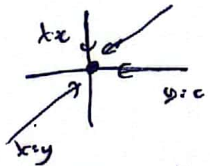
POP QUIZ 8

Nama : Arzaka Raffan Mawardi
Kelas : B
NPM : 2306152393

1. a. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{xy^2}{\sqrt{x^2+y^2}}$



tes di 3 arah, jika sama hasil limitnya, maka limit ada //

1. $x=0$

$\lim\limits_{y\to 0} \dfrac{0\cdot y^2}{\sqrt{0^2+y^2}} \Rightarrow \dfrac{0}{\sqrt{y^2}} = 0$

2. $y=0$

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\cdot 0^2}{\sqrt{x^2+0^2}} \Rightarrow \dfrac{0}{\sqrt{x^2}} = 0$

3. $x=y$

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\cdot x^2}{\sqrt{x^2+x^2}} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^3}{\sqrt{2x^2}} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2\cdot\cancel{x}}{\sqrt{2}\cdot\cancel{x}} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{\sqrt{2}} = 0$

Karena nilai limit ketiga arah sama, maka limit ada yaitu 0 //

2. a. $f(x,y) = \ln(x^2+y^2)$

$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \ln(x^2+y^2)$

Ketika $x=0$,

$\lim\limits_{y\to 0} \ln(0+y^2) \Rightarrow \lim\limits_{y\to 0} \ln(y^2) \Rightarrow$ DNE

Ketika $y=0$

$\lim\limits_{x\to 0} \ln(x^2+0) \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0} \ln(x^2) \Rightarrow$ DNE

Ketika $x=y$

$\lim\limits_{x\to 0} \ln(x^2+x^2) \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0} \ln(2x^2) \Rightarrow$ DNE

Dari ketiga approach, dapat disimpulkan bahwa limit tidak ada di titik (0,0) yang berarti tidak kontinu

fungsi tidak kontinu saat (0,0) karena saat substitusi $f(0,0)$:

$\ln(0^2+0) \to \ln(0)$

tidak terdefinisi,

Maka dari itu fungsi tidak kontinu pada titik (0,0) //

3. ⓐ $e^x \cos y$, $\vec{u} = \langle 0, -1 \rangle$, $P_0 = (0, \pi/4)$

$$\hat{u} \Rightarrow \frac{\vec{u}}{\|u\|} \Rightarrow \frac{\langle 0, -1 \rangle}{\sqrt{0^2 + (-1)^2}} \Rightarrow \frac{\langle 0, -1 \rangle}{\sqrt{1}} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\nabla f(x,y) = \begin{pmatrix} \frac{dz}{dx} \\ \frac{dz}{dy} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} e^x \cdot \cos y \\ -e^x \cdot \sin y \end{pmatrix}$$

$$\nabla f(x_0, y_0) : \nabla f(0, \pi/4) \Rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$D_u f \Rightarrow \nabla f \cdot \hat{u}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{1}{2}\sqrt{2} \ //$$

Saat arah menuju ke vektor $\vec{u} : \langle 0, -1 \rangle$ nilai dari turunan berarahnya adalah $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ //

④ .ⓐ $\frac{dz}{du} \Rightarrow \frac{dz}{dx} \times \frac{dx}{du} + \frac{dz}{dy} \times \frac{dy}{du}$

$$\frac{dz}{dx} \Rightarrow \frac{2(x+3y) - (2x-y)}{(x+3y)^2} \Rightarrow \frac{7y}{(x+3y)^2} \qquad \frac{dx}{du} \Rightarrow 2e^{2u} \cdot \sin 3v$$

$$\frac{dz}{dy} \Rightarrow \frac{-(x+3y) - 3(2x-y)}{(x+3y)^2} \Rightarrow -\frac{7x}{(x+3y)^2} \qquad \frac{dy}{du} \Rightarrow 2e^{2u} \cdot \cos 3v$$

$$\frac{dz}{du} \Rightarrow \frac{7y}{(x+3y)^2} \cdot 2e^{2u} \cdot \sin 3v - \frac{7x}{(x+3y)^2} \cdot 2e^{2u} \cdot \cos 3v \Rightarrow \frac{14 \cdot e^{2u}}{(x+3y)^2} (y \cdot \sin 3v - x \cdot \cos 3v)$$

subs x dan y

$$\Rightarrow \frac{dz}{du} \Rightarrow \frac{14 e^{2u}}{(e^{2u} \cdot \sin 3v + 3e^{2u} \cdot \cos 3v)^2} \left(\underbrace{e^{2u} \cdot \sin 3v \cdot \cos 3v - e^{2u} \cdot \sin 3v \cdot \cos 3v}_{0} \right)$$

$$\frac{dz}{du} : 0$$

Dipindai dengan CamScanner

4. d. $\frac{dz}{dv} \Rightarrow \frac{dz}{dx} \times \frac{dx}{dv} + \frac{dz}{dy} \times \frac{dy}{dv}$

$\frac{dz}{dx} \Rightarrow \frac{7y}{(x+3y)^2}$; $\frac{dx}{dv} \Rightarrow 3e^{2u} . \cos 3v$; $\frac{dz}{dy} \Rightarrow \frac{-7x}{(x+3y)^2}$; $\frac{dy}{dv} \Rightarrow -3e^{2u} \sin 3v$

$\frac{dz}{dv} \Rightarrow \frac{7y}{(x+3y)^2} . 3e^{2u} . \cos 3v + \frac{7x}{(x+3y)^2} 3e^{2u} . \sin 3v$

$\Rightarrow \frac{21e^{2u}}{(x+3y)^2} (y\cos 3v + x . \sin 3v)$

Subs x dan y

$\Rightarrow \frac{21e^{2u}}{(e^{2u} . \sin 3v + 3e^{2u} . \cos v)^2} (e^{2u} . \cos^2 3v + e^{2u} . \sin^2 3v$

1

$\Rightarrow \frac{21 e^{4u}}{(e^{2u} . \sin 3v + 3e^{2u} . \cos 3v)^2}$

5\. a. $f(x,y) = x^3 \cdot \sin(y) + \frac{\cos(2y)}{x}$, $P_0 = \left(\frac{1}{2}, \pi\right)$

$z = f(P_0) + \nabla f(P_0) \cdot \bar{h}$

$f(x_0, y_0) \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}, \pi\right) \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \sin(\pi) + \frac{\cos(2\pi)}{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \frac{1}{8} \cdot 0 + \frac{1}{\frac{1}{2}}$

$= 2$

$\nabla f(x,y) \Rightarrow \begin{pmatrix} \frac{dz}{dx} \\ \frac{dz}{dy} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3x^2 \cdot \sin y - \frac{\cos(2y)}{x^2} \\ x^3 \cdot \cos y - \frac{2 \sin 2y}{x} \end{pmatrix}$

$\nabla f\left(\frac{1}{2}, \pi\right) \Rightarrow \begin{pmatrix} 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \sin \pi - \frac{\cos 2\pi}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} \\ \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \cos \pi - \frac{2 \cdot \sin 2\pi}{\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 - \frac{1}{\frac{1}{4}} \\ \frac{1}{8} \cdot -1 - 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -4 \\ -\frac{1}{8} \end{pmatrix}$

$\bar{h} \Rightarrow \begin{pmatrix} x - \frac{1}{2} \\ y - \pi \end{pmatrix}$

$z \Rightarrow 2 + \begin{pmatrix} -4 \\ -\frac{1}{8} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - \frac{1}{2} \\ y - \pi \end{pmatrix}$

$z = 2 - 4x + 2 - \frac{1}{8}y + \frac{\pi}{8}$

$z = -4x - \frac{1}{8}y + \frac{\pi}{8} + 4$ //