

KALKULUS 1
PR 1
Sistem Bilangan, Limit, dan Kontinuitas
Semester Gasal 2023/2024

Informasi Umum

Jenis PR : Individu

Deadline : Minggu, 24 September 2023 23:55 (SCeLE Time)

Nama Format File : Nama_NPM_PR 1.pdf (e.g. Lilas Ikuta_23000000000_PR 1.pdf)

Petunjuk Pengerjaan

- Berkas PR Anda harus dibuat dengan cara **ditulis tangan (penggunaan pena digital diperbolehkan)** dan disimpan sebagai satu berkas PDF (bukan di-zip).
- Tuliskan semua jawaban Anda dengan **detil (langkah demi langkah)**.
- Anda diperbolehkan untuk berdiskusi dengan peserta lain atau menggunakan sumber dari internet, tetapi **Anda harus menjamin bahwa setiap pekerjaan yang diserahkan adalah hasil karya Anda sendiri** (Terlibat dalam bentuk plagiarisme atau ketidakjujuran akademik akan ditindaklanjuti sesuai peraturan).
- Jika Anda berkolaborasi dengan peserta lain, mohon **tuliskan nama mereka dalam file tugas Anda**.
- Tim pengajar berhak meminta penjelasan jika dicurigai terdapat plagiarisme atau ketidakjujuran akademik, tergantung pada tingkat keparahannya, dapat memberikan **sanksi atau membatalkan nilai (ditetapkan menjadi 0)** untuk pekerjaan yang terbukti terlibat dalam keadaan tersebut.
- Keterlambatan akan dikenakan sanksi sbb:
 - Pengurangan **-1 poin** per menit dengan aturan *rounding* ke atas.
 - **Khusus** untuk PR ini, diberikan keringanan dimana akan dilakukan pengurangan poin hingga habis (**max -100 poin**). Untuk PR selanjutnya, maksimum keterlambatan adalah **1 jam (-60 poin)**, lewat dari 1 jam tidak akan dinilai!

1. [10 poin - LCD]

a. [5 poin] Diberikan $k = \frac{2x^2 + 3x}{2x - 3}$, carilah interval di mana $\log(1-|k|)$ terdefinisi !

- b. **[5 poin]** Tentukan nilai a jika diketahui himpunan penyelesaian dari $\left| \frac{ax^2 - ax}{x^2} \right| \geq 2$ adalah $\{x \mid x \leq \frac{3}{5} \text{ atau } x \geq 3, x \neq 0\}$

2. **[15 poin - MA]** Diketahui dua fungsi yaitu $g(x) = \frac{5x}{x+1}$ dan $f^{-1}\left(\frac{1}{x-1}\right) = x - 6$.

Selain itu, diketahui juga $(g \circ h)(x) = x^2 - 4$.

- [10 poin]** Tentukan fungsi komposisi $(h \circ f)(x)$!
 - [5 poin]** Jelaskan apakah fungsi $(h \circ f)(x)$ dan $(g \circ h)(x)$ merupakan fungsi ganjil, genap atau bukan keduanya!
3. **[10 poin - FB]** Buktikan limit berikut menggunakan definisi formal dari limit. Tuliskan pembuktian tersebut mulai dari analisis pendahuluan sampai pembuktian formalnya.

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 7x + 3) = -7$$

4. **[15 poin - KY]** Kerjakan soal dibawah berikut penjelasan terkait kekontinuan

- [5 poin]** Tentukan nilai-nilai x dimana fungsi $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 5}{x^2 + 3x - 4}$ tidak kontinu.

Jelaskan.

- [10 poin]** Tentukanlah nilai a dan b agar fungsi $f(x)$ kontinu untuk semua nilai x .

$$f(x) = \begin{cases} -2 & x \leq -1 \\ ax + 2b & -1 < x < 1 \\ 4 & x \geq 1 \end{cases}$$

5. **[15 poin - BS]** Carilah nilai dari limit di bawah ini dengan **hanya** menggunakan sifat limit, manipulasi aljabar, dan *squeeze theorem*!

Hint: Anda dapat memanipulasi variabel (e.g. $x = 3u$, $x = \tan x$, dsb.) untuk menghindari bentuk tak tentu, ingat konsistensi

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\csc^2 x + \cot^2 x - \frac{2}{x^2} \right)$$

6. **[15 poin - NVM]** Temukan asimtot tegak **atau** datar untuk fungsi-fungsi di bawah ini **jika ada**. Jelaskan.

- [7 poin]** $f(x) = \frac{3x^2 + 2x - 1}{x - 2}$

- [8 poin]** $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 - 4}$

7. **[20 poin - KIW]** Kerjakan soal dibawah ini tanpa menggunakan teorema L'Hopital

- a. [10 poin] Carilah hasil dari A-B berdasarkan persamaan di bawah ini.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{Ax^2 + Bx - 36}{x - 3} = 30$$

- b. [10 poin] Tentukanlah nilai limit di bawah ini !

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \log_{10} \left(\frac{x^{99} - 723}{x^{99} + 723} \right) \right\} = \dots$$

8. [BONUS (10 poin) - BN] Persoalan berikut bersifat bonus, sehingga apabila anda tidak mengerjakan maka tidak akan mempengaruhi nilai PR anda. Anggap soal berikut sebagai pengayaan untuk materi kedepannya.

Buktikanlah persamaan limit berikut dengan merekayasa LHS (*Left Hand Side* atau ruas kiri dari persamaan), sedemikian sehingga:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x} \right)^{bx} = e^{ab}$$

Tips: Gunakan definisi bilangan euler.

😊 “If you’re going to *LIMIT* your dreams, at least tend them to *INFINITY*” -anon 😊

Revisi Dokumen:

- **Edisi 1 (2023-09-14 8:08):** Pengubahan instruksi soal (Mengganti kata “dan” menjadi “atau” dan menambahkan “jika ada”.)
- **Edisi 2 (2023-09-22 2:28):** Pengunduran deadline submission dan pemberian *clue* untuk nomor 5.
- **Edisi 3 (2023-09-25 5:04):** Amnesti hukuman keterlambatan PR serta penetapan ketentuan hukuman keterlambatan PR kedepannya