

## Class Participation Fungsi Multivariables

11 - 14 Mei 2023

Semua mahasiswa akan mengerjakan dua soal (satu soal Bagian A dan satu soal Bagian B). Satu soal dapat dikerjakan oleh **maksimal** empat mahasiswa (menjawab soal yang telah dijawab oleh empat mahasiswa tidak akan direkap).

Unggah jawaban Anda di forum pada laman SCELE paling lambat hari Minggu, 14 Mei 2023 pukul 20.00 WIB.

### Bagian A

Carilah nilai maksimum lokal, minimum lokal, dan saddle point dari fungsi berikut.

1.  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + y$
2.  $f(x, y) = xy - 2x - 2y - x^2 - y^2$
3.  $f(x, y) = (x - y)(1 - xy)$
4.  $f(x, y) = xe^{-2x^2 - 2y^2}$
5.  $f(x, y) = y^3 + 3x^2y - 6x^2 - 6y^2 + 2$
6.  $f(x, y) = xy(1 - x - y)$
7.  $f(x, y) = y^2 - 2y \cos(x); -1 \leq x \leq 7$
8.  $f(x, y) = \sin(x) \sin(y); -\pi < x, y < \pi$

Carilah nilai maksimum absolut dan minimum absolut fungsi  $f$  berikut pada himpunan  $D$ .

9.  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x$ ;  $D$  adalah wilayah segitiga terdekat dengan titik sudut  $(2, 0)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(0, -2)$
10.  $f(x, y) = x + y - xy$ ;  $D$  adalah wilayah segitiga terdekat dengan titik sudut  $(0, 0)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(4, 0)$
11.  $f(x, y) = x^2 + y^2 + x^2y + 4$ ;  $D = \{(x, y) \mid |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$
12.  $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 2$ ;  $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2\}$
13.  $f(x, y) = 4x + 6y - x^2 - y^2$ ;  $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 5\}$
14.  $f(x, y) = 2x^3 + y^4$ ;  $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$
15.  $f(x, y) = xy^2$ ;  $D = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$
16.  $f(x, y) = x^3 - 3x - y^3 + 12y$ ;  $D$  adalah wilayah segiempat yang titik sudutnya  $(-2, 3)$ ,  $(2, 3)$ ,  $(2, 2)$ ,  $(-2, -2)$

Carilah nilai berikut

17. Cari jarak paling dekat titik  $(2, 0, -3)$  ke bidang  $x + y + z = 1$
18. Cari titik pada bidang  $x - 2y + 3z = 6$  yang paling dekat dengan titik  $(0, 1, 1)$
19. Cari titik pada kerucut  $z^2 = x^2 + y^2$  yang paling dekat dengan titik  $(4, 2, 0)$
20. Cari titik pada permukaan  $y^2 = 9 + xz$  yang paling dekat dengan titik origin

## Bagian B

Gunakan metode Lagrange multipliers untuk mencari nilai maksimum dan minimum dari fungsi yang diberikan dengan memenuhi batasan yang diberikan.

1.  $f(x, y) = x^2 + y^2$ ;  $xy = 1$
2.  $f(x, y) = 3x + y$ ;  $x^2 + y^2 = 10$
3.  $f(x, y) = y^2 - x^2$ ;  $\frac{1}{4}x^2 + y^2 = 1$
4.  $f(x, y) = e^{xy}$ ;  $x^3 + y^3 = 16$
5.  $f(x, y, z) = 2x + 2y + z$ ;  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$
6.  $f(x, y, z) = x^2 y^2 z^2$ ;  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$
7.  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ ;  $x^4 + y^4 + z^4 = 1$
8.  $f(x, y, z, t) = x + y + z + t$ ;  $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 1$
9.  $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ ;  $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 1$

Cari nilai ekstrim dari fungsi yang diberikan dengan memenuhi kedua batasan.

10.  $f(x, y, z) = x + 2y$ ;  $x + y + z = 1$ ;  $y^2 + z^2 = 4$
11.  $f(x, y, z) = 3x - y - 3z$ ;  $x + y - z = 0$ ;  $x^2 + 2z^2 = 1$
12.  $f(x, y, z) = yz + xy$ ;  $xy = 1$ ;  $y^2 + z^2 = 1$
13.  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ ;  $x - y = 1$ ;  $y^2 - z^2 = 1$

Cari nilai ekstrim dari  $f$  pada wilayah yang diberikan.

14.  $f(x, y) = x^2 + y^2 + 4x - 4y$ ;  $x^2 + y^2 \leq 9$
15.  $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2 - 4x - 5$ ;  $x^2 + y^2 \leq 16$
16.  $f(x, y) = e^{-xy}$ ;  $x^2 + 4y^2 \leq 1$

Carilah nilai berikut menggunakan Lagrange multipliers.

17. Cari tiga bilangan positif yang jumlahnya 100 dan hasil kali mereka adalah maksimum.
18. Cari tiga bilangan positif yang jumlahnya 12 dan jumlah kuadratnya adalah yang paling minimum.
19. Cari volume balok terbesar di oktan pertama yang memiliki tiga sisi pada bidang koordinat dan satu sudut berada pada bidang  $x + 2y + 3z = 6$
20. Cari dimensi balok yang memiliki volume terbesar jika luas permukaan totalnya adalah  $64 \text{ cm}^2$