

KALKULUS 1
PR 2
Turunan dan Aplikasinya
Semester Gasal 2023/2024

Informasi Umum

Jenis PR : Individu

Deadline : Sabtu, 28 Oktober 2023 23:55 (SCeLE Time)

Nama Format File : Nama_NPM_PR 2.pdf (e.g. Nicole Zefanya_2300000000_PR 2.pdf)

Petunjuk Pengerjaan

- Berkas PR Anda harus dibuat dengan cara **ditulis tangan (penggunaan pena digital diperbolehkan)** dan disimpan sebagai satu berkas PDF (bukan di-zip).
- Tuliskan semua jawaban Anda dengan **detil (langkah demi langkah)**.
- Anda diperbolehkan untuk berdiskusi dengan peserta lain atau menggunakan sumber dari internet, tetapi **Anda harus menjamin bahwa setiap pekerjaan yang diserahkan adalah hasil karya Anda sendiri** (Terlibat dalam bentuk plagiarisme atau ketidakjujuran akademik akan ditindaklanjuti sesuai peraturan).
- Jika Anda berkolaborasi dengan peserta lain, mohon **tuliskan nama mereka dalam file tugas Anda**.
- Tim pengajar berhak meminta penjelasan jika dicurigai terdapat plagiarisme atau ketidakjujuran akademik, tergantung pada tingkat keparahannya, dapat memberikan **sanksi atau membatalkan nilai (ditetapkan menjadi 0)** untuk pekerjaan yang terbukti terlibat dalam keadaan tersebut.
- Kesalahan penamaan berkas akan dikenakan pengurangan **-5 poin**
- Keterlambatan akan dikenakan sanksi pengurangan **-1 poin** per menit dengan aturan *rounding* ke atas. Maksimum keterlambatan adalah **1 jam (-60 poin)**, lewat dari 1 jam tidak akan dinilai!

-
1. [18 poin - DW] Diberikan sebuah fungsi $f(x) = |x^2 - 4|$. Dengan **menggunakan definisi turunan** $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right)$, tentukan:
- a. [7 poin] Tentukan apakah fungsi f terdiferensiasi pada $x = 1$ dan f kontinu pada $x = 1$

- b. [7 poin] Tentukan apakah fungsi f terdiferensiasi pada $x = 2$ dan f kontinu pada $x = 2$
- c. [4 poin] Apa kesimpulan yang kamu dapatkan mengenai hubungan antara turunan dan kekontinuan?
2. [15 poin - LGP] Tentukan $\frac{dy}{dx}$ dari persamaan-persamaan berikut.
- a. [9 poin] Kerjakan soal berikut hanya dengan manipulasi aljabar, turunan trigonometri, dan fungsi invers (**tanpa bantuan tabel turunan invers**).
- $$y = \tan^{-1}(e^{x^2})$$
- b. [6 poin] $y = \frac{\cot^2(2x-1) \sec(2x-1)}{\cos(2x-1)}$
3. [20 poin - FAN] Tentukan solusi dari persamaan-persamaan berikut menggunakan cara implisit dan/atau **aturan rantai (chain rule)**.
- a. [10 poin] $2(x^2 + y^2)^2 = 25(x^2 - y^2) + 2^x$. Cari nilai $\frac{dy}{dx}$.
- b. [10 poin] Diberi suatu persamaan implisit yaitu $2x \sin(y) + 2 \cos(2y) = 1$, $0 \leq y \leq 2\pi$. Carilah 2 persamaan garis lurus yang paralel dengan axis-y, dan merupakan garis singgung fungsi di atas.
(hint : $\frac{dy}{dx} = \infty$)
4. [15 poin - WIL] Suatu turunan fungsi orde tinggi dilambangkan dengan $f^{(n)}(x)$, di mana n menunjukkan berapa kali fungsi tersebut diturunkan. Tentukan $f^{(n)}(x)$, jika diketahui fungsi $f(x)$ sebagai berikut.

$$f(x) = e^x \sin(x)$$

Dan ketentuan sebagai berikut:

n bernilai 20XX; XX merupakan 2 digit terakhir NPM mahasiswa. Contoh: mahasiswa dengan NPM 12345678**90** akan mencari nilai dari $f^{(2090)}(x)$

Note: untuk nilai konstanta yang terlalu besar, dipersilahkan untuk menulis tetap dalam bentuk pangkatnya

5. [14 poin - WIL] Hitung nilai limit berikut dengan hanya menerapkan **L'Hopital's Rule**, tanpa pemfaktoran!

a. [7 poin] $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{7x - \tan(7x)}{3x^3} \right)$

b. [7 poin] $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x + \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)}{2x^3} \right)$

(catatan: jika terdapat langkah penyederhanaan, silahkan tulis caranya)

6. [18 poin - AL] Sebuah restoran menjual ayam geprek seharga 10 mora (Mora adalah mata uang negeri X) tiap porsinya dan rata-rata dapat menjual 170 porsi. Seorang analis data memprediksi bahwa jika harga per porsi nya naik menjadi 16 mora, maka penjualannya akan turun menjadi 168 porsi saja. Diketahui juga bahwa biaya operasional (*Cost*) restoran memenuhi fungsi:

$$C(x) = 75 + 80x - x^2$$

dengan x menyatakan porsi ayam geprek

Berdasarkan data diatas, tentukanlah:

- a. [10 poin] Agar keuntungan yang didapatkan bisa maksimum, tentukanlah berapa setidaknya porsi ayam geprek yang harus dijual serta harga per porsinya. Asumsikan bahwa permintaan akan sebuah barang di toko tersebut (*demand equation*) bersifat linear.
(Hint : Keuntungan (*Profit*) = Pendapatan (*Revenue*) - Biaya (*Cost*))
- b. [8 poin] Apabila pemerintah setempat menerapkan pajak sebesar 40 mora untuk setiap porsi ayam geprek dan pemilik restoran tetap ingin keuntungan yang ia dapat bisa tetap semaksimal mungkin, tentukan banyaknya porsi yang harus dijual serta harga per porsinya kali ini.

7. **[BONUS (10 poin) – BN HRM WH]** Persoalan berikut bersifat bonus, sehingga apabila anda tidak mengerjakan maka tidak akan mempengaruhi nilai PR anda. Anggap soal berikut sebagai pengayaan.

Selesaikan persoalan turunan berikut:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\left(\sin x + x^{x^2} \right)^{\ln^2 x}}{\sqrt[\pi]{e^x + \sqrt{\tan^3 x \sec x}}} \right)$$

😊 “To Infinity ($\lim_{x \rightarrow \infty}$) and Beyond ($\lim_{x \rightarrow \infty^+}$)!” -Buzz Lightyear 😊
