# 永磁同步电机最大转矩电流比控制的仿真研究

曹 晖,罗峰,周 盼,袁义生

(华东交通大学 电气与电子工程学院, 南昌 330013)

摘 要:由于永磁同步电机的高效率、高力矩惯量比、高能量密度等明显优势,而在轨道车辆得到广泛的应用。本文针对永磁同步电机的非线性特性,采用解耦的方法对其分析,详细论述了旋转坐标变换及矢量控制策略的实现。提出了对最大转矩电流比控制中直轴电流与转矩关系式先进行标幺值化,再拟合反解的方式,大大减少了运算量。通过 Matlab 仿真,对比最大转矩电流比控制法和  $i_d$  = 0 的控制方案,验证了拟合最大转矩电流比曲线控制方法可行性及其优越性。

关键词: 最大转矩电流比控制; 永磁同步电机; 拟合曲线; 交流调速

中图分类号: TM351; TM341 文献标志码: A 文章编号: 1001-6848(2015)06-0055-05

DOI:10.15934/j.cnki.micromotors.2015.06.012

## Simulation Research on Maximum Torque per Ampere Control of Permanent Magnet Synchronous Motor

CAO Hui , LUO Feng , ZHOU Pan , YUAN Yishen

(School of Electrical and Electronic Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

**Abstract**: With significant advantages such as high efficiency, high torque inertia ratio and high energy density, the permanent magnet synchronous motor is widely applied to rail vehicles. Decoupling method was adopted to analyze it based on its nonlinear characteristics. The achievement of rotating coordinate transformation and vector control strategies were elaborated based on Matlab simulation research. First, the direct axis current and torque equation were made to be per unit values. Then, a fitting anti-solution was proposed to greatly reduce the computation cost. Finally, through Matlab simulation, comparing of maximum torque per Ampere control method with d-axis current equal zero method, its results show maximum torque per Ampere control method is feasible and has significant advantages.

Key words: MTPA; PMSM; fitting curve; AC servo system

## 0 引 言

由于第三代稀土永磁材料钕铁錋( Nd-Fe-B) 的研制成功,有力地推动了永磁同步电机及其控制系统的发展。随着永磁材料价格的下降、材料磁性能的提高,在中小功率、高精度、高可靠性、宽调速范围的速度、位置控制系统中得到了广泛应用,尤其在轨道车辆方面得到了众多研究及开发人员的青睐。永磁同步电机调速系统的控制策略主要有矢量控制策略<sup>[1]</sup> 及直接转矩控制策略<sup>[2-3]</sup> 两种。相对于直接转矩控制永磁同步电机时,会出现控制周期较长,电机定子电感较小,电机启动及负载变动过程中,电机电流冲击较

大,磁链及转矩脉动较大等一系列问题。矢量控制系统性能优越,抗扰特性、启动制动特性、稳速特性均达到或者超越直流电机调速系统。同时,由于车用电源容量限制,最大转矩电流比矢量控制策略 $^{[47]}$ 得到了广泛的研究及采用。相比于 $i_a=0$ 矢量控制策略,最大转矩电流比矢量控制策略在同等转矩条件下,输出电流较小,减小了永磁同步电机的损耗,使得在同样的功率等级下,电机能够得到更大的额定转速。在实际控制系统中,当参考转矩已知的情况下,通过电流与转矩的关系,要反解出电流的大小是很困难的,运算量非常大,文献 $^{[8]}$ 中,针对这个问题也提出了拟合法来解决。其采用的最大转矩电流比控制方法拟

收稿日期: 2014-09-04,修回日期: 2015-01-15

基金项目: 江西省自然科学基金(20142BAB206025); 江西省专利技术研发引导与产业化示范项目(20133BBM26077); 江西省

研究生创新资金项目(YC2013S155); 华东交通大学校立科研基金资助(14DQ02)。

作者简介:曹 晖(1972),男,硕士,高级实验师,研究方向为检测技术与电力电子。

罗 峰(1989),男,硕士研究生,研究方向为电力电子及电机驱动控制。

合法,直接针对关系式进行拟合反解,得到的直轴电流  $i_d$  为具体电流值,其拟合曲线必须在固定参数下进行,可移植性差。

本文对最大转矩电流比控制方程式先进行标幺 值化,再进行拟合,得到了精确的拟合曲线,简化 了其控制函数,仿真结果验证了其可行性。

#### 1 永磁同步电机数学模型及其分析

 $d \times q$  坐标系是随电机气隙磁场同步旋转的坐标系,可将其视为放置在电机转子上的旋转坐标系,其d 轴的方向是永磁同步电机转子励磁磁链方向,q 轴超前 d 轴  $90^\circ$ ,永磁同步电机的等效模型如图 1 所示。

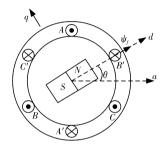


图 1 同步旋转坐标系下的电机模型

其中, $\theta$ 为d轴轴线与电机 a 相绕组轴线的夹角, $\psi_t$ 为转子永磁体磁极的励磁磁链。

由  $A \times B \times C$  坐标系的三相电流到  $d \times q \times 0$  同步旋转坐标系的变换为

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2) \\ -\sin\theta & -\sin(\theta - 2\pi/3) & -\sin(\theta + 2\pi/3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{pmatrix}$$

$$(1)$$

轨道车辆多采用凸极式永磁同步电机,其除了电机定子电流与永磁体励磁磁场之间产出的电磁转矩,还有转子凸极效应所产生的转矩(磁阻转矩),利用磁阻转矩可增加电机输出力矩或者拓展电机的调速范围。其在  $d \times q$  同步旋转坐标系的磁链、电压方程为

$$\begin{cases} \psi_{d} = L_{d}i_{d} + \psi_{f} \\ \psi_{q} = L_{q}i_{q} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{d} = R_{s}i_{d} + \frac{\mathrm{d}\psi_{d}}{\mathrm{d}t} - \omega\psi_{q} = R_{s}i_{d} + L_{d} \frac{\mathrm{d}i_{d}}{\mathrm{d}t} - \omega L_{q}i_{q} \\ u_{q} = R_{s}i_{q} + \frac{\mathrm{d}\psi_{q}}{\mathrm{d}t} + \omega\psi_{d} = R_{s}i_{q} + L_{q} \frac{\mathrm{d}i_{q}}{\mathrm{d}t} + \omega L_{d}i_{d} + \omega\psi_{f} \end{cases}$$

$$(2)$$

#### 电磁转矩矢量方程为

$$T_{e} = P_{n} \psi_{s} \vec{i}_{s} = P_{n} (\psi_{d} + j \psi_{q}) \times (i_{d} + j i_{q}) = P_{n} (\psi_{d} i_{q} - \psi_{q} i_{d}) = P_{n} [\psi_{f} i_{q} + (L_{d} - L_{q}) i_{d} i_{q}]$$
(4)

力矩平衡方程为

$$T_{e} - T_{1} = J \frac{\mathrm{d}(\omega/P_{n})}{\mathrm{d}t} + R_{\Omega}\omega_{r} \tag{5}$$

其中, $i_A$ , $i_B$ , $i_C$  为 A 、 B 、 C 三相绕组电流, $L_d$  、  $L_q$  为电机直轴、交轴同步电感, $R_s$  为电机定子电阻, $P_n$  为电机定子绕组极对数, $i_d$  、  $i_q$  为直轴与交轴电流, $T_1$  为电机的负载阻力矩,J 为电机轴联转动惯量, $R_\Omega$  为电机阻尼系数。

由以上数学模型可得到永磁同步电机的矢量图如图 2 所示,其中v 为电机功角, $\beta$  为电机定子三相电流合成空间矢量和永磁体励磁磁场直轴之间的夹角。

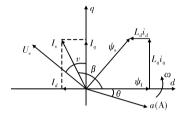


图 2 永磁同步电机的矢量图

#### 2 最大转矩电流比控制

最大转矩电流比控制是电机在输出给定电流的 条件下,合适的利用磁阻转矩,以达到最大转矩输 出效果。电机定子电流为

$$i_{\rm s} = \sqrt{i_d^2 + i_q^2} \tag{6}$$

对式(4)和式(6)构造拉格朗日辅助函数,得到转矩的极值,其公式为

$$L(i_d, i_q, \lambda) = \sqrt{i_d^2 + i_q^2} - \lambda \{ T_e - [\psi_t i_q + (L_d - L_q) i_d i_q ] \}$$
(7)

其转矩  $T_e$  与直轴电流  $i_d$  关系式为

$$T_{e} = \frac{3}{2} P_{n} \left[ \psi_{f} + (L_{d} - L_{q}) i_{d} \right] \times \sqrt{\frac{\psi_{f} i_{d} + (L_{d} - L_{q}) i_{d}^{2}}{L_{d} - L_{q}}}$$
(8)

通过上述永磁同步电机数学建模及其分析,采用最大转矩电流比控制策略即可得到其控制框图,如图 3 所示。由图 3 可知控制框图对永磁同步电机进行速度和转角采样,通过速度环可得到定子电流 $i_s$  或者转矩量  $T_e$  ,然后得到参考直轴电流 $i_d^*$  及交轴电流 $i_q^*$  ,并根据式(3) 采用电压前馈方式得到参考直轴电压  $u_d^*$  及交轴电压  $u_q^*$  。控制框图对逆变器的输出电流  $i_A$  、 $i_B$  、 $i_C$  进行采样,根据式(1) 进行  $\alpha$  、  $\beta$  坐标变换及 d 、q 旋转坐标变换,得到直轴电流  $i_d$  及交轴电流  $i_q$  ,并和参考直轴电流  $i_d^*$  及交轴电流  $i_q^*$  ,并和参考直轴电压  $u_d^*$  及交轴电压 0 如由压 0 如为交轴电压 0 和,

电压  $u_q$ 。对其进行  $d \times q$  旋转坐标变换及  $\alpha \times \beta$  坐标变换产生 SVPWM 脉冲波驱动逆变器正常工作。

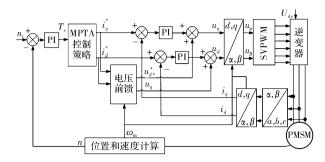


图 3 永磁同步电机最大转矩电流比控制框图

#### 3 曲线拟合法反解 MTPA 关系式

为分析方便,首先对电机参数进行标幺值化处理,得如下等式

$$\begin{cases} i_{b} = \frac{\psi_{f}}{L_{q} - L_{d}} \\ T_{eb} = P_{n} \psi_{f} i_{b} \\ T_{en} = \frac{T_{e}}{T_{eb}} , i_{dn} = \frac{i_{d}}{i_{b}} , i_{qn} = \frac{i_{q}}{i_{b}} \end{cases}$$
(9)

将式( 7) 分别对  $i_d$ 、 $i_q$ 、 $\lambda$  进行求偏导,并令其等式为 0,同时,注意因凸机式永磁同步电机  $L_d$  <  $L_q$  ,其磁阻转矩需为正值,必须满足  $i_d$  < 0 ,标幺化求解得到

$$\begin{cases} i_{\rm dn} = \left(1 - \sqrt{1 + 8i_{\rm sn}^2}\right)/4\\ i_{\rm qn} = \sqrt{\left(1 - 2i_{\rm dn}\right)^2 - 1}/2\\ T_{\rm en} = \sqrt{-i_{\rm dn}\left(1 - i_{\rm dn}\right)^3} \end{cases}$$
 (10)

由式( 10) 可知最大转矩电流比控制条件下转矩与直轴、交轴电流的关系,直轴电流  $i_a < 0$ ,通过直轴电流产生去磁效果,实现最大转矩控制。

图 3 中速度环可转换成定子电流  $i_s$  或者转矩量  $T_e$  这两个量,根据式( 10) 其分别对应两个不同的关系变量,其中直轴电流  $i_a$  和定子电流  $i_s$  的关系式可得,而直轴电流  $i_a$  和转矩  $T_e$  的关系式不易求解,因此本文采用曲线拟合法反解 MTPA 关系式,得到较精准的拟合曲线以替代 MTPA 关系式。同时,对 MTPA 关系式进行了标幺值化,使其关系曲线独立于转子磁链、直轴电感、交轴电感等可变参数的影响,大大提高了其可靠性,并且简化了其曲线的复杂性。

考虑到函数计算的快速性,因此合理选择3阶多项式曲线作为拟合曲线,同时考虑到其精准性,选取分段拟合方式更能有效的实现拟合曲线的准确,并采用 MATLAB 进行绘制,表达式为

$$P = \text{polyfit}(T_{\text{en}}, i_{\text{dn}}, 3) \tag{11}$$

得到拟合系数再通过式(12)得到拟合曲线

$$i_{\rm dn} = \text{polyval}(P, T_{\rm en})$$
 (12)

如图 4 所示,其具体表达式为

$$\begin{cases} i_{\rm dn} \approx 0.9472 T_{\rm en}^3 - 1.1064 T_{\rm en}^2 + 0.0036 T_{\rm en} + \\ 0.000 (0 < T_{\rm en} < 0.365) \\ i_{\rm dn} \approx 0.0151 T_{\rm en}^3 + 0.0021 T_{\rm en}^2 - 0.4678 T_{\rm en} + \\ 0.070 (0.365 \le T_{\rm en} \le 1.568) \\ i_{\rm dn} \approx -00053 T_{\rm en}^3 + 0.0654 T_{\rm en}^2 - 0.5254 T_{\rm en} + \\ + 0.0835 (1.568 < T_{\rm en} < 2.828) \end{cases}$$
(13)

当参考转矩确定后,对其进行标幺值化,根据拟合曲线,求解得到参考直轴电流标幺值  $i_{\rm dn}$ ,代入式(10) 得到参考交轴电流标幺值  $i_{\rm qn}$ ,将参考直轴电流标幺值  $i_{\rm dn}$ 和参考交轴电流标幺值  $i_{\rm qn}$ 代入式(9) 得到参考交、直轴电流  $i_a$ 、 $i_a$ 。

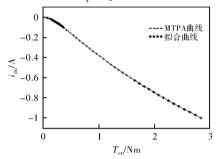


图 4 最大转矩电流比拟合曲线图

本文的曲线拟合法是建立在直轴电流  $i_a$  和转矩  $T_e$  的关系式先进行标幺值化处理,再对其标幺值化关系式进行拟合反解,其将转子磁链  $\Psi_f$ 、直轴电感  $L_a$ 、交轴电感  $L_a$ 等一些可变参数设定为标幺值的基值,使其不影响拟合曲线,并且标幺值化后,直轴电流  $i_a$  标幺值在最大转矩电流比控制曲线中将变为范围可定,而传统曲线拟合法中通过对式(8) 进行拟合反解,其关系式受转子磁链  $\Psi_f$ 、直轴电感  $L_a$ 、交轴电感  $L_a$ 等一些可变参数影响,反解出来的拟合曲线受到可变参数的影响较大,并且其解为一个确定的电流值,电机工作在不同条件下,其拟合曲线也跟着变换,可移植性差。本文所提出的的曲线拟合法可移植性强,并且可定期对可变参数进行校正,得到动态的标幺值基值,实现动态化调节系统,提高其稳定性及可靠性。

### 4 曲线拟合法反解工程实现

永磁同步电机控制框图如图 3 所示, MPTA 控制策略的输入信号为速度外环得到的为电机所需转矩量。速度外环如图 5 所示。

$$\omega_{r}$$
 PI  $T_{e}$ 

图 5 速度外环控制框图

MPTA 控制策略中的拟合反解的工程实现详细描述如下。电机速度外环得到电机所需转矩  $T_{\rm e}$  ,然后代入式(9),得到标幺值化转矩  $T_{\rm en}$ 。对标幺值化转矩  $T_{\rm en}$ 进行判断,如果  $T_{\rm en}$ 在 0 到 0. 365 时,代入公式 13 中第一个公式;如果  $T_{\rm en}$ 在 0. 365 到 1. 568 时,代入公式 13 中第二个公式;如果  $T_{\rm en}$ 在 1. 568 到 2. 828 时,则代入式(13)第三个公式,通过计算算式得到  $i_{\rm dn}$ ,把  $i_{\rm dn}$ 代入式(10)得到  $i_{\rm qn}$ 。最后通过式(9)反标幺值化得到参考电流  $i_d^*$ 、 $i_q^*$ 。完成了拟合反解运算过程。

此过程可以在 DSP 控制器上轻松实现。 其流程图如图 6 所示。

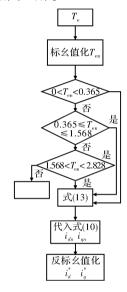


图 6 拟合反解实现框图

## 5 Matlab 仿真结果及其分析

针对图 3 所示控制方法,使用 Matlab/Simulink 对其进行仿真,并与传统矢量控制方法进行对比,分析其优越性。仿真的电机参数为:  $R_s=0.62\Omega$ , $L_d=2.075\mathrm{e}-3\mathrm{H}$ , $L_q=4.15\mathrm{e}-3\mathrm{H}$ , $\Psi_f=0.08627\mathrm{Wb}$ , $P_n=4$ , $J=0.8\mathrm{e}-3\mathrm{kg}$  •  $\mathrm{m}^2$ 。在同等的条件下进行仿真: 初始速度指令为 300 rad/s,空载起动,在  $0.005\mathrm{s}$  时突加负载至 3 Nm,然后在  $0.05\mathrm{s}$  负载突至  $10\mathrm{Nm}$ ,又在  $0.1\mathrm{s}$  速度指令阶跃至  $600\mathrm{rad/s}$ ,再在  $0.15\mathrm{s}$  速度指令突降至  $10\mathrm{Nm}$ ,最后在  $10\mathrm{Nm}$  。

从图 7 可以看出,当永磁同步电机起动时,采用 MTPA 控制方法较  $i_a=0$  控制方法启动时转矩更大,加速时转矩增量也大,同时根据如图 6 所示,最大转矩电流比控制启动时间和加速时间较  $i_a=0$  控制方法短。而通过图 9 可知, $i_a=0$  控制方法在整个

变速变转矩过程中,直轴电流除条件突变情况下出 现波动,其稳态阶段均为0,并且其交轴电流 i。大 于 MTPA 控制方法的交轴电流。同时,图9中MTPA 控制方法的直轴电流  $i_a$ , 其呈现为一个负值, 起到 一定的弱磁效果,从而使磁阻转矩为正,增加电机 转矩量。而且从图中可以发现随着转矩的增加,其 直轴电流 i, 呈逐渐负向增加趋势。图 8 分别为两种 控制方法的三相电流波形,从图中可发现,当转矩 为 3 Nm 时,两种控制方法的输出电流峰峰值相差不 大, MTPA 控制方法和  $i_d = 0$  控制方法分别为 16 A 和 16.2 A, 而当转矩增至 10 Nm 时, 其电流峰峰值 分别为 36.6 A 和 39.4 A, 由此可知, 当转矩越大的 情况下, MTPA 控制方法效果跟明显, 效率等级更 高。同时,由图10、图11可知,当转速越高的情况 下,三相输出电流的频率也越高。以上 MTPA 仿真 波形均为采用拟合曲线的方法所得,验证了此方法 的正确性、可行性,并且其运算量简单,大大减少 了处理器运行时间,适用于工程应用。

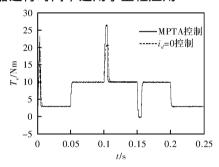


图 7 MTPA 与  $i_d = 0$  控制转矩波形

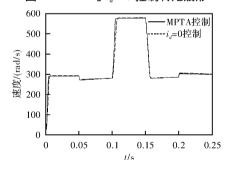


图 8 MTPA 与  $i_a = 0$  控制速度波形

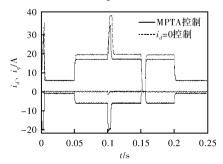


图 9 MTPA 与  $i_d$  = 0 控制交、直轴电流波形

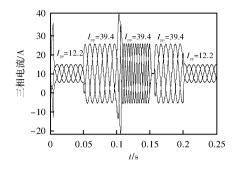


图 10  $i_d = 0$  控制三相电流波形

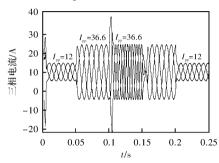


图 11 MTPA 控制三相电流波形

#### 6 结 论

本文针对最大转矩电流比控制系统中,直轴电流与转矩关系式的复杂性,采用标幺值法,去除了参数变量去关系式的影响,并考虑到运算的简单,

采用了分段式三项式拟合策略,得到了较为精准的 拟合曲线,并采用 Matlab/Simulink 对其进行仿真分析,从而验证其可行性和优越性。

#### 参考文献

- [1] 陈钱春,阮毅,王仁峰.永磁同步电动机矢量控制的研究与分析[J].电机与控制应用,2007,34(2):25~28.
- [2] 许峻峰,徐英雷,冯江华,等.永磁同步电机直接转矩控制中 定子磁链的分析[J]. 电气传动,2005,35(1): 10-12.
- [3] Lenke R U , De Doncker R W , Mu-Shin K , et al. Field Weakening Control of Interior Permanent Magnet Machine Using Improved current Interpolation Technique [C]. 37th IEEE Power Electronics Specialists Conference , 2006: 1-5.
- [4] 张波. 永磁同步电动机矢量控制和最大转矩电流比控制[J],华南理工大学学报,1996,24(1): 35-39.
- [5] 李长红,陈明俊,吴小役. PMSM 调速系统中最大转矩电流比控制方法的研究[J]. 中国电机工程学报,2005,21(25):169-174.
- [6] 尚重阳,邓利红,周建华,等.一种永磁同步电动机的最大转矩电流比控制方法[J].自动化技术与应用,2008,27(7).
- [7] Ching-Tsai P , Sue S M. A Linear Maximum Torque Per Ampere Control for Ipmsm Drives Over Full-speed Range [J]. IEEE Transactions on Energy Conversion , 2005 , 20(2): 359-366.
- [8] 郎宝华,刘卫国,贺虎成,等.基于最大转矩电流比动态磁链给定的直接转矩控制[J].电气传动,2008(38):23-26.

#### (上接第31页)

#### 参考文献

- [1] Liao Y , Liang F , Lipo T A. A Novel Permanent Magnet Motor with Double Salient Structure [J]. IEEE Trans. on Industrial Applications , 1995 , 31(5): 1069-1074.
- [2] Bulent Sarlioglu, T. A. Lipo. Nonlinear Modeling and Simulation of Single Phase Doubly Salient Permanent Magnet Generator [C]. Industry Applications Conference, 1998.
- [3] Cheng M, Chau KT, Chan CC. Design and Analysis of a New Doubly Salient Permanent Magnet Motor [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2001, 37(4): 3012-3020.
- [4] Cheng M, Chau KT, Chan CC. Static Characteristics of A New Doubly Salient Permanent Magnet Motor [J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2001, 16(1): 20-25.
- [5]林明耀,程明,周鹗.新型12/8极双凸极变速永磁电机的设计与分析[J].东南大学学报,2002,32(6):944-948.
- [6] Jiangzhong Zhang, Ming Cheng, Yunqian Zhang. Single Phase Doubly Salient Permanent Magnet Generator with Full-pitched Winding [C]. Electric Machines and Drives Conference, 2009.
- [7]孔祥新,程明,常莹. 电动车用定子双馈电双凸极电机的设计与电磁特性[J]. 电工技术学报,2007,22(9): 28-33.

- [8]程明,周鹗,黄秀留. 双凸极变速永磁电机的变结构等效磁路模型[J]. 中国电机工程学报,2001,21(5): 23-28.
- [9]花为,程明,ZQZhu,DHowe.新型磁通切换型双凸极永磁电机的静态特性研究[J].中国电机工程学报,2006,26(13): 129-134
- [10] 王蕾,李光友,张强. 磁通反向电机的变网络等效磁路模型 [J]. 电工技术学报,2008,23(8): 18-23.
- [11] 王蕾,李光友,陈高波,等. 新型双凸极永磁电机线性模型及 静态特性分析[J]. 微电机. 2007,40(12):22-24.
- [12] Liu Chuang , Zhou Bo , Yan Yang-guang. Implementation and Study of a Novel Doubly Salient Structure Starter/Generator System [J]. Chinese Journal of Aeronautics , 2002 , 15(3): 150-155.
- [13] 周增福,严仰光. 电励磁双凸极发电机的非线性建模与空载特性仿真[J]. 南京航空航天大学学报,2006,38(3): 398-303.
- [14] 李家荣,沙德尚,邓智泉. 双凸极无刷直流发电机空载特性的分析[J]. 微电机,2000,35(15): 16-18.
- [15] 陈志辉,周楠. 混合励磁双凸极电机三维有限元仿真与数字电压调节技术[J]. 中国电机工程学报,2010,30(27): 26-31.
- [16] 余海阔,陈世元. 电励磁双凸极轮毂电机空载性能的有限元分析[J]. 微电机,2011,44(6): 23-25.