega}{T_s}\right) \quad , |\Omega| < \pi$$

$$H_d\left(e^{j\omega}\right) = \begin{cases} 1 & , \left|\frac{\Omega}{T_s}\right| < \omega_c \\ 0 & , \text{ resto} \end{cases} = \boxed{\begin{cases} 1 & , |\Omega| < \omega_c T_s < \pi \\ 0 & , \text{ resto} \end{cases}}$$

Siempre y cuando se cumpla que $\omega_s \geq 2\omega_c$, podré emular en todo el rango de frecuencias de interés $H_c\left(j\omega\right)$

Ejemplo 2

Encuentre el sistema discreto que permite implementar un diferenciador en tiempo continuo cuya relación entrada/salida es

$$y_c(t) = \frac{\mathrm{d}x_c(t)}{\mathrm{d}t}$$

entre $-\frac{\omega_s}{2}$ y $\frac{\omega_s}{2}$.

<u>**Solución**</u>

1.4 ADC reales. Cuantificación

1.5 Cambio de la velocidad

Capítulo 2

La transformada discreta de Fourier (DFT)

Capítulo 3

Diseño de filtros digitales