Área de un círculo $= \pi r^2$ Área esfera $= 4\pi r^2$ $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$E_c = \frac{1}{2}mv^2$ $m_p = 1'6726 \cdot 10^{-27}\,Kg$ Fuerza de un oscilador armónico $F = -Kx$

$\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}$ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

- Módulo de un vector $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$ si es 1, es un vector unitario
- Vector unitario $\hat{a} = \frac{1}{|\vec{a}|}(a_x, a_y)$
- Producto escalar $\vec{a}\cdot\vec{b} = |a||b|\cos\theta = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$
- Producto vectorial $\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$ $|\vec{a}\times\vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|\,\text{sen}\,\alpha$
- Derivada (dividir en una parte infinitesimal), integral (suma de partes infinitesimales)
- Gradiente $\vec{\nabla} f(x,y,z) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}\right)$
- Campo es conservativo si existe un potencial V tal que $\vec{E} = -\vec{\nabla} V(x,y,z)$ $\int_A^B \vec{E}\,d\vec{l} = -\int \vec{\nabla} V\,d\vec{l}$

  discutir si $(2xyz + \text{sen}\,x,\ x^2z\ x^2y)$ es conservativo

$$V = \left.\begin{array}{l} -\int 2xyz + \text{sen}\,x\,dx = -x^2yz + \cos x + C_1(y,z) \\ -\int x^2z\,dy = -x^2yz + C_2(x,z) \\ -\int x^2y\,dz = -x^2yz + C_3(x,y) \end{array}\right\} -x^2yz + \cos x + K$$

como el potencial existe, es conservativo

$\varepsilon_0 = 8'84 \cdot 10^{-12} = \frac{1}{4\pi K}$

→ $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C$ $q_p = -q_e$ $\varepsilon_0 = 8'85 \cdot 10^{-12}$ $K = 9 \cdot 10^9\ \frac{Nm^2}{C} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\,Kg$ $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,Kg$

→ Ley de Coulomb: $\boxed{\vec{F}_{12} = K\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}_{12}}$ $= -\vec{F}_{21}$ F_{12} = Fuerza que ejerce 1 sobre 2

→ Campo eléctrico $\boxed{\vec{E}_{q_1 P} = K\frac{q_1}{r^2}\vec{u}_{q_1 P}}$ $\boxed{\vec{F}_{12} = q_2\vec{E}_{q_1}}$

→ Energía potencial electrostática: $\vec{F} = -\vec{\nabla} U \rightarrow U = -\int \vec{F}\,d\vec{r} = \boxed{K\frac{q_1 q_2}{r} = U}$

→ Potencial electrostático $\vec{E} = -\vec{\nabla} V \rightarrow V = -\int \vec{E}\,d\vec{r} = K\frac{q_1}{r} + C$ y $U = q_2 V$ $\boxed{V = \frac{U}{q_2}}$

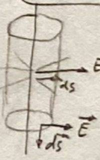
→ distribuciones de carga $\rho = \frac{Q}{V}$, $\sigma = \frac{Q}{S}$ $\lambda = \frac{Q}{l}$

→ Teorema de Gauss $\oint \vec{E}\,d\vec{s} = 4\pi K Q_{int} = \phi$

→ Cálculo de $\vec{E}$ por hilo ∞

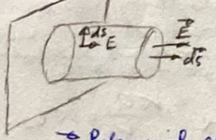
Si $r = cte$, $E = cte$ $Q_{int} = \lambda L$

$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = 4\pi K Q_{int}$ $\oint \vec{E}\,d\vec{s} = 2\underbrace{\cancel{\int \vec{E}\,d\vec{s}}}_{tapas} + \underbrace{\int \vec{E}\,d\vec{s}}_{lado} = E \cdot L \cdot 2\pi r \rightarrow \boxed{E = \frac{2K\lambda}{R}}$ (opq son $\perp$)



→ Plano ∞ de carga σ cte

para distancia constante, E será constante



$\oint \vec{E}\,d\vec{s} = 4\pi K Q_{int}$. $\oint \vec{E}\,d\vec{s} = \underbrace{\cancel{\int \vec{E}\,d\vec{s}}}_{laterales} + 2\underbrace{\int \vec{E}\,d\vec{s}}_{tapas} = 2EA \rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$ (opq son $\perp$)

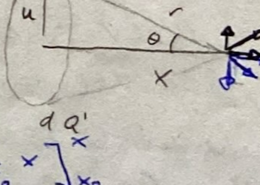
$V(x) = \frac{\sigma|x|}{2\varepsilon_0}$ x = distancia mínima al plano $\frac{Q}{A} = \sigma$ $E = \frac{4\pi K\sigma}{2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

→ Potencial electrostático creado por distribuciones continuas de carga: $V = -\int \vec{E}\,d\vec{r}$

→ Potencial creado por un anillo de carga en su eje

$r = \sqrt{x^2 + u^2}$ $V = \int \frac{K\,dq}{r} = \int \frac{K\,dq}{\sqrt{x^2+u^2}} = \frac{K}{\sqrt{x^2+u^2}} \cdot q_t$

$V = \int \frac{K\,dq}{r}$ $V = \frac{K}{r}\int dq$ $V = \frac{KQ}{r}$ $V = \frac{KQ}{\sqrt{x^2+u^2}}$



→ Potencial creado por plano ∞

$V = \int_{x_0}^{x} \vec{E}\,d\vec{r}$ $E = (E_x, 0, 0)$ $d\vec{r} = (dx, dy, dz)$ $\rightarrow V = -\int_{x_0}^{x} \vec{E}_x\,d\vec{x} = -\int \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,dx = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}x\Big]_{x_0}^{x}$ dQ'

→ Conservación de la energía $E_{ci} + E_{pi} = E_{cf} + E_{pf}$ $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

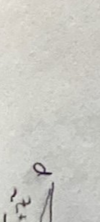
→ MRUV → $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ $F = m \cdot a \rightarrow a = F/m$

→ Campo de una corteza esférica cargada es como el campo de una carga puntual si $r > R$ y 0 si $r < R$ ya que $q = 0$

→ Campo de una esfera sólida cargada depende de la carga encerrada

$\rho V = Q_{int}$ $\vec{E} = \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\vec{u}_r$ $r < R$ $\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r$ $r > R$

$V = \frac{Q(3R^2 - r^2)}{8\pi\varepsilon_0 R^3}$ $r < R$ $\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ $r \geq R$



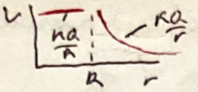
- Potencial de un disco cargado

considerando el disco como una serie concéntrica de anillos cargados

$dV = \frac{K\,dq}{(z^2+a^2)^{1/2}} = \frac{K\,2\pi a\,da}{(z^2+a^2)^{1/2}}$ $V = \int_0^R dV$ $V = 2\pi K\sigma|z|\left(\sqrt{1+\frac{R^2}{z^2}} - 1\right)$

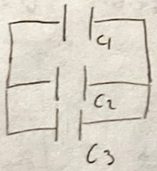
Potencial en el interior de una corteza esférica cargada

$$V = \begin{cases} \frac{KQ}{r} & r \geq R \\ \frac{KQ}{R} & r \leq R \end{cases}$$



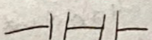
+ Conductores: metales, cargas móviles $E_{int} = 0$, $V = cte \rightarrow \vec{E} = dV/dr$
+ Aislante: $E_{int} << E_{ext}$ $E_{int} = \frac{E_{ext}}{K}$ K = permitividad del medio
+ Condensadores: almacenan energía eléctrica. Condensadores de placas paralelas
  $E_t = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ $V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d$
+ Capacidad $\boxed{C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\sigma A}{\sigma d/\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}}$ → solo depende de geometría. Faradio F
+ $U = \int V dq = \int \frac{q}{C} dq = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2C} q^2 = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2$
+ Condensador conectado por cables a una batería
  $\Delta V_{bat} = \Delta V_c$
  Ej condensador $l = 14$ cm y $d = 2$ mm se conecta a una batería de 12V
  a) carga del condensador
  $C = \frac{Q}{\Delta V} \rightarrow Q = C\Delta V \rightarrow C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \rightarrow Q = \frac{8'85 \cdot 10^{-12} \cdot (0'14)^2 \cdot 12}{2 \cdot 10^{-3}} = 1'04 \cdot 10^{-9} C$
  b) Energía almacenada
  $U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} \cdot 1'04 \cdot 10^{-9} \cdot 12 = 6'24 \cdot 10^{-9} J$
  c) Se desconecta de la batería, se separa las placas hasta 3'5mm ¿cuánto cambia la energía? Al estar aislada, Q no cambia $Q_i = Q_f$, cambia capacidad y voltaje
  $U = \frac{1}{2} QV \xrightarrow{V = \frac{Q}{C}} U = \frac{1}{2C} Q^2$ $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d_f} \rightarrow U = \frac{Q^2 \cdot d_f}{2 \varepsilon_0 A}$ $U = \frac{\frac{1}{2} \cdot (1'04 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 3'5 \cdot 10^{-3}}{8'85 \cdot 10^{-12} \cdot (0'14)^2} = 1'09 \cdot 10^{-8} J$
+ Asociación de condensadores

Paralelo



ΔV es común
$Q_1 = \Delta V C_1$
$Q_2 = \Delta V C_2$
$Q_3 = \Delta V C_3$
$Q_t = \Delta V \cdot C_{eq}$
$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$

En serie



$\Delta V = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$

$Q_T = \Delta V \cdot C_{eq} \rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

Si se conecta pila y se introduce dieléctrico la carga aumenta para mantener constante potencial. Si se desconecta el condensador de la pila y se introduce dieléctrico la carga permanece

+ Condensadores con dieléctrico entre sus placas
  $E_d = E_{int} = E_0/K$ $V_d = E_d \cdot d = E_0/K \cdot d$ $C_d = \frac{Q}{V_d} = \frac{Q}{V_0/K} = K\frac{Q}{V_0} = K C_0$
  Al introducir un dieléctrico, varía Q, si no, varía ΔV
  Ej $12 \mu C$, $\Delta V_{bat} = 12V$ ¿Cuál es la Q de las placas? Si se introduce un dieléctrico $K = 2'5$ ¿cuál es la nueva Q?
  $Q = CV = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 12 = 1'44 \cdot 10^{-4} C$
  $C_d = K * C_0 = 2'5 \cdot 12 \cdot 10^{-6} = 3 \cdot 10^{-5} F$ $Q_f = C_d \cdot V = 3 \cdot 10^{-5} \cdot 12 = 3'6 \cdot 10^{-4} C$

Capacidad de un conductor esférico
$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{KQ/R} = \frac{R}{K} = 4\pi\varepsilon_0 R$

En un condensador común $V = E$ distancia entre placas $C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Qd/(\varepsilon_0 A)} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$

Ej Calcular la capacidad de un condensador cuadrado de lado 10 cm separado 1 m
$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = \frac{8'85 pF/m \, (0,10)^2}{10^{-3} m} = 89 pF$

b) Si está cargado con 12 V ¿cuánta carga se transfiere de una placa a la otra?
$Q = CV = (8'85 pF)(12V) = 17 nC$

- La capacidad de un condensador cilíndrico
  $C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(R_2/R_1)}$
  $\vec{E} = \frac{Q}{2\pi r L \varepsilon_0}$

cátodo a tierra → V+
ánodo a tierra → V−