



# COMPUTER SCIENCE & MATHEMATICS

# Review Sistem Bilangan dan Fungsi

Fakultas Ilmu Komputer, Universitas Indonesia

# TABLE OF CONTENTS

01

Sistem Bilangan Riil

02

Pertidaksamaan Dan Harga Mutlak

03

Aljabar dan Sifat-Sifat Fungsi

04

Fungsi Riil Sederhana

05

Fungsi Transendental

06

Invers Fungsi

# Sistem Bilangan

Asli  $\rightarrow \mathbb{N} = \{x \mid x \in (1, 2, 3, \dots)\}$

Bulat  $\rightarrow \mathbb{Z} = \{x \mid x \in (\dots, -1, 0, 1, 2, \dots)\}$

Rasional  $\rightarrow \mathbb{Q} = \{x \mid x = m/n; m, n \in \mathbb{Z} \text{ dan } n \neq 0\}$

Irrasional  $= \{x \mid x = \sqrt{m}\}$

Riil  $\rightarrow \mathbb{R} = \{x \mid x \in (-\infty, \infty)\}$

Kompleks

# 1. Sistem Bilangan Riil

Sifat bilangan riil :

1. **Trichotomy**

Jika  $x$  dan  $y$  merupakan suatu bilangan, maka tepat salah satu kondisi di bawah terpenuhi  $x < y$ ;  $x = y$ ,  $x > y$ .

2. **Transitivity**

Jika  $x < y$  dan  $y < z$ , maka  $x < z$ .

3. **Addition**

Jika  $x < y$ , maka terpenuhi  $x < y \Leftrightarrow x + z < y + z$ .

4. **Multiplication**

Jika  $z = +$ , maka terpenuhi  $x < y \Leftrightarrow xz < yz$ . Jika  $z = -$ , maka terpenuhi  $x < y \Leftrightarrow xz > yz$ .

5. **Infinite**

Tidak terdapat nilai maksimum maupun minimum.

6. **Continuous**

Jika  $x, y \in \mathbb{R}$  dan  $x \neq y$  maka akan selalu ada  $z \in \mathbb{R}$  dimana  $x < z < y$  atau  $y < z < x$ .

# 1. Sistem Bilangan Riil

## Latihan Soal

1.  $0 \cdot 0 =$

2.  $0/0 =$

3.  $0/17 =$

4.  $3/0 =$

5.  $0^5 =$

6.  $17^0 =$

# 1. Sistem Bilangan Riil

## Latihan Soal

1.  $0 \cdot 0 = 0$
2.  $0/0 = \text{tidak terdefinisi}$
3.  $0/17 = 0$
4.  $3/0 = \text{tidak terdefinisi}$
5.  $0^5 = 0$
6.  $17^0 = 1$

# 1. Sistem Bilangan Riil

(desimal  $\rightarrow$  rasional)

3,929292... =

# 1. Sistem Bilangan Riil

(desimal  $\rightarrow$  rasional)

$$3,929292... =$$

$$100x = 392,9292...$$

$$x = 3,9292...$$










---

$$99x = 389$$

$$x = 389/99$$



## 2. Pertidaksamaan Dan Harga Mutlak

Set Notation	Interval Notation	Graph
$\{x: a < x < b\}$	$(a, b)$	
$\{x: a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	
$\{x: a \leq x < b\}$	$[a, b)$	
$\{x: a < x \leq b\}$	$(a, b]$	
$\{x: x \leq b\}$	$(-\infty, b]$	
$\{x: x < b\}$	$(-\infty, b)$	
$\{x: x \geq a\}$	$[a, \infty)$	
$\{x: x > a\}$	$(a, \infty)$	
$\mathbb{R}$	$(-\infty, \infty)$	

### Definisi Fungsi Pertidaksamaan:

dua expresi matematis yang dihubungkan dengan relasi  $<$ ,  $\leq$ ,  $>$  atau  $\geq$

### Solusi Fungsi Pertidaksamaan:

- ❖ Menambahkan bil. yang sama pada kedua ruas
- ❖ Mengalikan kedua ruas dengan:
  - bil. positif
  - bil. negatif, kemudian membalik arah dari tanda pertidaksamaan

## 2. Pertidaksamaan Dan Harga Mutlak

### Nilai Mutlak

$$(1) \quad x = \text{riil}, x \geq 0 \rightarrow |x| = x$$

$$(2) \quad x = \text{riil}, x < 0 \rightarrow |x| = -x$$

### Kuadrat Nilai Mutlak

*(cek sifat nilai mutlak nomor 1)*

$$\Rightarrow |x|^2 = x^2 \Rightarrow |x| = \sqrt{x^2}$$

### Pertidaksamaan Mengandung Nilai Mutlak

$$1) \quad |x| < a \leftrightarrow -a < x < a \quad (\text{AND inequality})$$

$$2) \quad |x| > a \leftrightarrow x < -a \text{ atau } x > a \quad (\text{OR inequality})$$

### Sifat Nilai Mutlak

$$1. \quad |ab| = |a||b| \qquad 2. \quad \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$$

$$3. \quad |a + b| \leq |a| + |b|$$

$$4. \quad |a - b| \geq ||a| - |b||$$

## 2. Pertidaksamaan Dan Harga Mutlak

### Latihan Soal

- 1) himpunan penyelesaian:  $|x| < 4$

*Petunjuk. AND inequality*

- 2) himpunan penyelesaian:  $|x + 5| > 3$

*Petunjuk. OR inequality*

- 3) himpunan penyelesaian:  $|2x - 4| > x$

- 4) himpunan penyelesaian:  $x^2 - 2x - 5 \leq 0$

*Petunjuk. Solusi untuk persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  diberikan oleh:*

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

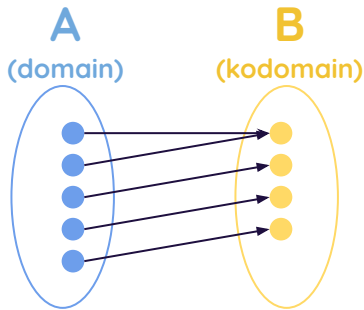
# 3. Aljabar dan Sifat-Sifat Fungsi

## Definisi Fungsi

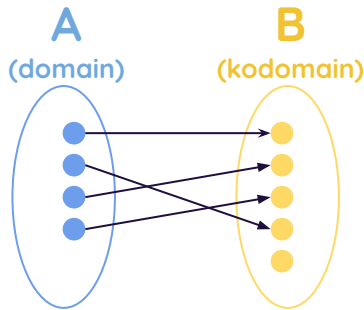
Suatu fungsi  $f$  merupakan suatu pemetaan yang menghubungkan setiap  $x$  pada himpunan daerah asal  $D$  (domain) ke tepat satu nilai tunggal  $f(x)$  pada himpunan daerah hasil  $R$  (range) fungsi,  $f: x \mapsto f(x); x \in D$

Himpunan  $R = \{y = f(x); x \in D\}$ , disebut daerah hasil.

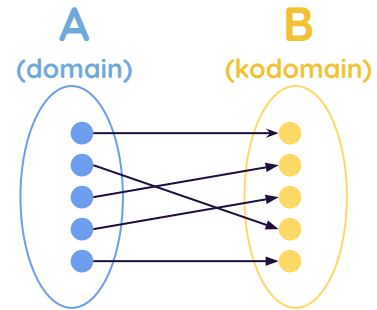
## Sifat-Sifat Fungsi



Surjektif



Injektif



Bijektif

# 3. Aljabar dan Sifat-Sifat Fungsi

## Penyajian Fungsi

Disajikan dalam bentuk rumus pasangan antara anggota domain dan kodomain

- Single Formula
  - $f(x) = 5x - 2$
- Compound Formula
  - $f(x) = \begin{cases} -2x, & x < 0 \\ 5x, & x \geq 0 \end{cases}$

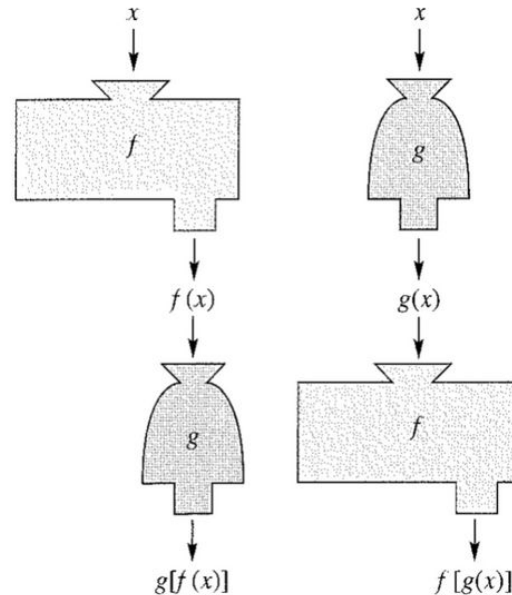
## Operasi pada Fungsi

- $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$
- $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$
- $(fg)(x) = f(x) g(x)$
- $(f/g)(x) = f(x)/g(x)$

# 3. Aljabar dan Sifat-Sifat Fungsi

## Fungsi Komposit

- dapat dinyatakan dalam bentuk  $(f \circ g)(x)$
- $(f \circ g)(x) = f(g(x))$



*\*Perhatikan bahwa  $(g \circ f)(x) \neq (f \circ g)(x)$ .*

### 3. Aljabar dan Sifat-Sifat Fungsi

Untuk setiap  $x$ ,

1. Jika  $f(-x) = f(x)$ , maka  $f$  adalah **fungsi genap** (*even function*).
2. Jika  $f(-x) = -f(x)$ , maka  $f$  adalah **fungsi ganjil** (*odd function*).
3. Jika  $x < y \rightarrow f(x) < f(y)$  maka  $f$  **fungsi monoton naik**
4. Jika  $x < y \rightarrow f(x) \leq f(y)$  maka  $f$  **fungsi monoton tak turun**
5. Jika  $x < y \rightarrow f(x) > f(y)$  maka  $f$  **fungsi monoton turun**
6. Jika  $x < y \rightarrow f(x) \geq f(y)$  maka  $f$  **fungsi monoton tak naik**

Bagaimana jika dilakukan: *(lihat definisi fungsi genap dan ganjil di atas)*

- perkalian fungsi genap dan ganjil?
- perkalian fungsi ganjil dan ganjil?

### 3. Aljabar dan Sifat-Sifat Fungsi

Untuk setiap  $x$ ,

1. Jika  $f(-x) = f(x)$ , maka  $f$  adalah **fungsi genap** (*even function*).
2. Jika  $f(-x) = -f(x)$ , maka  $f$  adalah **fungsi ganjil** (*odd function*).
3. Jika  $x < y \rightarrow f(x) < f(y)$  maka  $f$  **fungsi monoton naik**
4. Jika  $x < y \rightarrow f(x) \leq f(y)$  maka  $f$  **fungsi monoton tak turun**
5. Jika  $x < y \rightarrow f(x) > f(y)$  maka  $f$  **fungsi monoton turun**
6. Jika  $x < y \rightarrow f(x) \geq f(y)$  maka  $f$  **fungsi monoton tak naik**

Bagaimana jika dilakukan:

- perkalian fungsi genap dan ganjil?

$$f(x) * -f(x) = -f(x) \Rightarrow f(-x) = -f(x) \Rightarrow \therefore \text{fungsi ganjil}$$

- perkalian fungsi ganjil dan ganjil?

$$-f(x) * -f(x) = f(x) \Rightarrow f(-x) = f(x) \Rightarrow \therefore \text{fungsi genap}$$



# 3. Aljabar dan Sifat-Sifat Fungsi

## Latihan Soal

1. Mana yang merupakan fungsi genap atau ganjil?
  - a. Penjumlahan dua fungsi genap
  - b. Penjumlahan dua fungsi ganjil
  - c. Hasil kali dua fungsi genap
  
2. Diketahui fungsi  $f(x) = x^2 + x$  dan  $g(x) = \frac{2}{x+3}$ . Tentukan:
  - a. komposisi fungsi  $F(x) = (g \circ f)(x)$ ,
  - b. apakah fungsi  $F(x)$  merupakan fungsi ganjil, genap, atau bukan keduanya.

## 4. Fungsi Riil Sederhana

### 1. Fungsi Polinomial

dinyatakan dalam bentuk  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ ;  $a_i \in \mathbb{R}$ ,  $i = (0, 1, \dots, n)$ ;  $a_i$  tidak semuanya nol

### 2. Fungsi Rasional

dinyatakan dalam bentuk  $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ ;  $P(x)$ ,  $Q(x)$  = polinomial dan  $Q(x) \neq 0$

### 3. Fungsi Irrasional

dinyatakan dalam bentuk  $f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$ ;  $g(x)$  = rasional

# 5. Fungsi Transendental

## Fungsi Eksponensial

dinyatakan dalam bentuk:  $f(x) = b^x$ ; di mana basis  $b > 0$ ;  $b \neq 1$ .

## Sifat-sifat Fungsi Eksponensial

Untuk setiap konstan  $a, b > 0$  dan untuk setiap  $x, y \in \mathbb{R}$ :

1.  $b^x \cdot b^y = b^{x+y}$
2.  $\frac{b^x}{b^y} = b^{x-y}$
3.  $(b^x)^y = b^{xy}$
4.  $(ab)^x = a^x b^x$
5.  $\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$

# 5. Fungsi Transendental

## Fungsi Logaritma

dinyatakan dalam bentuk:  $f(x) = \log_b(x)$  ; untuk suatu konstanta  $b > 0$ ;  $b \neq 1$ .

## Sifat-sifat Fungsi Logaritma

Untuk setiap konstan  $a, b, c > 0$ ,  $b \neq 1$ , dan untuk setiap  $r \in \mathbb{R}$

1.  $\log_b(ac) = \log_b a + \log_b c$
2.  $\log_b \left(\frac{a}{c}\right) = \log_b a - \log_b c$
3.  $\log_b(a^r) = r \log_b a$

# 5. Fungsi Transendental

## Teorema Pythagoras

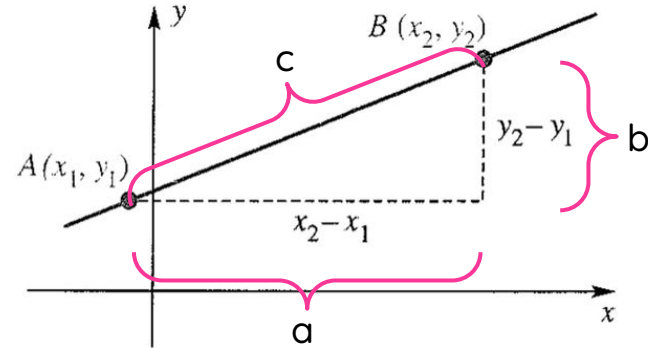
dinyatakan sebagai:  $a^2 + b^2 = c^2$

## Rumus Jarak

*(ingat Kuadrat Nilai Mutlak.)*

*(Aplikasikan teorema pythagoras)*

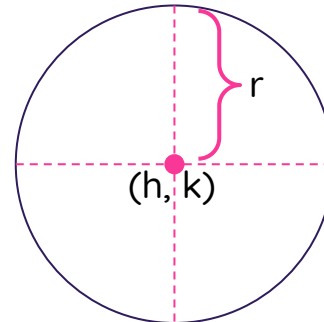
$$d(A, B)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$



## Persamaan Lingkaran

*(aplikasikan rumus jarak antara titik h ke titik lainnya yang mengitari, membuat bentuk lingkaran)*

$$r^2 = (x-h)^2 + (y-k)^2$$



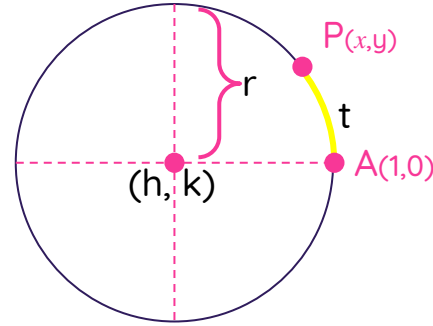
# 5. Fungsi Transendental

Anggap  $r = 1$  dengan pusat  $(h,k)$  ada di  $(0,0)$

$$r^2 = (x-h)^2 + (y-k)^2$$

$$\Leftrightarrow 1 = x^2 + y^2$$

- Keliling Lingkaran =  $2\pi r = 2\pi$
- Jika  $t = \pi$ , maka dapat ditemukan  $P(-1,0)$   
∴ Untuk setiap  $t$ , dapat ditemukan titik  $P$ .  
⇒ Membolehkan kita untuk membuat definisi kunci dari **fungsi trigonometri**



# 5. Fungsi Transendental

## Identitas Trigonometri

### Odd-even identities

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\tan(-x) = -\tan x$$

### Cofunction identities

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$$

### Double-angle identities

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$= 2 \cos^2 x - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 x$$

### Half-angle identities

$$\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$$

$$\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$$

### Pythagorean identities

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$

$$1 + \cot^2 x = \csc^2 x$$

### Addition identities

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

### Sum identities

$$\sin x + \sin y = 2 \sin\left(\frac{x + y}{2}\right) \cos\left(\frac{x - y}{2}\right)$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos\left(\frac{x + y}{2}\right) \cos\left(\frac{x - y}{2}\right)$$

# 5. Fungsi Transendental

## Latihan Soal

Buktikan identitas trigonometri berikut:

1.  $(1 + \sin x)(1 - \sin x) = \frac{1}{\sec^2 x}$

2.  $(\sec x - 1)(\sec x + 1) = \tan^2 x$

3.  $\sec x - \sin x \tan x = \cos x$

4.  $\frac{\sec^2 x - 1}{\sec^2 x} = \sin^2 x$



## 6. Invers Fungsi

### Definisi

Diberikan suatu fungsi  $f$  dengan domain  $D$  dan range  $R$ , invers fungsi  $f$  (jika ada) adalah suatu fungsi  $f^{-1}$  dengan domain  $R$  dan range  $D$  sedemikian sehingga  $f^{-1}(y) = x$  jika  $f(x) = y$ .

Dengan kata lain, untuk fungsi  $f$  dan invers fungsinya  $f^{-1}$

$f^{-1}(f(x)) = x$  untuk setiap  $x \in D$  dan  $f^{-1}(f(y)) = y$  untuk setiap  $y \in R$ .



# End