Apuntes de Propagación de Ondas

Javier Rodrigo López

22 de septiembre de 2024

Índice

1. Herramientas: operadores vectoriales **3**
1.1. Sistemas de coordenadas 3
1.1.1. Coordenadas cartesianas 3
1.1.2. Coordenadas cilíndricas 4
1.1.3. Coordenadas esféricas 4
1.2. Relación entre los sistemas de coordenadas 5
1.2.1. Cartesianas y cilíndricas 5
1.2.2. Cilíndricas y esféricas 5
1.2.3. Cartesianas y esféricas 5

2. Ondas acústicas planas **6**

3. Ondas acústicas esféricas **6**

4. Reflexión y refracción de ondas acústicas **6**

5. Ecuaciones de Maxwell. Ecuaciones de onda. Energía **6**

6. Propagación de ondas electromagnéticas en medios dieléctricos **6**

7. Propagación de ondas electromagnéticas en medios conductores **6**

8. Reflexión y refracción de ondas electromagnéticas **6**

9. Ondas guiadas **6**

Introducción

El primer parcial incluye los temas 1 a 4. El segundo parcial incluye los temas 5 a 9. Se debe obtener una nota mínima de 3 en cada uno y la media debe ser mayor o igual a 5. Ambos parciales ponderan un 50 % en la nota final. Se puede optar a evaluación final en lugar del segundo parcial.

Fechas de examen

Primer parcial 13 de noviembre

Segundo parcial o global 20 de enero

Ejercicios propuestos

Hay que hacer los ejercicios propuestos antes de que el profesor los resuelva en clase. Los que serán resueltos en clase son los siguientes:

- 1.3
- 1.6
- 2.1
- 2.4
- 3.5
- 4.3
- 4.5
- 5.3
- 5.7
- 6.3
- 6.7
- 7.3
- 7.5
- 8.2
- 8.4
- 9.2
- 9.10

1. Herramientas: operadores vectoriales

Una **función de onda** es una función en el espacio y el tiempo que describe el comportamiento de una onda.

El sistema de referencia será siempre un triedro orientado a derechas, de modo que se cumpla:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_x + \mathbf{x}_1 \times \mathbf{u}_y &= +\mathbf{u}_z \\ \mathbf{u}_y \times \mathbf{u}_x &= -\mathbf{u}_z \end{aligned} \tag{1}$$

Las **coordenadas** de un punto representan la posición de ese punto en el espacio.

Una **superficie coordenada** es una superficie que se define por una ecuación de la forma $f(x, y, z) = \text{cte}$.

El vector posición de un punto P en el espacio se denota como $\mathbf{r}$, y se puede expresar en función de las coordenadas del punto (diferente en cada sistema de coordenadas).

1.1. Sistemas de coordenadas

1.1.1. Coordenadas cartesianas

Recomendables para problemas con **simetría plana**. Los valores que pueden tomar las coordenadas son:

$$\begin{aligned} x &\in (-\infty, +\infty) \\ y &\in (-\infty, +\infty) \\ z &\in (-\infty, +\infty) \end{aligned} \tag{2}$$

- La coordenada x es la distancia del punto a la superficie yz.
- La coordenada y es la distancia del punto a la superficie xz.
- La coordenada z es la distancia del punto a la superficie xy.

Cualquier vector puede expresarse como combinación lineal de los vectores unitarios.En cualquier sistema de coordenadas, los vectores unitarios tienen módulo unidad y son perpendiculares entre sí. En este sistema, los vectores unitarios son: $\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z$.

El vector $\mathbf{u}_x$ es perpendicular a la superficie coordenada $x = \text{cte.}$, y apunta en la dirección creciente de x. Análogamente para $\mathbf{u}_y$ y $\mathbf{u}_z$. Los vectores unitarios cartesianos mantienen la orientación relativa en todos los puntos del espacio.

El vector posición $\mathbf{r}$ se puede expresar como:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{u}_x + y\mathbf{u}_y + z\mathbf{u}_z \tag{3}$$

1.1.2. Coordenadas cilíndricas

Recomendables para problemas con **simetría cilíndrica**. Los valores que pueden tomar las coordenadas son:

$$\begin{aligned} \rho &\in [0, +\infty) \\ \varphi &\in [0, 2\pi) \\ z &\in (-\infty, +\infty) \end{aligned} \tag{4}$$

- La coordenada ρ es la distancia del punto al eje z.
- La coordenada φ es el ángulo que forma el vector posición con el eje x.
- La coordenada z es la distancia del punto al plano xy.

Los vectores unitarios cilíndricos son $\mathbf{u}_\rho, \mathbf{u}_\varphi, \mathbf{u}_z$. El vector $\mathbf{u}_\rho$ es perpendicular a la superficie coordenada $\rho =$ cte. (que es un cilindro), y apunta en la dirección creciente de ρ. El vector $\mathbf{u}_\varphi$ es perpendicular a la superficie coordenada $\varphi =$ cte. (que es un plano perpendicular al eje z), y apunta en la dirección creciente de φ. El vector $\mathbf{u}_z$ es perpendicular a la superficie coordenada $z =$ cte., y apunta en la dirección creciente de z.

El vector posición $\mathbf{r}$ se puede expresar como:

$$\mathbf{r} = \rho\mathbf{u}_\rho + z\mathbf{u}_z \tag{5}$$

1.1.3. Coordenadas esféricas

Recomendables para problemas con **simetría esférica**. Los valores que pueden tomar las coordenadas son:

$$\begin{aligned} r &\in [0, +\infty) \\ \theta &\in [0, \pi] \\ \varphi &\in [0, 2\pi) \end{aligned} \tag{6}$$

- La coordenada r es la distancia del punto al origen.
- La coordenada θ es el ángulo que forma el vector posición con el eje z.
- La coordenada φ es el ángulo que forma el proyección del vector posición en el plano xy con el eje x.

Los vectores unitarios esféricos son $\mathbf{u}_r, \mathbf{u}_\theta, \mathbf{u}_\varphi$. El vector $\mathbf{u}_r$ es perpendicular a la superficie coordenada $r =$ cte. (que es una esfera), y apunta en la dirección creciente de r. El vector $\mathbf{u}_\theta$ es perpendicular a la superficie coordenada $\theta =$ cte. (que es un cono), y apunta en la dirección creciente de θ. El vector $\mathbf{u}_\varphi$ es perpendicular a la superficie coordenada $\varphi =$ cte. (que es un plano perpendicular al eje z), y apunta en la dirección creciente de φ.

El vector posición $\mathbf{r}$ se puede expresar como:

$$\mathbf{r} = r\mathbf{u}_r \tag{7}$$

1.2. Relación entre los sistemas de coordenadas

1.2.1. Cartesianas y cilíndricas

$$\begin{cases} x = \rho\cos\varphi \\ y = \rho\sin\varphi \\ z = z \end{cases} \qquad \begin{cases} \rho = \sqrt{x^2+y^2} \\ \varphi = \arctan\left(\dfrac{y}{x}\right) \\ z = z \end{cases} \tag{8}$$

1.2.2. Cilíndricas y esféricas

$$\begin{cases} \rho = r\sin\theta \\ \varphi = \varphi \\ z = r\cos\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} r = \sqrt{\rho^2+z^2} \\ \theta = \arctan\left(\dfrac{\rho}{z}\right) \\ \varphi = \varphi \end{cases} \tag{9}$$

1.2.3. Cartesianas y esféricas

$$\begin{cases} x = r\sin\theta\cos\varphi \\ y = r\sin\theta\sin\varphi \\ z = r\cos\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} r = \sqrt{x^2+y^2+z^2} \\ \theta = \arctan\left(\dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{z}\right) \\ \varphi = \arctan\left(\dfrac{y}{x}\right) \end{cases} \tag{10}$$

2. Ondas acústicas planas

3. Ondas acústicas esféricas

4. Reflexión y refracción de ondas acústicas

5. Ecuaciones de Maxwell. Ecuaciones de onda. Energía

6. Propagación de ondas electromagnéticas en medios dieléctricos

7. Propagación de ondas electromagnéticas en medios conductores

8. Reflexión y refracción de ondas electromagnéticas

9. Ondas guiadas