

# **Introduction à la physique nucléaire**

## **Introduction to nuclear physics**

David Boilley<sup>1</sup>  
Normandie Université

M1 physique - SNEAM1  
Année 2015-2016

1. GANIL, BP 55027, F-14076 Caen cedex 05,  
<http://tinyurl.com/davidboilley>

[boilley@ganil.fr](mailto:boilley@ganil.fr),

tél : 02 31 45 47 81,

# Avant propos

Ce document est la première version de mes notes de cours et contient de nombreuses erreurs de frappe ou autre. Je vous prie d'être indulgent.

Pour le rédiger, je me suis servi des ouvrages suivants :

- Luc Valentin, *Physique subatomique : noyaux et particules*, Hermann (1975)
- Kenneth S. Krane, *Introductory nuclear physics*, John Wiley and Sons (1988)
- Jean-Louis Basdevant, James Rich et Michel Spiro, *Energie nucléaire*, les éditions de l'école polytechnique (2002)
- Bernard Fernandez, *De l'atome au noyau : Une approche historique de la physique atomique et de la physique nucléaire*, Ellipses (2006)

Les autres références, données tout au long de ce cours, sont listées dans la bibliographie, à la fin. Les conseils et recommandations de T. Lefort, qui fait les TD correspondants, ont été très utiles.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Généralités sur les noyaux</b>	<b>4</b>
1.1	Aperçu historique . . . . .	4
1.2	Description du noyau . . . . .	5
1.2.1	Nomenclature . . . . .	5
1.2.2	Rayon nucléaire . . . . .	6
1.2.3	Unités et ordre de grandeur . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Radioactivité</b>	<b>10</b>
2.1	Introduction historique . . . . .	10
2.2	Loi de décroissance temporelle . . . . .	11
2.2.1	Probabilité de désintégration . . . . .	11
2.2.2	Chaînes radioactives . . . . .	13
2.3	Principaux modes de désintégration . . . . .	14
2.3.1	Par interaction forte . . . . .	15
2.3.2	Par interaction faible . . . . .	15
2.3.3	Par interaction électromagnétique . . . . .	16
2.3.4	Résumé . . . . .	16
2.3.5	Schémas de désintégration - Decay scheme . . . . .	16
2.4	La radioactivité naturelle . . . . .	17
2.4.1	Les éléments primordiaux . . . . .	17
2.4.2	Les cosmogéniques . . . . .	19
2.5	Datations . . . . .	19
2.5.1	La datation par le carbone-14 . . . . .	19
2.5.2	La datation par le potassium-40 . . . . .	20
2.6	L'âge de la Terre . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Energy</b>	<b>23</b>
3.1	Introduction . . . . .	23
3.2	Défaut de masse et énergie de liaison . . . . .	23
3.2.1	Définitions . . . . .	23
3.2.2	Atomic and nuclear masses . . . . .	24
3.2.3	Courbe d'Aston . . . . .	24
3.2.4	Energie des réactions nucléaires . . . . .	24
3.2.5	Mass tables . . . . .	26
3.3	Binding energy - Energie de liaison . . . . .	26
3.3.1	Chaitin's principle and least squares method . . . . .	26
3.3.2	Bethe-Weizsäcker formula . . . . .	27
3.3.3	Beta stability . . . . .	29
3.3.4	New mass formulas . . . . .	29
3.4	Le modèle en couches - Shell model . . . . .	30

<b>4</b>	<b>Nuclear reactions</b>	<b>33</b>
4.1	La nécessité d'avoir des accélérateurs . . . . .	33
4.1.1	L'apport de Rutherford . . . . .	33
4.1.2	La première réaction nucléaire provoquée par des particules accélérées artificiellement . . . . .	34
4.2	Accélérer par étape . . . . .	34
4.2.1	Cyclotrons . . . . .	34
4.2.2	Accélérateurs linéaires - linear accelerators (linac) . . . . .	35
4.3	Reaction theory . . . . .	36
4.3.1	Notations . . . . .	36
4.3.2	Center of mass frame - Référentiel du centre de masse . . . . .	36
4.3.3	Impact parameter - Paramètre d'impact . . . . .	40
4.4	Cross-sections - Sections efficaces . . . . .	41
4.4.1	With neutrons . . . . .	42
4.4.2	With charged particles . . . . .	43
4.4.3	With thick targets . . . . .	44
4.4.4	Application : activation . . . . .	45
4.5	Some typical reactions . . . . .	46
4.5.1	Quantum waves approach . . . . .	46
4.5.2	Elastic scattering . . . . .	47
4.5.3	Compound-nucleus reactions . . . . .	47
4.5.4	Technical requirements for the accelerators . . . . .	49
<b>5</b>	<b>Applications</b>	<b>50</b>
5.1	La fission . . . . .	50
5.1.1	Noyaux fissibles . . . . .	51
5.1.2	Description de la fission . . . . .	52
5.1.3	Section efficace de fission et réaction en chaîne . . . . .	53
5.1.4	Le "cycle" du combustible . . . . .	54
5.2	La fusion nucléaire . . . . .	56
<b>A</b>	<b>Cartes des noyaux</b>	<b>57</b>

# Chapitre 1

## Généralités sur les noyaux

### 1.1 Aperçu historique

Historiquement, la radioactivité a été découverte avant le noyau de l'atome. Cela se comprend bien, car il faut disposer d'une "sonde" pour pouvoir explorer la structure subatomique. Mais par commodité, ce cours va commencer par décrire le noyau avant d'aborder la radioactivité.

La notion d'atome est attribuée à Leucippe et fut développée par Démocrite (-470, -370) son étudiant. Pour eux la matière est discontinue et donc faite de vide. La plus petite particule de matière se nomme atome ("qui ne peut être coupé") et est insécable. Cette conception ne découle que de simples spéculations d'un philosophe qui s'interroge sur la matière. C'est par Aristote que cette idée nous fut transmise car aucun de ces écrits ne nous est parvenu. Mais ce fut pour la contester. ... C'est le chimiste John Dalton qui a introduit, en 1803, la notion d'atome, même si la théorie atomistique a eu ses partisans et ses opposants tout au long des deux millénaires qui séparent les deux savants. Il faudra la mesure du nombre d'Avogadro par Jean Perrin au début du vingtième siècle pour convaincre les derniers sceptiques. Les atomes étaient alors vus comme des boules insécables.

Quand J.J. Thomson découvre l'électron et émet l'hypothèse que cela puisse être une partie de l'atome, l'idée ne convainc pas tous ses pairs dont certains ne croient pas aux atomes. En 1897, Thomson construit un modèle atomique et représente l'atome comme un "gâteau aux raisins" : les raisins sont les électrons, la pâte est chargée positivement et le "gâteau" est électriquement neutre.

Parallèlement, la découverte des rayons X par Röntgen en 1895 provoque un engouement pour les rayonnements. La découverte par Becquerel de l'existence de rayonnements émis de façon spontanée par certains corps conduit les époux Curie à isoler les premiers éléments radioactifs et inventer le mot "radioactivité". C'est Rutherford qui met en évidence la différence de nature entre les rayonnements  $\alpha$  et  $\beta$  qu'il utilisera pour sonder la matière.

La découverte du noyau de l'atome par Rutherford en 1911 a été faite en bombardant une cible par des particules alpha. C'est en mesurant la masse des éléments par spectrométrie de masse que Francis Aston a découvert les isotopes en 1919, terme inventé par F. Soddy en 1913. Le neutron, ne sera découvert qu'en 1932 par James Chadwick. Irène et Frédéric Joliot Curie découvrent la radioactivité artificielle deux ans plus tard en bombardant une feuille d'aluminium avec des particules  $\alpha$ . Quand ils ont retiré la source, la feuille d'aluminium était devenue radioactive.

Parallèlement, naissent la physique quantique et relativiste, ce qui a permis d'affiner les modèles théoriques de l'atome et du noyau. Depuis, la physique nucléaire se fait avec de accélérateurs de particules qui servent soit à sonder le noyau, soit à produire de nouveaux éléments ou isotopes.

La physique nucléaire est donc une science jeune, pour laquelle tous les écrits scientifiques sont disponibles depuis le début. Il suffit de se reporter à la figure A.1 qui classe les années de découverte des noyaux pour s'en convaincre. C'est aussi une science pour laquelle de nombreuses questions fondamentales restent ouvertes, car le noyau constitue un petit système quantique pour lequel on ne connaît pas l'interaction.

#### Chronologie succincte :

- 1805 : Dalton propose la notion d'atome en chimie.
- 1868 : Classification de Mendeleiev.
- 1895 : Découverte des rayons X par Wilhelm Röntgen. Cette date marque la naissance de la physique microscopique et car la découverte a été une révolution : pour la première fois on pouvait voir à l'intérieur d'un être vivant

sans l'ouvrir. Outre les applications médicales, bien connues, cela a aussi provoqué en engouement populaire. En quelques mois, voir son squelette fut la grande attraction des grands boulevards de toute l'Europe ! Ces nouveaux rayonnements, ont aussi permis de nouveaux développements scientifiques.

- 1896 : Découverte des rayons « uranifères » par H. Becquerel.
- 1897 : Découverte de l'électron par J.J. Thomson. L'atome n'est plus « insécable », mais vu comme un pudding où les électrons sont comme les raisins.
- 1898 : M. Curie montre que d'autres corps sont « radioactifs ». Identification de deux nouveaux éléments radioactifs, le Polonium et le Radium.
- 1900 : E. Rutherford met en évidence la loi de décroissance radioactive.
- 1908 : Identification par Geiger et Rutherford de la particule alpha.
- 1911 : Découverte du noyau par Rutherford. C'est la naissance de la physique nucléaire.
- 1919 : Première réaction nucléaire par Rutherford
- 1928 : Théorie de l'effet tunnel appliqué à la radioactivité alpha par Gamow, Gurney et Condon.
- 1931 : Première conférence internationale entièrement dédiée à la physique nucléaire. Elle a lieu à Rome.
- 1932 : Découverte du neutron par Chadwick. La structure du noyau est enfin comprise. Le neutron, particule neutre, n'est pas facile à détecter...
- 1934 : Découverte de la radioactivité artificielle par F. et I. Joliot-Curie.
- 1935 : Formule de masse par Hans Bethe et Carl Friedrich Weizsäcker.
- 1938 : Découverte de la fission par Otto Hahn et Fritz Strassmann.
- 1942 : Premier réacteur nucléaire sous la direction d'E. Fermi.
- 1944 : Explosion de la première bombe atomique.

## 1.2 Description du noyau

### 1.2.1 Nomenclature

*“gives what I call “isotopes” or “isotopic elements,” because they occupy the same place in the periodic table. They are chemically identical, and save only as regards the relatively few physical properties which depend on atomic mass directly, physically identical also”, Frederick Soddy (1877-1956), Nature 92, p. 399-400 (December 4, 1913) [12].*

*“It will doubtless interest readers of Nature to know that other elements besides neon have now been analysed in the positive-ray spectrograph [...]. A fact of the greatest theoretical interest appears to underlie these results, namely, that of more than forty different values of atomic and molecular mass so far measured, all, without a single exception, fall on whole numbers, carbon and oxygen being taken as 12 and 16 exactly, and due allowance being made for multiple charges. Should this integer relation prove general, it should do much to elucidate the ultimate structure of matter.” Francis W. Aston (1877-1945), Nature 104, p. 393 (1919) [12]*

Le noyau, autour duquel tournent les électrons, a une taille de l'ordre du fermi ou femtomètre :  $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$ . C'est à dire environ 100 000 fois plus petit que l'atome. Il concentre pratiquement toute la masse de l'atome.

Les noyaux sont constitués de nombreuses particules, mais pour leurs propriétés statiques comme leur identification ou leur masse, on peut ne considérer que les protons, chargés positivement et les neutrons, neutres. La charge du proton est opposée à celle de l'électron. On appelle aussi les protons et les neutrons, des nucléons. Ils sont constitués de quarks dont on ne s'occupera pas ici. Les protons se repoussent par interaction coulombienne, c'est l'interaction forte qui assure la cohésion du noyau. C'est aussi un système quantique et les protons et les neutrons se répartissent sur des couches énergétiques.

Un atome étant globalement neutre, le nombre de protons est le même que le nombre d'électrons autour du noyau. La charge du noyau est donc très importante, puisque c'est elle qui confère à l'élément ses propriétés chimiques et donc son nom. Le nombre de neutrons, quant à lui, ne change pas les propriétés chimiques de l'élément. Par convention, les noyaux sont notés suivant la nomenclature suivante :

$${}^A_Z X^N, \quad (1.1)$$

où  $X$  est le symbole de l'élément,  $Z$  sa charge,  $N$  le nombre de neutrons et  $A = N + Z$  son nombre de masse. Exemples :  ${}^{12}_6\text{C}$ ,  ${}^{238}_{92}\text{U}^{146}$  ou  ${}^{235}_{92}\text{U}^{143}$ . Ainsi, le proton peut aussi être noté  ${}^1_1\text{H}$ .

Deux noyaux qui ont la même charge, mais un nombre de neutrons différents sont appelés isotopes. Ils peuvent avoir des propriétés physiques différentes : par exemple, le  $^{12}_6\text{C}$  est stable, alors que le  $^{14}_6\text{C}$  ne l'est pas, il est radioactif.

Les noyaux sont classés suivant un diagramme  $N, Z$  dit de Segrè, où l'on a porté en abscisse le nombre de neutrons et en ordonnée, le nombre de protons. Voir la figure 1.1. Les noyaux stables forment une ligne parallèle à  $N = Z$  pour les petits noyaux, puis qui tend à s'enrichir en neutrons quand on va vers les noyaux lourds. De part et d'autre de cette ligne, les noyaux ne sont pas stables. Ils vont se transformer en noyaux stables par émission de particules : c'est la radioactivité.

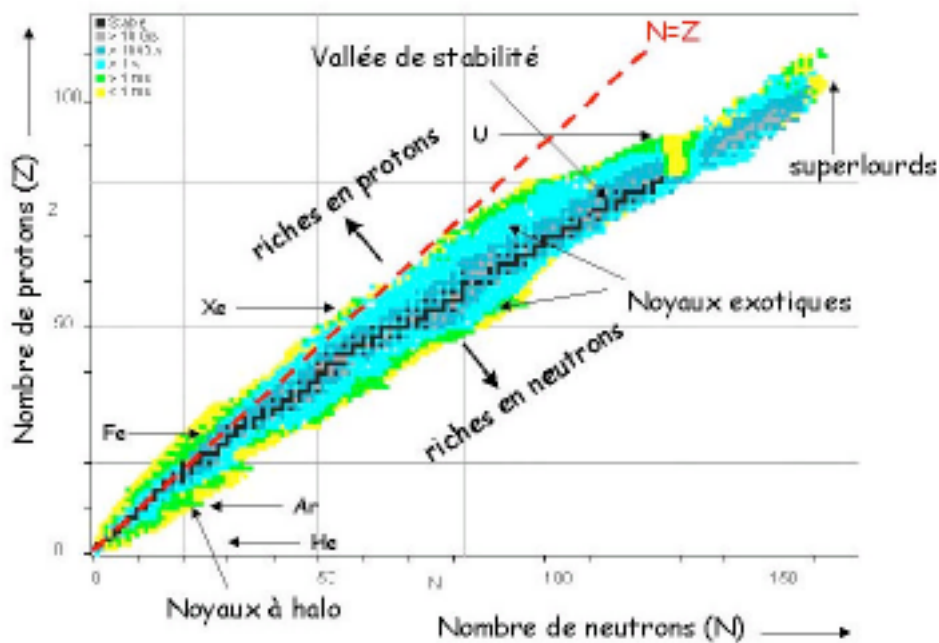


FIGURE 1.1 – Version moderne du diagramme  $NZ$  d'Emilio Segrè. Figure trouvée en ligne.

En plus des noyaux qui existent sur Terre, la recherche fondamentale et l'industrie nucléaire ont produit une grande quantité de noyaux dits "exotiques" qui sont, pour la plupart, radioactifs. Mais l'on sait que le nombre total de noyaux est fini. La table de 2012 contient des données sur 3 350 noyaux. Les estimations prédisent entre 5 000 et 7 000 noyaux.

Un des thèmes de recherche majeur actuellement en physique nucléaire est d'explorer les limites du diagramme  $NZ$  et les propriétés des noyaux exotiques pour comprendre pourquoi il n'y a qu'un nombre fini de noyaux.

## 1.2.2 Rayon nucléaire

Grâce à sa célèbre expérience qui a consisté à bombarder une feuille d'or avec des particules alpha, Rutherford a pu mettre en évidence l'existence d'un noyau au centre de l'atome et donner une première estimation de son rayon. Cela lui a surtout permis de conclure que le noyau n'est pas ponctuel, mais a une dimension.

La détermination du rayon d'un noyau est complexe et dépend du type d'expérience mise en œuvre. Avec des particules chargées, on est sensible au rayon de charge. Si l'on utilise des particules alpha, elles vont interagir via l'interaction forte et l'interaction électromagnétique. En revanche, si l'on choisit des électrons, seule cette dernière intervient, ce qui est plus simple.

Pour voir le noyau, il faut que la longueur d'onde de la particule projetée soit du même ordre de grandeur que la taille du noyau. La relation de de Broglie,

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}}, \quad (1.2)$$

montre que plus l'objet à observer est petit, plus l'énergie doit être élevée. Avec des particules alpha de 5 MeV, on obtient une longueur d'onde de l'ordre du fermi. Mais avec des électrons, qui ont une masse 8 000 fois plus faible, il faut une

énergie plus grande, qui devient relativiste. La relation entre l'énergie et la quantité de mouvement devient alors

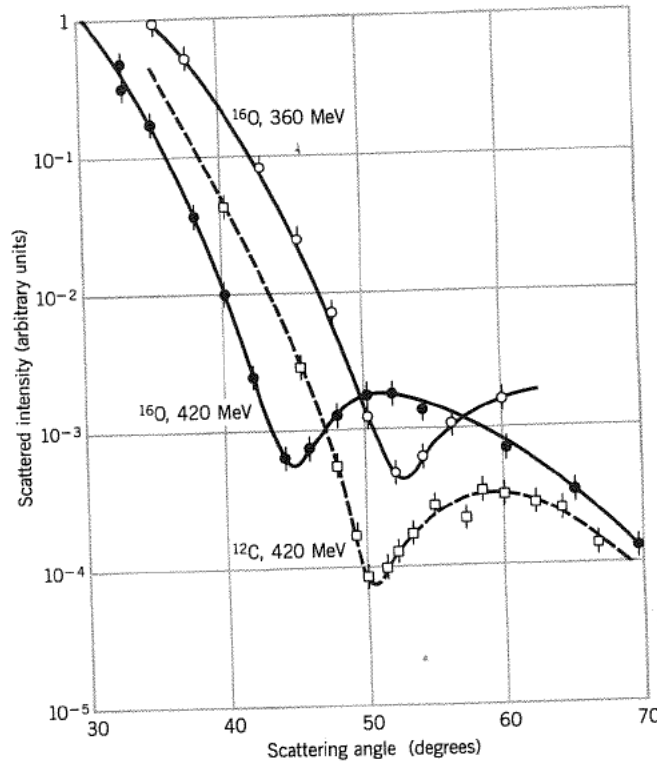
$$E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2. \quad (1.3)$$

La masse d'un électron,  $mc^2 = 0,511$  MeV, étant faible devant l'énergie totale, on en déduit que  $E \simeq pc$ . La longueur d'onde de Broglie correspondante devient alors

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{E}. \quad (1.4)$$

Pour obtenir une longueur d'onde de l'ordre du fermi, il faut des électrons de 200 MeV environ. De tels faisceaux n'ont été disponibles que dans les années 1950.

Je n'entrerai pas dans les détails de la mesure du rayon de charge d'un noyau avec des électrons ou d'autres particules chargées car cela met en jeu des collisions élastiques relativistes, de la diffraction... comme on peut le voir sur la figure 1.2.



**Figure 3.1** Electron scattering from  $^{16}\text{O}$  and  $^{12}\text{C}$ . The shape of the cross section is somewhat similar to that of diffraction patterns obtained with light waves. The data come from early experiments at the Stanford Linear Accelerator Center (H. F. Ehrenberg et al., *Phys. Rev.* **113**, 666 (1959)).

FIGURE 1.2 – Figure extraite de [2].

En faisant ensuite une étude systématique, on peut en déduire la répartition des charges dans les noyaux. Il en ressort que le noyau n'est pas une boule dure, mais un bord diffus, voir la figure 1.3.

L'analyse d'un grand nombre de noyaux, en excluant les plus légers, a permis de montrer que la densité de charge a une expression approximative du type

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp \frac{r - R_c}{0.228a}}, \quad (1.5)$$

avec  $a = 2,2$  fm,  $R_c = r_0 A^{1/3}$  et  $r_0 = 1,1$  fm.



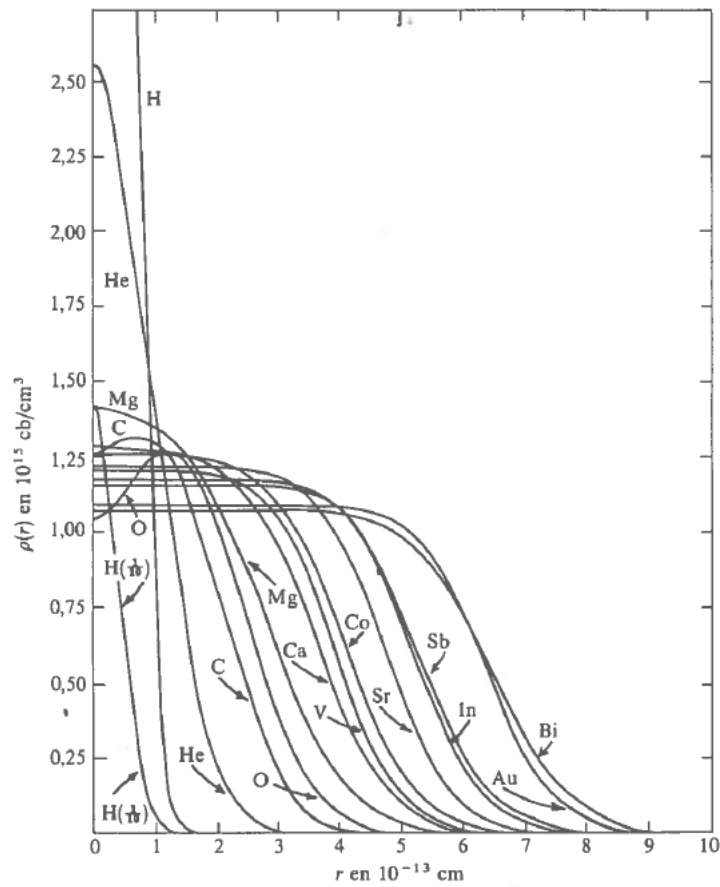


FIGURE 1.3 – Densité de charge de quelques noyaux. Figure extraite de [1].

Qu'en est-il de la densité de masse ? Est-elle similaire à la densité de charge ? De nombreux résultats expérimentaux le laissent penser. Il y a la diffusion par des neutrons, par exemple. Il y a surtout le fait qu'un rayon nucléaire, tel que trouvé, intervient dans l'interprétation de faits expérimentaux très variés.

Il apparaît plusieurs points intéressants dans ce résultat. Tout d'abord, le rayon moyen  $R_c$  est proportionnel à  $A^{1/3}$ , ce qui signifie que le volume est proportionnel à  $A$ . C'est comme si chaque nucléon avait son volume propre que l'on ajoute au fur et à mesure que l'on ajoute des nucléons. Dit autrement, la densité nucléaire est la même pour tous les noyaux, comme pour un liquide incompressible.

Le nombre de nucléons par unité de volume,  $n_0$ , peut être déterminé aisément,

$$A \simeq \frac{4}{3}\pi R_c^3 n_0. \quad (1.6)$$

On en déduit que  $n_0 \simeq 0,17 \text{ fm}^{-3}$ . Dit autrement, chaque nucléon occupe un volume de  $6 \text{ fm}^3$ . On peut aussi en déduire aussi la masse volumique, qui est très élevée, de l'ordre de  $2,8 \times 10^{17} \text{ kg/m}^3$ .

En faisant des collisions entre noyaux à plus haute énergie, on peut aussi étudier la compressibilité des noyaux. Il apparaît qu'ils sont très peu compressibles, comme les liquides. Ces propriétés conduisent à voir les noyaux comme des gouttes liquides et à parler de matière nucléaire. C'est cette même matière nucléaire qui constitue le cœur des supernovae et des étoiles à neutrons [3].

La peau nucléaire a une épaisseur uniforme pour tous les noyaux. Mais, attention, certains noyaux très riches en neutrons ont une structure très surprenante. C'est le cas par exemple du lithium 11 qui est le premier exemple découvert en 1985 par Isao Tanihata et ses collaborateurs. Il contient un cœur formé de trois protons et de six neutrons entouré d'un halo de deux neutrons. L'extension spatiale de ce halo est entre cinq et dix fois supérieure à la taille du cœur, en fonction

des cas. Dans le cas du lithium 11, la taille du halo est similaire à celle du plomb 208. Les neutrons du halo ont une énergie de liaison très faible.

L'idée du halo est due à P.G. Hansen et B. Jonson, deux ans après la découverte de la taille anormale du lithium 11. Elle a été confirmée depuis par de nombreuses expériences. L'une des méthodes utilisées est la collision contre des noyaux cibles. Le cœur du noyau est dévié lors de la collision avec la cible, tandis que le halo poursuit sa route sans perturbation, avec, en particulier, la même distribution de vitesse très étroite qu'ils avaient dans le noyau.

Seuls les lithium 6 et 7 existent sur Terre. Le lithium 10 n'existe pas, alors que le lithium 9, existe. Si l'on revient au lithium 11, on appelle cela un système borroméen car aucune des paires possibles de constituant n'est stable : ni le lithium 10, ni le di-neutrons n'existent. Le mot « borroméen » vient des anneaux de Borromée, nom des îles sur le Lac Majeur en Italie, qui étaient unies et ne pouvaient pas tenir en se séparant. Voir la figure 1.4.

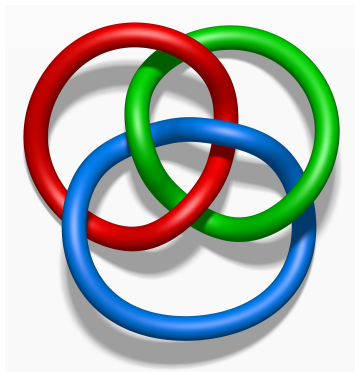


FIGURE 1.4 – Anneaux borroméens. Figure extraite de Wikipedia.

D'autres noyaux légers très exotiques ont aussi un halo. Le béryllium 11 a un halo composé d'un seul neutron. Les béryllium 12 a un halo composé de deux neutrons. Voir la figure 1.5. Pour ces noyaux ayant une structure exotique, les résultats précédents ne s'appliquent qu'au cœur, pas au noyau entier.

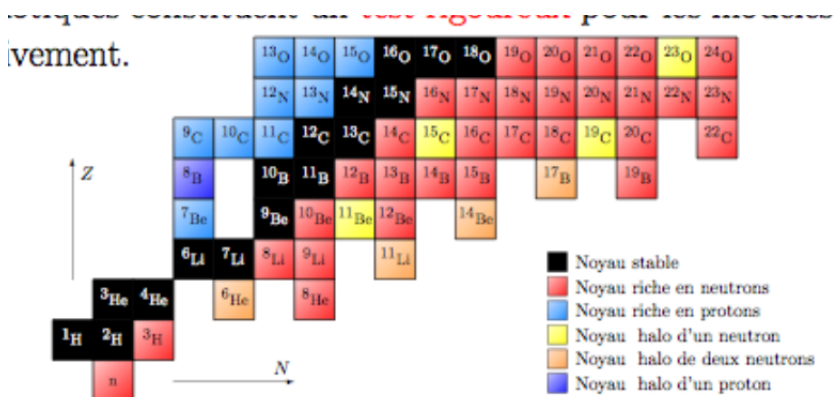


FIGURE 1.5 – Exemples de noyaux à halo. Figure extraite de <http://mdc2007.fpm.s.ac.be/upload/104.pdf>.

### 1.2.3 Unités et ordre de grandeur

- Les dimensions nucléaires s'expriment en *femtomètres* ou *fermi* :  $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$ .
- Le temps d'une réaction nucléaire est de l'ordre de la *zeptoseconde* :  $1 \text{ zs} = 10^{-21} \text{ s}$ . Pour la radioactivité, des temps très différents sont observés.
- Les énergies mises en jeu sont de l'ordre du MeV :  $1 \text{ MeV} = 1,6 \times 10^{-13} \text{ J}$ .

## Chapitre 2

# Radioactivité

*“On enveloppe une plaque photographique Lumière, au gélatino-bromure, avec deux feuilles de papier noir très épais, tel que la plaque ne se voile pas par une exposition au Soleil, durant une journée.*

*On pose sur la feuille de papier, à l’extérieur, une plaque de la substance phosphorescente, et l’on expose le tout au Soleil, pendant plusieurs heures. Lorsqu’on développe ensuite la plaque photographique, on reconnaît que la silhouette de la substance apparaît en noir sur le cliché. Si l’on interpose entre la substance phosphorescente et le papier une pièce de monnaie, ou un écran métallique percé d’un dessin à jour, on voit l’image de ces deux objets apparaître sur le cliché.*

*[...] On doit donc conclure de ces expériences que la substance phosphorescente en question émet des radiations qui traversent le papier opaque à la lumière et réduisent les sels d’argent.”* Henri Becquerel, *Sur les radiations émises par phosphorescence*, Comptes Rendus de l’Académie des Sciences **122**, 420-421 (1896)

*“Finalement, nous avons obtenu une substance dont l’activité est 400 fois plus grande que celle de l’uranium. Nous croyons donc que la substance que nous avons retirée de la pechblende contient un métal non encore signalé, voisin du bismuth par ses propriétés analytiques. Si l’existence de ce nouveau métal se confirme, nous proposons de l’appeler polonium, du nom du pays d’origine de l’un d’entre nous.”*

Pierre et Marie Curie, *Sur une nouvelle substance radioactive, contenue dans la pechblende*, Comptes Rendus de l’Académie des Sciences **127**, p. 175-178, séance du 18 juillet 1898.

### 2.1 Introduction historique

Intrigué par les rayons X découverts par Röntgen en 1895, Henri Becquerel soupçonne un phénomène de luminescence. Pour le vérifier, il enveloppe une plaque photographique dans du papier noir pour la protéger de la lumière et expose différentes substances phosphorescentes au soleil. Parmi elles, des sels d’uranium qui voilent la plaque photographique. Ce phénomène est observable même dans le noir. Après élimination, Becquerel conclut *“que l’effet était dû à la présence d’uranium dans ces sels.”* Fait complètement nouveau, contrairement aux rayons X, ces nouveaux “rayons” sont émis spontanément par l’uranium. Alliant leurs compétences de physicien et chimiste, Pierre et Marie Curie découvrirent ensuite d’autres corps qu’ils appelèrent *radioactifs* et nommèrent polonium et radium.

Dans la nature, les trois principaux modes de désintégration observés, appelés historiquement  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  dont les rayonnements se distinguent par leur interaction avec la matière. C’est E. Rutherford qui le premier caractérisa les rayonnements  $\alpha$  et  $\beta$ , après les avoir séparés grâce à un champ magnétique.

Un noyau instable, dit “père” se désintègre en un noyau dit “fils” par émission d’une ou plusieurs particules. En anglais, on dit “mother” et “daughter” nuclei. Lors de cette réaction nucléaire, le nombre de charges et de nucléons est conservé.

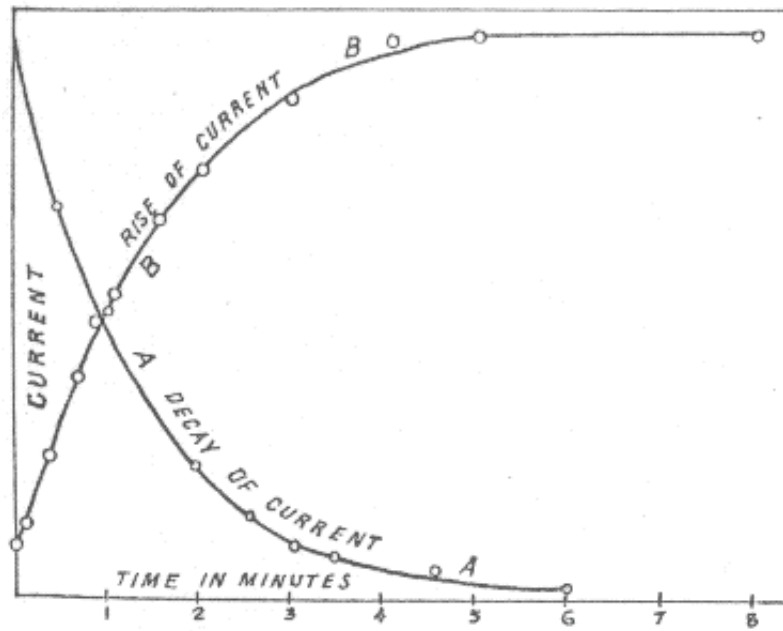


FIGURE 2.1 – Mise en évidence par E. Rutherford de la loi de décroissance exponentielle in *A radioactive substance emitted from Thorium compounds*, Philosophical Magazine, January 1900, ser. 5, XLIX, p. 1.

## 2.2 Loi de décroissance temporelle

### 2.2.1 Probabilité de désintégration

Il est impossible de prédire quand un noyau radioactif va se désintégrer. En revanche, pour un grand nombre de noyaux identiques,  $N$ , on observe qu'en moyenne, le nombre de noyaux qui se désintègrent pendant un temps  $\delta t$  est proportionnel à  $N$  et à  $\delta t$ . Ce nombre de désintégrations étant égal au nombre de noyaux qui ont disparu  $-\delta N$ , on a mathématiquement,

$$-\delta N = \lambda N \delta t, \quad (2.1)$$

où  $\lambda$  est une constante de proportionnalité définie expérimentalement qui a la dimension inverse d'un temps. Par intégration, on en déduit que le nombre moyen de noyaux radioactifs vérifie une loi de décroissance radioactive exponentielle,

$$N(t) = N(0)e^{-\lambda t}. \quad (2.2)$$

Cette équation doit être comprise comme une probabilité. En effet, le nombre de noyaux est un nombre entier qui ne peut pas suivre exactement une loi exponentielle. Si l'on considère deux ensembles identiques de  $N(0)$  noyaux chacun, le nombre observé de noyaux à la date  $t$  ne sera pas identique pour chaque ensemble. Les écarts entre les deux séries sont dus aux fluctuations. Le nombre  $N(t)$  de l'équation (2.2) ci-dessus correspond à la moyenne sur un grand nombre d'ensembles initialement identiques.

En toute rigueur, il faudrait plutôt écrire

$$\bar{N}(t) = N(0)e^{-\lambda t}. \quad (2.3)$$

Le nombre réel de noyaux qui restent,  $N$ , dépend de l'échantillon et ne peut donc pas être prédit. En revanche, il satisfait à la loi statistique de Poisson. Ainsi, la probabilité qui reste exactement  $N$  noyaux à date  $t$ , sachant que le nombre moyen vaut  $\bar{N}$  est

$$P(N|\bar{N}) = \frac{\bar{N}^N}{N!} e^{-\bar{N}}. \quad (2.4)$$

L'allure de la fonction de distribution de Poisson est donnée figure 2.2 pour des petits nombres  $\bar{N}$ . Si  $\bar{N} > 10$ , c'est presque une gaussienne ayant un écart-type égal à  $\sqrt{\bar{N}}$ .

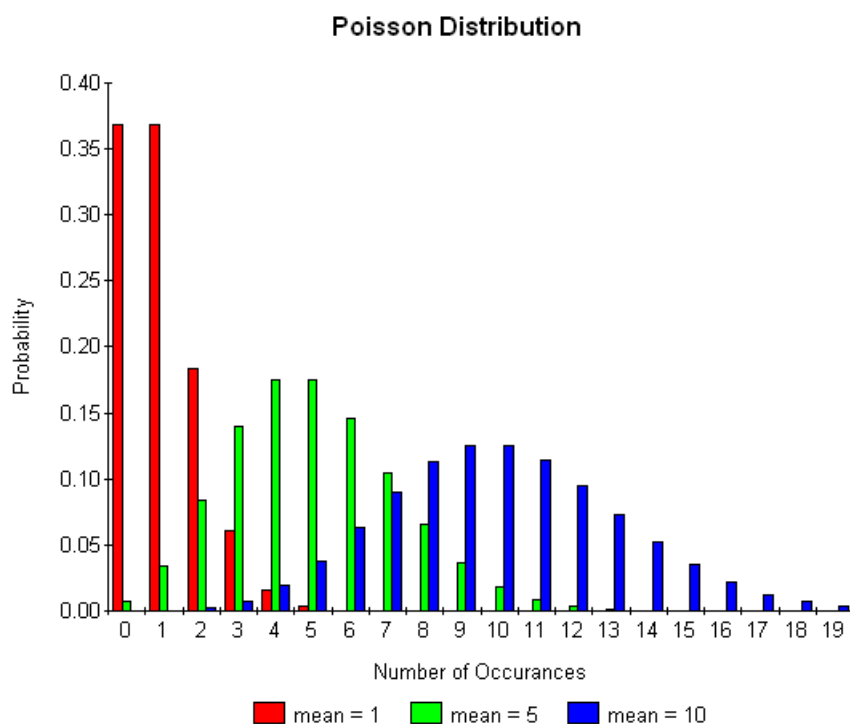


FIGURE 2.2 – Distribution de Poisson. Figure trouvée sur Internet.

Ce caractère aléatoire de la désintégration d'un seul atome, découvert avant la naissance de la physique quantique, a eu du mal à être accepté. C'est une évidence, de nos jours.

La constante de temps  $\tau = 1/\lambda$  est une grandeur très importante qui permet de déterminer avec quelle vitesse les noyaux vont se désintégrer. Elle représente la durée de vie moyenne. En général, dans les tables, on trouve une autre grandeur, la demi-vie  $t_{1/2}$  qui est définie comme le temps nécessaire à ce que la moitié des noyaux se soient désintégrés :  $N(t_{1/2}) = N(0)/2$ . On en déduit aisément que

$$t_{1/2} = \tau \ln 2 = \ln 2 / \lambda. \quad (2.5)$$

$t_{1/2}$  peut aller de quelques microsecondes à des millions d'années en fonction du radioélément considéré. Voir la figure A.2.

On appelle "activité", le nombre de désintégrations par unité de temps,

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N = \frac{N}{\tau} = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} N. \quad (2.6)$$

L'unité du SI est le becquerel et 1 Bq correspond à une désintégration par seconde. L'ancienne unité, le curie, correspond à l'activité d'un gramme de radium :  $1 \text{ Ci} = 37 \times 10^9 \text{ Bq}$ . L'activité étant proportionnelle au nombre de radioéléments, elle est souvent utilisée pour quantifier cet élément. Ainsi, dans un échantillon, on dira par exemple qu'il y a  $x \text{ Bq}$  de  $^{137}\text{Cs}$ . L'activité décroît aussi exponentiellement en fonction du temps,

$$A(t) = A(0)e^{-\lambda t}. \quad (2.7)$$

Pour finir, l'activité ne donne que le nombre de désintégrations par seconde et ne nous dit rien sur les rayonnements émis, leur nature et leur nombre. Par ailleurs, nous avons supposé, ici, que le noyau fils est stable. Ce n'est pas toujours le cas, il peut, lui aussi, être radioactif.

### 2.2.2 Chaînes radioactives

#### Equations de Bateman

C'est Harry Bateman qui a résolu le problème pour une chaîne radioactive en utilisant pour la première fois la transformée de Laplace pour résoudre un système d'équations différentielles. Quand la chaîne est courte, et nous nous limiterons ici à deux maillons, les équations peuvent aussi être résolues de façon plus classique.

Supposons qu'un noyau  $X$  se désintègre en un noyau  $Y$  avec une constante de temps  $1/\lambda_1$ . Le noyau  $Y$  se désintègre ensuite en un noyau  $Z$  avec une constante de temps  $1/\lambda_2$ . Les populations moyennes  $N_X$  et  $N_Y$  satisfont les équations différentielles suivantes :

$$\frac{dN_X}{dt} = -\lambda_1 N_X, \quad (2.8)$$

$$\frac{dN_Y}{dt} = -\lambda_2 N_Y + \lambda_1 N_X. \quad (2.9)$$

La population  $N_Y$  diminue par décroissance radioactive mais est aussi alimentée par la décroissance du noyau père. En supposant qu'à l'instant initial  $t = 0$ , il n'y a que  $N_0$  noyaux  $X$ , les populations s'écrivent facilement en fonction du temps,

$$N_X(t) = N_0 e^{-\lambda_1 t}, \quad (2.10)$$

$$N_Y(t) = N_0 \lambda_1 \frac{e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1}. \quad (2.11)$$

On a supposé ici que  $\lambda_1 \neq \lambda_2$ .

Avec des chaînes de désintégration plus longues, le report de la dernière solution dans l'équation différentielle suivante alourdit les calculs. En utilisant la transformée de Laplace, le calcul est plus simple. La solution générale, trouvée par H. Bateman, porte son nom (H. Bateman, Proc. Cambridge Phil. Soc. **16**, 423 (1910)).

Avec des échelles de temps différentes pour les constantes de désintégration,  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ , plusieurs cas de figure sont intéressants.

#### Temps courts - temps longs

Si  $\tau_1 = 1/\lambda_1 \ll \tau_2 = 1/\lambda_2$ , c'est à dire si  $\lambda_1 \gg \lambda_2$ , la population  $X$  disparaît rapidement pour donner  $Y$  qui va croître rapidement, puis décroître lentement, comme s'il était seul :

$$N_Y(t) \simeq N_0 e^{-\lambda_2 t}, \quad (2.12)$$

pour des temps suffisamment longs ( $\lambda_1 t \gg 1$ ).

Pour des temps courts ( $\lambda_1 t \ll 1$ ), on peut négliger l'activité du fils,

$$N_Y(t) \simeq N_0 (1 - e^{-\lambda_1 t}). \quad (2.13)$$

C'est le cas, par exemple de l'américium 241 contenu dans les détecteurs de fumée. Il se désintègre en neptunium 237 avec une demi-vie de 432,2 années. Le neptunium, lui a une demi-vie de 2,1 millions d'années et son activité est donc négligeable devant celle de son père.

#### Equilibre séculaire

Dans le cas inverse où  $\tau_1 = 1/\lambda_1 \gg \tau_2 = 1/\lambda_2$ , c'est à dire si  $\lambda_1 \ll \lambda_2$ , la population  $Y$  va disparaître au fur et à mesure qu'elle est créée par décroissance du noyau  $X$ . On dit alors que le noyau fils est en équilibre séculaire avec le noyau père,

$$N_X(t) = N_0 e^{-\lambda_1 t}, \quad (2.14)$$

$$N_Y(t) \simeq \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_0 e^{-\lambda_1 t}, \quad (2.15)$$

pour des temps suffisamment longs ( $\lambda_1 t \gg 1$ ). Généralement, on dit que cet équilibre est réalisé au bout de dix périodes  $t_{1/2}$ . L'activité du noyau fils,  $A_Y = \lambda_2 N_Y$  est égale à celle du noyau père,  $A_X = \lambda_1 N_X$  (équation (2.15)).

Prenons par exemple le cas du Ruthénium,  $^{106}\text{Ru}$ , élément artificiel qui se désintègre par émission  $\beta$  en Rhodium  $^{106}\text{Rh}$  avec une demi-vie de 273 jours. Le Rhodium se désintègre ensuite en avec une demi-vie de 30 s. Il est donc en équilibre avec le noyau père et on parle alors de couple Ru-Rh dont l'activité est deux fois plus importante que celle du Ruthénium seul.

### Régime transitoire : la vache à technétium

Le technétium est l'élément le plus léger qui n'a pas d'isotope stable. Son nom provient du grec technetos qui signifie « artificiel » : il a été le premier élément chimique produit artificiellement en 1937. Dmitri Mendeleïev, qui remarqua une lacune dans sa classification, appela cet élément 43 « ekamanganèse » et prédit plusieurs de ses propriétés.

D'après Wikipédia, en 1877, le chimiste russe Serge Kern rapporta avoir trouvé l'élément manquant dans un alliage métallique. Kern nomma ce qu'il pensa être le nouvel élément davyum en hommage du chimiste anglais Sir Humphry Davy, mais il s'avéra être un mélange d'iridium, de rhodium et de fer. Un autre candidat, le lucium suivit en 1896 mais fut ensuite déterminé comme étant de l'yttrium. En 1908, le chimiste japonais Masataka Ogawa crut trouver des preuves de la présence de l'élément 43 dans un minerai de thorianite. Ogawa appela cet élément le nipponium. Des examens ultérieurs montrèrent la présence de rhénium dans les plaques photographiques d'Ogawa, mais pas celle de l'élément 43.

En 1925, Walter Noddack, Otto Berg et Ida Tacke (qui devint Mme Noddack) annoncèrent avoir fabriqué cet élément auquel ils donnèrent le nom de masurium, mais ils ne réussirent pas à renouveler l'expérience. Ils ont bombardé de la ferrocolumbite avec des électrons et en ont déduit la présence de l'élément 43 en examinant le spectre en rayons X. Les expérimentateurs de cette époque ne parvinrent pas à reproduire cette expérience, qui fut considérée comme erronée. La découverte du technétium est attribuée à Carlo Perrier et Emilio Segrè qui isolèrent l'isotope 97 en 1937.

Le technécium-99 est utilisé en médecine. Il a une demi-vie de 6 heures. Il est obtenu par décroissance du molybdène-99 qui lui, est fabriqué en laboratoire. Il a une demi-vie de 67 heures. L'évolution temporelle du nombre de l'activité de chaque noyau est représentée sur la figure 2.3.

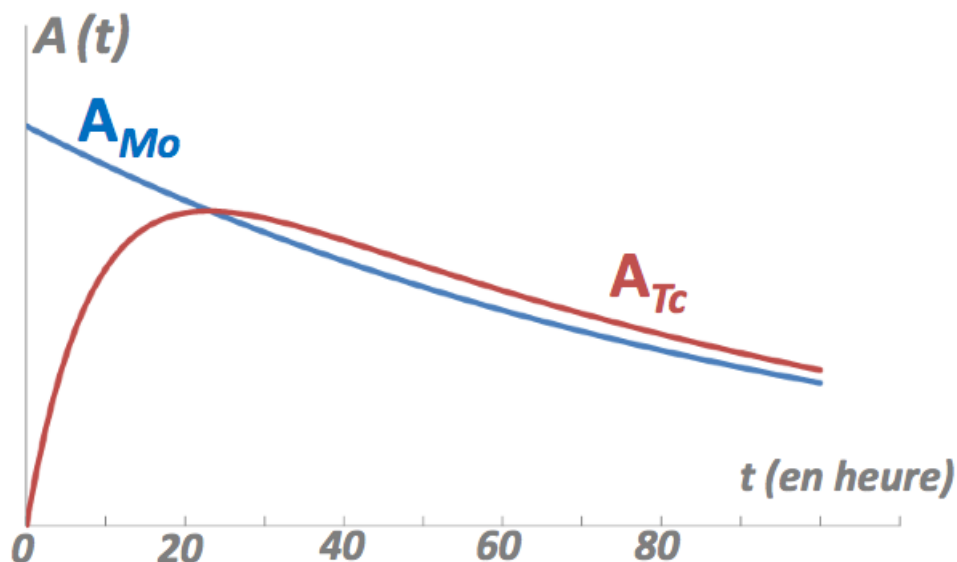


FIGURE 2.3 – Evolution temporelle de l'activité du molybdène et du technétium.

Ainsi, le technétium est extrait de la solution, appelée vache à technétium [technecium cow], quand il a atteint l'équilibre avec son père. Son activité retombe à zéro (ou presque), et la prochaine traite a lieu après avoir de nouveau atteint l'équilibre.

## 2.3 Principaux modes de désintégration

Il existe plusieurs modes de désintégration découverts dans la nature. Des noyaux créés par l'Homme en ont fait apparaître de nouveaux. On peut classer les différents modes de désintégration en fonction de l'interaction fondamentale qui domine le processus. De nos jours, cette radioactivité fait encore l'objet de recherches car c'est un des moyens de tester ces interactions.

### 2.3.1 Par interaction forte

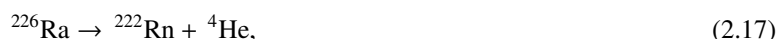
#### Radioactivité alpha

Le noyau émet un noyau d'hélium :



Les émetteurs sont des noyaux lourds, ayant un numéro atomique supérieur à 82. Les lois de conservation permettent de déterminer exactement l'énergie de la particule alpha émise. Nous y reviendrons. Inversement, la mesure de cette énergie permet souvent d'identifier l'émetteur.

Le radium, qui est le premier élément radioactif identifié par Marie Curie, se désintègre ainsi pour donner du radon :



avec une demi-vie de 1 600 ans. La particule alpha a une énergie de 4,8 MeV.

#### Radioactivité $p$

Le noyau émet un proton. c'est un phénomène rare qui concerne des noyaux exotiques. C'est la cas, par exemple, du thulium-147 ( ${}^{147}\text{Tm}$ ) et du lutécium-151 ( ${}^{151}\text{Lu}$ ).

#### Fission spontanée

Le noyau se divise en deux fragments accompagnés par des neutrons. Cela ne concerne que les noyaux les plus lourds et explique que le nombre total d'éléments chimiques est fini. La réaction s'accompagne souvent de l'émission de neutrons.

C'est le cas du fermium-256 ( ${}^{256}\text{Fm}$ ), avec une demi-vie de 2,6 heures ou du californium-254 ( ${}^{254}\text{Cf}$ ) avec une demi-vie de 60,5 jours.

### 2.3.2 Par interaction faible

#### Radioactivité bêta

Le noyau émet un électron ( $\beta^-$ ) et un anti-neutrino,



ou un positron et un neutrino ( $\beta^+$ )



Seule la radioactivité  $\beta^-$  existe dans la nature. Les deux particules émises ne se partagent pas l'énergie de la réaction de manière unique. Ainsi, la mesure de l'énergie de l'électron, ou du positron, ne permet pas d'identifier l'émetteur.

Exemple de désintégrations bêta bien connue, le carbone-14,



avec une demi-vie de  $5734 \pm 40$  ans.

Certains émetteurs  $\beta^+$  sont utilisés pour la tomographie par émission de positon. Du carbone-11, de l'oxygène-15 ou du fluor-18, par exemple, sont obtenus bombardement d'un faisceau de protons ou deutons accélérés par un cyclotron. Ces atomes radioactifs sont insérés dans des molécules d'intérêt biomédical qui seront injectées au patient. La détection des deux photons  $\gamma$  en coïncidence, permet de localiser le lieu où le radioélément s'est désintégré et faire donc de l'imagerie médicale.

#### Capture électronique (CE)

Un électron du cortège atomique interagit avec le noyau et un neutrino est émis :



Les neutrinos produits sont mono-énergétiques.

Exemple, le béryllium-7 :





### 2.3.3 Par interaction électromagnétique

#### Radioactivité gamma

Un noyau excité, souvent à l'issue d'une des autres désintégrations, descend dans son état fondamental en émettant un photon. La nature du noyau ne change pas. L'émission gamma accompagne souvent les autres types de rayonnements quasi-instantanément. La demi-vie est généralement inférieure à  $10^{-19}$  s. On ne compte alors qu'une seule désintégration, avec l'émission de plusieurs particules.

Mais parfois, la demi-vie peut être beaucoup plus longue. On parle alors d'états isomériques ou d'isomères, et on compte cette désintégration séparément. C'est le cas, par exemple, de l'argent-110 métastable, que l'on distingue de l'argent-110 stable en ajoutant un petit  $m$  :  $^{110m}\text{Ag}$  et qui a une demi-vie de 249 jours. C'est aussi le cas du technétium-99m,  $^{99m}\text{Tc}$ , utilisé en médecine.

La frontière entre ces deux cas n'est pas bien définie.

#### Conversion interne

Le photon gamma peut éjecter un électron du cortège électronique. C'est un donc un électron qui est observé, à la même énergie, sans neutrino associé. Comme précédemment, le noyau ne change pas.

### 2.3.4 Résumé

Les modes de désintégration dominants sont classés sur la carte des noyaux, figure A.3. La désintégration  $\beta^-$  domine pour les noyaux riches en neutrons et la  $\beta^+$  pour les pauvres en neutrons. L'émission de protons ou neutrons est réservée aux noyaux les plus exotiques, près de la *drip-line*. La désintégration  $\alpha$  et la fission spontanée concernent les noyaux les plus lourds.

### 2.3.5 Schémas de désintégration - Decay scheme

La plupart des noyaux radioactifs ont plusieurs modes de désintégration possibles. Leurs descendants peuvent aussi avoir plusieurs modes de désintégration. On représente généralement tout cela sous la forme de schémas avec des arborescences.

#### Rapports d'embranchement - Branching Ratios

Considérons le cas d'un noyau  $X$  pouvant se désintégrer en deux noyaux,  $Y$  et  $Z$ . A chaque mode, on associe une constante de désintégration,  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . Si l'on note  $N_X$  le nombre de noyaux  $X$ , pendant un temps  $dt$ , il y a  $\lambda_1 N_X dt$  noyaux  $X$  qui se transforment en  $Y$  et  $\lambda_2 N_X dt$  en  $Z$ . Ainsi,

$$\frac{dN_X}{dt} = -(\lambda_1 + \lambda_2)N_X. \quad (2.23)$$

On peut aisément généraliser à plus de canaux de décroissance. La constante de désintégration totale est donc la somme des constantes de désintégration partielles,  $\lambda_t = \lambda_1 + \lambda_2$ , dans l'exemple précédent.

Pendant un temps  $dt$ , sur  $\lambda_t N_X dt$  noyaux qui décroissent, il y en a  $\lambda_1 N_X dt$  qui se transforment en  $Y$ . La proportion de noyaux qui se désintègrent en  $Y$  est donc

$$\frac{\lambda_1 N_X dt}{\lambda_t N_X dt} = \frac{\lambda_1}{\lambda_t} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2}. \quad (2.24)$$

Ce rapport est appelé *rapport d'embranchement* [branching ratio].

Par exemple, la désintégration du radon-221 a deux branches, une alpha avec une constante  $\lambda_\alpha = 1,02 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et une bêta avec une constante  $\lambda_\beta = 3,60 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . La demi-vie du radon est donc

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda_\alpha + \lambda_\beta} = 25 \text{ min} \quad (2.25)$$

et les rapports d'embranchement valent,

$$\frac{\lambda_\alpha}{\lambda_t} = 22\% \quad \text{et} \quad \frac{\lambda_\beta}{\lambda_t} = 78\%. \quad (2.26)$$

### Demi-vie partielles - partial half-lives

A partir de l'exemple précédent, on peut définir des demi-vies partielles,

$$t_{1/2,\alpha} = \frac{\ln 2}{\lambda_\alpha} = 6\,800\text{ s} = 1\text{ h}53\text{ min} \quad \text{et} \quad t_{1/2,\beta} = \frac{\ln 2}{\lambda_\beta} = 1\,930\text{ s} = 32\text{ min.} \quad (2.27)$$

Plus la demi-vie partielle est grande, plus le rapport d'embranchement correspondant est faible. Mais, attention, l'activité du radon est définie par la demi-vie globale, qui peut être obtenue

$$\frac{1}{t_{1/2}} = \frac{1}{t_{1/2,\alpha}} + \frac{1}{t_{1/2,\beta}}. \quad (2.28)$$

Les demi-vies partielles ne sont pas très utiles.

### Schémas de désintégration - decay schemes

Les noyaux fils obtenus peuvent à leur tour décroître, souvent par émission gamma, compliquant d'autant le schéma de désintégration.

La figure 2.4 montre des schémas de désintégration de quelques noyaux courants utilisés en TP.

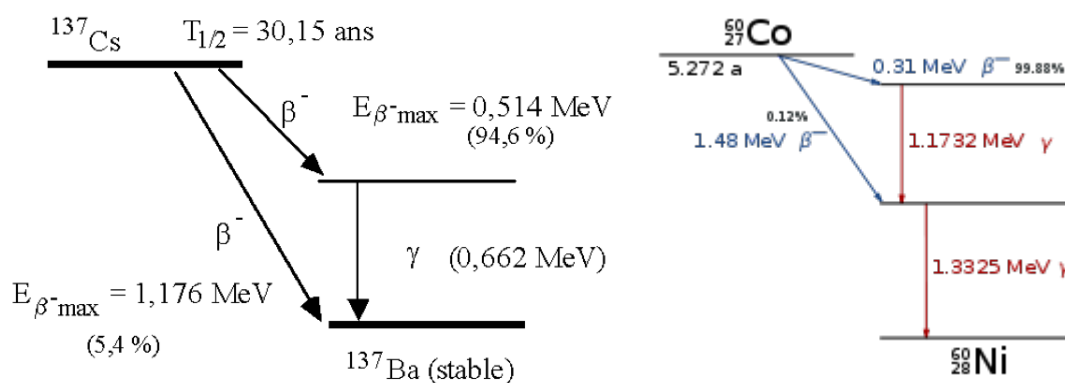


FIGURE 2.4 – Schémas de désintégration de deux noyaux courants.

Les modes de désintégration sont aussi indiqués dans la charte des noyaux. La figure 2.5 présente un zoom sur la région du polonium.

## 2.4 La radioactivité naturelle

Dans la nature, on trouve plusieurs types d'éléments radioactifs. Il y a les éléments primordiaux qui sont présents depuis la formation de la Terre. A cette époque, il y avait beaucoup plus d'éléments radioactifs sur Terre, mais ils ont disparu du fait de leur durée de vie courte.

Il y a d'autres éléments radioactifs créés par le rayonnement cosmique qui bombarde la Terre. On les appelle les cosmogéniques.

Et puis l'Homme a aussi créé des noyaux radioactifs dont certains ont été dispersés dans l'environnement lors des essais nucléaires atmosphériques ou d'accidents graves comme celui de Tchernobyl. Il y a notamment le césium-137, qui a une demi-vie de 30 ans, ou, dans une moindre mesure, le strontium-90, avec 28 ans de période. Il y a aussi plusieurs isotopes du plutonium. Localement, les rejets des installations nucléaires peuvent aussi marquer l'environnement.

### 2.4.1 Les éléments primordiaux

Au moment de sa formation, la Terre était très radioactive, mais depuis la plupart des éléments primordiaux se sont désintégrés. Restent quatre familles d'éléments radioactifs qui demeurent du fait de la très longue demi-vie de l'élément en début de chaîne.

<b>Po 208</b> 2.898 a $\alpha$ 5.1152... $\epsilon$ $\gamma$ (292; 571...) g	<b>Po 209</b> 102 a $\alpha$ 4.881... $\epsilon$ $\gamma$ (895; 261; 263...) 	<b>Po 210</b> 138.38 d $\alpha$ 5.30438... $\gamma$ (803); $\sigma < 0.0005$ + <0.030; $\sigma_{\alpha}, \alpha$ 0.002; $\sigma_{\gamma} < 0.1$	<b>Po 211</b> 25.2 s $\alpha$ 7.275; 8.883... $\gamma$ 570; 1064... 0.516 s $\alpha$ 7.450... $\gamma$ (898; 570...) 
<b>Bi 207</b> 31.55 a $\epsilon$ $\beta^+$ ... $\gamma$ 570; 1064; 1770...	<b>Bi 208</b> $3.68 \cdot 10^5$ a $\epsilon$ $\gamma$ 2615	<b>Bi 209</b> 100 $\sigma$ 0.011 + 0.023 $\sigma_{\alpha}, \alpha < 3E-7$	<b>Bi 210</b> $3.0 \cdot 10^6$ a $\alpha$ 4.946; 4.908... $\gamma$ 266; 304... $\sigma$ 0.054 <b>Bi 210</b> 5.013 d $\beta^-$ 1.2 $\alpha$ 4.649; 4.686 $\gamma$ (305; 266)
<b>Pb 206</b> 24.1 $\sigma$ 0.027	<b>Pb 207</b> 22.1 $\sigma$ 0.61	<b>Pb 208</b> 52.4 $\sigma$ 0.00023 $\sigma_{\alpha}, \alpha < 8E-6$	<b>Pb 209</b> 3.253 h $\beta^-$ 0.6 no $\gamma$

FIGURE 2.5 – Zoom sur la zone du polonium de la carte des noyaux de Karlsruhe.

Le potassium 40, par exemple, a une demi-vie de  $1,3 \times 10^9$  ans et se transforme en argon 40 par décroissance  $\beta - \gamma$ . De par sa chimie, le potassium est présent dans tous les organismes vivants, les sédiments,... avec des concentrations de l'ordre de quelques dizaines à quelques centaines de becquerels par kilogramme. Un être humain en a environ 4 000 à 5 000 Bq dans le corps.

TABLE 2.1 – Chaîne de décroissance de l'uranium 238.

Elément	demi-vie	rayonnement
Uranium 238	4,468 $10^9$ a	$\alpha$
Thorium 234	24,10 j	$\beta^-$
Protactinium 234	6,70 h	$\beta^-$
Uranium 234	245 500 a	$\alpha$
Thorium 230	75 380 a	$\alpha$
Radium 226	1600 a	$\alpha$
Radon 222	3,82 j	$\alpha$
Polonium 218	3,10 min	$\alpha$
Plomb 214	26,8 min	$\beta^-$
Bismuth 214	19,9 min	$\beta^-$
Polonium 214	164,3 $\mu$ s	$\alpha$
Plomb 210	22,3 a	$\beta^-$
Bismuth 210	5,013 j	$\beta^-$
Polonium 210	138,4 j	$\alpha$
Plomb 206	stable	

Considérons le cas de l'uranium 238, qui représente 99,3% de l'uranium présent dans la nature, et de ses descendants. Les périodes de la chaîne principale sont données dans le tableau 2.1. La période radioactive de tous les descendants est petite par rapport à celle de l'uranium-238 et par rapport à l'âge de la Terre. Par conséquent, dans la nature, tous les descendants sont en équilibre séculaire avec le premier maillon de la chaîne. L'activité de la chaîne est donc 14 fois celle de l'uranium. Mais comme le radon est un gaz rare, il peut diffuser et l'équilibre peut être partiellement rompu localement.

Si l'uranium est extrait, la chaîne est rompue, mais l'équilibre est rapidement rétabli avec le thorium et le protactinium. En première approximation, on peut supposer que la chaîne s'arrête là. L'activité de l'uranium appauvri (constitué essentiellement d'uranium 238) est donc multipliée par trois par rapport à celle de l'uranium seul.

Dans la nature, il y a deux autres chaînes de désintégration radioactive dont le premier élément est l'uranium-235, qui

a une demi-vie de 0,7 milliard d'années et 11 descendants, et le thorium-232, qui a une demi-vie de 14 milliards d'années et 10 descendants.

## 2.4.2 Les cosmogéniques

L'isotope de masse 14 du carbone est un cosmonucléide, c'est à dire un isotope formé par l'interaction des rayonnements cosmiques avec les éléments terrestres. Ce sont des neutrons qui, entrant en collision avec des atomes d'azote  $^{14}\text{N}$ , donnent naissance à l'isotope  $^{14}\text{C}$ ,



Le taux maximal de formation se situe à des altitudes de l'ordre 15 à 20 km, dans la basse stratosphère. Le carbone est oxydé en  $\text{CO}_2$  et entre ensuite dans le cycle du carbone. Les atomes de  $^{14}\text{C}$  sont radioactifs et retournent à l'état de  $^{14}\text{N}$  avec une demi-vie de 5730 ans,



Les  $^7\text{Be}$  et  $^{10}\text{Be}$  sont aussi des cosmonucléides formés dans les mêmes conditions que le  $^{14}\text{C}$ , mais le carbone a l'avantage d'être présent dans une grande variété d'échantillons. Le béryllium-10 a une demi-vie de 1,51 millions d'année et se désintègre en Bore par émission bêta, alors que le béryllium-7 a une demi-vie de 53,22 jours. ce dernier donne du  $^7\text{Li}$  par capture électronique.

Sous terre, dans les couches profondes, le Chlore-36 est obtenu principalement à partir du Calcium-40 par la réaction suivante :



où  $\mu^-$  est un muon. Dans l'atmosphère, ce sont d'autres réactions qui prédominent.

## 2.5 Datations

Une loi de décroissance radioactive est généralement de la forme  $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ . Pour l'utiliser en datation, il faut donc connaître  $\lambda$ , que l'on trouve dans les tables, déterminer  $N(t)$  par la mesure, car  $t$  correspond à maintenant, et trouver un moyen de déterminer  $N_0$  qui n'est pas connu. C'est la partie la plus complexe et c'est elle qui varie en fonction des radioéléments utilisés.

Par ailleurs, si  $t \ll t_{1/2}$ , la différence entre  $N(t)$  et  $N_0$  risque d'être du même ordre que les incertitudes expérimentales et il sera donc impossible de déterminer un âge. Inversement, si  $t \gg t_{1/2}$ ,  $N(t)$  sera très petit et difficilement mesurable. Ainsi, les âges que l'on peut déterminer par cette méthode sont du même ordre de grandeur que  $t_{1/2}$ .

### 2.5.1 La datation par le carbone-14

La radioactivité naturelle du  $\text{CO}_2$  liée au carbone-14 est d'environ 14 désintégrations par minute et par gramme de carbone, c'est à dire que le rapport isotopique  $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$  est de l'ordre  $1,2 \times 10^{-12}$ .

Le rapport isotopique dans la matière vivante est le même tant qu'elle échange du carbone avec l'atmosphère. Lorsque ces échanges cessent, ce rapport diminue naturellement par désintégration radioactive du  $^{14}\text{C}$ . En mesurant le rapport isotopique, il est alors possible de remonter à la date à laquelle la matière organique a cessé ses échanges. Le carbone 14 est aussi formé dans les réacteurs nucléaires et est présent dans les rejets des installations nucléaires.

C'est à la fin des années 1940 que Willard Libby et son équipe de l'université de Chicago mettent au point la méthode de datation au carbone 14. Cette découverte lui vaudra le prix Nobel de chimie en 1960. La mesure était alors faite à partir de l'activité de l'échantillon prélevé et la méthode a été testée sur des échantillons de l'Égypte préhistorique qui étaient parfaitement datés (voir figure 2.6). Actuellement, le rapport isotopique est mesuré par spectrométrie de masse, ce qui permet d'avoir des résultats beaucoup plus précis avec des échantillons plus petits.

En 1958, le physicien Hessel De Vries met en évidence un biais systématique entre les âges déterminés par datation au  $^{14}\text{C}$  et les âges vrais. La cause en est la variation du rapport  $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$  dans l'atmosphère au cours du temps qui est liée essentiellement à deux phénomènes physiques. Les variations les plus rapides (quelques siècles) sont dues aux variations de l'activité solaire. La tendance à long terme s'explique quant à elle par l'évolution de l'intensité du champ magnétique terrestre. L'âge obtenu par datation doit donc être corrigé à l'aide de tables afin d'obtenir l'âge vrai.

Attention avec la demi-vie du carbone. A l'époque de Libby et pendant une dizaine d'années, elle était de 5 568 ans. Elle a été réévaluée depuis à 5 730 ans. Cela signifie que les âges déterminés par le passé étaient incorrects, avec une

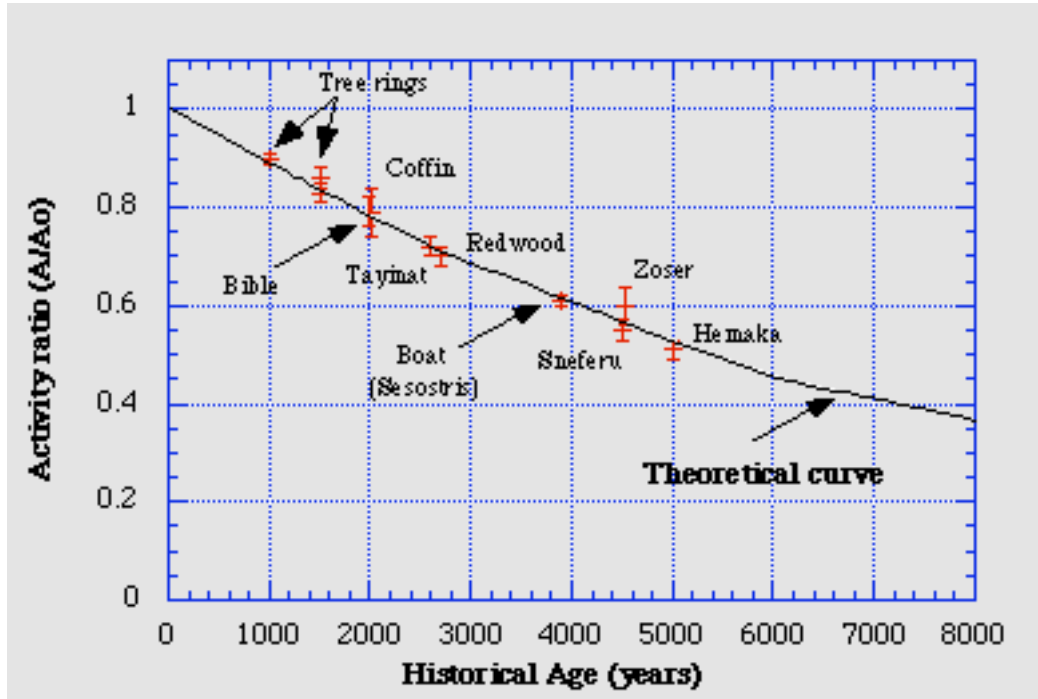


FIGURE 2.6 – “The curve of knowns” d’après Libby et Arnold, publiée dans *Science* en 1949.

erreur de 3%. Cependant, pour les datations on continue par convention d’employer la valeur évaluée en 1951 afin de garder une cohérence avec les valeurs et les tables du passé. Le résultat s’exprime alors en années conventionnelles ou en années carbone qu’il faut corriger pour obtenir des vraies années.

### 2.5.2 La datation par le potassium-40

Le potassium-40 peut se désintégrer suivant deux voies. La première transformation donne du calcium 40 par désintégration  $\beta$ ,



avec comme constante de désintégration  $\lambda_\beta = 4,96 \times 10^{-10} \text{ an}^{-1}$ . Mais le potassium-40 peut aussi donner de l’argon-40 par capture électronique, accompagnée de l’émission d’un photon gamma,



avec comme constante de désintégration  $\lambda_\epsilon = 0,58 \times 10^{-10} \text{ an}^{-1}$ .

Pendant un temps  $dt$ ,  $\lambda_\beta N_K dt$  noyaux de Potassium 40 se désintègrent en Calcium et  $\lambda_\epsilon N_K dt$  en argon. Ainsi, le nombre moyen de noyaux de potassium-40 satisfait l’équation différentielle suivante :

$$\frac{dN_K}{dt} = -(\lambda_\beta + \lambda_\epsilon)N_K, \quad (2.34)$$

qui s’intègre facilement en  $N_K(t) = N_K^0 e^{-(\lambda_\beta + \lambda_\epsilon)t}$ . La demi-vie du potassium-40 est donc  $t_{1/2} = \ln 2 / (\lambda_\beta + \lambda_\epsilon) = 1,25 \times 10^{10}$  ans.

Contrairement au  $^{14}\text{C}$  dont la concentration est approximativement constante au cours des âges, on ne connaît pas la teneur initiale en  $^{40}\text{K}$ . Lors d’une éruption volcanique, par exemple, la lave dégaze et ne contient donc plus d’argon. Une fois la roche solidifiée, l’argon est piégé. En mesurant la quantité de potassium 40 présente et celle d’argon, il est alors possible de connaître l’âge de la roche. Ce n’est pas possible avec le calcium car il peut être présent dès le départ.

Pendant un temps  $dt$ , il s’est formé  $\lambda_\epsilon N_K dt$  noyaux d’argon. Ainsi,

$$\frac{dN_{\text{Ar}}}{dt} = \lambda_\epsilon N_K, \quad (2.35)$$

ce qui donne par intégration,

$$N_{Ar}(t) = \frac{\lambda_{\epsilon}}{\lambda_{\epsilon} + \lambda_{\beta}} N_K^0 (1 - e^{-(\lambda_{\beta} + \lambda_{\epsilon})t}). \quad (2.36)$$

Comme on ne connaît pas le nombre initial de noyaux de Potassium 40, on peut introduire le nombre actuel, pour obtenir finalement,

$$N_{Ar}(t) = \frac{\lambda_{\epsilon}}{\lambda_{\epsilon} + \lambda_{\beta}} N_K(t) (e^{(\lambda_{\beta} + \lambda_{\epsilon})t} - 1). \quad (2.37)$$

En inversant cette équation, on obtient l'âge de la roche à partir des teneurs moyennes en noyaux d'argon et potassium 40,

$$t = \frac{1}{\lambda_{\epsilon} + \lambda_{\beta}} \ln \left[ 1 + \frac{\lambda_{\epsilon} + \lambda_{\beta}}{\lambda_{\epsilon}} \frac{N_{Ar}}{N_K} \right]. \quad (2.38)$$

**Application numérique :** L'âge d'un échantillon d'obsidienne, dont on constate que les noyaux d'Argon y sont 2,5 fois moins nombreux que les noyaux de Potassium 40, est ainsi de 2,8 milliards d'années.

Pour les coraux, c'est l'uranium 238 qui est utilisé. En effet, tant qu'ils sont en vie, les coraux absorbent l'uranium, mais pas le thorium. L'uranium est donc séparé de sa descendance séculaire. A la mort des coraux, les trois premiers maillons sont rapidement en équilibre séculaire et c'est la quantité de thorium 230 qui permet d'estimer la quantité d'uranium 238 qui s'est désintégrée et donc l'âge des coraux.

## 2.6 L'âge de la Terre

*Cette est inspirée du livre de Hubert Krivine [10].*

Pour Aristote, la Terre a toujours existé. Buridan partageait cet avis. Beaucoup plus tard, Kepler et Newton ont déterminé que la date de naissance du monde à respectivement 3993 et 3998 avant JC. Pour cela, ils se sont basés sur la bible. Dans la deuxième moitié du 17<sup>ième</sup> siècle, certains géologues ont estimé que le temps de sédimentation était très longs et que la Terre devait être beaucoup plus âgée. Ils arrivent à des centaines de millions d'années avec la stratigraphie, sans pouvoir, pour autant donner un âge.

La première tentative de détermination scientifique de l'âge de la Terre est attribuée à Buffon, qui a utilisé la calorimétrie. En supposant que la planète initiale était constituée de roches en fusion qui ont refroidi pour donner la Terre actuelle, il arrive à un âge de l'ordre de 74 000 ans. Pour cela, il a étudié le refroidissement de boulets de canon de tailles et compositions variées et extrapolé à la Terre. Comme c'était beaucoup que ce qui est indiqué dans la bible, il a été sommé de se rétracter.

William Thomson, qui deviendra Lord Kelvin, donne, par une méthode similaire, une fourchette de 20 - 400 millions d'années en 1862, puis 20 - 40 millions en 1897. Le calcul de Lord Kelvin, basé sur l'équation de Fourier et détaillé dans la référence [10], a longtemps fait autorité. Cependant, Charles Darwin, a réfuté ce résultat, trop court pour expliquer l'évolution des espèces et les fossiles, sans pour autant donner de chiffre précis. Il a supputé qu'une source de chaleur invalidait le calcul du physicien et a proposé le champ magnétique solaire. Ludwig Boltzmann prit parti pour Darwin.

La découverte de la radioactivité va rebattre les cartes. En 1903, Pierre Curie, Ernest Rutherford et Frederick Soddy mettent en évidence le dégagement de chaleur associé à la radioactivité alpha. Peu après, John Joly suggère que les éléments radioactifs, partout présents, constituent une source de chaleur que Kelvin ne pouvait pas connaître. A noter que Kelvin avait fait une autre erreur en supposant la Terre rigide et en négligeant la convection. Ce deuxième facteur est dominant.

Actuellement, la Terre dissipe une puissance de  $4,6 \times 10^{13}$  W, dont 80% viendrait de la radioactivité. Compte tenu de la surface de la planète, qui est de  $5 \times 10^{14}$  m<sup>2</sup>, le flux géothermique résultant n'est que de 0,1 W/m<sup>2</sup>, ce qui faible par rapport à l'apport moyen du Soleil qui est de 343 W/m<sup>2</sup>.

La radioactivité a aussi servi à dater des roches, comme on l'a vu. En 1905, B.B. Boltwood remarque que le rapport Pb/U est d'autant plus élevé que la roche est vieille et en 1907, il propose une fourchette de 410 millions à 2,2 milliards d'années pour l'âge de la Terre.

La meilleure détermination de l'âge de la Terre est aujourd'hui de  $4,55 \pm 0,05$  milliards d'années bien que l'on n'ait jamais trouvé de roche aussi vieille sur la Terre. Les roches terrestres les plus vieilles, dont l'âge est estimé à environ 3,96 milliards d'années, ont été trouvées en 1986 près du Great Slave Lake, au Canada. Cette détermination de l'âge de la Terre est due à Clair Patterson, géochimiste américain, qui a utilisé des méthodes de datation uranium - plomb sur des

fragments lunaires et des météorites dont on pense qu'elles sont des restes de la formation du système solaire. Voir aussi [9].

H. Krivine conclut en disant que *« cet âge de 4,55 milliards d'années n'est pas un simple chiffre de plus dans la série des âges [...]. Seule cette échelle de temps rend intelligibles l'établissement de l'ordre du système solaire et la complexité fantastique vivant. »*

## Chapitre 3

# Energy

### 3.1 Introduction

« En nous apprenant qu'il y a, emprisonnées dans la matière commune ordinaire, de vastes réserves d'énergie, que seule notre ignorance nous empêche actuellement d'employer pour les besoins de la vie, la radioactivité est un événement qui, on peut le dire avec certitude, marquera une époque dans l'histoire de la pensée. » Frederick Soddy, *Le radium*, librairie Félix Alcan, 1924, traduction française de la troisième édition de *The Interpretation of radium*, dont la première édition date de 1909.

L'énergie dégagée par la radioactivité a surpris les physiciens et très vite les spéculations sur l'utilisation potentielle de cette énergie ont frappé les imaginations. Dès 1914, H.G. Wells, inspiré par *The Interpretation of Radium* de Frederick Soddy (1909) publiait *The World Set Free*, un roman de science fiction où les grandes puissances se dévastent à coups de bombes atomiques<sup>1</sup>.

Francis Aston a consacré une grande partie de ses travaux de recherche à la mesure des masses des éléments et a mesuré le défaut de masse de nombreux noyaux, interprété comme étant de l'énergie grâce à la célèbre formule d'Einstein. Irène Curie et P. Savitch, puis O. Hahn and F. Straßmann ont mis en évidence de nouveaux types de réactions qui ont ensuite été interprétées par Lise Meitner et O.R. Frisch comme étant de la fission en 1939. La possibilité d'une réaction nucléaire en chaîne sera brevetée la même année par F. Joliot et la première pile nucléaire divergera à Chicago en décembre 1942.

La fusion fût découverte par E. Rutherford en 1934, mais elle n'a pas trouvé d'autres applications que la bombe H, du fait des difficultés pour démarrer puis contrôler la réaction.

### 3.2 Défaut de masse et énergie de liaison

#### 3.2.1 Définitions

La masse des ions mesurée par spectrométrie de masse est pratiquement proportionnelle au nombre de masse  $A$ , mais légèrement inférieure à la somme des masses des nucléons le constituant. Cela a conduit à définir une unité de masse atomique,  $u$  de façon à ce que la masse d'un atome de carbone 12 soit exactement égale à  $12u$ . La masse molaire du carbone 12 étant exactement égale à  $12\text{ g/mol}$ , on a un lien entre l'unité de masse atomique et le nombre d'Avogadro  $N_A$  :

$$12\text{g} = N_A m_{12C} = N_A 12u. \quad (3.1)$$

Ainsi,

$$1u = 1\text{g}/N_A = 1,660\,538\,921 \times 10^{-27}\text{ kg} = 931,494\text{ MeV}/c^2, \quad (3.2)$$

En première approximation,  $m \simeq Au$ . Le nombre de nucléons,  $A$ , est aussi appelé nombre de masse. Plus précisément, le proton et le neutron ont respectivement pour masse  $m_n = 1,008\,664\,904\text{ u}$  et  $m_p = 1,007\,276\,466\,92\text{ u}$  qui sont supérieures à l'unité. L'hélium-4, par exemple, a une masse proche de 4, comme attendu :  $m_{4\text{He}} = 4,00151\text{ u}$  et l'uranium-235, proche de 235 :  $m_{235\text{U}} = 234,9935\text{ u}$ .

---

1. D'après Sven Lindqvist, *Maintenant tu es mort*, Le serpent à plumes (2002)



La masse des atomes est légèrement inférieure à la somme des masses de ses nucléons. Les tables de masse donnent l'excès de masse défini par

$$\delta = [m - Au]. \quad (3.3)$$

On a donc  $m = Au + \delta$ . Avec la définition de  $u$ , l'excès de masse du carbone-12 est nul.

La masse des éléments et le défaut de masse peuvent être exprimés en kg, évidemment, mais l'énergie correspondante, exprimée en MeV ou keV est généralement préférée ou l'unité de masse atomique.

Ce défaut de masse est interprété comme étant dû à l'énergie de liaison des noyaux qui est liée à l'interaction forte. Il est relativement faible par rapport à la masse du noyau, mais représente une énergie absolue élevée.

L'énergie de liaison des noyaux, cette fois-ci, et plus des atomes, est définie comme étant l'énergie qu'il faut fournir au repos pour dissocier les nucléons,

$$B({}_Z^AX^N) = (Zm_p + Nm_n - m_X)c^2, \quad (3.4)$$

où  $B$  signifie *binding energy*. En toute rigueur, ici,  $m_X$  représente la masse du noyau.

En conclusion, il y a deux définitions, une faisant intervenir la masse des atomes et l'autre, celle des noyaux. Comment sont-elles reliées ?

### 3.2.2 Atomic and nuclear masses

Nuclear masses are related to atomic ones by using the formula :

$$m_N(A, Z) = m_A(A, Z) - (Z \times m_e - B_e(Z)). \quad (3.5)$$

Here,  $m_N$  refers to the mass of the nucleus and  $m_A$  of the atom or singly ionized atom. the ionization energy is generally (much) smaller than the error on the mass, and, for the small number of very precise mass measurements, corrections for the first -and second- ionization potentials could be applied without much loss of accuracy. The total binding energy of the electrons,  $B_e$ , cannot be measured easily. It can reach 760 keV for uranium ( $Z = 92$ ).

A simple formula is given in the mass table :

$$B_e(Z) = 14.4381 Z^{2.39} + 1.55468 \times 10^{-6} Z^{5.35} \text{ eV}. \quad (3.6)$$

### 3.2.3 Courbe d'Aston

Plus l'énergie de liaison est élevée, plus les noyaux sont stables. La figure 3.1, dite courbe d'Aston, montre l'énergie de liaison par nucléon, ce qui permet de comparer les noyaux entre eux. Selon les données les plus récentes [15], c'est le nickel-62 qui a l'énergie de liaison par nucléon la plus élevée, suivi par le fer-58 et le fer-56.

L'ordre de grandeur est de 8 MeV par nucléon. A titre de comparaison, pour rompre une liaison chimique covalente, il suffit de quelques eV. Il faut  $10^6$  fois plus d'énergie pour arracher un nucléon. Ni l'interaction gravitationnelle, ni l'électromagnétique ne peuvent expliquer de tels ordres de grandeur. C'est l'interaction forte qui en est l'origine.

A l'exception des noyaux légers, cette énergie de liaison par nucléon est relativement constante, à 10% près. Cela signifie, qu'en première approximation,  $B \propto A$ . On reviendra là dessus.

### 3.2.4 Energie des réactions nucléaires

Lors d'une réaction nucléaire quelconque,



l'énergie libérée donne,

$$Q = (m_{X_1} + m_{X_2} - m_{X_3} - m_{X_4})c^2, \quad (3.8)$$

$$= B(X_4) + B(X_3) - B(X_2) - B(X_1), \quad (3.9)$$

car, par conservation du nombre de protons et de neutrons, la somme des masses des constituants élémentaires de simplifie. La grandeur  $Q$  est communément appelée le  $Q$  de la réaction.

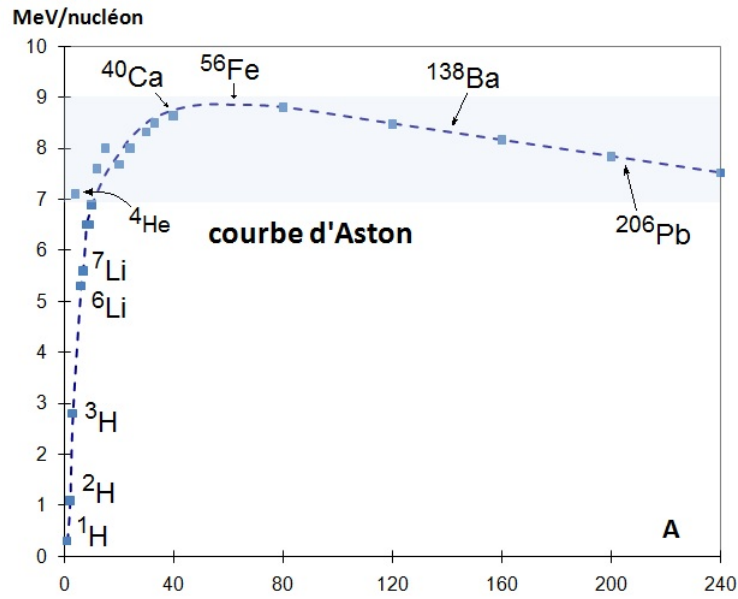


FIGURE 3.1 – Courbe d’Aston : Energie de liaison par nucléon, en MeV par nucléon, en fonction du nombre de masse. Figure trouvée sur Internet.

Avec les excès de masse, on a aussi

$$Q = (m_{X_1} + m_{X_2} - m_{X_3} - m_{X_4})c^2, \quad (3.10)$$

$$= \delta(X_1) + \delta(X_2) - \delta(X_3) - \delta(X_4). \quad (3.11)$$

Attention, ce n’est pas le même ordre qu’avec les énergies de liaison et donc source de confusion.

Si  $Q > 0$ , la réaction est dite exothermique, et si  $Q < 0$ , endothermique. Dans ce dernier cas, il faut fournir de l’énergie pour qu’elle puisse avoir lieu. Lors d’une collision, c’est l’énergie cinétique du projectile qui est transformée en énergie de masse, entre autres. Ainsi, pour qu’une réaction fournisse de l’énergie, il faut que la somme des énergies de liaison avant la réaction soit inférieure à celle après la réaction.

Une réaction spontanée doit nécessairement fournir de l’énergie. Ainsi, le proton ayant une masse inférieure à celle du neutron, il ne peut pas se désintégrer par rayonnement  $\beta^+$ . En revanche, dans un noyau, cette désintégration est possible. On voit, d’après la courbe d’Aston, figure 3.1, que la fusion de noyaux légers ou la fission de noyaux lourds produisent de l’énergie.

L’énergie émise par une émission  $\alpha$ , par exemple,



vaut  $4,93 \text{ MeV}$  ( $m_{^{226}\text{Ra}} = 225,9770 \text{ u}$ ,  $m_{^{222}\text{Rn}} = 221,9702 \text{ u}$  et  $m_{^4\text{He}} = 4,00151 \text{ u}$ ). L’énergie cinétique de recul du noyau fils étant faible du fait du rapport des masses, l’énergie libérée est presque entièrement emportée par le rayonnement  $\alpha$  sous forme d’énergie cinétique. En fait, on peut calculer que  $E_{c_\alpha} \simeq (A-4)Q/A$  où  $A$  est le nombre de masse du noyau père. La désintégration d’une mole de radium fournit donc une énergie de l’ordre  $4,7 \times 10^{11} \text{ J}$ , ce qui est énorme par rapport à l’énergie libérée par une réaction chimique (5 ordres de grandeur). L’énergie libérée par la combustion du méthane est par exemple de l’ordre de  $8 \times 10^5 \text{ J/mol}$ . Le problème, c’est que l’on ne maîtrise pas une réaction de désintégration radioactive.

Pour une émission  $\beta$ , les ordres de grandeur seront similaires. Par exemple, la réaction



libère  $2,84 \text{ MeV}$  ( $m_{^{60}\text{Co}} = 59,933822 \text{ u}$  et  $m_{^{60}\text{Ni}} = 59,930788 \text{ u}$ ). Cette énergie est emportée par l’électron et l’anti-neutrino. Par conséquent, le rayonnement  $\beta$  est continu. Le rayonnement  $\gamma$  emporte, quant à lui, des énergies de quelques centaines de  $\text{keV}$ .

### 3.2.5 Mass tables

The most recent mass table is the one of G. Audi and collaborators, that was published in 2012 [15]. It gives atomic masses and derived quantities. As noted in this reference, with very few exceptions, experimental data on masses of nuclei refer to “atomic” masses or to masses of singly ionized atoms. In this last case the ionization energy is generally (much) smaller than the error on the mass, and, for the small number of very precise mass measurements, corrections for the first -and second- ionization potentials could be applied without much loss of accuracy.

Authors explain that *“Nowadays, the highest precision values presently measured for the atomic masses are concurrently obtained by two different experimental techniques. The first one comprises of direct mass-spectrometry measurements using Penning traps, while the second one utilizes  $\gamma$ -ray energy measurements following neutron capture reactions.”* The highest precision of  $7 \times 10^{-12}$  presently achieved for mass measurements has been obtained by the Penning trap method.

Note that the mass of all nuclei have not been directly measured yet. Especially for the most exotic ones. Their mass is deduced from their decay properties, the mass of the daughter nucleus and the  $Q$ -value.

Tables [15] dont give any more values for the binding energies, but rather give the binding energy per nucleon for educational reasons, connected to the Aston curve and the maximum stability around the Iron-peak of importance in astrophysics. They also give the mass defect,  $\Delta = (m - A)c^2$  form which we can directly deduce the atomic mass.

Neutron and proton separation energy are also tabulated. The neutron separation energy is the amount of energy needed to remove one neutron,

$$S_n = B(^A X) - B(^{A-1} X). \quad (3.14)$$

Similarly, the proton separation energy reads

$$S_p = B(^A_Z X) - B(^{A-1}_{Z-1} Y). \quad (3.15)$$

These two separation energies are analogous to the ionization energies in atoms. They give indications on the nuclear shell structure that is similar to the electronic shell structure.

TABLE 3.1 – Constantes fondamentales

Symbole	Grandeur	Valeur
$c$	Célérité de la lumière dans le vide	$299\,792\,458\,ms^{-1}$
$e$	Charge élémentaire	$1,602\,177\,33 \times 10^{-19}\,C$
$N_A$	Constante d’Avogadro	$6,022\,136\,7 \times 10^{23}\,mol^{-1}$
$u = 1/N_A$	Unité de masse atomique	$1,660\,538\,921 \times 10^{-27}\,kg$ $931,494\,061\,MeV$
$m_e$	Masse de l’électron	$5,485\,799\,03 \times 10^{-4}\,u$
$m_n$	Masse du neutron	$1,008\,664\,904\,u$
$m_p$	Masse du proton	$1,007\,276\,466\,92\,u$

## 3.3 Binding energy - Energie de liaison

La figure 3.1 montre une certaine régularité dans l’énergie de liaison, ce qui suggère une loi sous-jacente. Quelle est cette loi ? C’est l’objet de cette section. Mais avant, quelques remarques sur la démarche scientifique de modélisation.

### 3.3.1 Chaitin’s principle and least squares method

In 1686, in his famous *Discours de métaphysique*, section VI, Gottfried W. Leibniz proposed a criteria to distinguish between facts that can be described by some law and those facts that are lawless, irregular facts. He stated that a theory has to be simpler than the data it explains. But how to distinguish “complexity” and “simplicity” ? Gregory Chaitin, inspired by his work on information theory, proposed to compare physics that links a theory and predictions for observations by calculations to computing that links a program and outputs by the execution on computer. See his pedagogical article [11].

Then, his simple criteria is that the number of bits for programing the calculation is smaller that the number of bit needed to enumerate the value of the observables.

In mathematics, an algorithm that describes all integers is far simpler than the list of integers. Depending on the number of digit, it can be the same for pi.

Can we replace the data on the binding energy of the numerous nuclei by a simple formula ? Actually, as we have seen, this the scope of all theory.

To extract information from experimental data, one usually compare them to models or use them to fit parameters from a phenomenological approach. There are statistical methods to fit data. Once the parameters of the models are determined, one has to evaluate their uncertainty and the quality of the fit.

It is very easy to find the equation of a straight ligne that passes through two points. But when one has three, four or more points that are not necessarily well aligned because of the measurement errors or uncertainties, how to do ? Facing what Stigler [8] calls a problem of rich man in his book on the history of statistics and the measurement of uncertainty before 1900, physicists studying celestial mechanics or measuring the length of the meridian had far more data than parameters to evaluate.

There were several attempts before Legendre who proposed in 1805 an Appendix on the *Method of the Least Square* in his *Mémoire sur l'orbite des comètes*. But there were no uncertainty in Legendre's work. One has to wait for the theory of probabilities. But what probability density function to choose ? Stigler describe several attempts by Laplace. But in 1809, Gauss justifies the method of the least squares that he pretends to have being using since 1795 by using what we now call the Gaussian distribution that was first introduced by De Moivre. Gauss uses Laplace's version of Bayes theorem. He also shows how to solve the problem when it is not linear.

After Laplace found the central limit theorem, he could justify in 1810 the use of the Gaussian distribution and finalize the justification of the least square method with the theory of probabilities. He then applied it to celestial mechanics, geodesy and social sciences. In particular, he could determine the uncertainty of the mass of Saturn and Jupiter.

How to proceed ? Let us consider a set of  $N$  data  $\{i, B_i\}$  where  $i$  identifies the nucleus and  $B_i \pm u_i$  is the related binding energy and its uncertainty given by experiments. The theoretical value of the binding energy of the same nucleus is denoted  $B(Z_i, N_i)$ . Assuming that the probability density function of the experimental data is Gaussian, the parameters of the theoretical formula can be determined by minimizing

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{[B(Z_i, N_i) - B_i]^2}{u_i^2}. \quad (3.16)$$

As the function  $B(Z_i, N_i)$  is linear with respect to its coefficients, the minimization process is quite simple and can be done analytically. Nevertheless, mathematical expressions are somehow heavy to handle and I will not write them.

Finding the best coefficients does not mean that the fit is good. To check it, one can check  $\delta B_i = B(Z_i, N_i) - B_i$  for all points. On a purely physical point of view, we can use the root mean square (abbreviated RMS or rms),

$$rms = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [B(Z_i, N_i) - B_i]^2}. \quad (3.17)$$

On a purely statistical point of view, deviation to the experimental data should be compared to experimental uncertainties to assess the quality of the fit. The fit is supposed to be good if each term of the sum in the expression of  $\chi^2$  is close to one. Defining the reduced chi squared by

$$\tilde{\chi}^2 = \frac{\chi^2}{\nu}, \quad (3.18)$$

$\nu$  being the number of degrees of freedom, i.e. the number of data  $N$  minus the number of fitted parameters. If  $\tilde{\chi}^2$  is close to one, the fit is good.

Coming back to the mass formulas, it is the minimization of the  $rms$  that is usually used rather than  $\chi^2$  because experimental uncertainties are not always available and differ by orders of magnitude, giving more weight to some well measured nuclei.

### 3.3.2 Bethe-Weizsäcker formula

Besides the nuclear physics books, this section was inspired by an enlightening article on the subject by Michael W. Kirson [16].

Can we find a simple formula that gives the binding energy for all nuclei ? Can we get some insights from this formula ?

As a first approximation, we already mentioned that  $B \propto A$ , as shown in Fig. 3.2 where a plot of binding energy against mass number shows a very narrow band of data. According to Kirson, a single-term mass formula  $B = 7.95A$  MeV has a root-mean-squared deviation from the measured masses of 48.416 MeV, a rather good fit to a quantity varying from 2 MeV to 1943 MeV. Such a fit is usually done with nuclei having a charge larger than 8 and a mass number larger than 16.

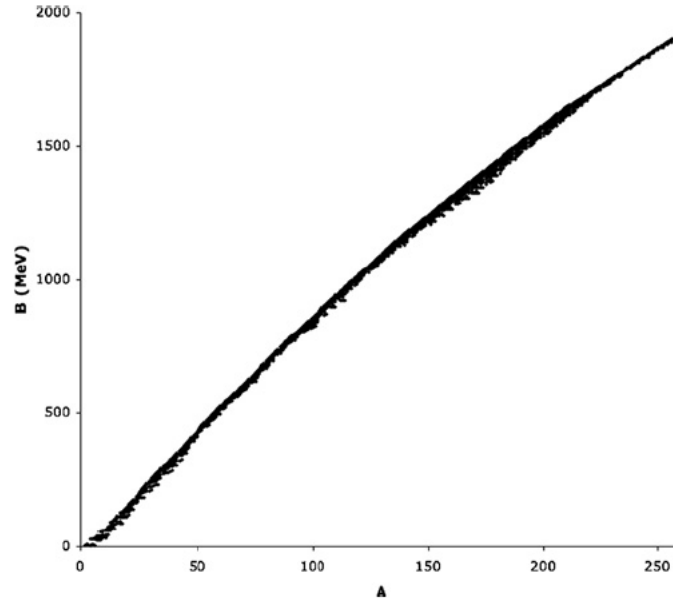


FIGURE 3.2 – Dependence of total binding energy  $B$  (in MeV) on mass number  $A$ .

Figure extracted from [16].

This somehow surprising method is a manifestation of the saturation of nuclear forces. If one nucleon were interacting with all the others, the binding energy would be proportional to  $A(A - 1)$  or  $A^2$ . It is not the case which suggests that a nucleon only interacts with its closest neighbours. As the density is constant, each nucleon has the same number of neighbours and contributes roughly to the same amount to the binding energy.

This is not the case for nucleons near the surface that have fewer neighbours. They will not contribute as much as the others. This effect is taken into account by subtracting a term proportional to the surface area, that is proportional to  $A^{2/3}$ . As nuclei are small systems, we cannot neglect such a contribution.

With a two-term mass formula,  $B = a_v A - a_s A^{2/3}$ , the rms deviation is reduced by almost a factor of 2, to 28.269 MeV.

We know that protons interact through the Coulomb repulsion. The binding energy should reflect it. A uniformly charged sphere with a radius  $R$  has an energy

$$U_e = \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \quad \text{with} \quad R = r_0 A^{1/3}. \quad (3.19)$$

As a consequence, we expect a contribution of a term proportional to  $Z^2/A^{1/3}$ .

With a three-term mass formula  $B = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z^2/A^{1/3}$ , the rms deviation is only slightly reduced, to 25.499 MeV.

Up to now, we have not distinguished between nucleons, except for the Coulomb term. One has to take into account that for light nuclei, stable nuclei have  $N \approx Z$ . Otherwise our model would allow nuclei with as many neutrons as we want, which is not the case. In addition, this  $N = Z$  effect is very important for light nuclei. Heavy nuclei need more neutrons to counter the Coulomb repulsion term. This so-called symmetry term which intends to make the nucleus symmetric in protons and neutrons should decrease with  $A$ . A possible form for this term is proportional to  $(A - 2Z)/A$ .

A four-term mass formula  $B = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z^2/A^{1/3} - a_{sym}(A - 2Z)^2/A$ , the rms deviation is reduced to 3.536 MeV. This four-term formula corresponds to the historical one of Weizsäcker and Bethe [13].

Finally, nucleons that are fermions have a tendency to couple pairwise. In nature, there are only four nuclei with odd  $N$  and  $Z$  ( ${}^2\text{H}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{10}\text{B}$  and  ${}^{14}\text{N}$ ), but 167 with even  $N$  and  $Z$ . The description of the binding has to include a pairing effect that is set to zero when  $A$  is odd (even  $Z$  and odd  $N$  or odd  $Z$  and even  $N$ ). This pairing energy is positive when  $Z$  and  $N$  are both even and negative when they are both odd.

Combining these five terms, we can try to describe the binding energy with the following five-term formula that is used in most nuclear physics books

$$B = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z(Z-1)A^{-1/3} - a_{\text{sym}} \frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta, \quad (3.20)$$

with  $\delta = a_p A^{-3/4}$  if  $Z$  and  $N$  are both even, the opposite if they are both odd and zero otherwise.

Coefficients entering this formula are fitted on experimental data with  $Z$  larger than 8 and  $A$  larger than 16. Some authors restrict their fit to masses lower than 150 keV. Such a formula is said to be semi-empirical.

The ideas behind such a description were first proposed by Georges Gamov from Leningrad when he was still 27. During the first international conference uniquely devoted to nuclear physics, held in Roma in 1931, he suggested that the nucleus could be seen as a liquid drop. At that time the neutron was still unknown. The mass formula was first proposed in 1935 by Carl Friedrich Weizsäcker and refined by Hans Albrecht Bethe. For more details, see [5].

As a consequence, this formula for the binding energy is called the Liquid Drop mass formula or Weizsäcker or Bethe-Weizsäcker mass formula. Equation (3.20) corresponds to its simplest form.

Since then several terms have been added to the formula. The parameters also have evolved to take into account new nuclei. Nowadays, there are still scientific publications on it. Depending on the date, the number of terms, the part of the nuclear chart that is taken into account, one can find many values for the parameters entering this formula.

Here some typical values for the coefficients of the Bethe-Weizsäcker mass formula, given in equation (3.20). There are not unique. In Krane's book [2], they are

$$a_v = 15.5 \text{ MeV} \quad (3.21)$$

$$a_s = 16.8 \text{ MeV} \quad (3.22)$$

$$a_c = 0.72 \text{ MeV} \quad (3.23)$$

$$a_{\text{sym}} = 23 \text{ MeV} \quad (3.24)$$

$$a_p = 34 \text{ MeV}. \quad (3.25)$$

This model does not give information on the identity of the nuclei but rather helps to understand the systematic behavior of nuclear properties. How good is the agreement with experimental values? The agreement with the global tendency is excellent, but the deviation between the value of the binding energy given by the formula and the one given by experiment is of the order of few MeV. Compared to the experimental uncertainties, this is large :  $\chi^2 \simeq 10^{10}$  !

### 3.3.3 Beta stability

As mentioned before, the mass formula mainly depends on  $A$ . But for a given  $A$ , what is the most stable combination of protons and neutrons?

Deriving  $B$  with respect to  $Z$  for a fixed  $A$  allows to find the most stable nuclei. Taking into account that some coefficients are small, one gets

$$Z_{\min} \simeq \frac{A}{2} \frac{1}{1 + \frac{1}{4} A^{2/3} \frac{a_c}{a_{\text{sym}}}}, \quad (3.26)$$

which is in good agreement with observed values. For light nuclei, one has  $Z_{\min} \simeq A/2$  and for heavy ones  $Z_{\min} \simeq 0.41A$ .

Around these minima, the binding energy as a function of  $Z$  is a parabola. If  $A$  is odd,  $N$  and  $Z$  have different parities and the pairing term is zero. There is only one line. If  $A$  is even,  $Z$  and  $N$  have difference parities and the pairing term jump from  $+\delta$  to  $-\delta$  and vice versa. See figure 3.3.

### 3.3.4 New mass formulas

As pointed out by Kirson, the venerable formula of Bethe and von Weizsäcker, which was described in detail in "Bethe's bible" [13], has been extended and modified frequently over the years. Proliferation of terms has sometimes

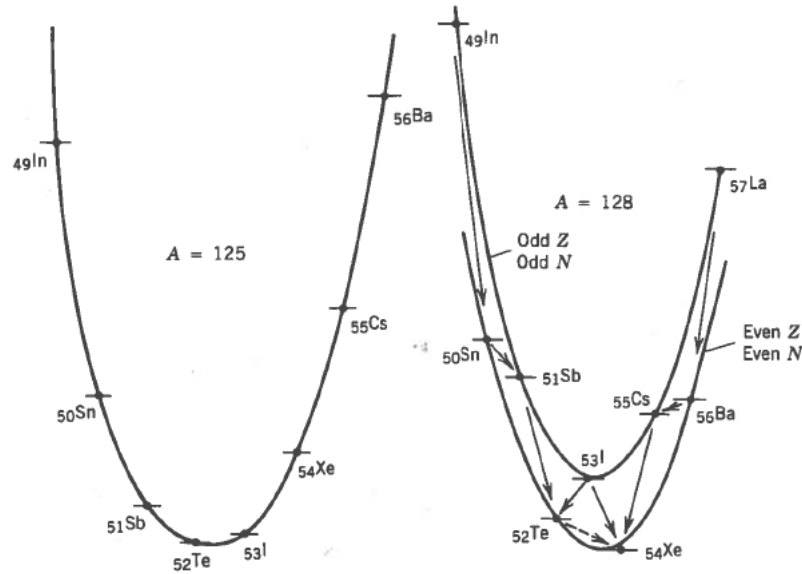


FIGURE 3.3 – Binding energy as a function of  $Z$  for  $A = 125$  and  $A = 128$ . Beta-decay chains are indicated. Figure taken from Ref. [2].

threatened to overwhelm the original purpose - to obtain as simple as possible an understanding of the dependence of nuclear masses on  $N$  and  $Z$ .

We are going to cover all new terms, but just mention few corrections :

- It has been forcefully argued that it is inconsistent to include a surface correction to the volume energy but not to the symmetry energy. Consequently, a surface symmetry term is usually added. A possible form is  $a_{ssym}(N - Z)^2/A^{2/3}$ .
- The study of mirror nuclei with same value of  $A$ , but with  $N_1 = Z_2$  and  $Z_1 = N_2$  is interesting because the binding energies of mirror pairs can differ only in their Coulomb energies. This has lead to the introduction of a correction to the Coulomb term called the *Exchange Coulomb term*. The missing term is very likely a quantal correction to the classical Coulomb energy formula. A possible form is  $a_{xc}Z^{4/3}/A^{1/3}$ .
- The Wigner term has been introduced by Wigner in link with its supermultiplet theory. I will not enter into details, but just note that it has the form  $a_W|N - Z|/A$ . Other forms have been suggested.
- If the semi-empirical mass formula is regarded as incorporating an expansion in powers of inverse radius,  $1/A^{1/3}$ , as exemplified by the volume and surface terms, then the next order would involve a term  $a_R A^{1/3}$ , generally referred to as a curvature term. Inspection of the residuals in Fig. 5 reveals a systematic decline at large  $A$ . The curvature term turns out to address this possible hint at omitted physics.

Some other corrections were suggested and tested in the literature. Whatever the corrections, and the number of termes, it is difficult to get a rms lower than about 2.5 MeV. Something is missing in this approach. Residuals show other effects than cannot be described by such a general formula.

### 3.4 Le modèle en couches - Shell model

Quand on veut tester une fonction ajustée aux données expérimentales, outre la qualité de l'ajustement discutée précédemment, on peut aussi se demander si l'on n'a rien oublié dans le modèle. Pour cela, il peut être utile de tracer  $\delta B_i$  en fonction de  $i$ . Est-ce que les points sont dispersés aléatoirement ou apparaît-il une structure ? C'est ce qui est fait dans la figure 3.4.

La figure fait clairement apparaître que, pour certains noyaux, les écarts entre l'énergie de liaison mesurée et celle donnée par la formule de la goutte liquide sont significatifs. A quoi est-ce dû ?

L'idée que les nucléons puissent être organisés en couches énergétiques comme les électrons autour du noyau date de 1933, un an après la découverte du neutron. Kurt Guggenheimer s'appuyait sur l'observation attentive de l'énergie de

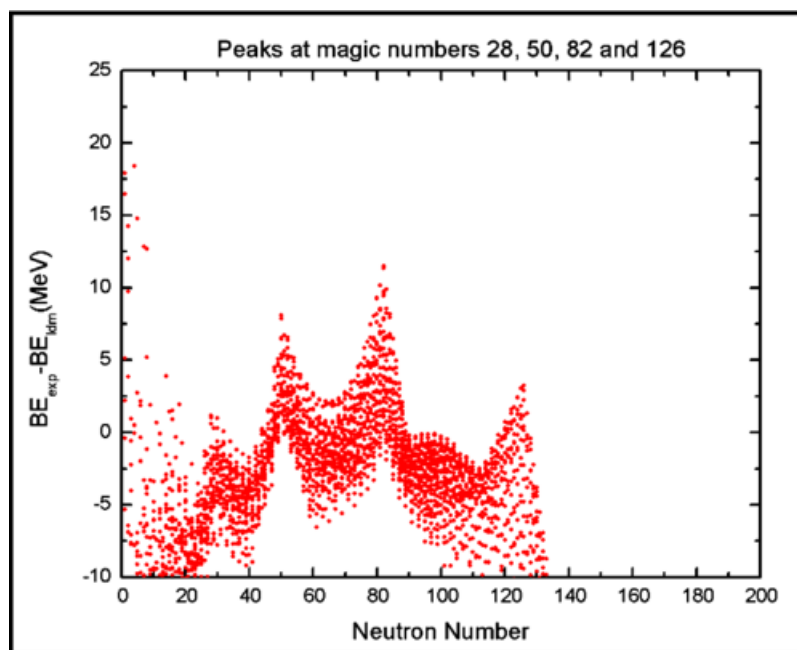


FIGURE 3.4 – Difference between theoretical and experimental binding energies as a function of  $Z$  with a simple mass formula. Figure found on the web.

liaison d'un proton ou d'un neutron dans les noyaux. Il a noté que cette énergie variait continûment, sauf pour certains nombres où il y avait des discontinuités. Walter Elsasser, en revanche, s'appuyait sur une approche purement théorique par analogie avec le modèle atomique. Le problème était que les nombres dits magiques théoriques et observés ne correspondaient pas.

En 1948, Maria Goeppert Mayer reprend toutes les données disponibles concernant les noyaux comme les masses, spins et moments magnétiques. Elle a observé que les noyaux qui ont soit 20, 50 ou 82 protons, soit 20, 50, 82, 126 neutrons, ont des propriétés vraiment remarquables. Le calcium ( $Z = 20$ ) a par exemple 5 isotopes et l'étain ( $Z = 50$ ) 10. La section efficace de capture d'un neutron est plus faible. L'uranium fissionne en deux produits de fission qui ont majoritairement 50 ou 82 neutrons.

Le problème c'est que les calculs ne donnaient toujours pas les mêmes nombres. C'est encore Maria Goeppert Mayer qui trouva l'explication : *le couplage spin-orbite*. Il s'agit d'un effet purement quantique, ajouté « à la main », difficile à expliquer intuitivement. Il ressort naturellement avec la prise en compte des effets relativistes. Ce terme de couplage est un effet de surface puisqu'il dépend du gradient de densité.

Hans Jensen, Otto Haxel et Hans Suess sont arrivés indépendamment aux mêmes conclusions, quasiment en même temps que Maria Goeppert Mayer. Leurs articles sont publiés avec quelques semaines d'écart en juin 1949.

Le modèle en couche a connu un succès fulgurant car il a permis de comprendre beaucoup d'observations, en plus des nombres magiques qui sont : 2, 8, 10, 20, 28, 50, 82 et 126. Ce dernier est pour les neutrons seulement. De nos jours, il fait encore l'objet de développements pour inclure les nouvelles propriétés des noyaux exotiques.

Dans le cas du modèle atomique, le nombre quantique principal est lié à l'énergie de l'orbite, mais aussi à son rayon moyen. Ce n'est pas le cas en physique nucléaire. Les couches sont énergétiques, il n'y a aucune correspondance spatiale. Autre différence : pour l'atome, les électrons subissent le champ électrique du noyau qui est extérieur, amoindri d'un facteur d'écrantage pour les couches les moins profondes. Dans le cas du noyau, les nucléons subissent un *champ moyen* dû à tous les autres nucléons du noyau. A cause du principe d'exclusion de Pauli, les nucléons ont un libre parcours moyen dans le noyau qui correspond à la taille du noyau.

Certains noyaux dits *doublement magiques* car le nombre de protons ET le nombre de neutrons sont égaux à des nombres magiques. C'est le cas de  ${}^4_2\text{He}$ ,  ${}^{16}_8\text{O}$ ,  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ ,  ${}^{48}_{28}\text{Ni}$  et du  ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ . Ces noyaux sont particulièrement stables. Leur abondance est plus grande dans la nature que pour les noyaux voisins.

La figure A.4 montre l'énergie de correction de couche sur la carte des noyaux.



Les recherches récentes sur les noyaux exotiques ont montré que ces nombres magiques pouvaient être différents pour des noyaux très riches ou très pauvres en neutrons.

Le modèle de la goutte liquide ne pourra jamais prendre en compte les propriétés individuelles des noyaux liées au modèle en couches. Il ne donne que la tendance globale. Dans la pratique, les propriétés des noyaux sont décrites à l'aide modèles « mic-mac » pour *microscopic-macroscopic*, où, à l'énergie de liaison macroscopique de la goutte liquide, on ajoute une énergie de correction de couches, obtenue par un modèle microscopique.

Le modèle en couches nécessite des connaissances en mécanique quantique et sera donc étudié au semestre suivant.

## Chapitre 4

# Nuclear reactions

### 4.1 La nécessité d'avoir des accélérateurs

*“The results as a whole suggest that, if alpha particles—or similar projectiles—of still greater energy were available for experiment, we might expect to break down the nucleus structure of many of the lighter atoms.”*

« Dans l'ensemble les résultats suggèrent que, si les particules  $\alpha$  ou des projectiles similaires d'énergie encore plus élevée étaient disponibles pour les expériences, nous pourrions briser la structure des noyaux de nombreux atomes légers. »

E. Rutherford, “Collisions of  $\alpha$  particles with light atoms. IV. An anomalous effect in nitrogen”, Philosophical Magazine **37**, 581 (1919). Version française par B. Fernandez [5].

#### 4.1.1 L'apport de Rutherford

La découverte des rayonnements et de la radioactivité a permis d'aller sonder la matière. Dès 1900 Marie Curie avait étudié le pouvoir pénétrant des particules  $\alpha$  émises par le polonium, ce qui lui permit de constater que ces “rayons non déviables” perdent leur pouvoir d'ionisation dès qu'ils ont parcouru une épaisseur de 4 cm d'air environ. En étudiant la diffusion de particules  $\alpha$  dans la matière, Hans Geiger (1882 - 1945), assistant de Rutherford, observe que certaines particules sont déviées sous de grands angles, allant jusqu'à 165 degrés.

C'est ainsi qu'Ernest Rutherford (1871 - 1937) fit la découverte du noyau en bombardant de fine feuille d'or avec un rayonnement  $\alpha$ . La grande majorité des particules  $\alpha$  ont traversé la feuille sans être déviées, montrant par là que la matière est essentiellement faite de vide. Mais quelques unes (1 sur 8 000) sont rétro-diffusées, c'est à dire qu'elles sont détectées du même côté que la source. Nous sommes en 1909. Il faudra attendre 1911 pour que Rutherford propose un modèle de l'atome avec un petit noyau très dur qui concentre l'essentiel de la masse. Il en a déduit une probabilité de déviation qui a pu être vérifiée expérimentalement. Ce modèle planétaire avait été suggéré en 1904 par Hantaro Nagaoka (1865 - 1950), qui l'avait lui-même abandonné.

En 1912, Rutherford emploie pour la première fois le mot *nucleus*...

Vers la fin de la première guerre mondiale, de retour dans son laboratoire, E. Rutherford a mené toute une série d'expériences dans le but d'étudier la possibilité de réactions nucléaires. On soupçonnait déjà à l'époque que de telles réactions puissent avoir lieu dans les étoiles.

Pour cela, il mis une source  $\alpha$  dans une enceinte avec différents gaz, ce qui l'a conduit à publier en 1919 quatre articles où il décrivait ce qu'il avait observé avec de l'hydrogène, de l'oxygène et de l'azote. Pour ce dernier élément, il mentionne une anomalie et conclut par la phrase mise en exergue au début de ce chapitre.

Il faudra encore plusieurs années pour identifier le projectile émis (un proton, appelé rayon H à l'époque) et la réaction nucléaire mise en jeu :



Il s'agit de la première réaction de transmutation provoquée par l'Homme. Rutherford en a déduit la dimension du noyau.

### 4.1.2 La première réaction nucléaire provoquée par des particules accélérées artificiellement

En 1928, George Gamow (1904 - 1968) montre que lors d'une décroissance radioactive, la particule  $\alpha$  s'échappe du noyau par effet tunnel, phénomène purement quantique. Une fois au laboratoire Cavendish dirigé par Rutherford, il calcule la probabilité qu'un proton suive le chemin inverse pour pénétrer dans un noyau : il trouve de l'ordre de un millièème pour tension de 300 kV, ce qui est jouable. Et c'est ainsi que John Cockroft (1897 - 1967) et Ernest Walton (1903 - 1995) publient en 1932, dans *Nature*, qu' "*il ne paraît pas invraisemblable que l'isotope du lithium de masse 7 capture de temps en temps un proton et que le noyau résultant, de masse 8, se brise en deux particules  $\alpha$ , chacune de masse quatre.*" Ils ont observé la première réaction nucléaire provoquée par des particules accélérées artificiellement, ce qui leur vaudra le prix Nobel en 1951.

## 4.2 Accélérer par étape

Jusqu'en 1932, les découvertes concernant la physique nucléaire avaient utilisé les particules  $\alpha$  issues de la radioactivité. Pour pouvoir approcher du noyau, il faut pouvoir vaincre une énergie coulombienne très élevée avec des particules ayant une grande énergie cinétique. Les sources radioactives fournissent des particules  $\alpha$  ayant une énergie jusqu'à 8 MeV.

Pour aller au-delà, il faut des champs électrostatiques faisant plusieurs millions de volts. Le problème des hautes tensions, c'est qu'elles ionisent l'air et induisent des étincelles dangereuses qui déchargent le conducteur porté sous une haute tension.

### 4.2.1 Cyclotrons

Face à la difficulté d'obtenir des tensions élevées, Gustav Ising suggère de communiquer de l'énergie cinétique aux particules, non pas en une seule fois, mais par de nombreuses accélérations successives. C'est à Berkeley, en Californie, que cette idée est mise en application par Ernest Orlando Lawrence (1901 - 1958) qui invente le *cyclotron*. Le premier cyclotron sera réalisé en 1931 avec son étudiant Stanley Livingston (1905 - 1986). En 1932, un nouveau cyclotron délivre un faisceau de protons de 1,2 MeV. C'est à ce moment, le seul appareil au monde à pouvoir faire cela. Les cyclotrons sont encore utilisés de nos jours pour la recherche, comme au GANIL, ou pour la production de radio-isotopes médicaux. Leur taille varie en fonction des caractéristiques des particules accélérées et des énergies cinétiques à atteindre.

Un cyclotron, est constitué de deux parties en forme de demi-camembert ou lettre D (dee en anglais) dans lesquelles règne un champ magnétique constant et uniforme. Les particules chargées ont donc une trajectoire circulaire dans ces deux parties. Entre les deux demi-camemberts, une différence de potentiel oscillante donne une accélération aux particules, à chaque passage. Voir figure 4.1.

Dans un D, la relation fondamentale de la dynamique s'écrit

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \wedge \vec{B}. \quad (4.2)$$

En projetant sur la base intrinsèque, on obtient que

$$\frac{dv}{dt} = 0 \quad \text{et} \quad m \frac{v^2}{r} = qvB. \quad (4.3)$$

Ainsi, dans chaque D, les ions ont un mouvement circulaire uniforme de rayon  $r = mv/qB$ . La vitesse augmentant à chaque passage entre les deux D, le rayon de courbure dans les D aussi. A la sortie du cyclotron, la vitesse est toujours égale à  $v = qBR/m$  où  $R$  est le rayon du cyclotron, quelle que soit la différence de potentiel accélératrice.

Les oscillations de la différence de potentiel doivent être synchronisées avec le passage des ions. La vitesse angulaire,

$$\omega = \frac{qB}{m}. \quad (4.4)$$

est indépendante du rayon. Le temps de passage aussi. On appelle *fréquence cyclotron* la vitesse angulaire qu'acquiert une particule chargée dans champ magnétique uniforme. La fréquence du champ électrique d'accélération doit donc être réglée en conséquence. Il faut donc régler  $\omega$  et/ou  $B$  en fonction de la charge et masse de la particule accélérée.

Comme les particules doivent passer entre les dees quand le champ est dans le bon sens, on ne peut pas avoir un flux continu de particules. Elles sont donc envoyées par paquet ou de façon pulsée. La fréquence doit être une harmonique impaire de la fréquence cyclotron.

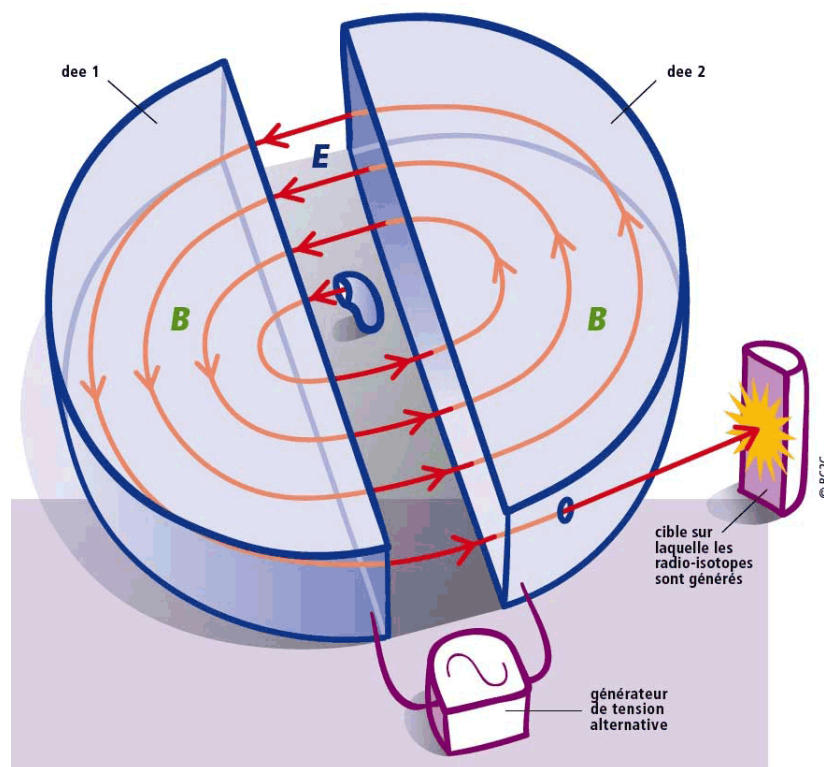


FIGURE 4.1 – Schéma de principe d'un cyclotron. Source : handicapinfos.com

Une animation flash est disponible en ligne ici :

<http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/gtulloue/Meca/Charges/cyclotron.html>.

Les particules sont injectées au centre du cyclotron et ressortent en périphérie, toutes à la même vitesse. Pour une particule donnée, la vitesse finale dépend donc de  $B$  et du rayon du cyclotron, et pas de la différence de potentiel accélératrice. Si cette ddp est faible, les particules resteront plus longtemps dans le cyclotron, mais ressortiront à la même vitesse.

Si la vitesse approche celle de la lumière, les effets relativistes font que la masse augmente. Il faut alors asservir la fréquence à la vitesse (synchrocyclotron). Cela peut aussi se faire avec des champs magnétiques non uniformes à l'intérieur des aimants.

Au GANIL, dans les gros cyclotrons CSS1 et CSS2, le champ magnétique est de l'ordre du tesla. Les fréquences accélératrices vont de 7 à 14 MHz. Les ions lourds sont injectés à un rayon d'un mètre et ressortent avec un rayon de trois. Les ions sont donc trois fois plus rapides à la sortie.

#### 4.2.2 Accélérateurs linéaires - linear accelerators (linac)

L'accélérateur linéaire est plus ancien que le cyclotron, mais il s'est heurté à des difficultés technologiques. De nos jours, il est tout à fait concurrentiel avec les cyclotrons. Le premier est dû à Rolf Widerøe (1902 - 1996) qui a accéléré des ions potassium à une énergie de 50 keV en 1928.

Un accélérateur linéaire ou linac est constitué d'une série de cavités résonnantes accélératrices représentées sur la figure 4.2. L'armature extérieure est reliée à la terre alors que l'armature interne est portée à un potentiel  $V$  oscillant. Le champ électrique à l'intérieur de l'armature interne est nul, mais pas entre les armatures. Il faut qu'il change de signe entre l'entrée et la sortie pour que les particules soient toujours accélérées.

Ainsi, le temps de passage dans une cavité doit correspondre à une demi-période :

$$\frac{L}{v} = \frac{T}{2}, \quad (4.5)$$

où  $L$  est la longueur,  $v$  la vitesse et  $T$  la période. En général, une seule fréquence est appliquée aux cavités. C'est donc la

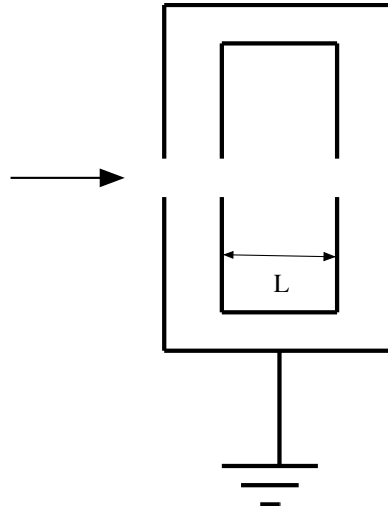


FIGURE 4.2 – Schéma de principe d'une cavité d'un accélérateur linéaire.

taille qui varie en fonction de la vitesse, les cellules devant être de plus en plus grandes en fin d'accélérateur.

Pour que l'accélérateur ne soit pas trop long, il faut avoir les cavités les plus petites possibles. Cela signifie des champs électriques très forts et aussi des fréquences élevées, de l'ordre de la dizaine de mégahertz. Les longueurs d'onde correspondantes sont donc de l'ordre du mètre. Il faut donc voir la cavité comme un guide d'ondes dont les dimensions sont ajustées de façon à avoir une cavité résonnante à la fréquence souhaitée et avoir ainsi le meilleur rendement énergétique.

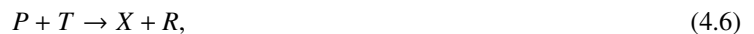
Le grand apport de cette technologie est que l'ion, et tous les équipements sont au potentiel de la Terre en entrée et en sortie. Ce n'est pas le cas avec les accélérateurs de type Walton-Cockroft ou Van de Graaf. À noter que dans les cyclotrons, entre les deux dees, ce sont des cavités accélératrices qui sont installées, pour la même raison.

L'accélérateur linéaire de Spiral2 aura une trentaine de cavités avec des champs oscillant à une fréquence de l'ordre de 80 MHz et tension accélératrice de l'ordre de 500 kV. L'étude et la production de telles cavités ayant un coût élevé, il n'y en a que de deux tailles différentes.

## 4.3 Reaction theory

### 4.3.1 Notations

Most of nuclear reactions are studied by inducing a collision between two nuclei where one of the reacting nuclei is at rest (the target nucleus, *noyau cible*) while the other nucleus (the projectile nucleus, *le noyau projectile*) is in motion. Such nuclear reactions can be described generically as



where  $X$  represents the emitted particle and  $R$  the residual nucleus. A shorthand way to denote such reactions is, for the general case,



$P + T$  is called the entrance channel (*voie d'entrée*) and  $X + R$  the output channel (*voie de sortie*).

There are various kinds of reactions depending on the nature of the colliding nuclei, the energy etc. But to collide, the nuclei have to touch each other. This requires enough energy to overcome the Coulomb repulsion.

### 4.3.2 Center of mass frame - Référentiel du centre de masse

**Which energy to have a fusion reaction ?**

Let us consider a simple fusion reaction,  $^{208}\text{Pb}(^7\text{Li}, \gamma)^{215}\text{At}$ . The  $Q$ -value can be calculated with the mass table. It is negative :  $Q = -5.589 \text{ MeV}$ . This means that each reaction requires 5.589 MeV. But if we accelerate the  $^7\text{Li}$  projectile to

5.589 MeV, no reaction occurs. Why ?

The energy balance of the reaction reads

$$K_P + m_P c^2 + m_T c^2 = K_X + m_X c^2 + K_R + m_R c^2 + E^*, \quad (4.8)$$

where the  $K_i$ 's denote the kinetic energy of each particle and  $E^*$  the excitation energy of the residue. And then,

$$K_P = K_R + K_X - Q + E^*. \quad (4.9)$$

To find the minimum kinetic energy of the projectile called the threshold energy, we can suppose that the excitation energy vanishes. But we cannot cancel the kinetic energies of the products because of the conservation of the linear momentum during the collision.

To understand this, we have to consider the so-called two-body problem.

### The two-body problem

Let us consider two particles,  $P$  and  $T$ , interacting with each other, but without any external force. This means neglecting the weight of the particles in nuclear physics. Be  $O$  a fixed point in an inertial frame. Newton's law reads

$$m_P \frac{d^2 \vec{OP}}{dt^2} = \vec{F}_{T \rightarrow P} \quad (4.10)$$

$$m_T \frac{d^2 \vec{OT}}{dt^2} = \vec{F}_{P \rightarrow T}. \quad (4.11)$$

Here  $P$  and  $T$  denote the position of each nucleus. These two equations are coupled through the forces. According to Newton's third law, or the action and reaction law, one has  $\vec{F}_{T \rightarrow P} = -\vec{F}_{P \rightarrow T}$ .

Summing up these two equations leads to

$$m_P \frac{d^2 \vec{OP}}{dt^2} + m_T \frac{d^2 \vec{OT}}{dt^2} = \vec{0} \quad \text{or} \quad \frac{d^2 \vec{OG}}{dt^2} = \vec{0} \quad (4.12)$$

with the centre of mass  $G$  defined as

$$\vec{OG} = \frac{m_P \vec{OP} + m_T \vec{OT}}{m_P + m_T}. \quad (4.13)$$

Then, one immediately gets that  $\vec{v}_G = \frac{d\vec{OG}}{dt}$  is constant. The velocity of the centre of mass is unchanged during the reaction and the associated kinetic energy is also constant.

To get rid of this effect, we usually study the collision in the centre of mass frame.

How do velocities look like in the two frames ? There are represented in figure 4.3. In case of a complete fusion reaction, when there is only one nucleus in the output channel, its velocity is equal to the velocity of the centre of mass. Consequently, in the centre of mass frame, the output compound nucleus is at rest.

The fact that the centre of mass has a velocity that is conserved during the collision means that a part of the kinetic energy given to the projectile is taken away by the centre of mass and cannot be used for the reaction. How the kinetic energy is shared ?

König decomposition of energy gives

$$K_{tot} = K_P = \frac{1}{2}(m_P + m_T)v_G^2 + K_{cm}. \quad (4.14)$$

The first term of the r.h.s represents the kinetic energy of the centre of mass and the second one, the total kinetic energy in the centre of mass frame. The first term is unchanged by the collision whereas the second one can be used for the reaction.

Denoting  $v_0$  the initial velocity given to the projectile by the accelerator in the laboratory frame, one has  $v_G = \frac{m_P}{m_P + m_T} v_0$  which is constant. Plugging this expression into the previous equation, one gets that the kinetic energy of the centre of mass reads

$$K_G = \frac{m_P}{m_P + m_T} K_P \quad \text{and then} \quad K_{cm} = K_{tot} - K_G = \frac{m_T}{m_P + m_T} K_P. \quad (4.15)$$

Here  $K_P = \frac{1}{2} m_P v_0^2$  is the initial kinetic energy given to the projectile by the accelerator.

If the light nucleus is used as a projectile and the heavy one as a target, more energy will be available for the reaction than with the opposite case.

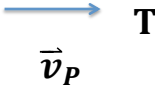

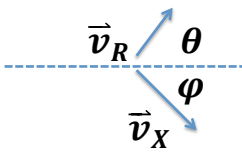
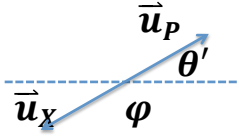
	Laboratory frame	Centre of mass frame
<b>Input channel</b>		
<b>Output channel</b>		

FIGURE 4.3 – Velocities of the particles in the laboratory and center of mass frames.

### Threshold energy

As the velocity of the centre of mass is constant, the centre of mass frame is an inertial frame in which all the laws of mechanics are valid. In the centre of mass frame, equation (4.9) becomes

$$K_{cm} = K_P^* + K_T^* = K_R^* + K_X^* - Q + E^*. \quad (4.16)$$

Here,  $K_{cm}$  is the total kinetic energy and the other  $K$ 's the kinetic energies of each particle in the centre of mass frame. To find the threshold energy, i.e. the minimum kinetic energy of the projectile necessary to have a reaction, we can suppose that the excitation energy vanishes. If it is a fusion reaction or if light particles are emitted, we can neglect the kinetic energies in the output channel. Consequently, to observe a reaction, the total kinetic energy in the centre of mass frame should satisfies  $K_{cm} > -Q$ .

Back to the laboratory frame to tune the accelerator, the minimum kinetic energy of the projectile necessary to have a reaction is

$$K_{th} \simeq -\frac{m_T + m_P}{m_T} Q. \quad (4.17)$$

Of course, if  $Q > 0$ , there is no threshold. Nuclei can decay without an external trigger. If  $Q < 0$ , the kinetic energy that has to be delivered by the beam to trigger the reaction is higher that  $|Q|$ .

The exact formula for the threshold energy reads

$$K_{th} = -\frac{m_R + m_X}{m_R + m_X - m_P} Q. \quad (4.18)$$

See ref. [2] for details.

Getting back to the reaction  $^{208}\text{Pb}(^7\text{Li}, \gamma)^{215}\text{At}$ , the threshold energy is 5.78 MeV. If we accelerate to 5.78 MeV, there is still no reaction. Why ?

### Coulomb barrier

In nuclear physics, both target and projectile have a positive charge and Coulomb force is repelling them. This is the only interaction force when the two nuclei are far away. When they reach a relative distance of few femtometres, the strong interaction starts to play a role, overcoming the Coulomb repulsion. The resulting potential energy exhibits a barrier that has to be overcome even if  $Q > 0$ . See figure 4.4.

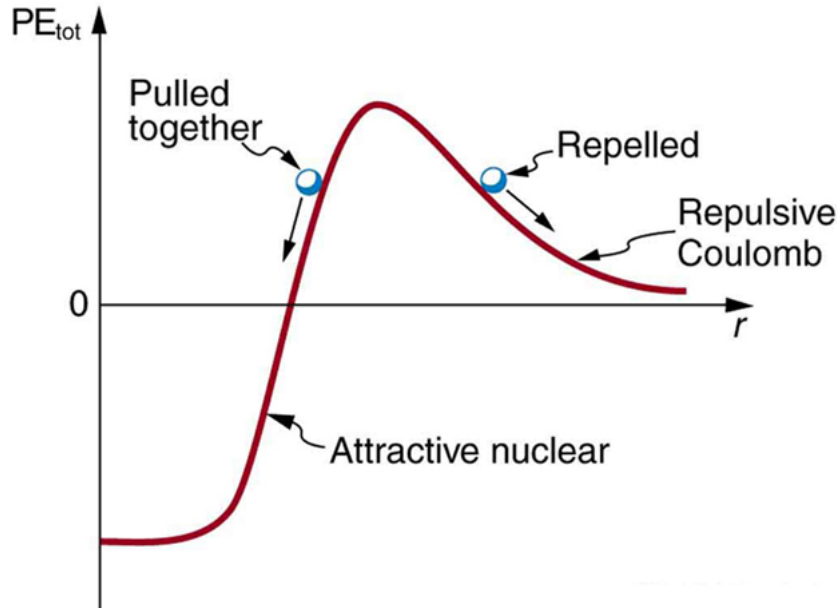


FIGURE 4.4 – Potential energy between two light nuclei graphed as a function of distance between them. Here  $Q > 0$ .

Classically, the nuclei should have enough kinetic energy to get over the Coulomb repulsion hump, to combine, release energy, and drop into a deep attractive well. Tunneling through the barrier is important in practice. The greater the kinetic energy and the higher the particles get up the barrier (or the lower the barrier), the more likely the tunneling.

The potential barrier that has to be overcome is called the Coulomb barrier and it is generally higher than the threshold energy defined before. This means that the compound nucleus is excited. Note that with neutrons, there is no Coulomb barrier.

The Coulomb barrier is well approximated by the Coulomb energy at contact of the two colliding nuclei which reads

$$B_C = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0(R_T + R_P)}. \quad (4.19)$$

To fuse, the kinetic energy of the projectile in the centre of mass frame should be higher than  $B_C$ . In the laboratory frame, the kinetic energy of the projectile should then be higher than

$$K_p > \frac{m_T + m_P}{m_T} B_C. \quad (4.20)$$

Back to the studied system, one has  $\frac{m_T + m_P}{m_T} B_C = 29.1$  MeV which is far higher than the threshold energy. If projectile is accelerated to 29.1 MeV, we can observe a fusion reaction !

We can conclude this part summarizing the energy constraints :

1.  $K_p > K_{th}$ . This is related to the momentum and energy conservation. This is an absolute condition.
2.  $K_p > \frac{m_T + m_P}{m_T} B_C$ . This is related to the charge repulsion. Because of quantum tunneling, barrier penetration is possible below this energy but the probability is low.

In general  $\frac{m_T + m_P}{m_T} B_C > K_{th}$  except for very light nuclei.

If we accelerate the projectile at a kinetic energy larger than the Coulomb barrier, several kinds of reactions are observed. Why ?



### 4.3.3 Impact parameter - Paramètre d'impact

The previous study on the Coulomb barrier was done assuming a frontal collision. But there no reason that the projectile is targeting the target nucleus. We define a so-called impact parameter denoted  $b$ . See figure 4.5. Coulomb repulsion will deviate the projectile and the nuclei might never get in contact even at high energy.

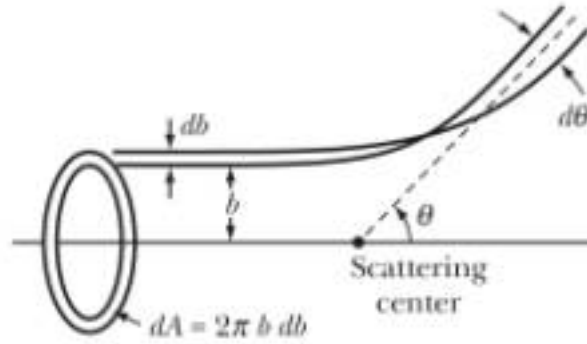


FIGURE 4.5 – Impact parameter  $b$ .

With neutrons, the situation is simpler because there are not deviated. If the impact parameter is larger than the radius of the target nucleus, we can consider that there's no reaction. If it is smaller, a reaction is possible. With quantum mechanics, reality is a bit more complex as we will see later.

With charged particles, it is more complicated because we face a 2D problem with two coordinates, the relative distance  $r$  and the rotation angle  $\theta$  of the velocity of the projectile. See figure 4.5. Both coordinated evolve with time. To study the collision, one has to go back to the two-body problem, taking into account the angular momentum  $\vec{L}$  that is also conserved during the collision.

#### Back to the two-body problem

Let us recall some basic results related to the two-body problem. As already written, Newton law in the laboratory frame reads

$$m_P \frac{d^2 \vec{OP}}{dt^2} = \vec{F}_{T \rightarrow P} \quad (4.21)$$

$$m_T \frac{d^2 \vec{OT}}{dt^2} = \vec{F}_{P \rightarrow T}. \quad (4.22)$$

Here  $P$  and  $T$  denote the position of each nucleus.

We are looking for an equation for the relative distance  $\vec{r} = \vec{TP} = \vec{OP} - \vec{OT}$ . From Newton's equations, one gets

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2 \vec{OP}}{dt^2} - \frac{d^2 \vec{OT}}{dt^2} = \frac{1}{m_P} \vec{F}_{T \rightarrow P} - \frac{1}{m_T} \vec{F}_{P \rightarrow T} = \left[ \frac{1}{m_T} + \frac{1}{m_P} \right] \vec{F}_{T \rightarrow P}. \quad (4.23)$$

This leads to

$$\mu \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F}_{T \rightarrow P} \quad \text{with} \quad \mu = \frac{m_P m_T}{m_P + m_T} \quad \text{and} \quad \vec{r} = \vec{TP}. \quad (4.24)$$

Here,  $\mu$  is called the reduced mass. Then, the two-body problem can be reduced to the study of the motion of one virtual particle in the centre of mass frame having a mass  $\mu$  and the position  $\vec{r}$ .

We can easily show that within the two-body problem, the total angular momentum in the centre of mass frame reads

$$\vec{L}_G^* = \mu \vec{r} \wedge \vec{v}, \quad (4.25)$$

where  $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ . With a central force

$$\frac{d\vec{L}_G^*}{dt} = \vec{r} \wedge \vec{F}_{1 \rightarrow 2} = \vec{0}, \quad (4.26)$$

which means that the total angular momentum is conserved. One of the consequence is that the collision is in plane perpendicular to  $\vec{L}_G^*$ .

The angular momentum can be calculated from the initial conditions

$$\vec{L}_G^* = \vec{b} \wedge \mu \vec{v}_0 = \mu b v_0 \vec{u}_z. \quad (4.27)$$

With polar coordinates, see figure 4.5,  $\vec{r} = r\vec{u}_r$  and  $\vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$ . Consequently, at a time  $t$ ,  $\vec{L}_G^* = \mu r^2 \dot{\theta} \vec{u}_z$ . The total kinetic energy in the centre of mass frame reads

$$K_{cm} = \frac{1}{2} \mu v^2 = \frac{1}{2} \mu (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) = \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 + \frac{L_G^{*2}}{2\mu r^2}. \quad (4.28)$$

Finally, in the centre of mass frame, the Hamiltonian or the total energy of the system reads

$$H = K_{cm} + U = \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 + \frac{L_G^{*2}}{2\mu r^2} + U \quad (4.29)$$

where  $U$  denotes the interaction potential. The middle term depends on  $r$  and not  $\dot{r}$  and can be seen as the potential energy of the centrifugal force.

Finally, the 2D problem with an impact parameter can be reduced to a 1D problem only depending on  $r$  as for a central collision with an effective potential

$$U_{eff} = \frac{L_G^{*2}}{2\mu r^2} + U. \quad (4.30)$$

This means that the rotational energy is not available for the reaction as for the kinetic energy of the centre of mass of the system.

If  $b = 0$ , it is exactly as before. Otherwise, in the centre of mass frame, the energy necessary to enter in contact should be higher than

$$B_C + \frac{L_G^{*2}}{2\mu(R_T + R_P)^2} \quad \text{with} \quad L_G^* = \mu b v_0. \quad (4.31)$$

### Various type of reactions

When the impact parameter increases, the available energy at contact, if there is contact, decreases. In addition, the overlapping matter is reduced. As a consequence, the reaction will not be the same.

We can classify the various types of reactions as a function of the centre of mass energy and the impact parameter, noting that we cannot control the latter. This means that during an experiment, there are various kind of reactions and experimentalist has first to select the ones that interest them.

Figure 4.6 shows the possible reactions as a function of the impact parameter. Central collisions leads to fusion if there is enough energy, of course. When the impact parameter is larger, the overlapping matter decreases and only a part of each nucleus will react. Such kind of reactions are called incomplete fusion or deep inelastic collisions. When the two nuclei are just grazing each other, Coulomb and strong interaction come into play when they are close to each other. They exchange energy or even nucleons. Then, with large impact parameters, one has Rutherford or elastic scattering.

The possible reactions also depend on the energy of the collision. Figure 4.7 proposes a classification of the possible reactions in the energy - impact parameter plan. Note that during an experiment, one can control the energy, not the impact parameter. Experimentalists have to select the interesting reaction among all possibilities.

## 4.4 Cross-sections - Sections efficaces

Up to now, we only have studied the interaction between one projectile nucleus against one target nucleus. In reality, there are many nuclei in both target and beam. How many of them will react ?

Matter is mainly made of emptiness. In addition projectiles are scattered by the electric field of the target. Only a small fraction of the projectiles will enter in contact with the target nuclei. Let us estimate it. We shall start with neutron that are not deviated by the electric field and then consider ions.

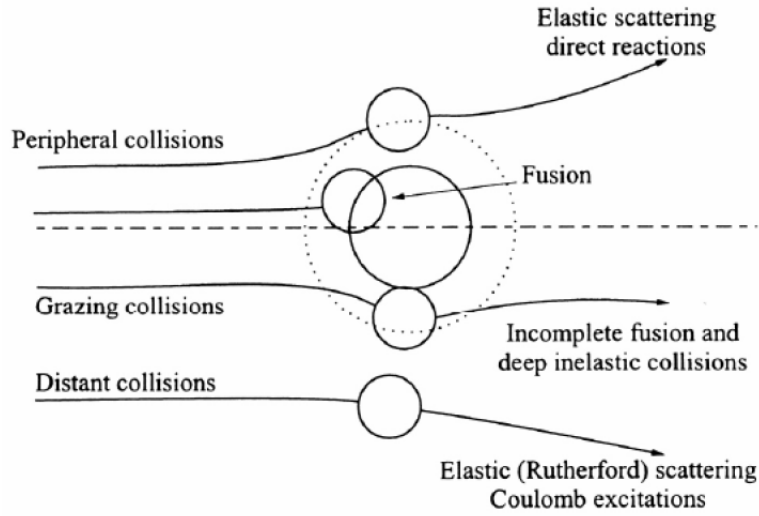


FIGURE 4.6 – Various kinds of reactions depending on the impact parameter.

#### 4.4.1 With neutrons

Consider the situation where a beam of neutrons of intensity  $I_0$  particles per second is incident upon a thin foil of target nuclei. We will denote  $I$  the flux of transmitted particles. What fraction of the incident particles disappear from the beam, i.e., react, in passing through the foil?

Let us assume the beam intersects an area  $A$  on the foil. Only a fraction of the area is covered by target nuclei. What is the size of the target nucleus seen by the projectile? We can consider a very simple geometrical model depicted in figure 4.8. If  $b > R_T + R_P$  projectile and target don't touch and there's no reaction. If  $b < R_T + R_P$  they will touch and we will consider that there is a reaction. Consequently, the probability to react is proportional to the cross-sectional area  $\pi(R_T + R_P)^2$ . Such a model is very approximative. Remember that the diffuseness of the nuclear surface. Quantum mechanics should also be considered.

We define the total reaction cross-section as

$$\sigma_R = \pi(R_P + R_T)^2 = \pi r_0(A_T^{1/3} + A_P^{1/3})^2. \quad (4.32)$$

Because nuclear radii are of order of a few femtometres we can anticipate that the cross-sections for nuclear reactions involving the strong interaction will often be of order of few  $\text{fm}^2$ . In fact, the most often used unit for cross-section is the barn :

$$1 \text{ b} = 100 \text{ fm}^2 = 10^{-28} \text{ m}^2 = 10^{-24} \text{ cm}^2. \quad (4.33)$$

For neutron capture, the cross-section can be orders of magnitude larger than the barn, whereas in heavy-ions collisions, some cross-sections can be measured in millibarns, microbarns, even picobarns.

Let us go back to the flux of particles through the foil. The probability that a single projectile reacts with the target is

$$\frac{N\sigma_R}{A} = n_s \sigma_R, \quad (4.34)$$

where  $N$  is the total number of atoms in the area  $A$  and  $n_s$ , the same number per unit area. As there are  $I$  projectiles per second impinging the target, the reaction rate, i.e. the number of projectiles reacting per unit of time, is

$$R_R = In_s \sigma_R. \quad (4.35)$$

These reactions deplete the beam and we finally have

$$-dI = R_R = In_s \sigma_R. \quad (4.36)$$

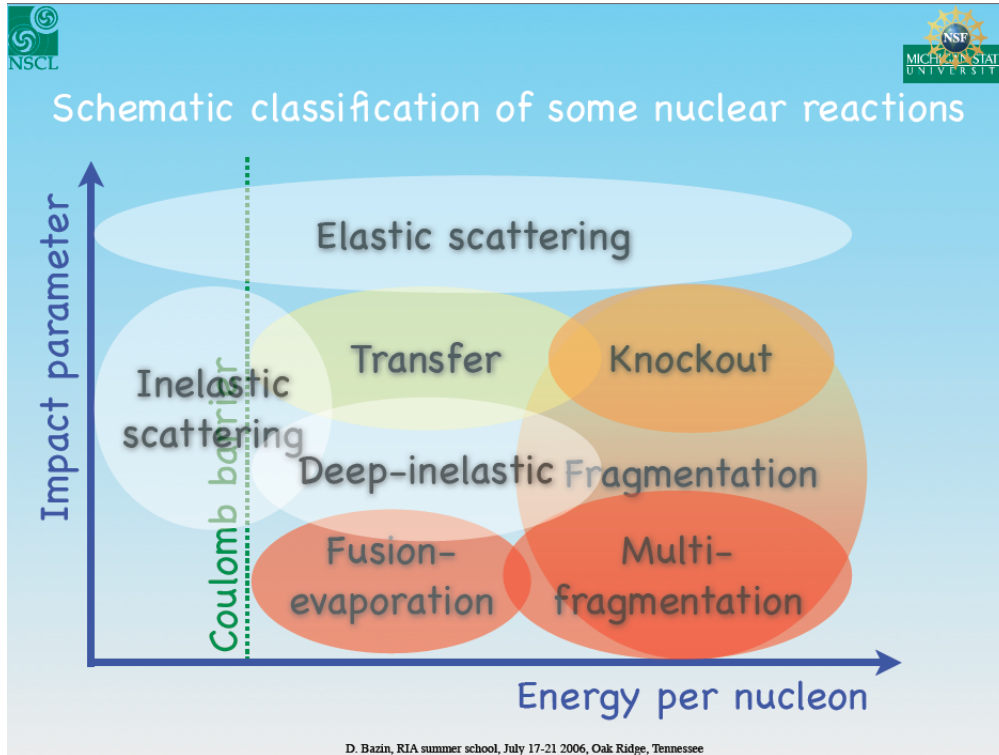


FIGURE 4.7 – Various kinds of reactions depending on the centre of mass energy and the impact parameter.

In foregoing discussion,  $\sigma_R$  refers to all reactions. In many cases, we are interested in only one of several reactions that may be taking place. We can refer to the cross section for that particular reaction. In addition, we may be interested not only in a specific product, but a particular product moving in a particular direction relative to the direction of the projectile beam. This is specially the case with charged particles that are deviated by the electric field of the target.

#### 4.4.2 With charged particles

With charged particles, instead of the touching spheres model, we will assume that all nuclei getting into contact will react. This is possible, as we have seen, when  $K_{cm} > B_C + \frac{L_G^{*2}}{2\mu(R_T + R_P)^2}$  with  $L_G^* = \mu b v_0$ . Noting that  $K_{cm} = \frac{1}{2}\mu v_0^2$ , the two colliding nuclei will be in contact if

$$K_{cm} > \frac{b^2}{(R_T + R_P)^2} K_{cm} + B_C, \quad (4.37)$$

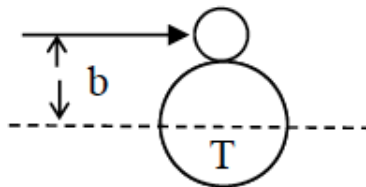


FIGURE 4.8 – Schematic representation of the touching sphere model.

or

$$b^2 < (R_T + R_B)^2 \left(1 - \frac{B_C}{K_{cm}}\right). \quad (4.38)$$

Then

$$\sigma_R = \pi(R_T + R_P)^2 \left(1 - \frac{B_C}{K_{cm}}\right) \quad \text{if} \quad K_{cm} > B_C \quad (4.39)$$

$$= 0 \quad \text{else.} \quad (4.40)$$

When  $K_{cm} \gg B_C$ , one recovers the touching sphere model. When it is not the case, the cross-section is reduced by the Coulomb scattering.

For work at accelerators, we may place the detector in a specific direction relative to the direction of the beam. In this case, we can speak of a differential cross section, or the cross section per unit solid angle,  $d\sigma_R/d\Omega$ . For a thin target, we have

$$\frac{dN}{d\Omega} = I n_s \frac{d\sigma_R}{d\Omega}, \quad (4.41)$$

where  $dN/d\Omega$  is the number of particles detected moving in a particular direction per unit solid angle per unit of time.

The total cross section is just the sum of the differential cross-section over all angles

$$\sigma_R = \int \frac{d\sigma_R}{d\Omega} d\Omega = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{d\sigma_R}{d\Omega} \sin\theta d\theta d\phi. \quad (4.42)$$

In many applications, we are not only interested in the probability to find an emitted particle  $X$  at certain angle, we also want to find it at a particular energy, corresponding to the energy of the residual nucleus. We define the doubly differential cross-section  $d^2\sigma_R/dE_X d\Omega$  as the probability to find  $X$  in the angular range of  $d\Omega$  and in the energy range  $dE_X$ . In the scientific literature, this additional energy dependence is often not explicitly stated :  $d\sigma_R/d\Omega$  is in reality  $d^2\sigma_R/dE_X d\Omega$ .

This is specific to accelerator physics. In a nuclear reactor, there is no beam. Neutrons come from any directions and one rather uses the total cross-section with respect to angles.

#### 4.4.3 With thick targets

Note that with a thick target the beam is depleted before getting out of the target and the reaction rate decreases, see figure 4.9. If we note  $z$  the position in the target along the beam direction, the beam intensity  $I(z)$  depends on  $z$ . In Eq. (4.36), the number of target nuclei per unit area

$$n_s = n dz, \quad (4.43)$$

with  $n$  being the number of target nuclei per unit volume. Eq. (4.36) becomes

$$-dI = I n \sigma_R dz, \quad (4.44)$$

which can be integrated into

$$I(z) = I_0 e^{-n\sigma_R z}. \quad (4.45)$$

Thus we see exponential absorption of the incident projectile beam and have thus derived a form of the Beer-Lambert Law. The reaction rate, i.e. number of reactions per time unit that are occurring is the difference between the initial and transmitted flux, i.e.,

$$R_{tot} = I_0 - I(d) = I_0 (1 - e^{-n\sigma_R d}), \quad (4.46)$$

where  $d$  is the thickness of the target.

Note that when  $d$  is small, one recovers the formula of the thin target, as expected. The previous integration assumed that  $\sigma_R$  is uniform within the target. This is correct with neutral particles such as neutrons but not with charged ones that lose energy along their path in target. As cross sections usually depend on energy, the integration should be done numerically.

When various nuclei are produced by the irradiation of the target,  $\sigma_R$  denotes the total cross-section :

$$\sigma_R = \sigma_a + \sigma_b + \dots \quad (4.47)$$

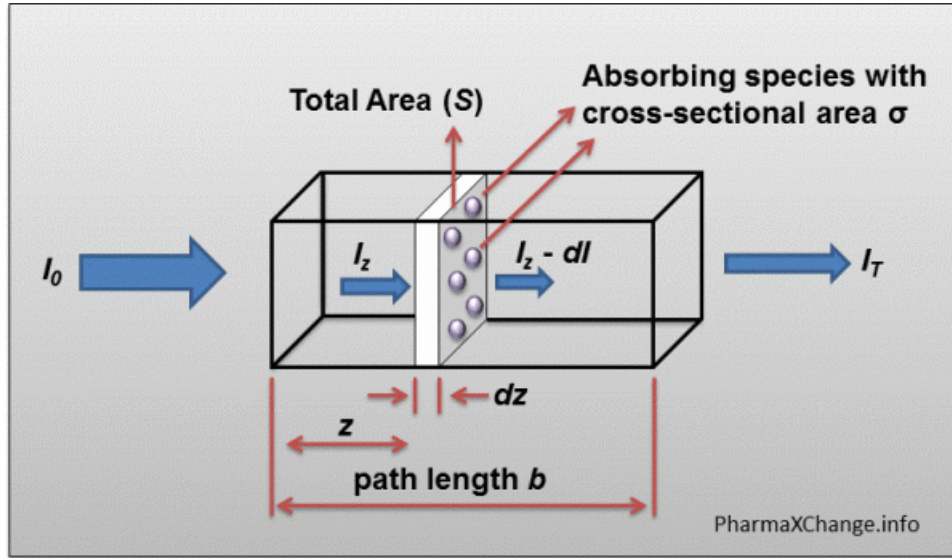


FIGURE 4.9 – Illustration of the Beer-Lambert absorption law in a thick target.

The production rate of nuclei  $a$  or the number of specific nuclei produced per unit of time in a thin layer  $dz$  in the target is

$$dR_a = I(z)n\sigma_a dz. \quad (4.48)$$

Note that the beam is depleted by the total cross section  $\sigma_R$  and  $I(z)$  is given by eq. (4.45). The integration over the whole target leads to

$$R_a = \frac{\sigma_a}{\sigma_R} I_0 (1 - e^{-n\sigma_R d}). \quad (4.49)$$

Finally,

$$\frac{R_a}{R_{tot}} = \frac{\sigma_a}{\sigma_R}. \quad (4.50)$$

In this expression,  $\sigma_a/\sigma_R$  can be seen as a branching ratio. For a thick target, it is only correct for neutral particles, as previously explained.

#### 4.4.4 Application : activation

Activation of a material is a process that produces radioactive nuclei. This is the case, for example, to produce radioelements for medicine or industry. In such a case, production is wanted. Radioisotopes should be extracted to produce sources. In nuclear reactors, building materials are also activated although it is not wanted because it generates nuclear waste.

Radioisotopes are produced in a target by irradiation but also decay due to radioactivity. A conservation equation should take into account both processes. The variation of the number of elements  $a$  in the target per unit of time  $dt$  is

$$dN_a = R_a dt - \lambda N_a dt, \quad (4.51)$$

where  $R_a$  is the production rate estimated in the previous subsection and  $\lambda$  the radioactive decay constant. We end up with a first-order differential equation

$$\frac{dN_a}{dt} + \lambda N_a = R_a, \quad (4.52)$$

that is easy to integrate. We get

$$N_a(t) = \frac{R_a}{\lambda} [1 - e^{-\lambda t}]. \quad (4.53)$$

The activity of the produced isotope is

$$A_a = \lambda N_a = R_a [1 - e^{-\lambda t}]. \quad (4.54)$$

Both  $N_a(t)$  and  $A_a(t)$  saturates.

After one half-life, these two quantities have reached the half of their saturation values. It is 3/4 after two half-lives, 7/8 after three half-lives. . . As soon as the beam is stopped the activity follows the usual decay law.

In the previous study, we have supposed that  $n$  is constant. With long irradiation times, the production of nuclei  $a$  depletes the targets and  $n(t)$  decreases with time. We can still solve the differential equation, but the final expression will be a bit more complicated.

## 4.5 Some typical reactions

In the previous section, we have developed a very simple geometrical model to evaluate the cross-section : as soon as two nuclei or an incident particle and a nucleus get in contact, we assumed that they react. There is no nuclear physics in this approach. It could have been other kinds of target and projectiles : balls, atoms, clusters...

Reality is not as simple as that. Once they are at contact, there is still a given probability to get the wanted reaction. This probability is specific to nuclear physics. This is where nuclear physics starts !

A more precise analysis should also use quantum mechanics.

### 4.5.1 Quantum waves approach

#### With neutrons

The incident particle can also be described as an incident wave with the wave length given by De Broglie formula

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\mu v}, \quad (4.55)$$

where  $p = \mu v$  is the linear momentum. Angular momentum  $l$  can also be expressed in terms of  $\lambda$  :

$$L = p b = \frac{h b}{\lambda}. \quad (4.56)$$

But the angular momentum can only take discrete value in quantum mechanics,

$$L = \ell \hbar, \quad (4.57)$$

$\ell = 0, 1, 2, 3 \dots$ . Then, we simply have  $b = \ell \lambda$ . This is not quite right because  $\ell$  is quantized but  $b$  is not. We get around this by associating  $b$  with certain rings or zones on the target. For head-on collisions ( $\ell = 0$ ), the range of  $b$  is from 0 to  $\lambda$  while for  $\ell = 1$  collisions, the range of  $b$  is from  $\lambda$  to  $2\lambda$ . Thus the cross section is larger for larger impact parameters and these larger impact parameters are associated with larger angular momenta. The total cross section is

$$\sigma_R = \pi(\ell_{max} + 1)^2 \lambda^2, \quad (4.58)$$

with  $\ell_{max} = R_T / \lambda$ . Thus we have for the total cross section,

$$\sigma_R = \pi(R_T + \lambda)^2. \quad (4.59)$$

The total cross section is proportional to the size of the target nucleus and the size of the projectile nucleus. Since the wave length of the projectile,  $\lambda$ , goes to infinity as the projectile energy goes to zero, the cross sections for neutrons at low energies can be very large.

This model is still geometrical. For a given  $\ell$ , there is a given probability to have the neutron absorbed. In quantum mechanics, it is expressed by a transmission coefficient  $T_\ell$  that varies between 0 and 1.

For a specific value of  $\ell$ , we can write the cross section as

$$\sigma_\ell = \pi(\ell + 1)^2 \lambda^2 - \pi \ell^2 \lambda^2 = \pi \lambda^2 (2\ell + 1). \quad (4.60)$$

Then, the total cross section reads

$$\sigma_R = \pi \lambda^2 \sum_{\ell=0}^{\ell_{max}} (2\ell + 1). \quad (4.61)$$

Taking into account the transmission coefficient  $T_\ell$ , we finally have

$$\sigma_R = \pi\lambda^2 \sum_{\ell=0}^{\ell_{\max}} (2\ell + 1)T_\ell. \quad (4.62)$$

Nuclear physics enters in  $T_\ell$ .

At high energy,  $T_\ell = 1$  up to  $\ell_{\max}$  and  $T_\ell = 0$  for  $\ell > \ell_{\max}$ . The total cross section tends to the geometrical one. At very low energies,  $T_\ell = \sqrt{E}$  for  $\ell = 0$  and  $T_\ell = 0$  for  $\ell > 0$ . Thus,

$$\sigma_R \propto \lambda^2 \sqrt{E} \propto \frac{\hbar^2}{2\mu E} \sqrt{E} \propto \frac{1}{\sqrt{E}}. \quad (4.63)$$

Such a behaviour of the cross section for neutral induced reactions is referred to as  $1/v$  behaviour.

### With charged projectiles

As in the classical approach, in addition to the Coulomb repulsion, the conservation of the angular momentum leads to an effective potential. In quantum mechanics  $L^2 = \ell(\ell + 1)\hbar^2$ . Thus, the effective barrier reads

$$B_{eff}(\ell) = B_C + \frac{\ell(\ell + 1)\hbar^2}{2\mu(R_T + R_P)^2}. \quad (4.64)$$

If we keep a geometrical model, but with quantum waves, we shall write that  $T_\ell(K_{cm}) = \theta(K_{cm} - B_{eff})$  where  $\theta$  is the Heavyside step function. Summation should be done up to a grazing angular momentum  $\ell_g$  defined as  $K_{cm} = B_{eff}(\ell_g)$ . After few lines of calculation, we finally get the same result as the classical approach, assuming that  $\ell_g$  is large,

$$\sigma_R = \pi(R_T + R_P)^2 \left(1 - \frac{B_C}{K_{cm}}\right) \quad \text{if} \quad K_{cm} > B_C \quad (4.65)$$

$$= 0 \quad \text{else.} \quad (4.66)$$

Once again, this model is purely geometrical : the target nucleus is seen as a black body absorbing all incident waves. More realistic models have to provide more realistic values for  $T_\ell$ .

## 4.5.2 Elastic scattering

The incident particles are represented by plane waves. The emitted particles should be described by spherical waves. Locally, we can approximate them as plane waves. The nucleus is seen as an opaque disk. In the optical case, this leads to diffraction at the sharp edge with a series of maxima and minima. The first minima occurs at  $\theta \simeq \lambda/R_T$  and the succeeding ones are roughly equally spaced. The succeeding maxima are of steadily and substantially decreasing intensity.

Figure 4.10 shows the angular distribution of 800 MeV protons that have been elastically scattered from  $^{208}\text{Pb}$ . The Coulomb barrier is penetrated so diffraction occurs at small angles. At lower energies, diffraction-like behaviour occurs only at large angles and it corresponds to the closest distance between projectile and target.

To improve this very simple model, there is the so-called optical model as a tool to understand and parameterize studies of elastic scattering. It likens the interaction of projectile and target nucleus with that of a beam of light interacting with a glass ball. To simulate the occurrence of both elastic scattering and absorption (reactions) in the interaction, the glass ball is imagined to be somewhat cloudy. In formal terms, the nucleus is represented by a nuclear potential that has a real and an imaginary part,

$$U(r) = V(r) + iW(r), \quad (4.67)$$

where the imaginary potential  $W(r)$  describes absorption (reactions) as the depletion of flux into non-elastic channels and the real potential  $V(r)$  describes the elastic scattering.

## 4.5.3 Compound-nucleus reactions

A compound nucleus (noyau composé) is formed when an incident particle enters a target nucleus with a impact parameter small compared with the nuclear radius. As the Coulomb barrier is higher than the threshold energy, the compound



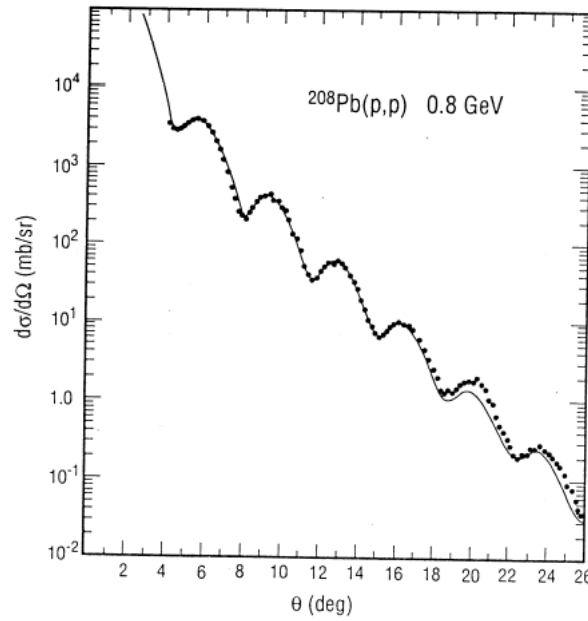


FIGURE 4.10 – angular distribution of 800 MeV protons that have been elastically scattered from  $^{208}\text{Pb}$  (figure taken from [7].)

nucleus is excited and will decay in various processes. Consequently, the compound nucleus is a relatively long-lived reaction intermediate that is the result of a complicated set of two body interactions in which the energy of the projectile is distributed among all the nucleons of the composite system. Symbolically the reaction becomes



where  $C^*$  indicates the compound nucleus.

An important feature of compound nucleus reactions is the mode of decay of the compound nucleus is independent of its mode of formation. It is the Bohr independence hypothesis. While this statement is not true in general, it remains a useful tool for understanding certain features of compound nuclear reactions.

Let us consider a specific example. The compound nucleus  $^{64}\text{Zn}^*$  can be formed through several reactions, including  $p + ^{63}\text{Cu}$  and  $\alpha + ^{60}\text{Ni}$ . It can also decay in a variety of ways, including  $^{63}\text{Zn} + n$ ,  $^{62}\text{Zn} + 2n$ , and  $^{62}\text{Cu} + p + n$ . Figure 4.11 shows the experimental cross sections for these two reactions leading three different decay channels. It is consistent with the assumptions of the compound nucleus model.

The compound nucleus model works better at low incident energies and medium-weighted and heavy nuclei where the nuclear interior is large enough to absorb the incident energy.

The cross section for a compound nuclear reaction can be written as the product of two factors, the probability of forming the compound nucleus and the probability that the compound nucleus decays in a given way. As described above, the probability of forming the compound nucleus can be written as

$$\sigma_R = \pi \lambda^2 \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) T_{\ell}. \quad (4.69)$$

For a specific decay channel, we include also the probability of decaying through this mode.

For slightly excited nuclei, few nucleons are on higher shells and decay by gamma emission like for electrons in the atom. When the excitation energy gets higher, energy levels are getting closer and closer and nucleons can reach the continuum that is characterized by a level density function. The various decay channels are treated in a purely statistical way.

There are other types of reactions. In direct reactions, the incident particles interact primarily at the surface of the target nucleus. They more likely involve one or few valence nucleons near this surface.

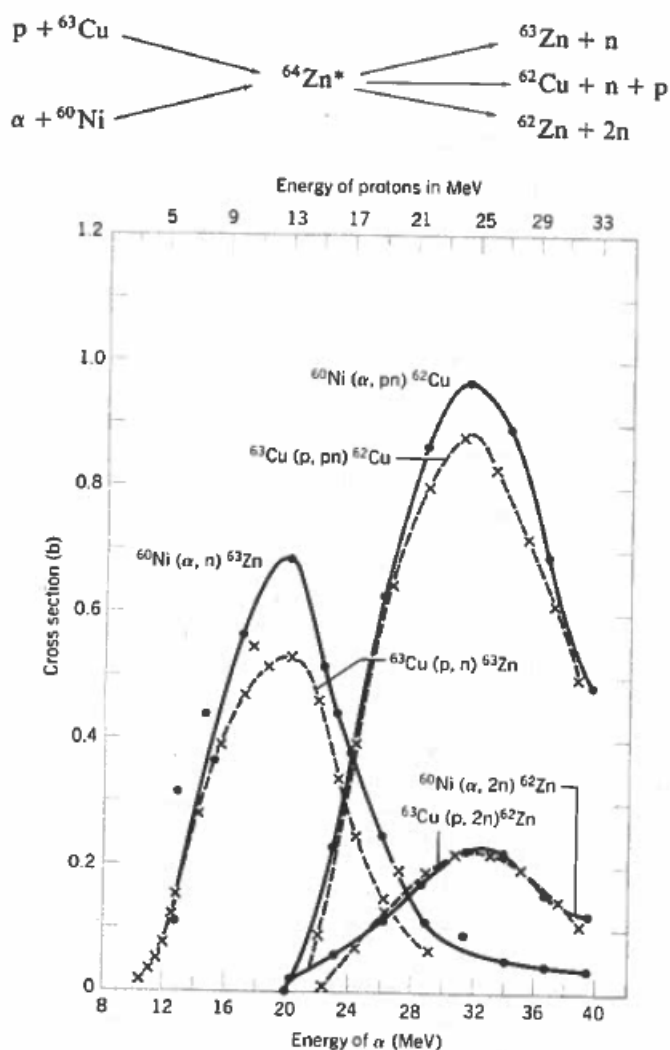


FIGURE 4.11 – Cross sections for different reactions leading to the compound nucleus  $^{64}\text{Zn}$ . The energy scale for the incident protons and  $\alpha$ 's has been shifted so that it corresponds to the same excitation energy. Figure taken from [2].

#### 4.5.4 Technical requirements for the accelerators

Eventually, to perform precise measurements the beam must satisfy several criteria :

1. To measure angular distributions, the beam must be highly collimated and focused.
2. The energy must be sharply defined. It must be easily changed.
3. Intensity should be large enough to gather the necessary statistics. It should be constant and accurately measured.
4. Beam must be sharply pulsed to provide a reference signal.
5. The beam must be transported through a high-vacuum system to prevent degradation and production of unwanted products by collision with air molecules.

## Chapitre 5

# Applications

Toute la partie sur les réacteurs nucléaires de ce chapitre est fortement inspirée du livre très clair de Pierre Charles [6].

### 5.1 La fission

*“As chemists we really ought to revise the decay scheme given above and insert the symbols Ba, La, Ce, in place of Ra, Ac, Th. However as “nuclear chemists,” working very close to the field of physics, we cannot bring ourselves yet to take such a drastic step which goes against all previous experience in nuclear physics. There could perhaps be a series of unusual coincidences which has given us false indications.”*

*« En tant que chimistes nous devons vraiment revoir le processus de désintégration donné ci-dessus et insérer les symboles Ba, La, Ce à la place de Ra, Ac, Th. Cependant, en tant que “chimistes nucléaires”, travaillant à la frontière avec la physique, nous ne pouvons pas encore faire un tel pas qui irait à l’encontre de toutes les autres expériences en physique nucléaire. Il y a peut-être une série de coïncidences qui nous a donné de mauvaises indications. »*

O. Hahn et F. Straßmann, *Über den Nachweis und das Verhalten der bei der Bestrahlung des Urans mittels Neutronen entstehenden Erdalkalimetalle*, Die Naturwissenschaften 27, p. 11 (Janvier 1939)

*“At first sight, this result seems very hard to understand. The formation of elements much below uranium has been considered before, but was always rejected for physical reasons, so long as the chemical evidence was not entirely clear cut. The emission, within a short time, of a large number of charged particles may be regarded as excluded by the small penetrability of the ‘Coulomb barrier’, indicated by Gamov’s theory of alpha decay.*

*On the basis, however, of present ideas about the behaviour of heavy nuclei, an entirely different and essentially classical picture of these new disintegration processes suggests itself. On account of their close packing and strong energy exchange, the particles in a heavy nucleus would be expected to move in a collective way which has some resemblance to the movement of a liquid drop. If the movement is made sufficiently violent by adding energy, such a drop may divide itself into two smaller drops.”*

*« A première vue, cela semble difficile à comprendre. La formation d’éléments bien en dessous de l’uranium a été considérée par le passé, mais toujours rejetée pour des raisons physiques, tant que la preuve chimique n’était pas clairement tranchée. L’émission, sur une courte durée, d’un grand nombre de particules chargées doit être exclue du fait de la faible pénétrabilité de la ‘barrière de Coulomb’, donnée par la théorie de Gamov de la décroissance  $\alpha$ .*

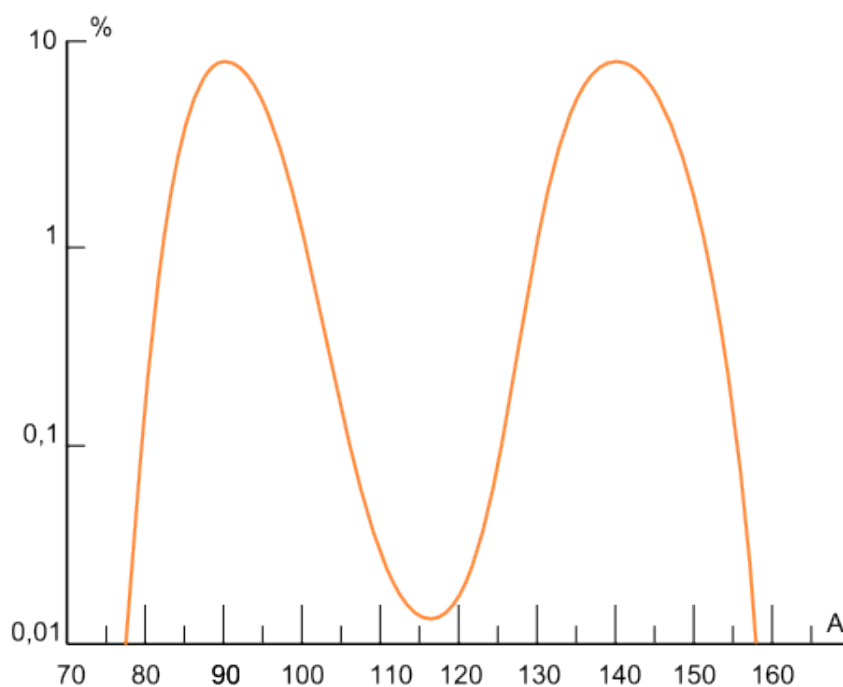
*Cependant, sur la base des idées actuelles concernant le comportement des noyaux lourds, une image complètement différente et essentiellement classique de ce nouveau processus de désintégration apparaît d’elle même. De par leur confinement et leurs forts échanges énergétiques, on peut s’attendre à ce que les particules dans les noyaux lourds aient un mouvement collectif qui ressemble à celui d’une goutte liquide. Si le mouvement est suffisamment violent par apport d’énergie, une telle goutte pourrait se diviser en deux gouttes*

plus petites. »

Lise Meitner and O.R. Frisch, *Disintegration of Uranium by Neutrons : a New Type of Nuclear Reaction*, Nature, 143, 239-240, (Feb. 11, 1939)

### 5.1.1 Noyaux fissibles

Certains noyaux lourds, comme l'uranium ou le plutonium, peuvent fissionner, s'ils sont bombardés par un neutron. Avec d'autres éléments - des transuraniens pour la plupart - ils peuvent aussi subir une fission spontanée. Lors de cette réaction, le noyau se sépare en deux noyaux plus légers avec émission de neutrons et d'autres particules. Les produits de fission, riches en neutrons, sont radioactifs. La répartition des produits de fission de l'uranium heurté par un neutron de faible énergie est donnée figure 5.1. Elle n'est pas symétrique.



*Distribution des produits de fission de l'uranium-235*

Axe Y: échelle logarithmique

FIGURE 5.1 – Distribution des produits de fission de l'uranium 235 heurté par un neutron de basse énergie. L'image est tirée de Wikipedia.

L'énergie libérée par cette réaction est très élevée, de l'ordre de 200 MeV pour l'uranium 235, ce qui en fait son attrait. Ainsi, si on considère une réaction de fission typique,

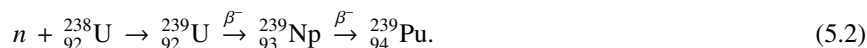


$Q = 173,3 \text{ MeV}$  ( $m_{{}^{235}\text{U}} = 235,0439231 \text{ u}$ ,  $m_{{}^{92}\text{Kr}} = 91,9261528 \text{ u}$  et  $m_{{}^{141}\text{Ba}} = 140,9144064 \text{ u}$ ), soit  $1,67 \times 10^{13} \text{ J/mol}$ . Cela représente 7 ordres de grandeur de plus que la combustion du méthane. De plus, contrairement à la radioactivité, cette réaction peut être provoquée et contrôlée.

Les seuls noyaux fissibles sous l'impact d'un neutron thermique sont les uranium  ${}^{233}\text{U}$  et  ${}^{235}\text{U}$ , ainsi que les plutonium  ${}^{239}\text{Pu}$  et  ${}^{241}\text{Pu}$ . Seul l'uranium-235 existe dans la nature et c'est pourquoi il est utilisé pour produire de l'énergie.

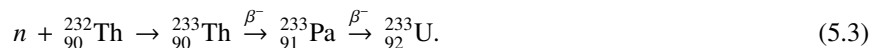
L'uranium-238, qui est plus abondant, peut être fissible sous l'impact d'un neutron de plus haute énergie (supérieure à 1,2 MeV). La section efficace de fission, qui permet de quantifier la probabilité de fission, est cependant beaucoup plus faible que pour l'uranium-235 bombardé par un neutron thermique. Dans un réacteur classique, comme il y en a en France,

l'uranium 238 représente un peu plus de 95% du combustible, mais est à l'origine de seulement 7% des événements de fission. Mais, son intérêt réside surtout dans le fait qu'il est dit *fertile* car, après avoir absorbé un neutron, il décroît pour donner du plutonium-239 :



Les deux dernières étapes se font par désintégration  $\beta^-$ .

Le thorium-232 est aussi un noyau fertile :



Là encore, les deux dernières étapes se font par désintégration  $\beta^-$ . Le  ${}^{232}_{90}\text{Th}$  est beaucoup plus abondant que l'uranium dans la nature, mais pour le moment, on ne sait pas faire fonctionner un réacteur au thorium.

### 5.1.2 Description de la fission

Bien que la fission nucléaire ait été découverte en 1939, il n'existe pas encore de description complète du phénomène. Ce que l'on sait, c'est qu'il s'agit d'une déformation collective de grande amplitude, comme représenté sur la figure 5.2. C'est donc très complexe à modéliser.

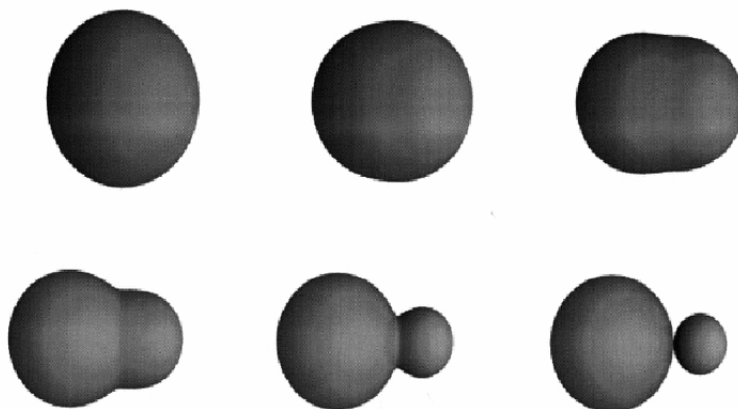


FIGURE 5.2 – Formes successives du noyaux sur son chemin vers la fission.

A volume constant, la déformation du noyau va surtout changer la surface qui va être plus grande. Dans le modèle de la goutte liquide, c'est défavorable et l'énergie tend à ramener le noyau vers sa forme sphérique. A forte déformation, l'énergie coulombienne tend plutôt à séparer les deux fragments préformés. Entre les deux, le système passe par une barrière de potentiel appelée barrière de fission. Voir figure 5.3.

Pour les noyaux très gros, la répulsion coulombienne est très forte. La barrière de fission ne sera pas très haute et elle correspond à un noyau peu déformé. Cela signifie qu'une faible déformation entraînera la fission. En revanche, pour des noyaux plus légers, la barrière de fission sera plus grande et pour un noyau très déformé. On peut donc déformer fortement le noyau sans qu'il fissionne.

Pour des noyaux lourds comme le plutonium et les actinides, les corrections de couches apportées au modèle de la goutte liquide font que la barrière peut être plus complexe. Voir figure 5.4. Il y a apparition de ce que l'on appelle des isomères de fission.

Pour certains noyaux très lourds, il y a de la fission spontanée [spontaneous fission] qui constitue l'un des modes de désintégration, comme on l'a déjà vu. Elle est caractérisée par une demi-vie et est due à l'effet tunnel à travers la barrière de potentiel. Pour l'uranium-238, cette demi-vie est de  $5,9 \times 10^{15}$  ans.

Dans les réacteurs nucléaires, la fission est provoquée par le choc avec un neutron qui va légèrement exciter le noyau. On parle de fission induite [induced fission]. Pour l'uranium-235, l'énergie de masse apportée par le neutron, même en

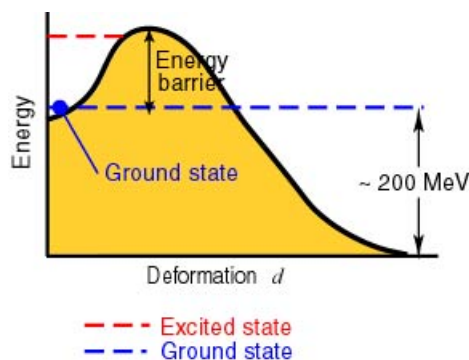


FIGURE 5.3 – Energie potentielle en fonction de la déformation du noyau.

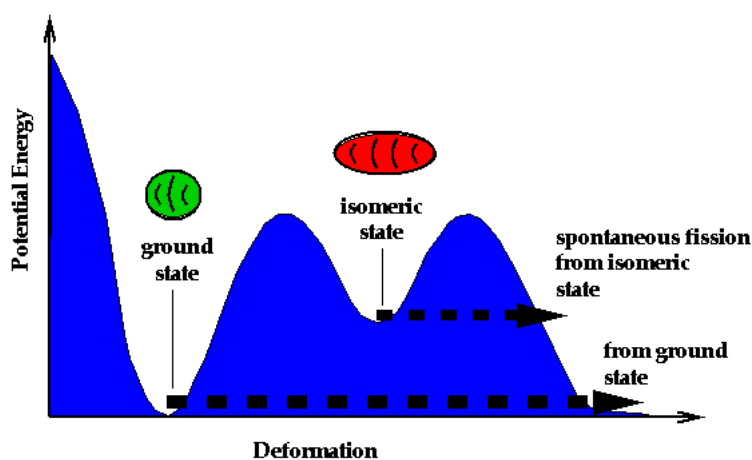


FIGURE 5.4 – Energie potentielle en fonction de la déformation du noyau.

négligeant son énergie cinétique, est supérieure à la barrière de potentiel. La fission est donc possible. Ce n'est pas le cas pour l'uranium-238 et sa fission induite se fait toujours par effet tunnel. Elle reste rare.

Quand le noyau composé est obtenu lors d'une collision entre ions lourds, il est souvent excité. La fission est alors décrite comme un problème de diffusion thermique par dessus la barrière de potentiel. Elle entre en concurrence avec l'émission de particules légères.

La distribution des fragments de fission présentée dans la figure 5.1, est quant à elle, dominée par les propriétés des noyaux produits et en particulier leur magie.

### 5.1.3 Section efficace de fission et réaction en chaîne

La figure 5.5 représente la section efficace de fission des deux uranium et du plutonium 239 en fonction de l'énergie du neutron incident. Attention, les deux axes sont en échelle logarithmique. On voit que si l'on souhaite avoir un grand nombre d'évènements de fission, il vaut mieux bombarder l'uranium 235 avec des neutrons de faible énergie.

En fissionnant, l'uranium 235 émet entre 0 et 6 neutrons énergétiques, avec une moyenne 2,5. Ces neutrons peuvent, à leur tour, provoquer la fission d'autres noyaux d'uranium-235. Et ainsi de suite... On parle de réaction en chaîne.

Les neutrons issus de la fission sont dits rapides, car ils ont une énergie supérieure à 1 MeV. Or, la section efficace de fission de l'uranium est d'autant plus grande que l'énergie des neutrons est faible. Pour ralentir les neutrons, on leur fait subir des chocs sur un matériau appelé *modérateur*. Le transfert d'énergie est maximal quand le neutron heurte un noyau qui a la même masse. On ne ralentit pas les neutrons avec de l'hydrogène car c'est trop dangereux, mais avec de l'eau.

Dans les réacteurs, l'eau sert aussi de fluide caloporteur. D'autres modérateurs sont ou ont été utilisés : le graphite,

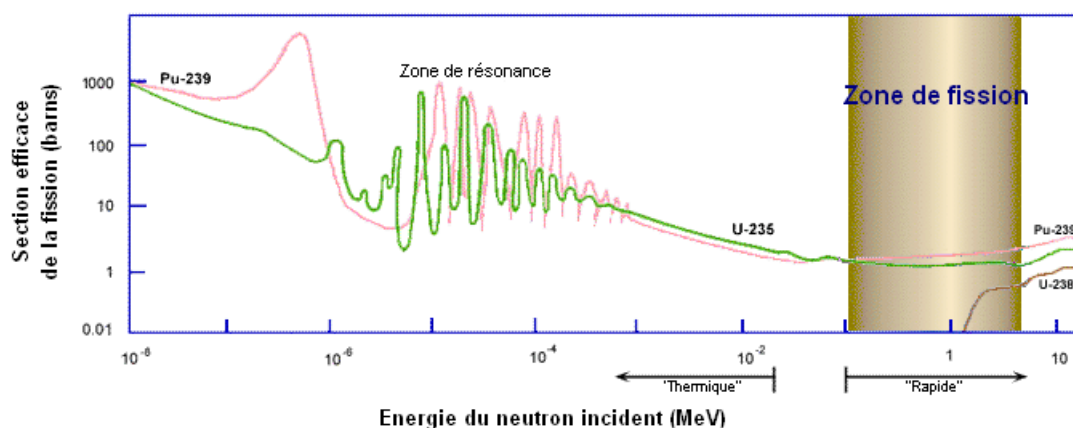


FIGURE 5.5 – Sections efficaces de fission des uranium et du plutonium. Les deux axes sont en échelle logarithmique. L'image est tirée du site : <http://www.astrosurf.com/luxorion/>

associé à du gaz comme caloporteur (cette filière est maintenant abandonnée en France), ou de l'eau lourde. C'est le cas en particulier au Canada avec les réacteurs *Candu*. Dans une molécule d'eau lourde, un atome d'hydrogène est remplacé par un atome de deutérium.

Il faut environ 18 chocs pour thermaliser un neutron avec de l'hydrogène, 115 avec du carbone et plus de 2000 avec de l'uranium.

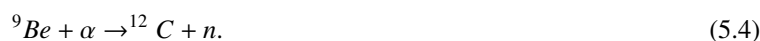
Le principal problème de l'eau est que la section efficace de capture d'un neutron thermique est assez élevée, de l'ordre de 0,66 barn contre  $1,2 \times 10^{-3}$  barn pour de l'eau lourde ou  $3,7 \times 10^{-3}$  pour du graphite, deux autres modérateurs utilisés. Avec de l'eau, il n'y a pas assez de neutrons disponibles pour utiliser de l'uranium naturel. On utilise donc de l'uranium enrichi en uranium 235. Nous reviendrons sur ce point.

Tous les neutrons produits n'entraînent pas de réaction de fission. Certains sont capturés par l'uranium ou d'autres noyaux présents dans le cœur du réacteur. Si le nombre de neutrons produits est supérieur au nombre de neutrons consommés, la réaction en chaîne s'emballe et devient explosive. S'il est inférieur, la réaction en chaîne va s'éteindre toute seule. En cas d'égalité, c'est le régime critique. L'accident de criticité est plus craint par l'industrie nucléaire. Il y a malheureusement quelques exemples comme à Mayak en Russie dans un centre de stockage de déchets dans les années 1950 ou plus récemment à Tokai-mura au Japon, dans une usine d'enrichissement.

Les neutrons ont deux origines possibles : ils sont soit émis immédiatement pendant la fission (neutrons prompts), soit plus tard, par les produits de fission (neutrons retardés). Les réacteurs nucléaires fonctionnent en régime critique, la réaction en chaîne étant contrôlée en absorbant une certaine quantité de neutrons. Sans les neutrons retardés, la réaction serait sûrement difficilement contrôlable. La bombe atomique est en régime sur-critique en ne comptant que les neutrons prompts. Il existe des projets de réacteurs sous critiques où le manque de neutrons est compensé par une source de neutrons. De tels réacteurs, s'ils étaient mis au point, pourraient consommer du thorium ou transmuter quelques déchets radioactifs.

Le nombre de noyaux d'uranium dans le cœur diminue au cours du temps, alors que le nombre de produits de fission, qui absorbent les neutrons, augmente. Le contrôle de la réaction nucléaire se fait à l'aide de barres de contrôle qui absorbent les neutrons et qui sont plus ou moins abaissées et avec des poisons dissous dans le modérateur : généralement du bore et du gadolinium.

Une réaction en chaîne pourrait être démarrée à partir de la fission spontanée de l'uranium ou les neutrons cosmiques. Dans un réacteur, elle est démarrée par une source de neutrons. En général, on utilise un émetteur  $\alpha$  avec du béryllium-9 et l'on obtient un flux de neutrons par la réaction,



#### 5.1.4 Le "cycle" du combustible

L'atome d'uranium a essentiellement deux isotopes dans la nature, l'uranium-235 et l'uranium-238. Ils ont les mêmes propriétés chimiques, mais ont une masse légèrement différente. En revanche, le noyau de l'atome a des propriétés

différentes : l'uranium-235 fissionne facilement quand il est bombardé par un neutron, mais pas l'uranium-238.

Dans la nature, la proportion entre ces deux isotopes est de 0,7% pour l'uranium-235, le fissile, et 99,3% pour l'uranium-238. Il y a aussi un tout petit peu d'uranium 234 (0,0057%). A l'exception des réacteurs Candu à eau lourde au Canada, Inde et Corée, qui fonctionnent avec de l'uranium naturel, les réacteurs nucléaires utilisent un combustible qui contient de 3,5% à 5% d'uranium-235. Dans des réacteurs nucléaires compacts comme ceux présents dans les sous-marins, le taux d'enrichissement est beaucoup plus élevé (entre 50 et 90%). Il faut donc enrichir l'uranium naturel en uranium-235 : c'est une étape complexe et coûteuse industriellement.

Selon le HCTISN [18], en moyenne sur les trois années 2007, 2008 et 2009, il a fallu 8 100 tonnes d'uranium naturel pour produire 1 033 tonnes de combustible nucléaire qui a alimenté le parc nucléaire français. Le reste étant de l'uranium appauvri. Tous les flux décrits ici sont repris dans le schéma de la figure 5.6.

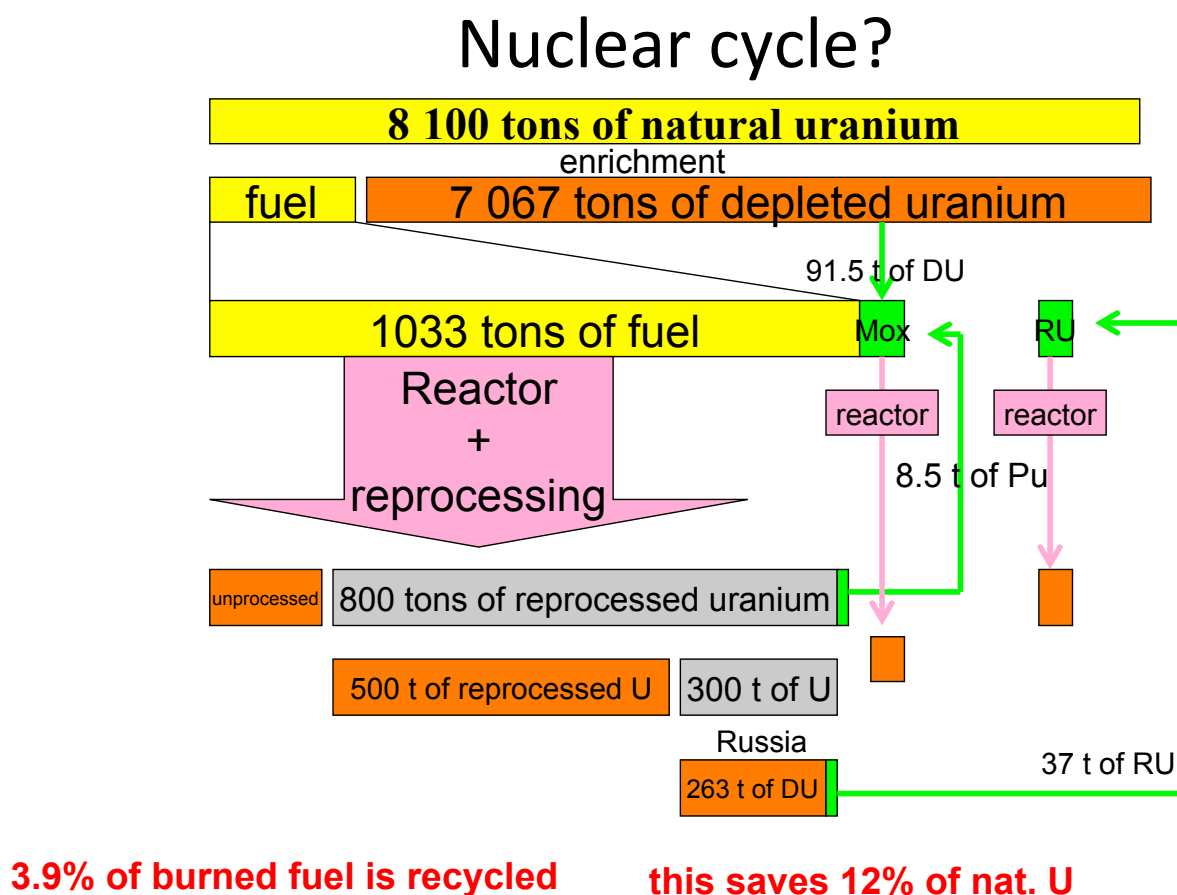


FIGURE 5.6 – Récapitulatif des flux dans ce qu'il est convenu d'appeler le "cycle" nucléaire.

L'uranium appauvri n'est pas considéré comme un déchet, car une petite partie est utilisée comme nous le verrons plus tard et le reste est potentiellement utilisable dans l'avenir si la génération IV des réacteurs nucléaires voit le jour. C'est donc un « stock stratégique ».

Ces chiffres sont cependant à manier avec précaution car, dans ce même rapport, on peut lire qu'en 2008 EDF a importé 8 695 tonnes d'uranium naturel pour son parc. Cela fait 7,3% de plus que la valeur moyenne annoncée. Par ailleurs, en fonction des cours de l'uranium, le processus d'enrichissement sera plus ou moins poussé.

A la sortie du réacteur, seule une partie de l'uranium-235 contenue dans les combustibles a été consommée : il en reste de l'ordre de 0,8 à 0,9%, c'est-à-dire plus que dans la nature. L'uranium-238, quand il est bombardé par des neutrons, a tendance à se transformer par radioactivité en plutonium, qui lui, peut fissionner plus facilement. Bref, une partie



du combustible qui sort des centrales nucléaires est a priori réutilisable. A 96% selon les exploitants. C'est l'objet du retraitement qui a pour but de séparer chimiquement les matières valorisables des déchets ultimes. Certains pays comme la Suède ou les Etats-Unis ont choisi de ne pas retraiter. Tout ce qui sort de leurs centrales constitue donc des déchets ultimes.

Sur les 1 033 tonnes de combustibles neufs qui entrent annuellement dans le parc de réacteurs français, 850 tonnes par an sont retraitées après un séjour de 3 ans en réacteur et un temps de refroidissement plus long. Areva en extrait 8,5 tonnes de plutonium et 800 tonnes d'uranium dit de retraitement. Le reste constitue des déchets ultimes. Quant au combustible non retraité, il n'est pas classé comme déchet car il pourra être retraité un jour.

Avec les 8,5 tonnes de plutonium, mélangées à 91,5 tonnes d'uranium appauvri, ce sont 100 tonnes de combustible MOx qui s'ajoutent aux 1 033 tonnes de combustible neuf. Ce combustible de recyclage peut alimenter partiellement 22 réacteurs autorisés en France. Cela correspond en moyenne à 20 recharges par an et produit la même énergie qu'un combustible classique contenant 3,7% d'uranium-235.

Sur les 800 tonnes d'uranium de retraitement, 300 étaient envoyées en Russie, à Tomsk, pour être réenrichies. Les 500 tonnes restantes viennent s'ajouter tous les ans au « stock stratégique ». La Russie renvoie en France 37 tonnes de combustible par an et garde les 263 tonnes d'uranium appauvri. L'uranium de retraitement réenrichi alimentait deux des réacteurs de la centrale de Cruas, le long du Rhône.

Le recyclage se limitait donc à 100 tonnes de combustible MOx et 37 tonnes de combustible à base d'uranium de retraitement, qui viennent s'ajouter aux 1 033 tonnes de combustible classique dans les réacteurs. Les combustibles recyclés ne sont pas retraités une deuxième fois, ni recyclés après leur passage en réacteur. Il n'y a donc qu'un tour de recyclage.

Au total, ce sont donc 1 170 tonnes de combustibles usés qui sortent des réacteurs par an. Ainsi, 8,5 tonnes de plutonium plus 37 tonnes d'uranium de retraitement sur 1 170 tonnes de combustible, cela ne fait que 3,9% de recyclage. On est loin des 96% annoncés par l'industrie nucléaire ! Si l'on ajoute l'uranium appauvri, les 137 tonnes de combustible issues du recyclage permettent une économie de 11,7% d'uranium naturel.

Après la catastrophe nucléaire de Fukushima et l'arrêt de nombreux réacteurs, le cours de l'uranium a fortement baissé et EdF a arrêté le réenrichissement de l'uranium de retraitement. Seul le plutonium est recyclé actuellement et le taux de recyclage est encore plus faible.

## 5.2 La fusion nucléaire

Le première réaction de fusion nucléaire a été obtenue par M.L. Oliphant, P. Harteck et E. Rutherford en 1932 en bombardant un noyau de deutérium contre un autre noyau de deutérium. Avec des noyaux légers, l'énergie libérée est très grande, mais il est très difficile de provoquer cette réaction. De nos jours, la recherche sur la fusion tente d'obtenir la réaction suivante



qui est plus facile à mettre en œuvre. L'énergie libérée est de 17,5 MeV, soit  $1,68 \cdot 10^{12}$  J/mol. Si on rapporte l'énergie obtenue à la masse du combustible, on a un ordre de grandeur au dessus de la réaction de fission. Le neutron émis est très énergétique.

Le deutérium peut être extrait de l'eau de mer et le tritium obtenu à partir de  $^6\text{Li}$ ,



Ainsi, le tritium peut être produit *in situ* avec les neutrons issus de la réaction de fusion après avoir été ralentis.

La difficulté réside essentiellement dans le déclenchement et la contrôle de la réaction. Il faut confiner les deux gaz pour qu'ils fusionnent et maintenir ce confinement lors de la réaction. De plus, les neutrons très énergétiques posent des problèmes par les dommages qu'ils peuvent causer. Hormis dans les armes nucléaires, la fusion n'a trouvé aucune application à l'heure actuelle. Le projet international ITER a pour but de tester la faisabilité de contrôler une réaction de fusion pour, à très long terme, en tirer de l'énergie de façon industrielle.

Cette réaction est possible dans les étoiles où la masse gravitationnelle assure le confinement. L'énergie dégagée par les réactions nucléaires empêche l'effondrement de l'étoile sur elle même.

Référence de la première réaction de fusion :

— M.L. Oliphant, P. Harteck et E. Rutherford, *Transmutation Effects Observed with Heavy Hydrogen*, Nature, March 17, 1934, 133, p. 413 ; Proceedings of the Royal Society, A vol. 144, p. 692

## Annexe A

# Cartes des noyaux

Il existe plusieurs cartes des noyaux en fonction de l'information que l'on veut y mettre. Ci-après, quelques cartes qui ont été mentionnées dans ce cours.

Il existe aussi des tables en ligne où l'on peut cliquer sur chaque noyau pour avoir des informations sur leurs caractéristiques. En voici quelques unes :

- <http://www.nndc.bnl.gov/chart/>
- <http://wwwndc.jaea.go.jp/CN10/>
- <http://atom.kaeri.re.kr/>
- <https://www-nds.iaea.org/relnsd/vcharthtml/VChartHTML.html>

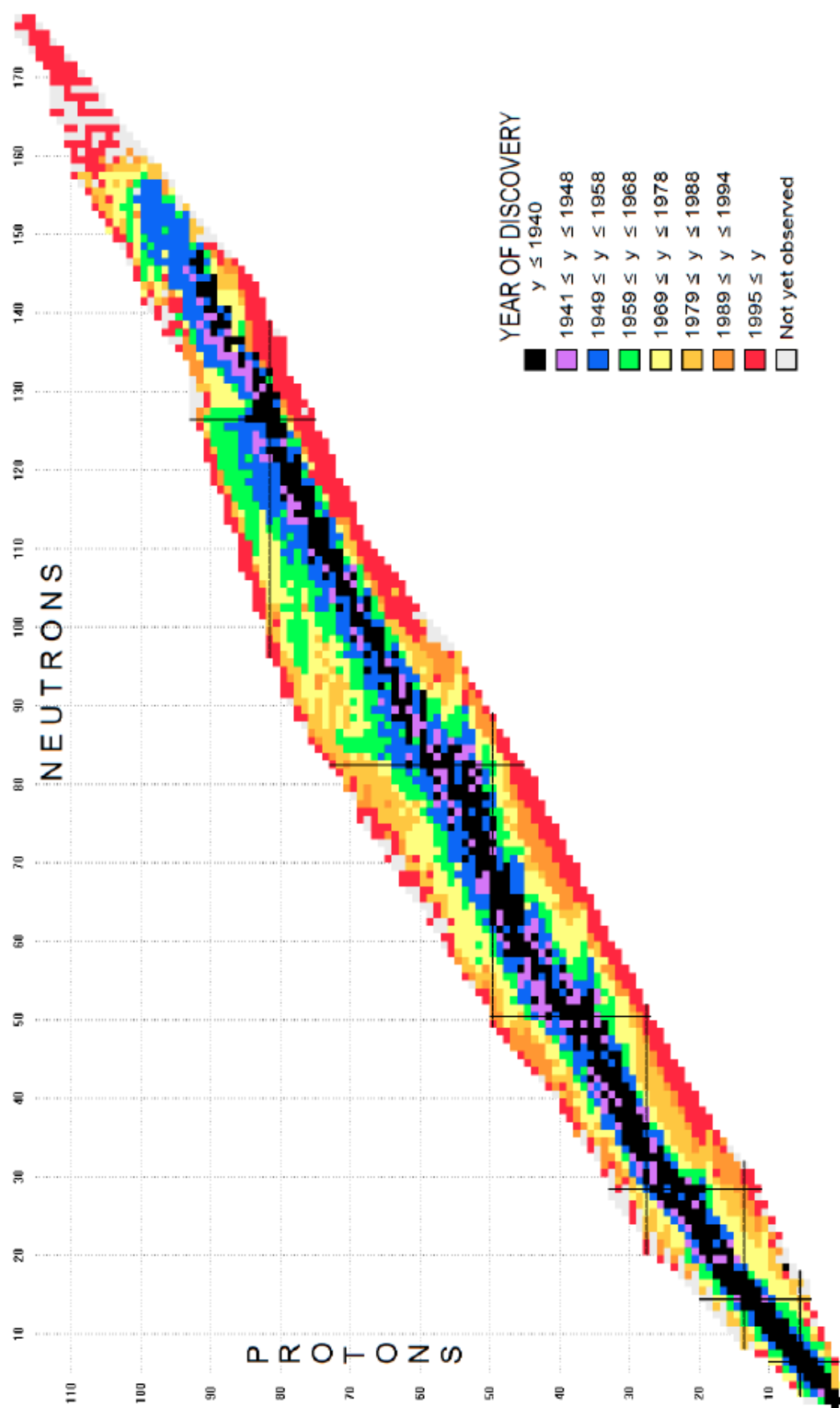


Figure 7: Chart of the nuclides displaying the years of discovery (created by NUCLEUS-AMDC).

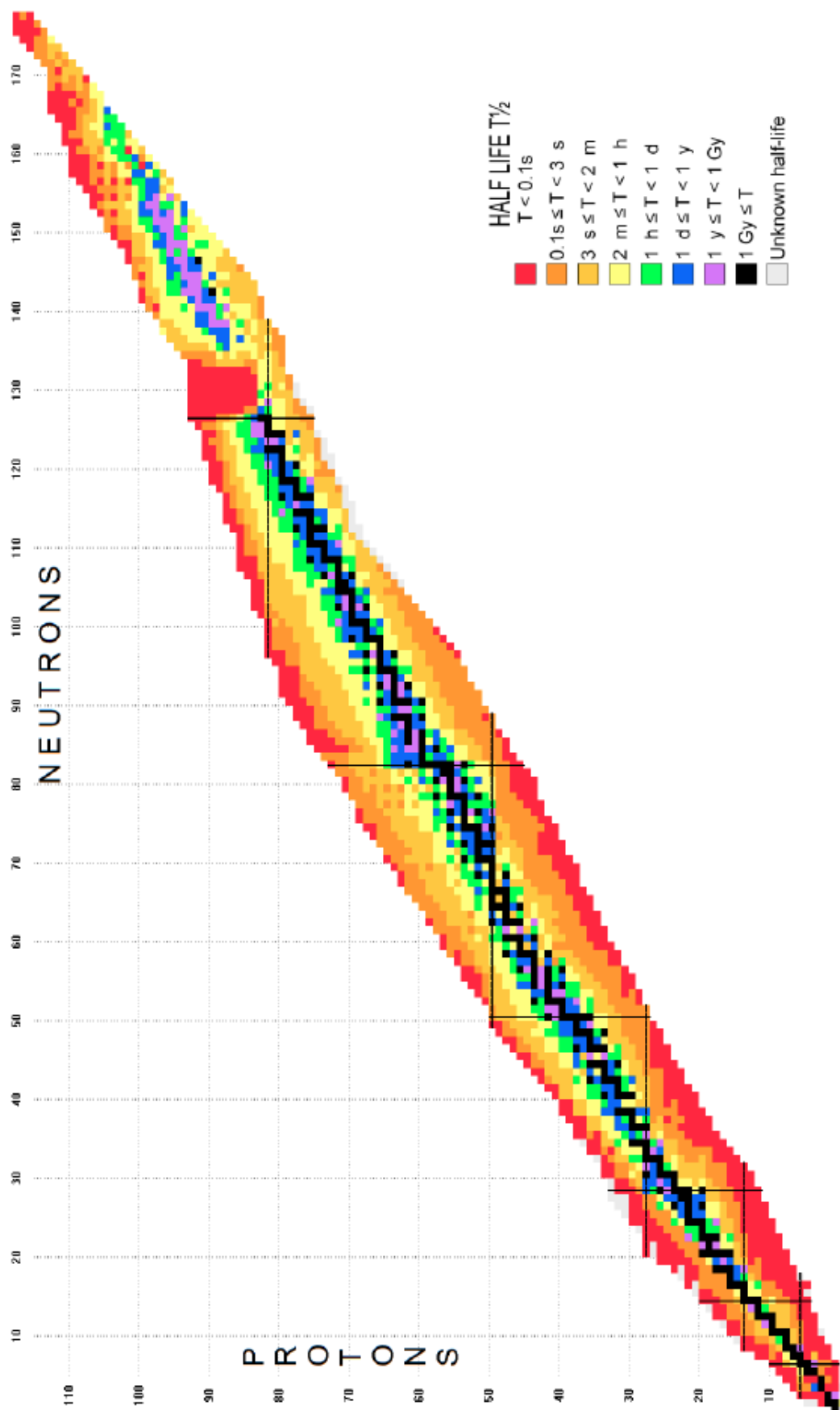


Figure 2: Chart of the nuclides displaying half-lives (created by NUCLEUS-AMDC).

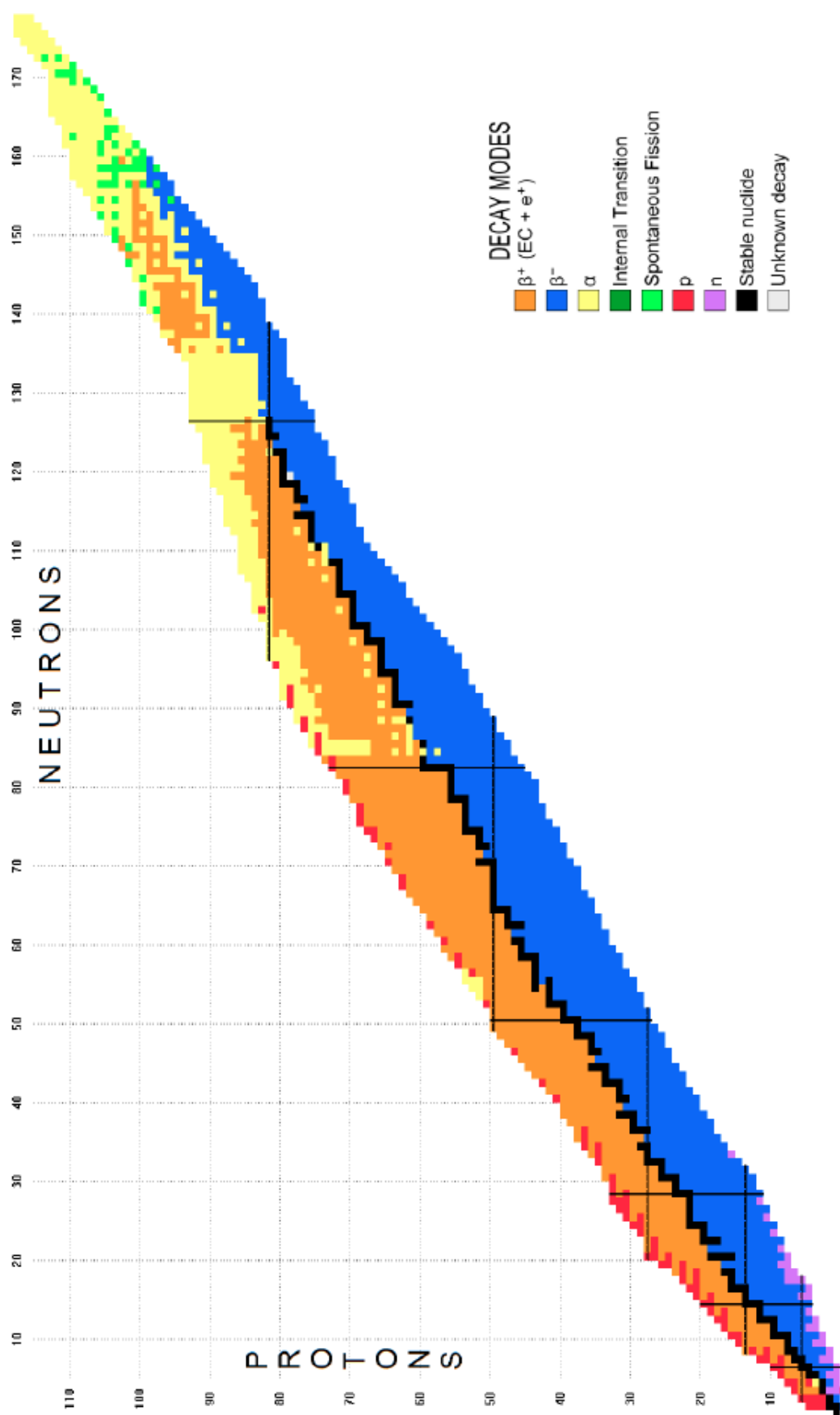


Figure 6: Chart of the nuclides displaying decay modes (created by NUCLEUS-AMDC).

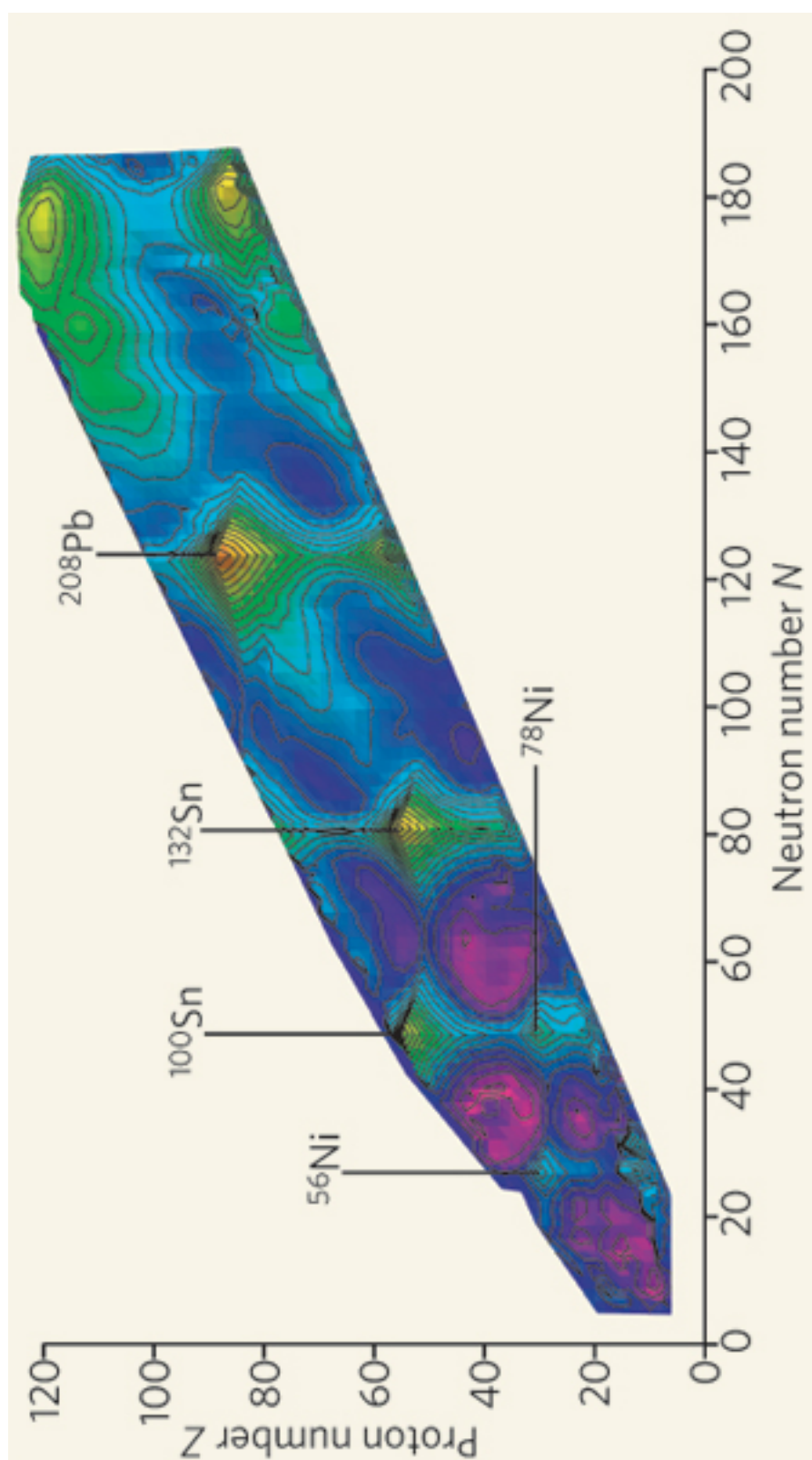


FIGURE A.4 – Énergie de correction de couches. Figure extraite de [17].

# Bibliographie

## Books on nuclear physics

- [1] Luc Valentin, *Physique subatomique : noyaux et particules*, Hermann (1975)
- [2] Kenneth S. Krane, *Introductory nuclear physics*, John Wiley and Sons (1988)
- [3] Eric Suraud, *La matière nucléaire, des étoiles aux noyaux*, Hermann (1998).
- [4] Jean-Louis Basdevant, James Rich et Michel Spiro, *Energie nucléaire*, Les éditions de l'école polytechnique (2002)  
- In English : *Fundamentals in Nuclear Physics, From Nuclear Structure to Cosmology*, Springer (2005), available online.
- [5] Bernard Fernandez, *De l'atome au noyau : Une approche historique de la physique atomique et de la physique nucléaire*, Ellipses (2006)
- [6] Pierre Charles, *Energie nucléaire*, Ellipses (2007). Livre très clair.
- [7] W. Loveland, D.J. Morrissey, and G.T. Seaborg, *Modern Nuclear Chemistry*, Wiley (2006). Some chapters can be downloaded from the home page of the first author : <http://oregonstate.edu/instruct/ch374/ch418518/>.

## Other books

- [8] Stephen M. Stigler, *The History of Statistics, The Measurement of Uncertainty before 1900*, Cambridge, Massachusetts, The Belknap press of Harvard University press 1986. An excellent book on history of sciences with explanation on the calculations.
- [9] Stephen T. Thornton et Andrew Rex, *Physique moderne*, de boeck (2010)
- [10] Hubert Krivine, *La Terre, des mythes au savoir*, Cassini (2011).  
Voir aussi son article, *Histoire de l'âge de la Terre*, Images de la Physique (CNRS, 2011), disponible en ligne : [http://www.cnrs.fr/publications/imagesdelaphysique/couv-PDF/IdP2011/03\\_Krivine.pdf](http://www.cnrs.fr/publications/imagesdelaphysique/couv-PDF/IdP2011/03_Krivine.pdf)

## Pedagogical articles

- [11] Gregory Chaitin, *The Limits of Reason*, Scientific American, March 2006  
<http://www.umcs.maine.edu/~chaitin/sciamer3.pdf>

## Historical articles

- [12] Carmen J. Giunta, Department of Chemistry, Le Moyne College, New-York, *Selected Classic Papers from the History of Chemistry*  
<http://webserver.lemoyne.edu/giunta/papers.html>
- [13] H.A. Bethe, R.F. Bacher, *Nuclear Physics A. Stationary States of Nuclei*, Reviews of Modern Physics 8 (1936) 82-229

## Other articles

- [14] G. Audi, F.G. Kondev, M. Wang, B. Pfeiffer, X. Sun, J. Blachot, and M. MacCormick, *The NUBASE2012 evaluation of nuclear properties*, Chinese Physics C **36** (2012) 1157 - 1286
- [15] G. Audi, M. Wang, A.H. Wapstra, F.G. Kondev, M. MacCormick, X. Xu, and B. Pfeiffer, *The AME2012 atomic mass evaluation I - Evaluation of input data, adjustment procedures*, Chinese Physics C **26** (2012) 1287 - 1602 ; M. Wang, G. Audi, A.H. Wapstra, F.G. Kondev, M. MacCormick, X. Xu, and B. Pfeiffer, *The AME2012 atomic mass evaluation II - Tables, graphs and references*, Chinese Physics C **26** (2012) 1603-2014.  
Voir aussi <http://amdc.impcas.ac.cn/>.
- [16] Michael W. Kirson, *Mutual influence of terms in a semi-empirical mass formula*, Nuclear Physics A 798 (2008) 2960
- [17] Ragnar Bengtsson and Peter Möller, *Nuclear physics : A non-disappearing magic trick*, Nature 449 (2007) 411-413

## Miscellaneous

- [18] Haut Comité pour la Transparence et l'Information sur la Sécurité Nucléaire, *Avis sur la transparence de la gestion des matières et des déchets nucléaires produits aux différents stades du cycle du combustible*, 12 juillet 2010.  
[http://www.hctisn.fr/article.php3?id\\_article=41](http://www.hctisn.fr/article.php3?id_article=41)