

quls 6

Friday, 05 April 2024 09:22

1. Tentukanlah : i) persamaan polar dari persamaan Cartesius di bawah ini, ii) sketsa manual (tidak menggunakan *software*) kurva dari persamaan yang diperoleh dengan mem-plot dua buah titik acuan yang diberikan, dan iii) jarak kurva yang dibentuk dari persamaan tersebut dengan titik *pole*.

a. $\frac{x}{2} + \frac{\sqrt{3}y}{2} - 4 = 0$, titik acuan : $(8,0)$ dan $(4,\pi/3)$

b. $\frac{\sqrt{3}x}{2} + \frac{y}{2} - 2 = 0$, titik acuan : $(2,\pi/6)$ dan $(4,\pi/2)$

substitusi $x = r \cos \theta$; $y = r \sin \theta$

$$\frac{r \cos \theta}{2} + \frac{\sqrt{3} r \sin \theta}{2} = 4$$

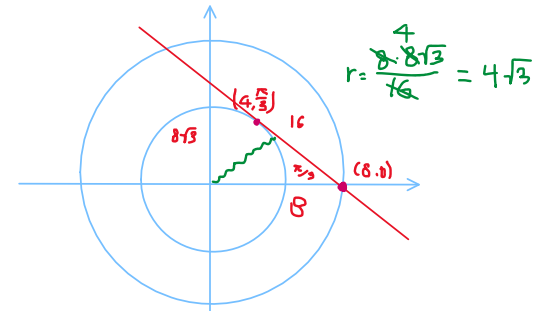
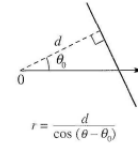
$$r \cos \theta \cos \frac{\pi}{3} + r \sin \theta \sin \frac{\pi}{3} = 4$$

$$\cos a \cos b = \frac{\cos(a-b) + \cos(a+b)}{2} \quad \sin a \cdot \sin b = \frac{\cos(a-b) - \cos(a+b)}{2}$$

$$r \left(\frac{\cos(\theta - \frac{\pi}{3}) + \cos(\theta + \frac{\pi}{3})}{2} \right) + r \left(\frac{\cos(\theta - \frac{\pi}{3}) - \cos(\theta + \frac{\pi}{3})}{2} \right) = 4$$

$$r \cos \left(\theta - \frac{\pi}{3} \right) = 4$$

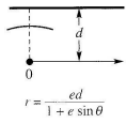
$$r = \frac{4}{\cos \left(\theta - \frac{\pi}{3} \right)}$$



2. Tentukanlah *eccentricity* dan persamaan *directrix* dari kurva di bawah ini serta sketsakanlah secara manual gambar kurvanya lengkap dengan *directrix*-nya.

a. $r = \frac{2}{2 + \sin(\theta)}$

b. $r = \frac{4}{1 + \cos(\theta)}$



$$r = \frac{2}{2 + \sin \theta}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \sin \theta}$$

$$e = \frac{1}{2}$$

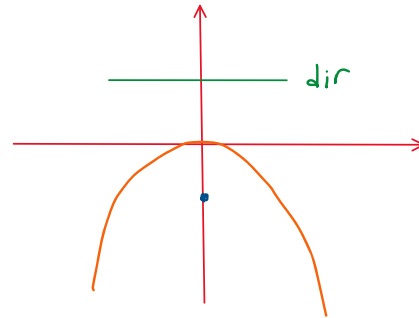
$$ed = 1$$

$$\frac{1}{2}d = 1 \rightarrow d = 2$$

$$\text{directrix: } y = 2$$

$$y = -p \rightarrow p = -2$$

$$x^2 = 4(-2)y \rightarrow x^2 = -8y$$



3. Periksa kesimetrian kurva di bawah ini.

a. $r = 3 \cos(4\theta)$

b. $r = 5 \sin(4\theta)$

saat disubstitusi $(r, \theta) \rightarrow (r, -\theta)$

$$r = 3 \cos(4(-\theta))$$

$$r = 3 \cos(4\theta) \rightarrow \text{ekivalen}$$

Simetris sumbu x

saat disubstitusi $(r, \theta) \rightarrow (-r, -\theta)$

$$-r = 3 \cos(4(-\theta))$$

$$-r = 3 \cos(4\theta) \rightarrow \text{tidak ekivalen}$$

Tidak simetris sumbu y

saat disubstitusi $(r, \theta) \rightarrow (-r, \theta)$

$$-r = 3 \cos(4\theta) \rightarrow \text{tidak ekivalen}$$

Tidak simetris origin/pole

4. Gambarkanlah kurva dari persamaan polar berikut ini secara manual. Gambar dibuat dengan mengkonstruksi terlebih dahulu tabel nilai dan, apabila perlu, dapat juga dibantu dengan memanfaatkan kesimetrian kurva tersebut.

a. $r^2 = 16 \sin(2\theta)$

b. $r^2 = 4 \cos(2\theta)$

$$r^2 = 16 \sin 2\theta$$

$$r^2 = 16 \cos(2\theta - \frac{\pi}{2})$$

$$r^2 = 16 \cos 2(\theta - \frac{\pi}{4})$$

saat disubstitusi $(r, \theta) \rightarrow (-r, \theta)$

$$(-r)^2 = 16 \sin(2\theta)$$

$$r^2 = 16 \sin(2\theta) \text{ ekuivalen}$$

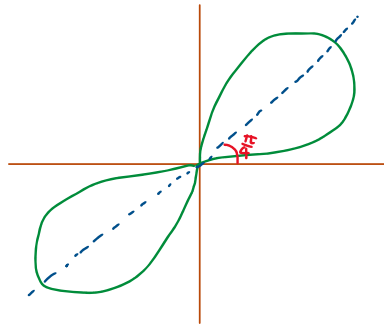
Simetris origin/pole

θ	r
0	0
$\pi/12$	8
$\pi/8$	$8\sqrt{2}$
$\pi/6$	$8\sqrt{3}$
$\pi/4$	16
$\pi/3$	$8\sqrt{3}$
$3\pi/8$	$8\sqrt{2}$
$5\pi/12$	8
$\pi/2$	0

untuk $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$

dan $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$

r tidak ada



5. Tentukanlah luas daerah yang berada di dalam kurva berikut.

a. $r = 3 - 2 \cos(\theta)$

b. $r = 2 - 2 \sin(\theta)$

$$A = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} [f(\theta)]^2 d\theta$$

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} [3 - 2 \cos \theta]^2 d\theta \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} 9 - 12 \cos \theta + 4 \cos^2 \theta d\theta \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} 9 - 12 \cos \theta + 2 \frac{\cos 2\theta + 1}{2} d\theta \\
 &= \frac{1}{2} (9\theta - 12 \sin \theta + \sin 2\theta + 2\theta) \Big|_0^{2\pi} \\
 &= \frac{1}{2} (22\pi - 12 \sin 2\pi + \sin 4\pi) - \frac{1}{2} (0 - 0 + 0) \\
 &= 11\pi
 \end{aligned}$$