Introduction à la physique des plasmas cours 2: collisions dans les plasmas

S. Mazevet

Laboratoire de Structure Electronique
Département de Physique Théorique et Appliquée
Commissariat à l'Energie Atomique
Bruyères-Le-Châtel, FRANCE

Orsay, Septembre 2009

Table of contents

Définition

- On parle de collisions lorsque deux particules animées d'un mouvement rectiligne change de direction et reprennent un mouvement rectiligne aprés
- Une section efficace peut être définie pour tous les types de collisions
- Dans le cas le plus simple d'une collision avec un atome neutre on peut distinguer entre :
  * <u>les collisions élastiques:</u> les deux particules gardent leur identitée et l'atome reste dans le même état d'énergie
  * <u>les collisions inélastiques:</u> l'atome et l'électron change d'état d'énergie, excitation, ionisation,...
- <u>Définition:</u>
  * on considére une matériau d'épaisseur dx et contenant n_n atomes neutres par unité de volume
  * on considére les atomes comme des sphéres opaques de section efficace σ qui bloquent les électrons

Définition II

- * un faisceau d'électrons incidents de flux Γ émerge de l'autre coté avec un flux $\Gamma(1 - n_n \sigma dx)$

$$\frac{\Gamma}{dx} = -n_n \sigma \Gamma \quad \text{d'où} \quad \Gamma = \Gamma_0 exp(-x/\lambda_{mfp}) \tag{1}$$

- $\lambda_{mfp} = (n_n \sigma)^{-1}$ est appelé le libre parcours moyen. C'est la distance parcourue par un électron avant qu'il ne retrouve une probabilité importante de rentrer en collision avec un autre atome.
- Pour un électron se déplacant à une vitesse v, le temps moyen entre deux collisions est $\tau = \lambda_{mfp}/v$
- On définit la fréquence de collisions (l'inverse de τ) comme une moyenne sur la distribution des vitesses dans le plasma (Maxwellian)

$$\nu =< \tau^{-1} >= n_n < \sigma v >= (n_n/n_e) \int f_e(v) \sigma(v) v d^2 v \tag{2}$$

- La section efficace est elle même dépendente de la vitesse

- Pour une collisions avec un atome neutre la section efficaces est

$$\sigma_n \equiv \pi a_0^2 \equiv 10^{-20}\mathrm{m}^2 \tag{3}$$

- Lorsqu'un électron arrive à une distance r d'un ion il subit une force attractive

$$F_r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \tag{4}$$

- l'angle de déflection va être important lorsque l'énergie cinétique et potentielle sont comparables

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 b} \equiv T_e \equiv mv^2 \tag{5}$$

  On définit ainsi une section efficace coulombienne $\sigma_i \equiv \pi b^2 \equiv \pi e^4/(4\pi\epsilon_0)^2 T_e^2 \equiv 10^{-17}/T_e^2(eV)m^2$

- Les collisions coulombiennes dominent largement dans un plasma même faiblement ionisé

Collisions coulombiennes proches

- On considère un électron de masse m_e, charge $-e$, et vitesse v approchant un ion fixe de charge Ze
- Si $Z = 0$, on peut définir un paramètre d'impact b qui peut être considéré comme la distance la plus proche
- L'attraction coulombienne entraine une déflection. L'électron décrit une trajectoire hyperpolique (force en $1/r^2$)

$$tan\frac{\theta}{2} = \frac{b_0}{b} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 mv^2 b} \tag{6}$$

- Pour une déflection $\theta = 90^o$, le paramètre d'impact b doit avoir la valeur

$$b_0 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 mv^2} \tag{7}$$

- La section efficace pour une diffusion à 90^o est donc

$$\sigma_i = \pi b_0^2 = \frac{\pi Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 m^2 v^4} \tag{8}$$

Définitions

- $\sigma(\theta)d\omega$: surface de la couronne plane comprise entre b et $b+db$ pour laquelle un e à la vitesse v est dévié à θ dans l'angle solide $d\Omega$

$$\sigma(\theta)d\Omega = \sigma(\theta) \times 2\pi sin\theta d\theta = 2\pi b db \qquad (9)$$

- Pour un flux de particules $\phi = \frac{nbrepart.}{unitt.unitsurf.}$ le nombre de particules déviées est

$$dN = \phi\sigma(\theta)d\Omega dt \qquad (10)$$

- Pour N diffuseurs, le nombre de particules déviées à θ vaut

$$dN = \phi \times dt \times \sigma d\Omega \times N \qquad (11)$$

en négligeant les collisions multiples

- Probabilité de diffusion $p = \frac{dN_{diff}}{dN_{incident}} = \frac{N\sigma d\Omega}{dS}$

- On cherche à exprimer $\sigma(\theta)$ en fonction de θ et b_0

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\pi b db = 2\pi sin\theta d\theta \sigma(\theta) \\ tan(\frac{\theta}{2}) = \frac{b}{b_0} \end{array} \right. \tag{12}$$

- une différentation de la deuxième équation donne

$$\frac{b^3 d\theta}{2cos^2(\theta/2)} = -b.b_0 db \tag{13}$$

en utilisant $b = b_0 \frac{cos(\theta/2)}{sin(\theta/2)}$ et $sin\theta = 2cos(\theta/2)sin(\theta/2)$ on obtient pour la section efficace de Rutherford

$$\sigma(\theta) = \frac{b_0^2}{4sin^4(\theta/2)} \tag{14}$$

- Section efficace totale

$$\sigma_0 = \int_0^\pi \sigma(\theta)d\theta = \int_0^\pi \frac{b_0^2}{4sin^4(\theta/2)} \tag{15}$$

σ_0 diverge lorsque $\theta \rightarrow 0$: aux grands paramètres d'impacts

- Pour une particule diffusée sur un ion de charge Ze, le moment suivant x varie: $\delta p_x = p(1 - cos\theta)$
- On cherche la variation en fonction du temps $\frac{dp}{dt}$
-

$$\begin{cases} dN = \phi dt \sigma d\omega & \text{part. diffusées à } \theta \\ dp = dN.p(1 - cos\theta) & \text{variation de la quantité de mouvement} \\ \frac{dp}{dt} = \phi p(1 - cos\theta)\sigma d\Omega & \text{variation de p(t)} \end{cases} \tag{16}$$

- En intégrant sur tous les angles θ, on obtient

$$\frac{dp}{dt} = \int_0^{\pi} (1 - cos\theta)\sigma(\theta) d\Omega \tag{17}$$

- On obtient la section efficace de transfert de qte de mvt

$$\sigma_{ei} = \int_0^{\pi} (1 - cos\theta)\sigma(\theta) d\Omega \tag{18}$$

Section efficace de transfert

- En utilisant la section efficace de Rutherford

$$\sigma_{ei} = \int_0^{\pi} (1 - cos\theta) \frac{b_0^2}{4sin^4(\theta/2)} 2\pi d\theta \tag{19}$$

- et

$$\left\{ \begin{array}{l} cos\theta = cos^2(\theta/2) - sin^2(\theta/2) \\ sin\theta = 2sin(\theta/2)cos(\theta/2) \\ \int_a^b \frac{u'}{u} dt = lnu|_a^b \end{array} \right. \tag{20}$$

On obtient

$$\sigma_{ei} = 4\pi b_0^2 [lnsin(\theta/2)]_0^{\pi} \tag{21}$$

- σ_{ei} diverge lorsque $\theta \to 0$. Il faut donc introduire un θ_{min} ou un b_{max}: un cut-off

Introduction
Définition
neutres/chargées
Plasma
Coulom.
$\sigma(\theta)$
Rutherford
Transfert
σ_{ei}
Λ

- Dans un plasma, les charges sont écrantées au dela de λ_d
- Il faut donc poser

$$tan(\frac{\theta}{2}) = \frac{b_0}{b} \rightarrow \frac{\theta}{2} = \frac{b_0}{b} \quad (22)$$

- on obtient alors

$$\sigma_{ei} = 4\pi b_0^2 ln(\frac{\lambda_D}{b_0}) = 4\pi b_0^2 ln\Lambda \quad (23)$$

$$\Lambda = \frac{\lambda_D}{b_0} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 mv^2} \quad (24)$$

- Λ est le logarithme Coulombien
- On peut prendre une valeur moyenne de b_0 en posant $mv^2 = 3k_bT$
- Λ dépend de la température et de la densité
- $ln\Lambda \equiv 10 - 30$ et varie faiblement en température et densité. Cette quantité est tabulée.
- La fréquence de collisions est donnée par $\nu_{ei} = n_i v \sigma_{ei}$

Importance des collisions proches/lointaines

- Les collisions proches sont donnée par

$$\sigma_{ei}^{proche} = 4\pi b_0^2[lnsin(\theta/2)]_{\pi/2}^{\pi} \quad (25)$$
$$= 4\pi b_0^2 ln(2/\sqrt{2}) \quad (26)$$
$$= 0.35 * 4\pi b_0^2 \quad (27)$$

- On obtient alors le rapport collisions proches/lointaines

$$\frac{\sigma_{ei}^{proche}}{\sigma_{ei}} = \frac{0.35}{ln\Lambda} \quad (28)$$

- Nous voyons donc que les collisions lointaines dominent dans un plasma
- Pour que les ondes plasmas dominent la dynamiques il faut que $\omega_p >> \nu_{ei}$