Introduction
Plan du cours
Classification
Température
α
Saha
Γ
Θ
Coulomb
Debye
ω_p
Descriptions

Introduction à la physique des plasmas

S. Mazevet

Laboratoire de Structure Electronique
Département de Physique Théorique et Appliquée
Commissariat à l'Energie Atomique
Bruyères-Le-Châtel, FRANCE

Orsay, Septembre 2009

Table of contents

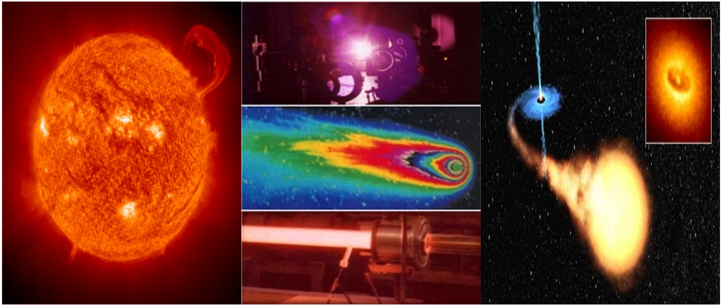
1. Introduction
2. Plan
3. Classification
   - *Température*
   - *Degré d'ionisation:* α
   - *Saha*
   - *Cinétiques-corrélés:* Γ
   - *Plasmas classiques/dégénérés*
4. Intéractions longues portées
   - *Ecrantage de Debye*
   - *Oscillations dans les plasmas: fréquence plasma*
   - *Descriptions utilisées pour les plasmas*

Définition

Introduction
Plan du cours
Classification
Température
α
Saha
Γ
Θ
Coulomb
Debye
ω_p
Descriptions

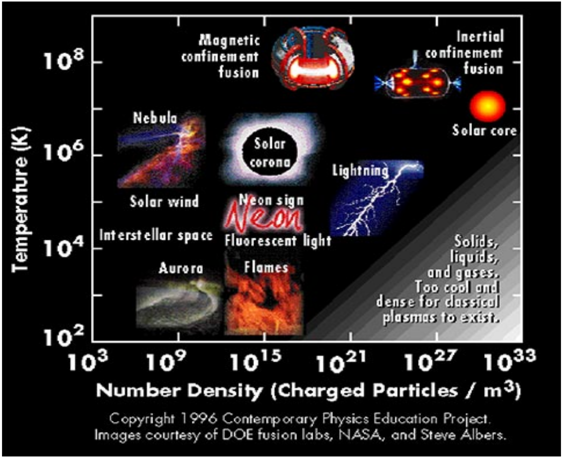
- Un plasma est défini comme un ensemble de particules chargées
- Un plasma est électriquement neutre: nombre égale de particules chargées positivement et négativement
- Toutes les particules interagissent entre elles via l'interaction coulombienne
- Contrairement à un gaz où les interactions sont de courte portée, dans un plasma les interactions sont donc de longue portée
- Ceci implique un comportement collectif des particules
- Modélisable comme deux fluides chargés en interaction
- Il existe des plasmas trés variés $\pm$denses,$\pm$ chauds, $\pm$ ionisés
- Tous les corps se transforment en plasma lorsque la température et/ou densité sont suffisement élevées

Applications



- Astrophysique, 99% de la matière visible, atmosphéres stellaires, nébuleuses,...
- Fusion thermonucléaire controlée: magnétique ou par confinement inertiel
- Décharges électriques dans les gaz,...
- Matière dans des conditions extrémes

Introduction
Plan du cours
Classification
Température
α
Saha
Γ
Θ
Coulomb
Debye
ω_p
Descriptions



Les différents types de plasmas sont catalogués en utilisant quelques paramètres clés.

Introduction
Plan du cours
Classification
Température
α
Saha
Γ
Θ
Coulomb
Debye
ω_p
Descriptions

Plan du cours

- Généralités sur les plasmas, grandeurs fondamentales
- Collisions dans les plasmas
- Description fluide, ondes dans les plasmas (2 cours)
- Eléments de théorie cinétique (2 cours)
- Instabilités paramétriques
- Thèmes de recherche actuels sur les plasmas: interaction laser plasmas, matière dans les conditions extrêmes, simulations.

Introduction
Plan du cours
Classification
Température
α
Saha
Γ
Θ
Coulomb
Debye
ω_p
Descriptions

- Pour un plasma proche de l'équilibre, les collisions sont suffisement fréquentes pour que les lois de la mécanique statistique soient applicables
- La distribution des vitesses des particules à une température T est donnée par une distribution de Maxwell-Boltzmann (une dimension)

$$f(u) = Aexp(-\frac{1}{2}mu^2/k_BT) \tag{1}$$

- fdu est le nombre de particules par m^3 avec une vitesse entre u et $u + du$, $\frac{1}{2}mu^2$ est l'énergie cinétique et $k_B = 1.38 \times 10^{-23} J/K$ la constante de Boltzmann
- La constante A est reliée à la densité n par

$$A = n\left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{1/2} \tag{2}$$

Introduction
Plan du cours
Classification
Température
α
Saha
Γ
Θ
Coulomb
Debye
ω_p
Descriptions

- L'énergie cinétique moyenne des particules dans cette distribution est

$$E_{av} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} m u^2 f(u) du}{\int_{-\infty}^{\infty} f(u) du} \tag{3}$$

- En utilisant une intégration par partie, on trouve, à une dimension:

$$E_{av} = \frac{1}{2} k_B T \tag{4}$$

- Ce résultat peut être facilement étendu à trois dimensions en utilisant

$$f(u,v,w) = A_3 exp\left[-\frac{1}{2} m(u^2+v^2+w^2)/k_b T\right] \tag{5}$$

- L'énergie cinétique moyenne est alors $E_{av} = \frac{3}{2} k_b T$ soit $\frac{1}{2} k_b T$ par degré de liberté
- Il est courant, en physique des plasmas, d'exprimer la température en unité d'énergie: $1eV = 11604K$
- Notion de température pour les électrons T_e et les ions T_i

Introduction
Plan du cours
Classification
Température
α
Saha
Γ
Θ
Coulomb
Debye
ω_p
Descriptions

- L'état d'ionisation d'un plasma est lié à sa température T et sa densité n
- Pour un atome A dans un plasma, une collision ionisante est du type

$$e + A \rightarrow e + A^+ + e \tag{6}$$

- A l'équilibre, le plasma contient donc n_e électrons, n_i ions et n_0 neutres par unité de volume.
- Pour un plasma globalement neutre: $n_e = n_i = n$
- Le degré d'ionisation, α est définie par

$$\alpha = \frac{n}{n_0 + n} \tag{7}$$

Introduction
Plan du cours
Classification
Température
α
Saha
Γ
Θ
Coulomb
Debye
ω_p
Descriptions

- A cause des collisions, les atomes, molécules, ou ions présents dans le plasma peuvent être ionisés si la température est telle que

$$k_B T > U_i/10 \tag{8}$$

où U_i est le potentiel d'ionisation.

- Si le plasma est à l'équilibre thermodynamique, l'ionisation est contre-balancée par la recombinaison
- Cet équilibre est décrit par l'équation de Saha

$$\frac{n_{i+1} n_e}{n_i} = \frac{g_{i+1} g_e}{g_i} \frac{(2\pi m_e k_B T)^{3/2}}{h^3} exp[-(U_{i+1} - U_i)/k_b T] \tag{9}$$

- g sont des facteurs de dégénérescence énergétique et $g_e = 2$
- n_i est la densité d'atomes dans leur i^{eme} état d'ionisation
- h est la constante Planck
- $\frac{(2\pi m_e k_B T)^{3/2}}{h^3}$ correspond à la longeur d'onde thermique d'un électron

Equilibre d'ionisation II

- Le terme qui participe le plus est $exp[-U_i/k_bT]$
  Si $U_i >> k_bT$ faible ionisation, $\alpha \to 0$
  Si $U_i << k_bT$ fortement ionisé $\alpha \to 1$
- Application Numérique:
  Azote à température ordinaire $n_0 = 3.10^{25}$m^{-3}, $U_i = 14.5$eV,
  T=300K $\frac{n_i}{n_0} = 10^{-26}$.
- Typiquement, α commence à être significatif lorsque $k_bT > U_i/10$
- Permet de distinguer les plasmas faiblement et fortement ionisés
- Avec plusieurs espèces (atomes, ions,..), il faut traiter les équations d'évolution pour toutes les espèces et les mécanismes associés: Physique Atomique à l'équilibre et hors équilibre
- Avec $n_e = n_i = \alpha n$, le facteur n déplace l'équation en faveur de la recombinaison: l'équation de Saha n'est pas valable à forte densité

Plasmas cinétiques-corrélés

Introduction
Plan du cours
Classification
Température
α
Saha
Γ
Θ
Coulomb
Debye
ω_p
Descriptions

- La distinction entre un plasma cinétique et un plasma corrélé se fait en comparant l'énergie cinétique à l'énergie d'interaction Coulombienne
- Energie cinétique $E_{cin} = \frac{3}{2} k_b T$
- Energie d'interaction Coulombienne

$$U_{int} = \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 d} \tag{10}$$

avec d distance entre les deux particules

- Définition:
  $\rightarrow U_{cin} >> U_{int}$ Plasma cinétique, comportement de type gaz parfait
  $\rightarrow U_{cin} << U_{int}$ Plasma correlé, les forces électrostatiques modifient le comportement des particules chargées
- On définit le paramètre de couplage $\Gamma = \frac{U_{int}}{U_{cin}}$
  $\rightarrow \Gamma << 1$ plasma cinétique
  $\rightarrow \Gamma >> 1$ plasma corrélé

Introduction
Plan du cours
Classification
Température
α
Saha
Γ
Θ
Coulomb
Debye
ω_p
Descriptions

- On définit la longueur de Landau: longueur d'approche de 2 particule d'énergie $k_b T$

$$r_0 = \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 k_b T} \tag{11}$$

- Le paramètre de couplage devient

$$\Gamma = \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 d} \times \frac{1}{k_b T} = \frac{r_0}{d} \tag{12}$$

- La longueur de Landau permet également de classer un plasma
  $r_0 << d \rightarrow$ cinétique
  $r_0 >> d \rightarrow$ corrélé
- Le plasma est corrélé à faible température ou haute densité
- Le plasma est cinétique à haute température ou faible densité

Introduction
Plan du cours
Classification
Température
α
Saha
Γ
Θ
Coulomb
Debye
ω_p
Descriptions

- Si la distance entre 2 particules est petite, les fonctions d'onde se recouvrent et l'on ne peut plus négliger les effets quantiques
- Ces effets vont se manifester d'abord sur les e car ils ont une fonction d'onde plus étendue
- L'extention spatiale d'une particule est donnée par la longueur thermique de de Broglie

$$\lambda_{th} = \frac{h}{\sqrt{mk_bT}} \tag{13}$$

$$\frac{d}{\lambda_{th}} = \left(\frac{3}{4\pi n}\right)^{1/3} \frac{\sqrt{mk_bT}}{h} = \sqrt{\frac{T}{T_F}} \tag{14}$$

avec T_F la température de Fermi

- Définition: $\rightarrow d >> \lambda_{th}$ ou $T >> T_F$: plasma classique, n faible ou T élevée $\rightarrow d << \lambda_{th}$ ou $T << T_F$: plasma dégénéré
- Lorsque le plasma est dégénéré, les effets quantiques sont importants. Il faut considérer la statistique de Fermi-Dirac
- Les électrons dans un métal est un exemple de plasma dégénéré

Introduction
Plan du cours
Classification
Température
α
Saha
Γ
Θ
Coulomb
Debye
ω_p
Descriptions

- Dans un gaz parfait, les molécules n'interagissent que si elles s'approchent à une distance de quelques AA
- Dans les plasmas, les particules chargées interagissent à longue portée.
- Le potentiel d'interaction est en $1/r$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \tag{15}$$

- Nous allons étudier deux effets importants:
  $\rightarrow$ Ecrantage de Debye : distance à laquelle la présence d'une charge se fait sentir
  $\rightarrow$ Oscillation plasma : fréquence fondamentale pour un plasma

Ecrantage de Debye

- Si on insère une charge dans un plasma, elle attire les charges opposées qui vont l'écranter
- Si la température du plasma est nulle, l'écrantage sera parfait
- Si on insère une grille maintenue au potentiel constant ϕ_0
- Les ions sont supposés fixes alors que les électrons s'arrangent en fonction de leur température
- La fonction de distribution pour les électrons est

$$f(u) = Aexp[-(\frac{1}{2}mu^2 + q\phi)/k_bT] \qquad (16)$$

- Intégrer $f(u)$ sur u et en notant que $n_e(\phi \to 0) = n_\infty$, on obtient

$$n_e = n_\infty exp(e\phi/k_bT_e) \qquad (17)$$

- En prenant maintenant l'équation de poisson à une dimension

$$\epsilon_0 \nabla^2\phi = \epsilon_0 \frac{d^2\phi}{dx^2} = -e(n_i - n_e) \qquad (18)$$

Ecrantage de Debye II

Introduction
Plan du cours
Classification
Température
α
Saha
Γ
Θ
Coulomb
Debye
ω_p
Descriptions

- Utilisant l'expression de n_e, l'équation devient

$$\epsilon_0 \frac{d^2\phi}{dx^2} = en_\infty \left\{ \left[exp\left(\frac{e\phi}{k_b T_e} \right) \right] - 1 \right\} \tag{19}$$

- Par linéarisation, on obtient

$$\epsilon_0 \frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{n_\infty e^2}{k_b T_e} \phi \tag{20}$$

- la solutions est du type

$$\phi = \phi_0 exp(-|x|/\lambda_D) \tag{21}$$

- λ_D est la longueur de Debye

$$\lambda_D = \left(\frac{\epsilon_0 K T_e}{n e^2} \right)^{1/2} \tag{22}$$

Ecrantage de Debye: interprétation

- Si une charge est plus loin que λ_d, elle ne voit pas le potentiel ϕ_0
- Lorsque la densité augmente λ_D diminue
- Lorsque la température augmente, λ_D augmente: sans agitation thermique, toutes les charges viennent sur le potentiel
- La longueur d'onde de Debye permet de parler de quasi-neutralité pour un plasma.
- Si la taille du plasma, L, est telle que $L >> \lambda_D$, on voit que le plasma sera globalement neutre
- Conditions de validité: Il faut que le nombre de particules dans un volume de Debye soit $>> 1$:

$$N_D = \frac{4}{3}\pi n_0 \lambda_D^3 >> 1 \rightarrow \frac{4}{3}\pi \left(\frac{\epsilon_0 K T_e}{n e^2}\right)^{3/2} n_0 >> 1 \quad (23)$$

$$\left(\frac{d}{r_0}\right)^{3/2} >> 1 \rightarrow d >> r_0 \quad (24)$$

- Dans un plasma cinétique

Oscillations dans les plasmas: fréquence plasma

- Si les e sont déplacés par rapport aux ions considérés comme fixes, il y a apparition d'un champ électrique qui tend à les ramener à l'équilibre et maintenir la neutralité
- Les e étant légers, ils se mettent à osciller avec une fréquence charactéristique dite fréquence plasma ω_p
- Ces oscillations sont suffisement rapides pour que les ions n'aient pas le temps de réagir
- En considérant les ions fixes, la température électronique nulle et en l'absence de champs magnétique, le système à résoudre est:

$$\begin{cases} mn_e \frac{d\mathbf{v}_e}{dt} = -en_e\mathbf{E} & \text{eq. du mouvement} \\ \epsilon_0 \nabla.\mathbf{E} = \epsilon_0 \partial\mathbf{E}/\partial\mathbf{x} = e(n_i - n_e) & \text{eq. de poisson} \\ \frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla.(n_e\mathbf{v_e}) = 0 & \text{eq. de continuité} \end{cases} \tag{25}$$

Introduction
Plan du cours
Classification
Température
α
Saha
Γ
Θ
Coulomb
Debye
ω_p
Descriptions

- On suppose de petites perturbations $n_e = n_0 + n_1$, $\mathbf{v_e} = \mathbf{v_0} + \mathbf{v_1}$ et $\mathbf{E} = \mathbf{E_0} + \mathbf{E_1}$
- Comme le plasma est quasi-neutre et à l'équilibre avant la perturbation

$$\nabla n_0 = \mathbf{v_0} = \mathbf{E_0} = 0; \qquad \frac{\partial n_0}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v_0}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{E_0}}{\partial t} = 0 \tag{26}$$

- Le système devient alors

$$\begin{cases} m_e \frac{\partial \mathbf{v_1}}{\partial t} = -e\mathbf{E_1} \\ \epsilon_0 \nabla \mathbf{E_1} = e n_1 \\ \frac{\partial n_1}{\partial t} + n_0 \nabla . \mathbf{v_1} = 0 \end{cases} \tag{27}$$

- Les solutions du type $n_1 = n_1 e^{i(kx - wt)}$ satisfont

$$\frac{\partial^2 n_1}{\partial t} - \omega_p^2 n_1 = 0 \quad \text{avec} \quad \omega_p = \left(\frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m_e}\right)^{1/2} \tag{28}$$

Descriptions utilisées pour les plasmas

Introduction
Plan du cours
Classification
Température
α
Saha
Γ
Θ
Coulomb
Debye
ω_p
Descriptions

- Une description particulaire (incomplète): équation du mouvement...
- Théorie cinétique: équation de Boltzman. Particulièrement utilisée pour déterminer les coefficients de transport
- Théorie fluide: le plasma est considéré comme un ou deux fluides (e+ions). Permet de déterminer un ensemble de données macroscopiques comme la pression, la température,...
- Ces descriptions sont équivalentes et complémentaires