

I.U.T. de Saint-Omer Dunkerque
Département Génie Thermique et énergie

COURS D'ÉLECTROTHERMIE

1^{re} année

Olivier PERROT
2010-2011

Avertissement :

L'électrothermie combine de multiples spécialités de la physique, Deux de ces spécialités constituent le fondement l'électrothermie : l'électricité et le transfert de chaleur. Il est donc hasardeux d'effectuer en quelques dizaines de pages un résumé cohérent d'un tel contenu. Le sommaire de ce cours est donc hétéroclite. Cette présentation résulte de la lecture de nombreux ouvrages et documents. En particulier, je me suis largement inspiré du polycopié du professeur R. Houdart, ainsi que de la collection d'ouvrages techniques : Enseignement de l'Electrothermie, Collection Dopee 85 - Electra.

Table des matières

1	Présentation de l'électrothermie	4
1.1	Définition	4
1.2	Présentation des techniques utilisant l'électricité pour produire de la chaleur.	4
1.3	Propriétés des techniques électrothermiques	6
1.4	Classification des techniques électrothermiques	7
2	Chauffage par résistances : circuits monophasés	8
2.1	Principe	8
2.2	Variation de la résistance avec la température	9
2.3	Variation de la résistance avec la fréquence	10
2.4	Variation de la puissance dissipée en fonction du choix tension-courant	12
3	Chauffage par résistances : circuits triphasés	14
3.1	Tensions simples	14
3.2	Amplitude complexe d'une tension sinusoïdale	16
3.3	Représentation de Fresnel d'une tension triphasée	17
3.4	Tensions composées	18
3.5	Récepteurs triphasés : définitions	21
3.6	Couplage des récepteurs triphasés	21
3.7	Câblage des appareils triphasés	25
3.8	Puissances en triphasé	25
3.9	Puissance dissipée dans trois résistances montées en triphasé ($\cos(\varphi) = 1$)	28
3.10	Mesure de puissance en triphasé	29
3.10.1	Montages en triphasé	31
3.11	Méthode des deux wattmètres en régime équilibré	33
4	Quelques applications au chauffage par conduction	36
4.1	Évaluation de la température d'échauffement d'une pièce	36

4.2	Élaboration de matériaux vitreux	38
4.3	Vitrification des sols pollués	39
4.3.1	Principe :	39
4.3.2	Équipements	40
4.3.3	Résultats	40
5	Chauffage par induction électromagnétique	42
5.1	Introduction	42
5.2	Principe du chauffage par induction	42
5.3	Applications industrielles du chauffage par induction	49
6	Chauffage par hystérésis magnétique	56
6.1	Grandeurs magnétiques	56
6.1.1	Induction magnétique	56
6.1.2	Excitation magnétique	57
6.1.3	Aimantation magnétique	57
6.2	Classification des milieux aimantés	59
6.3	Courbe de champ : première aimantation	60
6.4	Calcul des pertes d'énergie par hystérésis	62
6.5	Évaluation des pertes par hystérésis magnétique	64
7	Chauffage par plasma	66
7.1	Définition d'un plasma	66
7.2	Principe du chauffage inductif	67
7.3	Modélisation des torches et plasmas inductifs	69
7.4	Applications industrielles	71
8	Chauffage par rayonnement infrarouge	73
8.1	Introduction	73
8.2	Caractérisation du chauffage infrarouge	73
8.3	Loi de conservation de l'énergie	73
8.4	Définition des grandeurs énergétiques	75
8.5	Les corps noirs : définition	76
8.6	Emittance énergétique totale	
	Loi de Stephan	76
8.7	Luminance du corps noir	77

Chapitre 1

Présentation de l'électrothermie

1.1 Définition

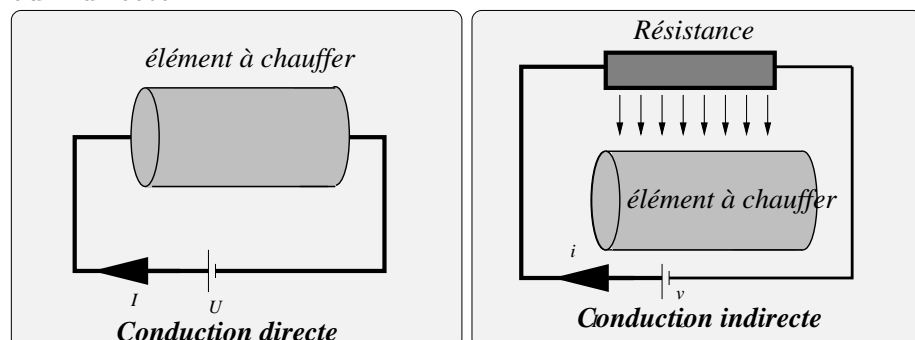
L'électrothermie consiste à utiliser l'énergie électrique pour produire de la chaleur.

1.2 Présentation des techniques utilisant l'électricité pour produire de la chaleur.

1. L'effet Joule

(a) Conduction

Le chauffage de la pièce peut se produire par conduction directe ou indirecte :



(b) **L'induction**

Une pièce conductrice est soumise à un champ électromagnétique variable avec le temps. Cette pièce est le siège de courants induits qui chauffent celle-ci par effet Joule.

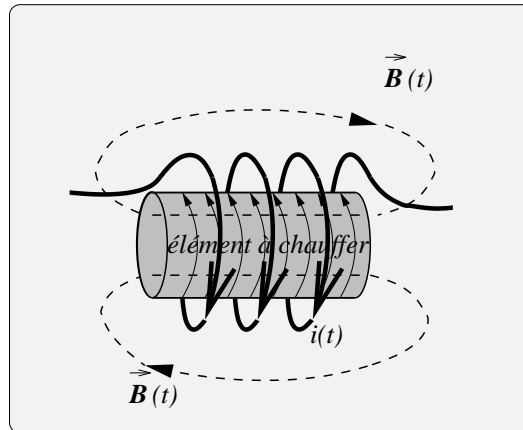
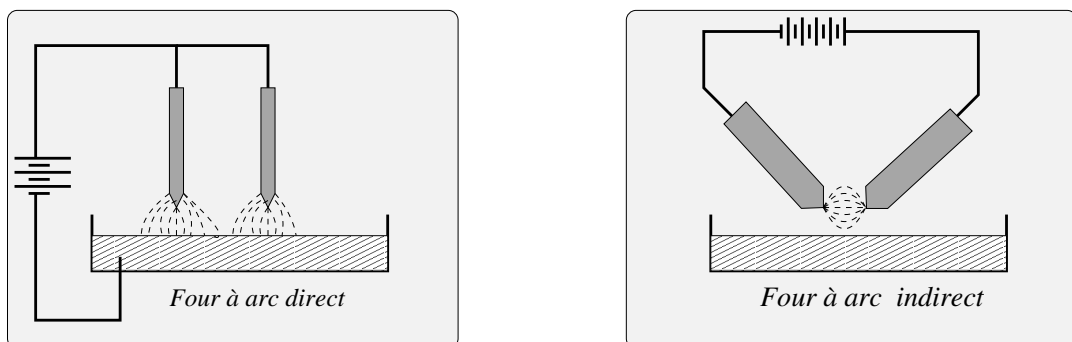


FIGURE 1.1 – Induction électromagnétique

(c) **Arc électrique**

L'arc électrique trouve son origine dans le passage du courant entre deux électrodes plongées dans un milieu ionisé. Lorsque ce milieu ionisé est un gaz autre que l'air celui-ci est nommé « plasma ». On distingue les fours à « arc direct » et les fours à « arc indirect ».

FIGURE 1.2 – Four à arc direct et indirect



Présentation des techniques utilisant l'électricité pour produire de la chaleur.

2. Rayonnement

Une source (Laser) émet un rayonnement électromagnétique. Le faisceau émis présente deux propriétés importantes :

- une très faible ouverture,
- Un rayonnement presque monochromatique.

Ces deux propriétés lui confèrent une densité de puissance très importante.

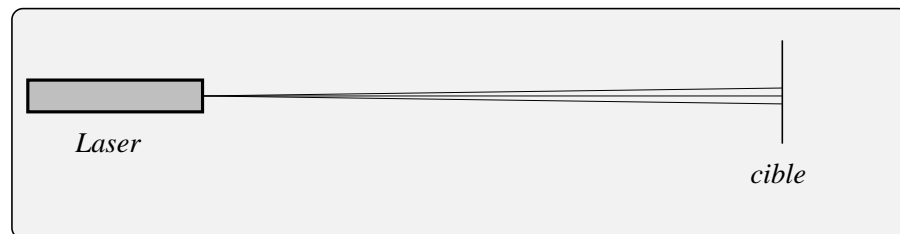


FIGURE 1.3 – Chauffage par rayonnement

3. Techniques liées aux frottements

Sous l'effet d'un champ électrique, les molécules d'un matériau sont polarisées et se déforment. Les changements de direction du champ électrique mettent en mouvement les molécules, qui en se frottant les unes contre les autres, s'échauffent.

1.3 Propriétés des techniques électrothermiques

Les différentes techniques citées ci-dessus présentent des caractéristiques communes dont la plupart résultent de l'utilisation de l'électricité comme source d'énergie :

- facilité de mesure, contrôle, régulation,
- localisation de l'effet thermique,
- rendement de conversion de l'énergie élevé,
- capacité d'atteindre des températures élevées,
- densité de puissance maîtrisable,
- automatisation et reproductibilité.

1.4 Classification des techniques électrothermiques

Le paramètre le plus souvent employé pour classer les techniques relatives à l'électrothermie est la *densité de puissance surfacique*, soit la puissance apportée à l'élément par unité de surface. Cette densité de puissance surfacique se mesure en W m^{-2} . Le tableau ci-dessous indique la densité de puissance des principales techniques utilisées en électrothermie :

Technique électrothermique	Densité de puissance [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$]
Résistance (conduction indirecte)	5 à 60
Frottements dans un diélectrique	30 à 100
Rayonnement infrarouge	10 à 300
Induction	50 à $5 \cdot 10^4$
Résistance (conduction directe)	10^2 à 10^5
Arc	10^3 à 10^6
Plasma	10^3 à 10^7
Laser	10^4 à 10^{16}

Remarque :

Le laser permet d'atteindre des densités de puissance considérables. Celles-ci ne sont disponibles que sur des surfaces très réduites.

Chapitre 2

Chauffage par résistances : circuits monophasés

Le chauffage par conduction électrique résulte de l'application par contact d'une différence de potentiel au matériau à chauffer. Le passage du courant génère, par effet Joule, un échauffement du matériau. Les applications sont alors très nombreuses :

1. Chauffage domestique et industriel
2. Élaboration de matériaux vitreux
3. Vitrification des déchets
4. Traitement des sols pollués
5. Traitement des bétons
6.

2.1 Principe

Puissance dissipée dans une résistance.

La puissance thermique dissipée dans une portion de circuit de résistance R et parcourue par un courant d'intensité I (valeur constante si le courant est continu, valeur efficace s'il est alternatif) a pour expression :

$$P = R I^2 = U I = \frac{U^2}{R} \quad \text{avec} \quad R = \rho \frac{l}{S}$$

Puissance dissipée dans une résistance.

P : puissance $[W]$	I : intensité $[A]$	U : tension $[V]$
R : résistance $[\Omega]$	ρ : résistivité $[\Omega \cdot m]$	l : longueur $[m]$
S : section $[m^2]$		

Dans cette équation la résistance est fonction de la température et de la fréquence.

2.2 Variation de la résistance avec la température

Lorsque la température d'un conducteur augmente, l'agitation des atomes s'accroît. Le nombre de collisions entre les électrons et les atomes se multiplie limitant le déplacement des électrons. La résistance d'un corps varie avec la température suivant la nature du corps, sauf pour certains alliages qui sont réalisés pour avoir une résistance pratiquement constante dans la plage de température d'utilisation.

$$R = R_0 (1 + a\Delta t)$$

R : résistance à la température t $[\Omega]$
 R_0 : résistance à la température t_0 $[\Omega]$
 a : coefficient de température $[^{\circ}C^{-1}]$
 Δt : différence de température $(t - t_0) : [^{\circ}C]$

Résistivité de quelques corps (*)

Corps	$\rho [10^{-8} \Omega \cdot m]$ 0 ° C	$\rho [10^{-8} \Omega \cdot m]$ 20 ° C	$\alpha [10^{-3} \cdot ^\circ C^{-1}]$ 0 ° C
Aluminium	2,60	2,83	4,39
Argent	1,5	1,62	4,11
Fer	8,81	10,1	7,34
Constantan 54% Cu, 45% Ni, 1% Mn	500	500	-0,03
Cuivre	1,58	1,72	4,27
Laiton 70% Cu, 30% Zn	60,2	62,0	1,55
Manganin 84% Cu, 4% Ni, 12% mn	482	482	0,015
air	-	$2,5 \cdot 10^{14}$	-

(*) : Électrotechnique - Théodore WILDI p. 121

2.3 Variation de la résistance avec la fréquence

La résistance d'un conducteur croît avec la fréquence. Cet accroissement de résistance est dû à une utilisation partielle du conducteur par le courant. Le courant n'a plus une répartition homogène mais a tendance à se localiser vers la périphérie du conducteur (effet pelliculaire ou de peau).

Effet de peau

Schématiquement considérons deux conducteurs parcourus par des courants alternatifs identiques. Ces courants variables génèrent autour de chaque conducteur un champ magnétique variable, dont les lignes de champ constituent une famille de cercles centrés sur chaque conducteur.

Les champs magnétiques s'opposent au centre du conducteur. Il en résulte une diminution locale de la densité du flux magnétique. Du point de vue de la résistance du conducteur, tout se passe comme si tout le courant se

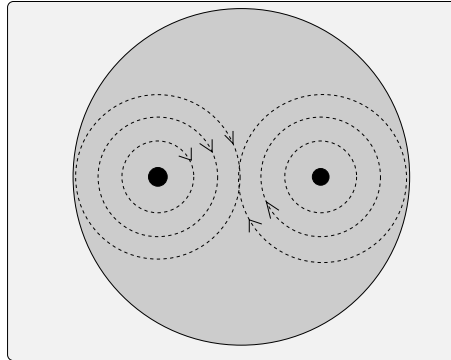


FIGURE 2.1 – Décomposition d'un conducteur cylindrique en conducteurs élémentaires

répartissait dans une épaisseur fictive située sur la périphérie. Cette épaisseur est appelée épaisseur de coque et est donnée par la formule de Boucherot. L'effet de peau ne devient sensible que lorsque les dimensions transversales du conducteur sont de l'ordre de grandeur d'une distance p dite de « profondeur de pénétration ».

$$p = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu_0 \omega}} = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}}$$

Le passage du courant s'effectue dans la partie périphérique du conducteur.

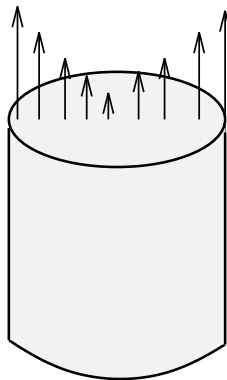


FIGURE 2.2 – Répartition du courant dans un conducteur cylindrique

2.4 Variation de la puissance dissipée en fonction du choix tension-courant

Pour de fortes puissances, la tension utilisée est souvent une tension alternative. On peut alors, en interposant un transformateur entre la résistance et l'alimentation choisir le couple tension-courant. Soit S la puissance nominale du transformateur :

$$\begin{cases} S = UI \\ P = RI^2 = \frac{RS^2}{U^2} \end{cases}$$

Variation de la puissance dissipée en fonction du choix tension-courant

On a donc intérêt à travailler avec une tension aussi faible que possible, soit avec un courant élevé. Le circuit secondaire du transformateur se compose donc de la résistance et d'une inductance L .

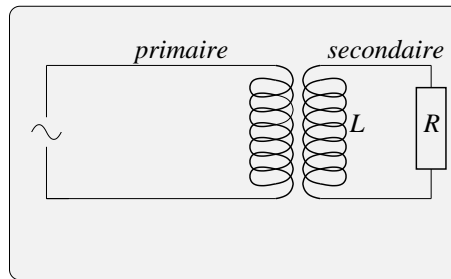


FIGURE 2.3 – Modification de la tension par transformateur

La puissance dissipée dans la résistance R a pour expression :

$$P = RI^2 \text{ avec } I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{(R^2 + L^2\omega^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\text{Soit : } P = R \frac{U^2}{R^2 + L^2\omega^2}$$

La puissance dissipée dans la résistance sera maximale si :

$$\frac{\partial P}{\partial R} = 0$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial P}{\partial R} &= \frac{U^2}{R^2 + L^2 \omega^2} - \frac{R U^2 (2 R)}{(R^2 + L^2 \omega^2)^2} \\ &= \frac{U^2 (R^2 + L^2 \omega^2) - 2 R^2 U^2}{(R^2 + L^2 \omega^2)^2}\end{aligned}$$

Soit :

$$L\omega = R$$

Conclusion :

Pour une tension donnée, P sera maximale si $L\omega = R$. Ce résultat résulte du théorème de transfert maximal de puissance : l'impédance de la charge doit être égal à l'impédance de la source.

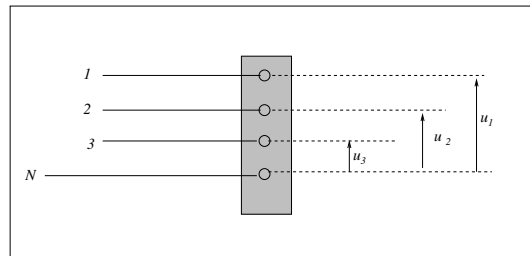
Chapitre 3

Chauffage par résistances : circuits triphasés

3.1 Tensions simples

Le tableau d'arrivée d'une ligne triphasée comporte quatre bornes respectivement repérées par :

- pour les trois premières par les chiffres 1, 2 et 3 (couleur : marron, noir, gris)¹
- pour la quatrième, par la lettre N et la couleur bleue¹.



Tensions simples

Les fils reliés aux bornes 1, 2 et 3 sont appelés **fils de phase**.

Le fil relié à la borne N est appelé **fil neutre**.

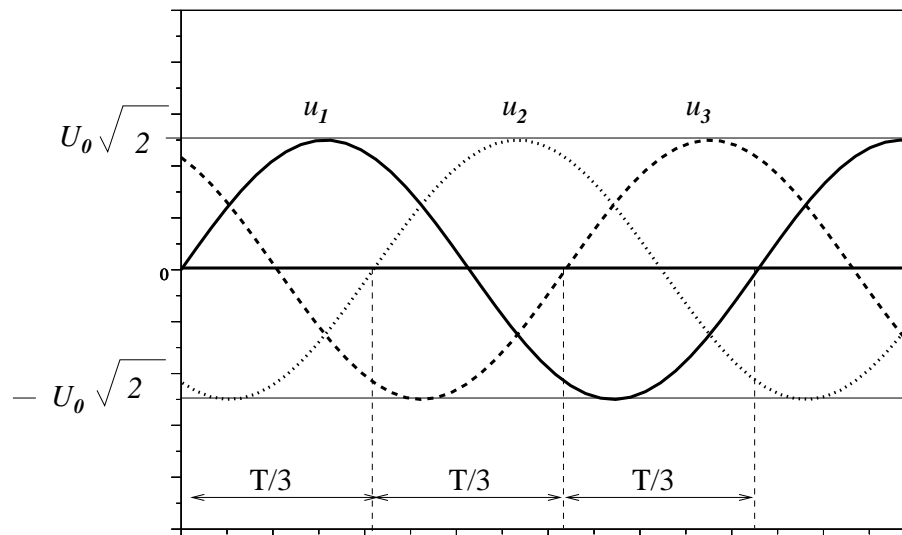
Les alternateurs qui alimentent le réseau triphasé maintiennent entre le neutre et les bornes 1, 2 et 3, les tensions u_1 , u_2 et u_3 : ces tensions dites **tensions simples**, sont sinusoïdales et de même fréquence (50 Hz).

Propriétés des tension simples :

0. Norme NFC-15-100

1. **Valeurs efficaces** : avec un voltmètre branché entre le neutre et, successivement les bornes 1, 2 et 3, on constate que les trois tensions simples ont même valeur efficace : 220 V.
2. **Déphasages** : si à l'aide d'un oscilloscope, on visualise

- $u_1(t)$ sur la première voie,
- $u_2(t)$ puis $u_3(t)$ sur la seconde voie, on observe que $u_2(t)$ et $u_3(t)$ sont respectivement en retard d'un tiers et de deux tiers de période par rapport à $u_1(t)$.
- $u_2(t)$ est déphasé de $-\frac{2\pi}{3}$ par rapport à $u_1(t)$
- $u_3(t)$ est déphasé de $-\frac{4\pi}{3}$ par rapport à $u_1(t)$.



Conclusions :

Les tensions simples $u_1(t)$, $u_2(t)$ et $u_3(t)$ sont trois tensions sinusoïdales :

- de même pulsation ω ,
- de même valeur efficace U_0 ,
- régulièrement déphasées de $\frac{2\pi}{3}$ les unes par rapport aux autres.

En prenant comme référence des phases u_1 , on peut écrire :

$$u_1(t) = U_0\sqrt{2} \cos(\omega t)$$

$$u_2(t) = U_0\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$u_3(t) = U_0 \sqrt{2} \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

Un tel ensemble porte le nom de **système triphasé équilibré de tensions**.

3.2 Amplitude complexe d'une tension sinusoïdale

A toute fonction sinusoïdale de la forme :

$$u(t) = U_0 \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$$

On associe le nombre complexe, nommé amplitude complexe :

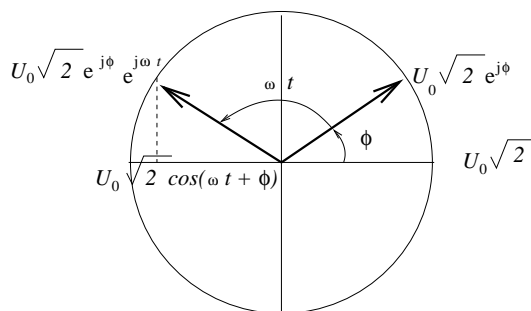
$$\underline{u} = U_0 e^{j\varphi}$$

L'amplitude complexe est le nombre complexe, contenant toutes les informations permettant de caractériser la fonction sinusoïdale $u(t)$.

$$u(t) = \sqrt{2} \Re(\underline{u} e^{j\omega t})$$

Amplitude complexe d'une tension sinusoïdale

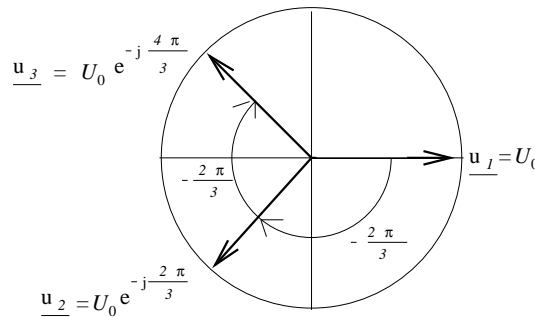
Détermination graphique de l'amplitude $u(t)$ à partir de l'amplitude complexe $\underline{u}(t)$



3.3 Représentation de Fresnel d'une tension triphasée

La représentation de Fresnel est la représentation de l'amplitude complexe dans le plan complexe, soit pour une tension triphasée :

$$\begin{aligned} u_1(t) &= U_0 \sqrt{2} \cos(\omega t) & \longrightarrow \underline{u}_1 &= U_0 \\ u_2(t) &= U_0 \sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) & \longrightarrow \underline{u}_2 &= U_0 e^{-j\frac{2\pi}{3}} \\ u_3(t) &= U_0 \sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) & \longrightarrow \underline{u}_3 &= U_0 e^{-j\frac{4\pi}{3}} \end{aligned}$$



En ce qui concerne l'ordre des phases on dit que le système triphasé précédent est direct : les vecteurs de Fresnel passent sur l'axe origine des phases suivant l'ordre de numéros croissants.

Propriété

Montrons que $u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) = 0$

soit que : $\underline{u}_1 + \underline{u}_2 + \underline{u}_3 = 0$

$$\begin{aligned} \underline{u}_1 + \underline{u}_2 + \underline{u}_3 &= U_0 + U_0 e^{-j\frac{2\pi}{3}} + U_0 e^{-j\frac{4\pi}{3}} \\ &= U_0 \left(1 + e^{-j\frac{2\pi}{3}} + e^{-j\frac{4\pi}{3}} \right) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{u}_1 + \underline{u}_2 + \underline{u}_3 &= 0 \\ u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) &= 0 \end{aligned}$$

3.4 Tensions composées

Définition :

Les trois tensions prises entre deux fils de phase,

$$1 \text{ et } 2 \quad , \quad 2 \text{ et } 3 \quad , \quad 3 \text{ et } 1$$

sont appelées **tensions composées** $v_{12}(t)$, $v_{23}(t)$ et $v_{31}(t)$.

Propriétés :

Amplitude et phase des tensions composées :

Notons $v_{12}(t) = u_1(t) - u_2(t)$

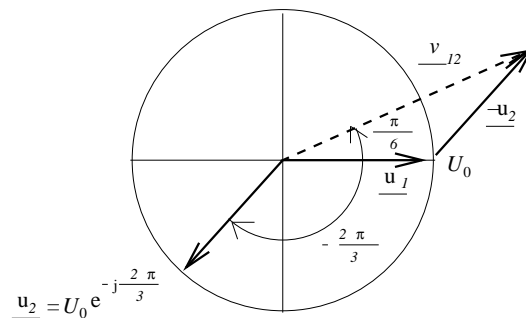
Soit :

$$\begin{aligned} \underline{v_{12}} &= \underline{u_1} - \underline{u_2} = U_0 \left(1 - e^{-j\frac{2\pi}{3}} \right) \\ &= U_0 \left(1 - \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right) \\ &= U_0 \left(\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \sqrt{3} U_0 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right) \\ &= \sqrt{3} U_0 \left(e^{j\frac{\pi}{6}} \right) \end{aligned}$$

$$\underline{v_{12}} = \sqrt{3} U_0 \left(e^{j\frac{\pi}{6}} \right)$$

Module de $|\underline{v_{12}}| = \sqrt{3}U_0$

Argument de $\underline{v_{12}}$, $\arg(\underline{v_{12}}) = \frac{\pi}{6}$



De même $v_{23}(t) = u_2(t) - u_3(t)$

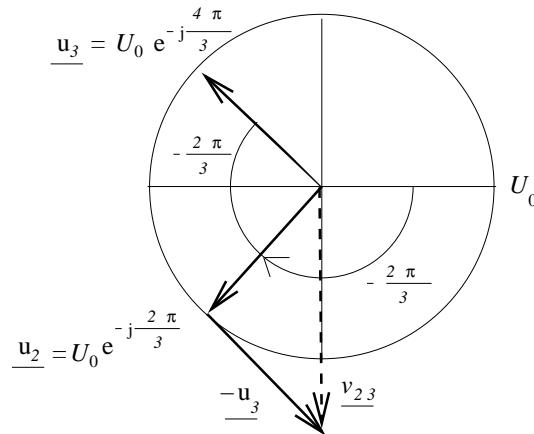
Soit :

$$\begin{aligned}\underline{v_{23}} &= \underline{u_2} - \underline{u_3} = U_0 \left(e^{-j\frac{2\pi}{3}} - e^{-j\frac{4\pi}{3}} \right) \\ &= U_0 \left(\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right) \\ &= U_0 (-j\sqrt{3}) = \sqrt{3} U_0 (-j) \\ &= \sqrt{3} U_0 \left(e^{-j\frac{\pi}{2}} \right)\end{aligned}$$

$$\underline{v_{23}} = \sqrt{3} U_0 \left(e^{-j\frac{\pi}{2}} \right)$$

Module de $|\underline{v_{23}}| = \sqrt{3}U_0$

Argument de $\underline{v_{23}}$, $\arg(\underline{v_{23}}) = -\frac{\pi}{2}$



Amplitude et phase des tensions composées :

De même $v_{31}(t) = u_3(t) - u_1(t)$

Soit :

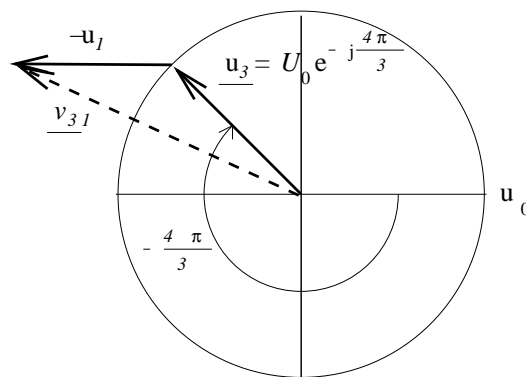
$$\begin{aligned}
 \underline{v}_{31} &= \underline{u}_3 - \underline{u}_1 = U_0 \left(e^{-j\frac{4\pi}{3}} - 1 \right) \\
 &= U_0 \left(\left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - 1 \right) \\
 &= U_0 \left(-\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \sqrt{3} U_0 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{j}{2} \right) \\
 &= \sqrt{3} U_0 \left(e^{-j\frac{7\pi}{6}} \right)
 \end{aligned}$$

Amplitude et phase des tensions composées :

$$\underline{v}_{31} = \sqrt{3} U_0 \left(e^{-j\frac{7\pi}{6}} \right)$$

Module de $|\underline{v}_{31}| = \sqrt{3} U_0$

Argument de \underline{v}_{31} , $\arg(\underline{v}_{31}) = -\frac{7\pi}{6}$

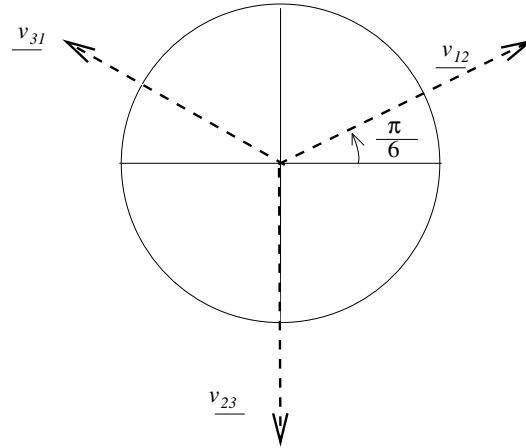


Conclusion :

Les tensions composées constituent un système triphasé équilibré :

- de tension efficace $V_0 = U_0\sqrt{3}$ (si $U_0 = 220 \text{ V}$ alors $V_0 = 380 \text{ V}$)

- déphasé de $\frac{\pi}{6}$ par rapport aux tensions simples



3.5 Récepteurs triphasés : définitions

Les récepteurs triphasés sont composés de trois récepteurs monophasés (« à deux bornes »)

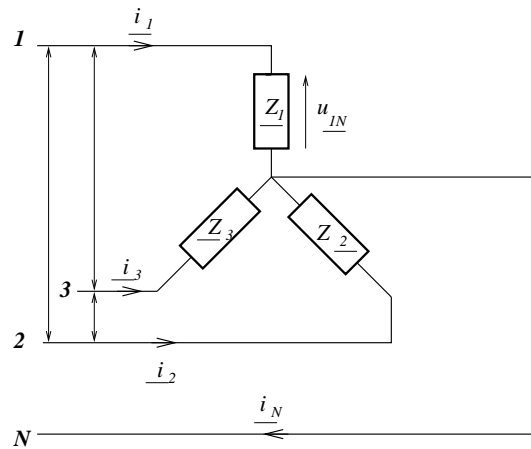
Deux cas sont envisageables :

1. Les récepteurs monophasés sont identiques : le récepteur triphasé est dit : **symétrique** : le fonctionnement est équilibré.
2. Les récepteurs monophasés sont différents : le récepteur triphasé est dit : **dissymétrique** : le fonctionnement est déséquilibré.

3.6 Couplage des récepteurs triphasés

On peut coupler un récepteur triphasé de deux façons :

1. **Couplage étoile** : les trois phases du récepteur ont une borne commune reliée au neutre (centre de l'étoile) :



Couplage étoile : propriétés

- (a) Chaque phase du récepteur est soumise à une tension simple de la ligne d'alimentation.
- (b) Soit : $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$ les valeurs des courants dans les lignes 1 , 2 et 3. Le courant dans chaque phase est égal au courant de ligne : $i_{phase} = i_{ligne}$
- (c) Le courant dans le fil neutre est égal :

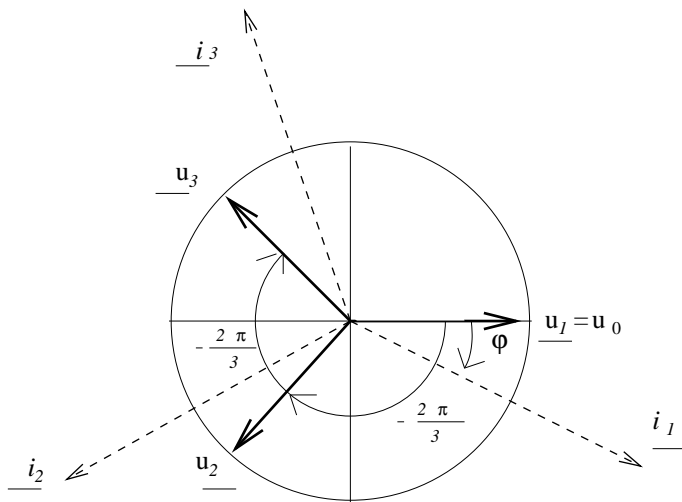
$$i_N(t) = i_1(t) + i_2(t) + i_3(t)$$

Couplage étoile symétrique : propriétés

Si le système est symétrique : $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z}$

$$\underline{i}_1 = \frac{\underline{u}_1}{\underline{Z}_1} \quad , \quad \underline{i}_2 = \frac{\underline{u}_2}{\underline{Z}_2} \quad , \quad \underline{i}_3 = \frac{\underline{u}_3}{\underline{Z}_3}$$

soit :



$$\begin{aligned}\underline{i}_N &= \underline{i}_1 + \underline{i}_2 + \underline{i}_3 \\ &= \frac{\underline{u}_1}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{u}_2}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{u}_3}{\underline{Z}_3} \\ &= \frac{1}{\underline{Z}} (\underline{u}_1 + \underline{u}_2 + \underline{u}_3) \\ &= 0\end{aligned}$$

Le courant dans le fil connecté au neutre est nul à chaque instant pour un système étoile équilibré.

(d) Calcul de la tension de phase

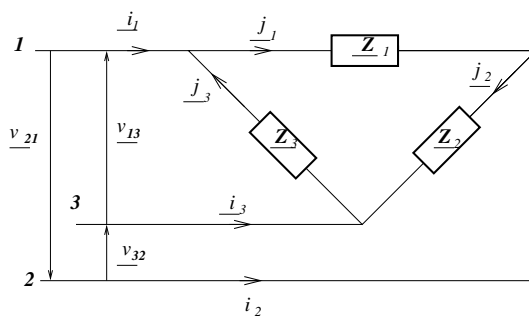
Par construction :

$$\begin{aligned}U_{\text{ligne}} &= V_{12} = V_{23} = V_{31} \\ &= \sqrt{3}U_0\end{aligned}$$

or $U_{\text{phase}} = U_0$

$$U_{\text{phase}} = \frac{U_{\text{ligne}}}{\sqrt{3}}$$

2. **Couplage triangle** : les trois phases du récepteur sont connectées de façon à former un circuit fermé en triangle. Les trois bornes communes, sommets du triangle sont reliées aux fils de phase 1, 2, 3. **Il n'y a pas de fil neutre.**



Couplage triangle : propriétés

Appelons $j_1(t)$, $j_2(t)$ et $j_3(t)$ les courants dans les phases du récepteur :

Loi des nœuds et loi d'ohm :

$$\begin{cases} \underline{i}_1 = \underline{j}_1 - \underline{j}_3 \\ \underline{i}_2 = \underline{j}_2 - \underline{j}_1 \\ \underline{i}_3 = \underline{j}_3 - \underline{j}_2 \end{cases} \quad \begin{cases} \underline{Z}_3 \underline{j}_3 = -\underline{v}_{13} \\ \underline{Z}_2 \underline{j}_2 = -\underline{v}_{32} \\ \underline{Z}_1 \underline{j}_1 = -\underline{v}_{21} \end{cases}$$

$$\underline{j}_1 = \frac{\underline{v}_{12}}{\underline{Z}_1} \quad , \quad \underline{j}_2 = \frac{\underline{v}_{23}}{\underline{Z}_2} \quad , \quad \underline{j}_3 = \frac{\underline{v}_{31}}{\underline{Z}_3}$$

Si le système est équilibré, posons :

$$|\underline{j}_1| = |\underline{j}_2| = |\underline{j}_3| = \frac{V_0}{Z} = I_{phase} = J_0$$

Calcul du module des courants de phase :

$$\underline{i}_1 = \underline{j}_1 - \underline{j}_3 = \frac{\underline{v}_{12}}{\underline{Z}_1} - \frac{\underline{v}_{31}}{\underline{Z}_3}$$

$$\begin{aligned} \underline{i}_1 &= \frac{1}{Z} (\underline{v}_{12} - \underline{v}_{31}) = \frac{1}{Z} \left(V_0 e^{j\frac{\pi}{6}} - V_0 e^{-j\frac{7\pi}{6}} \right) \\ &= \frac{V_0}{Z} \left(\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{j}{2} \right) - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{j}{2} \right) \right) \\ &= \frac{\sqrt{3}V_0}{Z} \end{aligned}$$

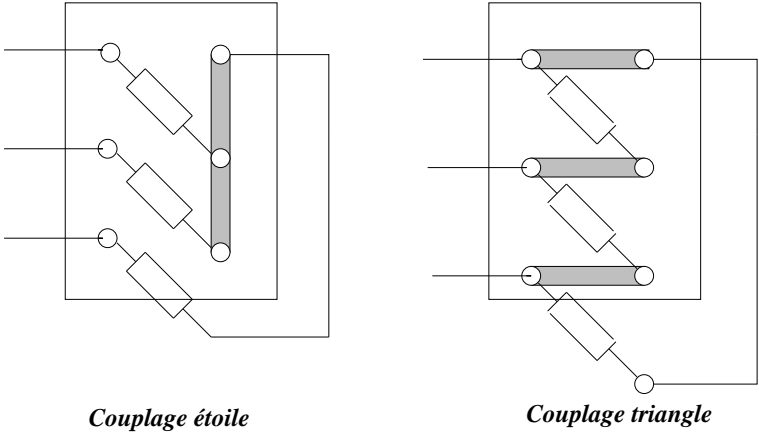
$$|\underline{i}_1| = I_{ligne} = \sqrt{3}I_{phase}$$

Couplage triangle, couplage étoile

Couplage	Courant de phase	Tension de phase
Etoile	$I_{\text{ligne}} = I_{\text{phase}} = I_0$	$U_{\text{phase}} = \frac{U_{\text{ligne}}}{\sqrt{3}} = U_0$
Triangle	$I_{\text{ligne}} = \sqrt{3}I_{\text{phase}} = \sqrt{3}J_0$	$U_{\text{ligne}} = U_{\text{phase}} = V_0$

3.7 Câblage des appareils triphasés

Les extrémités des appareils triphasés sont reliées à 6 bornes ; trois barrettes identiques permettent de réaliser les deux couplages possibles :



3.8 Puissances en triphasé

Considérons un appareil triphasé symétrique, alimenté par une ligne triphasée :

1. Le récepteur est branché en étoile :

$$\text{Phase 1} \quad u_1(t) = U_0\sqrt{2}\cos(\omega t) \quad i_1(t) = I_0\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Phase 2} \quad u_2(t) = U_0\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \quad i_2(t) = I_0\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi - \frac{2\pi}{3})$$

$$\text{Phase 3} \quad u_3(t) = U_0\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \quad i_3(t) = I_0\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi - \frac{4\pi}{3})$$

Puissance en triphasé : montage étoile

$$\begin{aligned} P(t) &= u_1(t) i_1(t) + u_2(t) i_2(t) + u_3(t) i_3(t) \\ &= U_0\sqrt{2}\cos(\omega t)I_0\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi) \\ &\quad + U_0\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})I_0\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi - \frac{2\pi}{3}) \\ &\quad + U_0\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})I_0\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi - \frac{4\pi}{3}) \\ &= U_0I_0 [\cos(2\omega t + \varphi) + \cos(\varphi)] \\ &\quad + U_0I_0 \left[\cos(2\omega t + \varphi - \frac{4\pi}{3}) + \cos(\varphi) \right] \\ &\quad + U_0I_0 \left[\cos(2\omega t + \varphi - \frac{8\pi}{3}) + \cos(\varphi) \right] \\ &= 3U_0I_0 \cos(\varphi) \end{aligned}$$

En remplaçant U_0 et I_0 par leur valeur en fonction de I_{ligne} et U_{ligne} il vient :

$$P(t) = P = \sqrt{3}U_{\text{ligne}}I_{\text{ligne}}\cos(\varphi)$$

La puissance instantanée absorbée par un récepteur triphasé monté en étoile équilibré est constante.

2. Le récepteur est branché en triangle :

CHAPITRE 3. CHAUFFAGE PAR RÉSISTANCES : CIRCUITS TRIPHASÉS 27

$$\text{Phase 1} \quad v_{12}(t) = V_0\sqrt{2}\cos(\omega t) \quad j_1(t) = J_0\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Phase 2} \quad v_{23}(t) = V_0\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \quad j_2(t) = J_0\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi - \frac{2\pi}{3})$$

$$\text{Phase 3} \quad v_{31}(t) = V_0\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \quad j_3(t) = J_0\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi - \frac{4\pi}{3})$$

$$\begin{aligned} P(t) &= v_{12}(t) j_1(t) + v_{23}(t) j_2(t) + v_{31}(t) j_3(t) \\ &= V_0\sqrt{2}\cos(\omega t)J_0\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi) \\ &\quad + V_0\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})J_0\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi - \frac{2\pi}{3}) \\ &\quad + V_0\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})J_0\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi - \frac{4\pi}{3}) \\ &= V_0J_0 [\cos(2\omega t + \varphi) + \cos(\varphi)] \\ &\quad + V_0J_0 \left[\cos(2\omega t + \varphi - \frac{4\pi}{3}) + \cos(\varphi) \right] \\ &\quad + V_0J_0 \left[\cos(2\omega t + \varphi - \frac{8\pi}{3}) + \cos(\varphi) \right] \\ &= 3V_0J_0 \cos(\varphi) \end{aligned}$$

En remplaçant V_0 et J_0 par leur valeur en fonction de I_{ligne} et U_{ligne} il vient :

$$P(t) = P = \sqrt{3}U_{\text{ligne}}I_{\text{ligne}}\cos(\varphi)$$

La puissance instantanée absorbée par un récepteur triphasé, monté en triangle équilibré est constante.

Puissance réactive

On démontrerait de la même façon que :

$$Q = \sqrt{3}U_{\text{ligne}}I_{\text{ligne}}\sin(\varphi)$$

3.9 Puissance dissipée dans trois résistances montées en triphasé ($\cos(\varphi) = 1$)

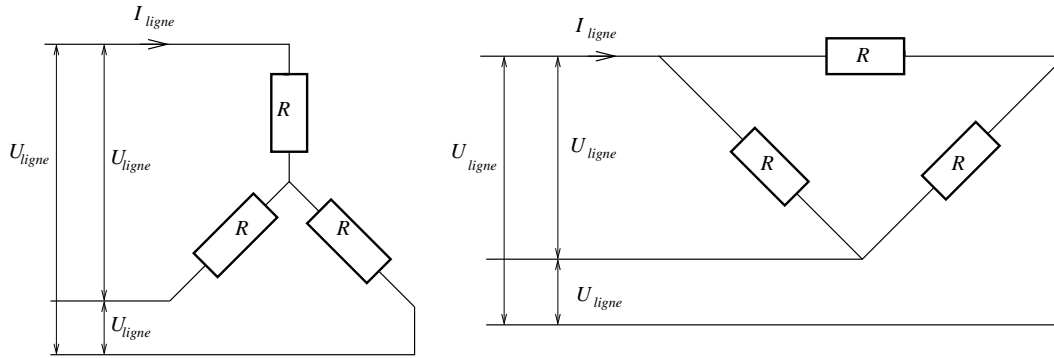


FIGURE 3.1 – Montage étoile - montage triangle

Pour les deux montages on peut utiliser la formule :

$$P = \sqrt{3} U_{\text{ligne}} I_{\text{ligne}}$$

Variation de la puissance dissipée en fonction du couplage

- Pour le montage étoile :

$$I_{\text{ligne}} = \frac{U_{\text{ligne}}}{2 R}$$

$$P_{\text{étoile}} = \sqrt{3} U_{\text{ligne}} \frac{U_{\text{ligne}}}{2 R} = \sqrt{3} \frac{U_{\text{ligne}}^2}{2 R}$$

- Pour le montage triangle :

$$I_{\text{ligne}} = \frac{U_{\text{ligne}}}{R_{\text{équi}}} \quad \text{avec} \quad R_{\text{équi}} = \frac{2 R}{3}$$

$$P_{\text{triangle}} = \sqrt{3} U_{\text{ligne}} \frac{3 U_{\text{ligne}}}{2 R} = 3 \sqrt{3} \frac{U_{\text{ligne}}^2}{2 R}$$

On a donc :

$$3 P_{\text{étoile}} = P_{\text{triangle}}$$

Le couplage triangle est utilisé pour la montée en température, tandis que le montage étoile est utilisé pour le maintien en température.

3.10 Mesure de puissance en triphasé

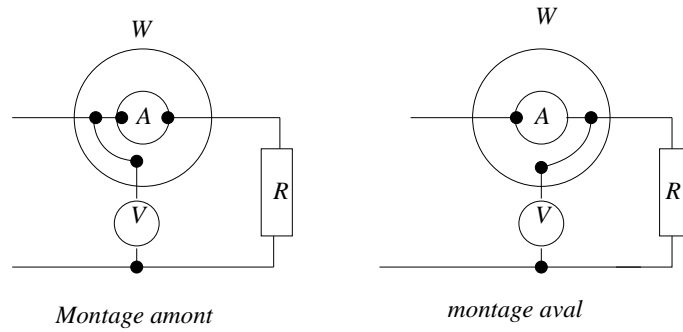
Rappel : principe et utilisation d'un wattmètre en monophasé

Un wattmètre mesure la puissance moyenne consommée par un dipôle, par la mesure simultanée de l'intensité qui le traverse et de la tension à ses bornes.

$$\langle P \rangle = U I \cos(\varphi)$$

Représentation symbolique du wattmètre

Le wattmètre comprend 2 circuits électriques : un circuit intensité et un circuit tension :

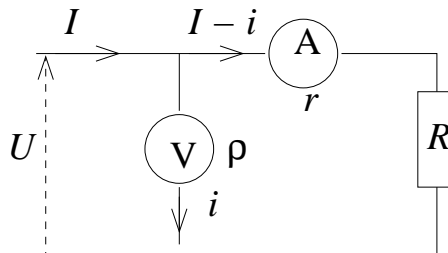


Remarque :

Dans les deux cas, montage amont et montage aval la mesure de la puissance introduit une erreur systématique liée à la mesure.

En appelant r la résistance de l'ampèremètre et ρ la résistance du voltmètre, la puissance mesurée a pour expression :

- pour le montage amont :



$$\begin{cases} U = \rho i \\ \rho i - r(I - i) - R(I - i) = 0 \end{cases}$$

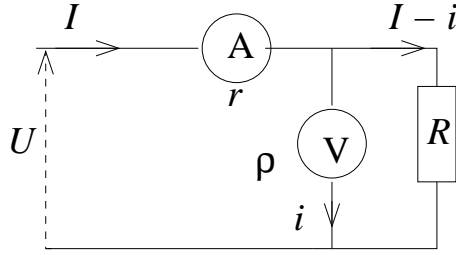
$$P_{mes} = U_{mes} I_{mes} = \rho i (I - i) = \frac{U_{mes}^2}{R + r}$$

$$P_{mes} = U_{mes} I_{mes} = (r + R) I_{mes}^2$$

On retiendra pour le montage amont l'expression pour laquelle la grandeur électrique est commune au générateur et au récepteur soit $U_{mes} = U$:

$$P = \frac{U_{mes}^2}{R + r} = \frac{U^2}{R + r}$$

- pour le montage aval :



$$\begin{cases} U - rI - \rho i = 0 \\ \rho i = R(I - i) \end{cases}$$

$$P_{mes} = U_{mes} I_{mes} = U_{mes}^2 \left(\frac{\rho + R}{\rho R} \right)$$

$$P_{mes} = U_{mes} I_{mes} = R I_{mes}^2 \left(\frac{\rho}{\rho + R} \right)$$

On retiendra pour le montage aval l'expression pour laquelle la grandeur électrique est commune au générateur et au récepteur soit $I_{mes} = I$:

$$P_{mes} = U_{mes} I_{mes} = R I^2 \left(\frac{\rho}{\rho + R} \right)$$

Remarque :

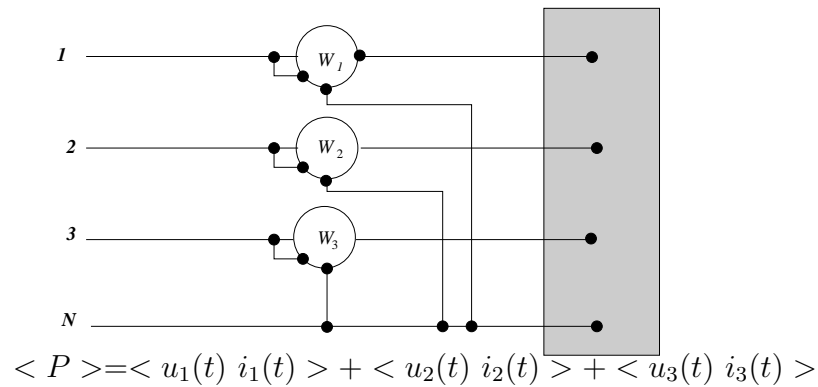
Pour un wattmètre électronique, la résistance du circuit tension est très grande, tandis que la résistance du circuit courant est très faible. Dans le cas du circuit aval ou du circuit amont :

$$P_{mes} = \frac{U^2}{R}$$

3.10.1 Montages en triphasé

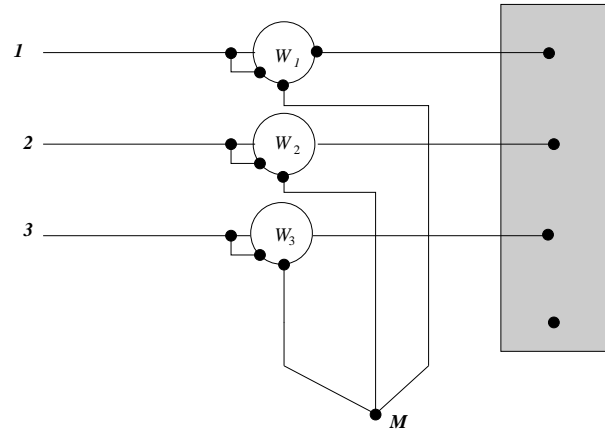
1. Ligne triphasée avec fil neutre

Que le récepteur soit de constitution symétrique ou non, on peut le considérer comme constitué de trois phases indépendantes branchées entre le fil neutre et le fil de phase.



2. Ligne triphasée sans fil neutre

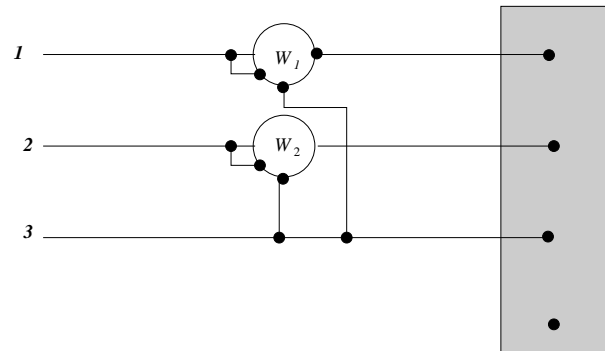
Branchons un wattmètre sur chaque fil de phase et connectons en un même point M les extrémités libres des « circuits tensions ».



$$\begin{aligned} \langle P \rangle &= \langle [u_1(t) - v] i_1(t) \rangle \\ &\quad + \langle [u_2(t) - v] i_2(t) \rangle \\ &\quad + \langle [u_3(t) - v] i_3(t) \rangle \\ &= \langle u_1(t) i_1(t) + u_2(t) i_2(t) + u_3(t) i_3(t) \\ &\quad - v [i_1(t) + i_2(t) + i_3(t)] \rangle \\ &= \langle u_1(t) i_1(t) + u_2(t) i_2(t) + u_3(t) i_3(t) \rangle \end{aligned}$$

En connectant les extrémités libres des « circuits tensions » en un même point M **quelconque**, on mesure la puissance triphasée du système.

Choisissons pour le point M le fil 3 (méthode des deux wattmètres) :

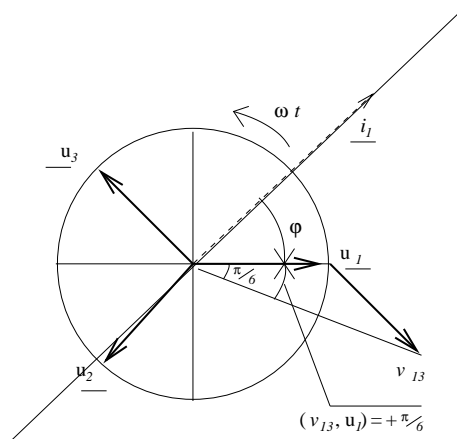


La tension appliquée au troisième wattmètre est nulle :

$$\langle P \rangle = W_1 + W_2$$

3.11 Méthode des deux wattmètres en régime équilibré

Dans la méthode des deux wattmètres, on a :



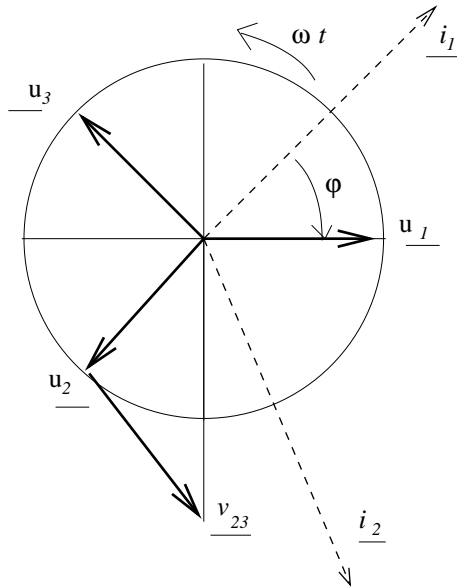
$$\begin{aligned} W_1 &= \langle \underline{v_{13}}(t) \underline{i_1}(t) \rangle \\ &= V_0 I_0 \cos \left(\underline{v_{13}}(t), \underline{i_1}(t) \right) \\ &= V_0 I_0 \cos \left(\frac{\pi}{6} - \varphi \right) \end{aligned}$$

Remarque : signe du déphasage :

Dans un circuit R, L, C l'origine des phases est le **courant**. Le déphasage est noté :

$$\varphi = \arg(u) - \arg(i)$$

$$\begin{aligned}\arg(\underline{v_{13}}(t), \underline{i_1}(t)) &= \arg(\underline{v_{13}}(t), \underline{u_1}(t)) + \arg(\underline{u_1}(t), \underline{i_1}(t)) \\ &= \frac{\pi}{6} - \varphi\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}W_2 &= \langle \underline{v_{23}}(t), \underline{i_2}(t) \rangle \\ &= V_0 I_0 \cos(\arg(\underline{v_{23}}(t), \underline{i_2}(t))) \\ &= V_0 I_0 \cos\left(-\frac{\pi}{6} - \varphi\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\arg(\underline{v_{23}}(t), \underline{i_2}(t)) &= \arg(\underline{v_{23}}(t), \underline{u_1}(t)) + \arg(\underline{u_1}(t), \underline{i_2}(t)) \\ &= \frac{\pi}{2} - \varphi - \frac{2\pi}{3} \\ &= -\frac{\pi}{6} - \varphi\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}W_1 + W_2 &= V_0 I_0 \cos\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right) + V_0 I_0 \cos\left(-\frac{\pi}{6} - \varphi\right) \\ &= 2 V_0 I_0 \cos(\varphi) \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \\ &= \sqrt{3} V_0 I_0 \cos(\varphi) \\ &= \langle P \rangle\end{aligned}$$

Mesure de la puissance réactive et du facteur de puissance

Les lectures W_1 et W_2 permettent de connaître la puissance réactive :

$$\begin{aligned}
 W_1 - W_2 &= V_0 I_0 \cos\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right) - V_0 I_0 \cos\left(-\frac{\pi}{6} - \varphi\right) \\
 &= -2 V_0 I_0 \sin(-\varphi) \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \\
 &= V_0 I_0 \sin(\varphi) \\
 &= \frac{\langle Q \rangle}{\sqrt{3}}
 \end{aligned}$$

Conclusion :

A partir des deux équations :

$$\left. \begin{aligned} W_1 + W_2 &= \sqrt{3} V_0 I_0 \cos(\varphi) \\ W_1 - W_2 &= V_0 I_0 \sin(\varphi) \end{aligned} \right\} \implies$$

$$\tan(\varphi) = \sqrt{3} \frac{W_1 - W_2}{W_1 + W_2}$$

Chapitre 4

Quelques applications au chauffage par conduction

4.1 Évaluation de la température d'échauffement d'une pièce

1. Si l'on estime qu'il n'y a pas de pertes :

$$P = mc_P \frac{dT}{dt}$$

soit :

$$T = T_0 + \frac{P}{mc_P} t$$

La température croît linéairement avec le temps de chauffage.

2. Si l'on prend en compte les pertes (conduction, convection), on peut montrer que celles-ci peuvent se mettre sous la forme : $\phi = h S (T - T_0)$ c'est à dire qu'elles sont proportionnelles à la différence de température avec le milieu extérieur et à la surface d'échange. L'équation différentielle devient :

$$P - \phi = P - h S (T - T_0) = mc_P \frac{dT}{dt}$$

L'équation différentielle s'écrit donc :

$$\left(\frac{m c_P}{h S}\right) \frac{dT}{dt} + T = \frac{P}{h S} + T_0$$

Résolution de l'équation différentielle sans second membre :

$$\left(\frac{m c_P}{h S}\right) \frac{dT}{dt} + T = 0$$

$$\frac{dT}{T} = -\frac{h S}{m c_P} dt$$

$$T = T_0 e^{-\left(\frac{h S t}{m c_P}\right)}$$

Résolution de l'équation différentielle avec second membre :

$$T = T_0 e^{-\left(\frac{h S t}{m c_P}\right)}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{dT_0}{dt} e^{-\left(\frac{h S t}{m c_P}\right)} - T_0 \frac{h S}{m c_P} e^{-\left(\frac{h S t}{m c_P}\right)}$$

L'équation différentielle avec second membre devient :

$$\left(\frac{m c_P}{h S}\right) \left[\frac{dT_0}{dt} e^{-\left(\frac{h S t}{m c_P}\right)} - T_0 \frac{h S}{m c_P} e^{-\left(\frac{h S t}{m c_P}\right)} \right] + T_0 e^{-\left(\frac{h S t}{m c_P}\right)} = \frac{P}{h S} + T_0$$

$$\left(\frac{m c_P}{h S}\right) \left[\frac{dT_0}{dt} e^{-\left(\frac{h S t}{m c_P}\right)} \right] = \frac{P}{h S} + T_0$$

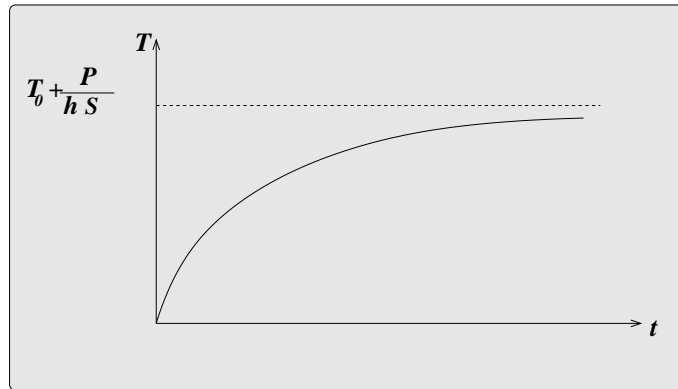
$$\frac{dT_0}{dt} = \left(\frac{P}{h S} + T_0 \right) \left(\frac{h S}{m c_P} \right) e^{\left(\frac{h S t}{m c_P}\right)}$$

$$T_0 = \left(\frac{P}{h S} + T_0 \right) e^{\left(\frac{h S t}{m c_P}\right)} + T_1$$

$$T = \left(\frac{P}{hS} + T_0 \right) + T_1 e^{-\left(\frac{hSt}{mc_P} \right)}$$

Calcul de la constante T_1 : si $t = 0$ alors $T = T_0$ soit $T_1 = -\frac{P}{hS}$

$$T = \left(\frac{P}{hS} + T_0 \right) - \frac{P}{hS} e^{-\left(\frac{hSt}{mc_P} \right)}$$



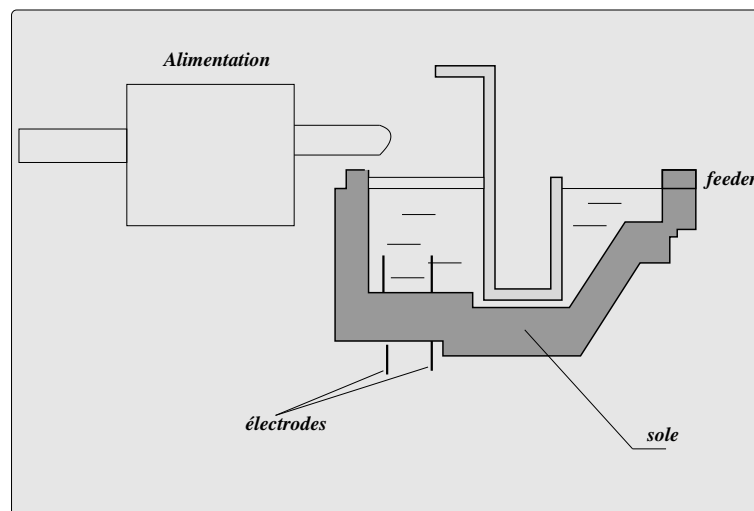
La température s'élève vers la température d'équilibre $\left(\frac{P}{hS} + T_0 \right)$

4.2 Élaboration de matériaux vitreux

Le verre le plus couramment utilisé, est le verre *sodocalcique*, c'est-à-dire un silicate de soude, potassium, calcium alumine et de magnésie.

La fusion électrique du verre est basée sur la conduction de celui-ci à partir de 1000°C (le démarrage du four peut se faire avec un mélange de graphite, qui est un matériau conducteur).

Quand le verre est suffisamment chaud pour être conducteur, le courant est apporté dans la masse de verre fondu au moyen d'électrodes plongeant dans le verre placées dans les parois ou dans la sole du four.



La puissance de ces fours peut atteindre plusieurs MW. Bien que le rendement des fours électriques soit élevé, le coût de l'énergie électrique a restreint leur développement.

Ils présentent néanmoins les avantages suivants :

- bon rendement thermique (consommation de 0,9 kWh/kg pour un four électrique, comparé à 1,30 kWh/kg pour un four au fuel. un faible encombrement.
- la suppression totale des rejets de gaz de combustion et de poussières.

4.3 Vitrification des sols pollués

4.3.1 Principe :

Les déchets enfouis sont stabilisés dans un matériau à forte proportion de phase vitreuse. Ce résultat est obtenu en plaçant des électrodes dans le sol et en faisant passer un courant qui, par effet Joule assure la fusion des matériaux.

Quatre électrodes en alliage de graphite et de molybdène sont enfoncées dans le sol jusqu'à la profondeur de traitement désirée. Le procédé est amorcé à l'aide d'un mélange conducteur de graphique et de poudre de verre placé entre les électrodes. Une différence de 4000 V est appliquée entre les électrodes. La température s'élève à 2000 °C au sein du mélange graphite verre et à environ 1500 °C dans le reste du sol.

4.3.2 Équipements

Les équipements nécessaires au traitement d'un site pollué sont :

1. l'alimentation électrique d'une puissance de 10 MW à 30 MW
2. une hotte de récupération
3. des équipements de traitement des gaz
4. une centrale de froid pour assurer le refroidissement des électrodes

4.3.3 Résultats

Les sols vitrifiés sont caractérisés par trois couches :

1. une couche supérieure poreuse de faible densité (750 kg/m^3)
2. une couche intermédiaire de forte densité (2200 kg/m^3), présentant une bonne résistance à la lixiviation ¹.
3. une couche inférieure de très forte densité (2400 kg/m^3) qui représente la majeure partie de la masse du sol fondu

Le facteur de décontamination est le rapport entre la quantité d'un élément dans le sol souillé et la quantité qui s'en échappe lors du traitement :

Élément	Facteur de décontamination
Cobalt	80 - 640
Molybdène	200 - 100 000
Strontium	800 - 50 000
Antimoine	30 - 800
Cérium	90 - 700
Cadmium	3 - 4
Plomb	7 - 30

La plupart des espèces ont un facteur de décontamination élevé et sont donc bien retenues dans le sol. Seul le cadmium présente un faible facteur de décontamination et reste même après vitrification très volatil.

Ce procédé a l'avantage de ne pas nécessiter de déplacement des sols traités, mais la puissance nécessaire est importante et les effluents captés

1. La lixiviation consiste à faire passer lentement un liquide à travers un solide en poudre. Le lixiviat, liquide que produit l'opération, peut ensuite être traité pour en extraire les substances dissoutes.

Le café filtre est obtenu par lixiviation. L'eau passe à travers la poudre de café moulu.

par la hotte nécessitent une infrastructure importante. On peut dès lors considérer qu'une partie de la contamination a été déplacée, ce qui ne permet pas toujours de déclasser le site.

Chapitre 5

Chauffage par induction électromagnétique

5.1 Introduction

Le chauffage par conduction directe est efficace et rapide mais nécessite de très bons contacts entre la pièce et les électrodes d'amenée de courant. Le chauffage par induction électromagnétique permet de conserver cet avantage tout en se libérant des contacts directs.

5.2 Principe du chauffage par induction

Génération de courants de Foucault

Si, dans un solénoïde, on fait passer un courant continu (flèche en trait plein) l'induction est dirigée dans le sens donné par la règle du tire bouchon. Si on applique aux bornes du solénoïde une différence de potentiel U alternative, le courant alternatif qui parcourt cette bobine va créer une induction magnétique alternative à la fréquence du courant.

Si on introduit un corps conducteur dans la bobine, il sera soumis à un flux magnétique variable. Ce flux va à son tour, d'après la loi de Lenz, induire une force électromotrice qui donnera naissance à des courants induits circulant dans le conducteur. Ces courants induits sont les courants de Foucault qui par effet Joule chauffent le corps .

Le calcul de la puissance transmise à la pièce doit être mené à partir des équations de Maxwell. Nous procédons dans ce cours à un calcul simplifié.

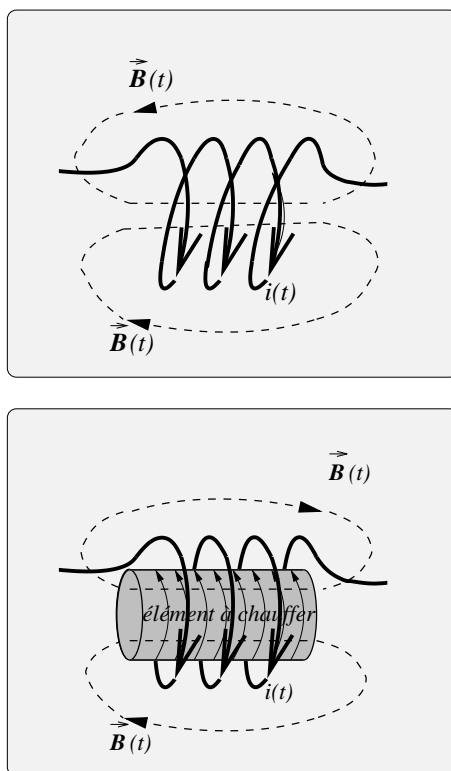
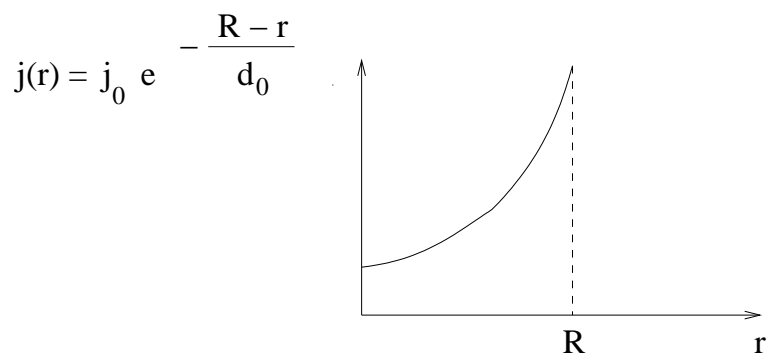


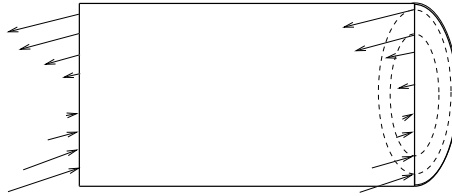
FIGURE 5.1 – Induction électromagnétique

Nous supposons que la densité surfacique (quantité de courant traversant une surface élémentaire de la section droite du conducteur) décroît de la périphérie du conducteur vers le cœur du conducteur selon la loi :

$$j(r) = j_0 e^{-\frac{R-r}{d_0}}$$



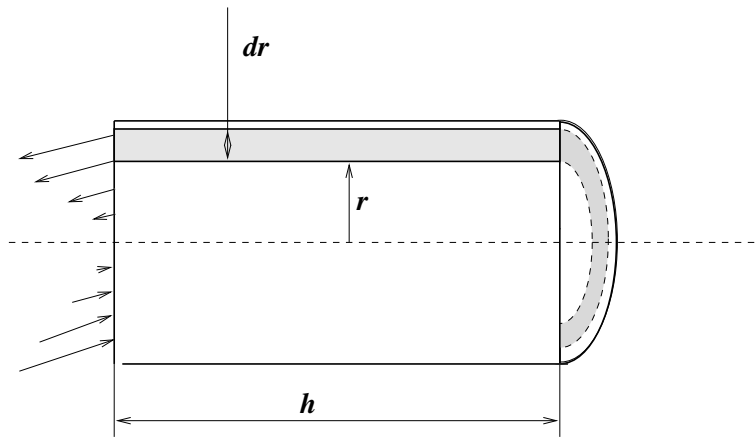
Dans un cylindre de révolution soumis à un champ magnétique axial, les lignes de courants de Foucault sont des anneaux contenus dans un plan de section droite du cylindre. L'intensité dans un anneau est d'autant plus élevée que l'on s'éloigne de l'axe du cylindre.



Calcul de l'intensité totale

La densité surfacique de l'intensité ayant le même module pour tous les points distants de l'axe du cylindre d'une même distance r , nous choisissons comme élément de surface :

$$dS = h dr$$



$$I_{total} = \int_0^R j(r) dS = \int_0^R h dr j_0 e^{-\frac{R-r}{d_0}}$$

$$\begin{aligned} I_{total} &= \int_0^R h dr j_0 e^{-\frac{R-r}{d_0}} \\ &= h j_0 \int_0^R e^{-\frac{R-r}{d_0}} dr \end{aligned}$$

Posons $X = \frac{R-r}{d_0}$ soit $dX = -\frac{dr}{d_0}$

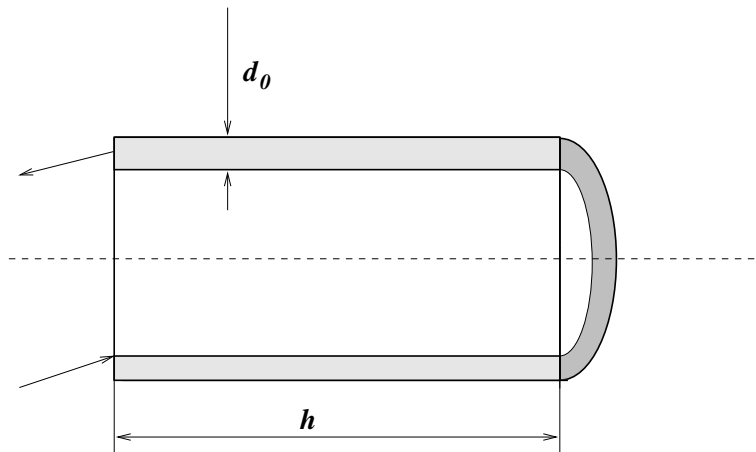
$$\begin{aligned} I_{total} &= hj_0 \int_{\frac{R}{d_0}}^0 e^{-X} (-d_0) dX \\ &= hj_0 d_0 \int_0^{\frac{R}{d_0}} e^{-X} dX \\ &= hj_0 d_0 \left[1 - e^{-\frac{R}{d_0}} \right] \end{aligned}$$

$$I_{total} = hj_0 d_0 \left[1 - e^{-\frac{R}{d_0}} \right]$$

Si $R \gg d_0$, en posant $I_0 = hj_0 d_0$ alors :

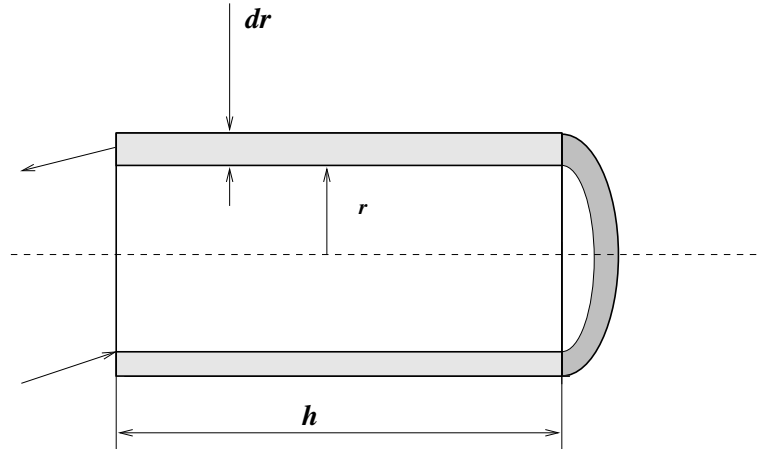
$$I_{total} = I_0$$

Dans ces conditions, la répartition des courants est équivalente à un courant d'intensité I_0 passant dans une couche d'épaisseur d_0



Calcul de la puissance dissipée par effet Joule

Considérons un anneau de rayon r et d'épaisseur dr



La puissance élémentaire dissipée dans cet anneau a pour expression :

$$dP(r) = (dR) (di)^2$$

$$dP(r) = (dR) (di)^2$$

Expression de dR : $dR = \rho \frac{2\pi r}{h dr}$

Expression de di

L'épaisseur de l'anneau étant un infiniment petit, la densité surfacique est constante dans une bande d'épaisseur dr et l'on a :

$$\begin{aligned} di &= j(r) dS = j(r) dS \\ &= j_0 e^{-\frac{R-r}{d_0}} h dr \end{aligned}$$

L'expression de la puissance devient :

$$\begin{aligned} dP &= \rho \frac{2\pi r}{h dr} \left[j_0 e^{-\left(\frac{R-r}{d_0}\right)} h dr \right]^2 \\ &= \rho h 2\pi j_0^2 r e^{-2\left(\frac{R-r}{d_0}\right)} dr \end{aligned}$$

CHAPITRE 5. CHAUFFAGE PAR INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE 47

La puissance totale dissipée par les courants de Foucault a pour expression :

$$\begin{aligned} P_{tot} &= \int_0^R dP(r) \\ &= \rho h 2 \pi j_0^2 \int_0^R r e^{-2\left(\frac{R-r}{d_0}\right)} dr \end{aligned}$$

Sachant que

$$\int_0^R r e^{-2\left(\frac{R-r}{d_0}\right)} dr = -\frac{1}{4} (d_0 - 2R) d_0 + \frac{1}{4} d_0^2 e^{-2\left(\frac{R}{d_0}\right)}$$

Si l'on peut considérer que $R \gg d_0$ l'expression de la puissance devient :

$$P_{tot} = \rho h 2 \pi j_0^2 \frac{R d_0}{2}$$

Soit en remplaçant j_0 par $\frac{I}{h d_0}$

$$P_{tot} = \rho h 2 \pi \frac{I^2}{h^2 d_0^2} \frac{R d_0}{2} = \frac{\rho}{h} \pi I^2 \frac{R}{d_0}$$

Soit en remplaçant l'épaisseur de peau par $d_0 = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \mu_0 \mu_r f}}$ il vient :

$$\begin{aligned} P_{tot} &= \frac{\rho}{h} \pi I^2 R \sqrt{\frac{\pi \mu_0 \mu_r f}{\rho}} \\ &= \frac{\sqrt{\rho}}{h} \pi I^2 R \sqrt{\pi (4 \pi 10^{-7}) \mu_r f} \\ &= \frac{2 \pi^2 R}{h} \sqrt{10^{-7} \rho \mu_r f} I^2 \end{aligned}$$

Conclusion

Pour augmenter la puissance totale dissipée dans le pièce, il faut :

1. augmenter le champ magnétique (courant induit I)
2. augmenter la fréquence(attention plus la fréquence augmente et plus l'impédance augmente ce qui diminue I)

Remarque :

Validité de l'hypothèse $R \gg d_0$

L'épaisseur de peau est calculée à partir des équations de Maxwell :

$$d_0 = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \mu_0 \mu_r f}} = 503 \sqrt{\frac{\rho}{\mu_r f}}$$

d_0 épaisseur de peau en mètre
 ρ résistivité du conducteur en $\Omega \cdot m$
 μ_0 perméabilité du vide ($\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$)

Valeurs de quelques perméabilité relatives :

Matières	μ_r
Fer pur	14 000
Acier moulé	3 500
Fontes	500

Épaisseur de peau d_0 pour différents matériaux

Épaisseur de peau en millimètres			
$f(Hz)$	Acier	Cuivre	Aluminium
50	5,03	9,35	11,9
10^3	1,12	2,09	2,66
10^6	0,035	0,066	0,266

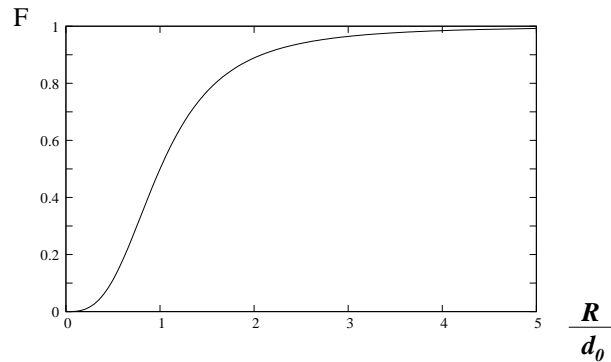
Puissance réelle transmise

L'expression de la puissance calculée repose sur de nombreuses hypothèses simplificatrices :

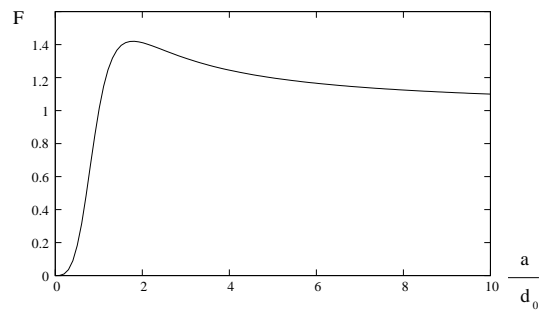
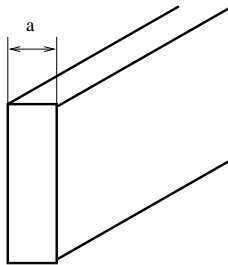
1. Champ magnétique uniforme
2. Répartition uniforme des courants
3. Pièce cylindrique pleine
4. ...

On rectifie dans la pratique les hypothèses simplificatrices 1) et 2) en multipliant la puissance calculée par un coefficient dépendant du rapport R/d_0 et des caractéristiques géométriques de la pièce.

Facteur de transmission de la puissance pour une pièce cylindrique



Facteur de transmission de la puissance pour une pièce parallélépipédique en fonction du rapport de la plus petite dimension sur la profondeur de pénétration.



5.3 Applications industrielles du chauffage par induction

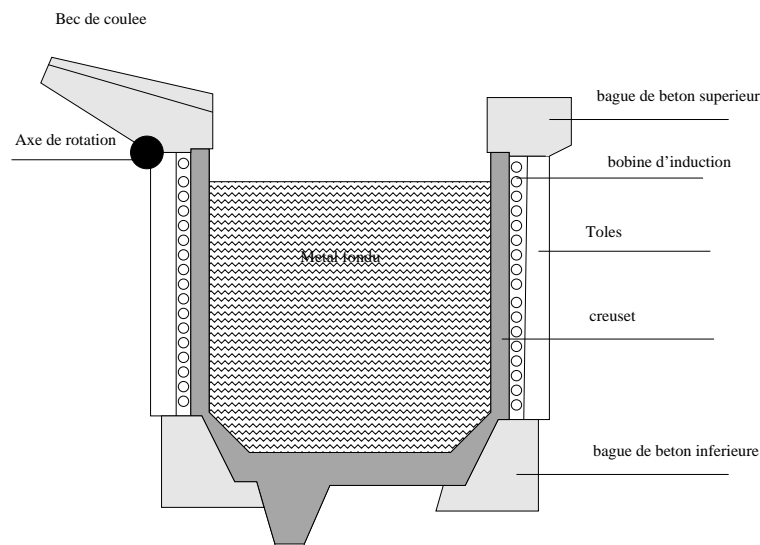
Les applications du chauffage par induction sont très nombreuses dans l'industrie :

1. Fusion des métaux (fours à creuset, fours à canal...)
2. Soudage
3. Frettage

4. Collage
5. Cuisson
6. ...

Principe des fours à induction à creuset

Les fours à induction à creuset se composent essentiellement d'une bobine inductrice entourant un creuset dans lequel se trouve la masse métallique à fondre.



1. Les fours sont dotés d'un dispositif permettant le basculement du creuset à l'aide de vérins hydrauliques.
2. L'inducteur est façonné en hélice à spires non jointives et isolées électriquement les unes des autres. Dans cette hélice circule l'eau de refroidissement.
3. Pour réduire les fuites magnétiques, on dispose à l'extérieur de la bobine des tôles feuilletées au silicium.
4. Les fréquences les plus souvent utilisées sont variées entre 100 et 1000 Hz
5. L'interaction du champ magnétique et des courants électriques crée des forces qui s'exercent de l'extérieur vers l'intérieur du creuset. Il en résulte une tendance à la striction¹ se traduisant par une surélévation du bain autour de l'axe vertical du creuset.

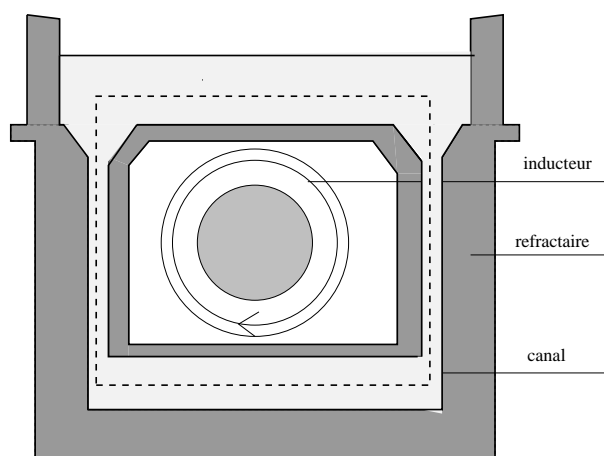
1. resserrement, ligature

Caractéristiques des fours à creuset

Capacité totale (t)	1,5		2		3		4	
Capacité utilisable (t)	1		1,5		2,5		3,5	
Puissance du four (kW)	300	600	300	600	600	900	600	900
Capacité de fusion (t/h)	0,5	1,0	0,5	1,0	1,0	1,5	1,0	1,5
Consommation en eau de refroidissement m^3/h	17	20	17	20	20	30	20	30

Four à canal : description

Dans le cas d'un « four à canal » le réservoir est en communication avec un canal dont les deux extrémités débouchent dans le réservoir. La bobine d'induction est entourée par le canal de communication. Du point de vue électrique, le four à canal est équivalent à un transformateur avec circuit magnétique fermé, dont le canal constituerait le secondaire.



Le métal s'échauffe dans le canal par effet Joule, sous l'action des courants induits. La circulation du métal dans le canal s'effectue par effet de thermosiphon et par effet électromagnétique. Cette migration du métal entre le canal et le creuset crée un léger brassage (beaucoup plus faible que dans le cas des fours à creuset). Pour mettre en fonctionnement le « four à canal » on doit d'abord remplir le four avec du métal liquide puis mettre les inducteurs sous tension.

Intérêt :

Le fours à canal permettent la production d'un métal de haute qualité, et l'élaboration d'alliages de bonne homogénéité, grâce à la température uniforme dans le four et au léger brassage.

Soudage de pièces métalliques par induction

Introduction

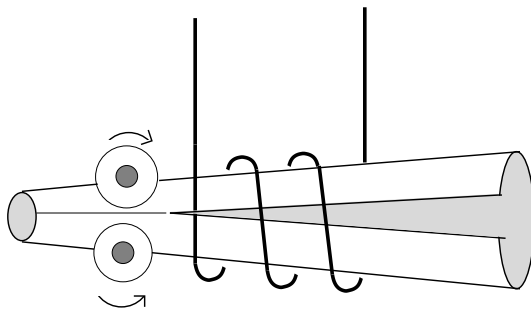
Le soudage est une opération qui consiste à assembler par fusion les bords adjacents de deux pièces ou de deux constituants métalliques.

Les arguments en faveur du soudage par induction sont les suivants :

- localisation du chauffage
- rendement énergétique élevé
- facilité de contrôle, régulation et automatisation

Principe

On déroule, en le maintenant mécaniquement sous tension, un feuillard métallique initialement enroulé en bobine. Le feuillard est progressivement déformé par l'action de galets appropriés, ses bords étant rapprochés. Un inducteur comportant généralement une ou plusieurs spires coaxiales est disposé immédiatement en amont des galets de forgeage.



Caractéristiques :

L'inducteur est alimenté par une source de courant dont la fréquence est comprise entre 100 et 500 kHz , d'intensité très élevée : plusieurs milliers d'ampères.

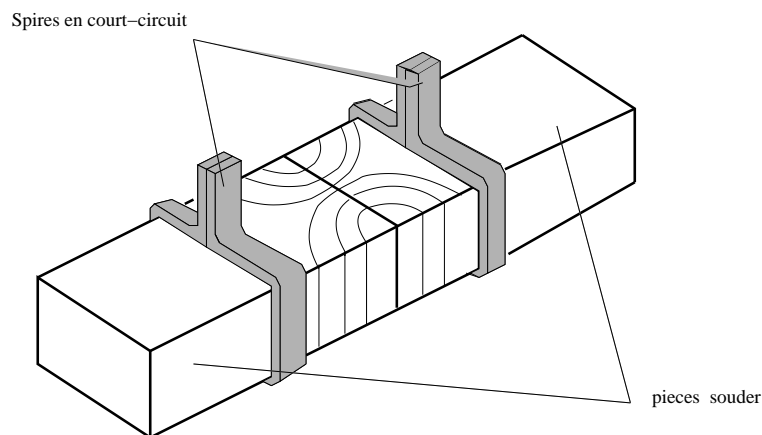
La localisation des courants induits affecte principalement les rives du tube. Il en résulte des puissances surfaciques élevées atteignant 100 à 1000 MW/m^2 . Les vitesses de montée en température sont couramment de 100 000 $^{\circ}/s$

CHAPITRE 5. CHAUFFAGE PAR INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE 53

Puissance H.F. de l'inducteur (kW)	120	120	250	250	500	500	1000
Diamètre extérieur du tube soudé	25	50	50	114	114	172	560
Épaisseur du tube (mm)	1	2,5	2,5	4	4	6	15
Vitesse de soudure (m/mm)	130	50	130	45	120	50	12
Production (t/h)	5,8	9	24	30	80	75	145

Soudage par induction bout à bout

Les inducteurs utilisés dans ce type d'applications sont en général monospire. Ils sont mécaniquement très robustes compte tenu des contraintes électrodynamiques et thermiques.

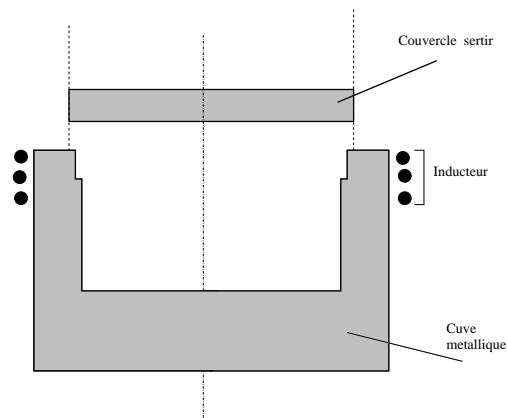


Cette technologie est appliquée pour le soudage des rails de TGV. Pour ce procédé, la pression au niveau des bouts est appliquée suivant deux étapes :

1. une étape basse pression , de 5 à 10 MPa, durant la phase de chauffage.
2. une étape haute pression, de 30 à 100 MPa, durant la phase de soudage(1400 ° C environ)

Frettage par induction

Le frettage est un procédé d'assemblage mécanique, qui consiste en un emmanchement en force et à chaud. Le procédé utilise de dilatation puis de rétreint localisé.



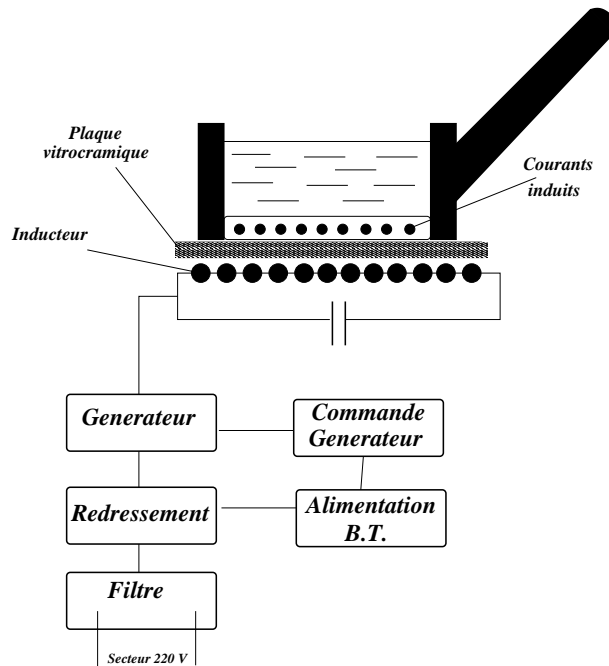
	Chauffage four électrique	Chauffage induction
Puissance du four (kW)	18	12
Temps de chauffe (s)	21	16
Énergie pour une pièce (kJ)	378	192
Température de la pièce (° C)	150	150
Temps de montée en température (mn)	28	0
Nombre de pièces en attente dans le four	70	0
Puissance de maintien en température du four (kW)	10	0

Table à cuisson de induction

Principe :

Un générateur alimente un inducteur placé sous une plaque de vitrocéramique. Le champ magnétique crée par les courants haute fréquence dans l'inducteur induit des courants de Foucault dans le récipient qui repose sur la plaque de cuisson : ces courants de Foucault se transforment en chaleur par effet Joule dans le récipient. Le récipient devient donc avec l'induction un élément actif, d'où une faible inertie thermique et une grande efficacité énergétique. Ce récipient doit donc posséder les caractéristiques suivantes :

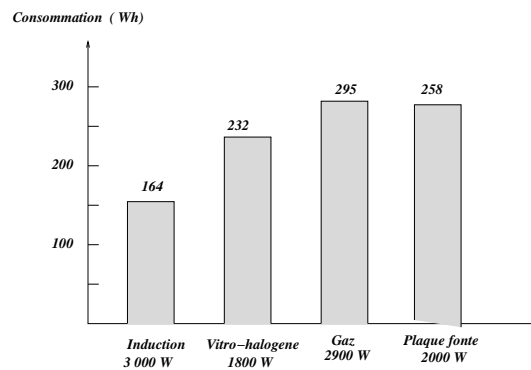
- il doit être muni d'un fond métallique magnétique, pour être le siège de courants induits,
- il doit être électriquement résistant pour dissiper les courants de Foucault



Caractéristiques :

La commande des générateurs peut s'effectuer de différentes façons :

1. par variation du temps de conduction
2. par découpage séquentiel
3. par variation de la fréquence



Consommation pour élever à 95°C l'eau d'une casserole de 1,5 l. et de 200 mm de diamètre.

En conclusion la plaque à induction est économe, car elle ne nécessite pas de préchauffage et s'arrête instantanément lorsque la casserole est enlevée. De plus sa consommation est proportionnelle à la taille du récipient.

Chapitre 6

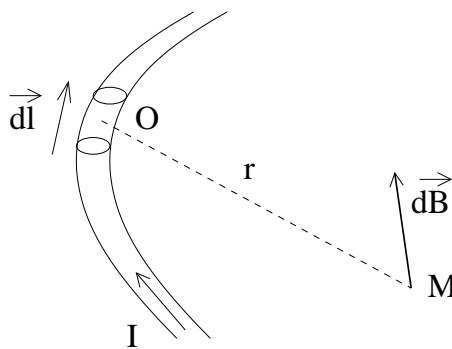
Chauffage par hystérésis magnétique

6.1 Grandeurs magnétiques

6.1.1 Induction magnétique

Selon la loi de Biot et Savart un fil parcouru par un courant électrique génère un champ magnétique (appelé aussi induction magnétique) en un point M de l'espace donné par la formule :

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \vec{dl} \wedge \vec{u}}{r^2}$$



r : distance de l'élément \vec{dl} au point M.

μ_0 : perméabilité du vide ($\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ Henry } m^{-1}$)

\vec{B} : induction magnétique (Tesla)

\vec{u} vecteur unité de la droite portée par OM.

Grandeurs magnétiques : Induction magnétique

Pour déterminer le champ d'induction \vec{B} en un point M il suffit de sommer sur tous les éléments parcourus par un courant soit :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l} \wedge \vec{r}}{r^2}$$

Remarques :

\vec{B} est perpendiculaire à l'élément de courant.
 \vec{B} est perpendiculaire à la droite OM.

6.1.2 Excitation magnétique

Si le vecteur \vec{B} obéissait au théorème d'ampère dans tous les milieux comme il y satisfait dans le vide, il serait suffisant pour décrire les phénomènes magnétiques. Mais lorsque le champ est créé à la fois par des courants et des aimants il est nécessaire de substituer le champ \vec{B} par le champ \vec{H} avec la relation

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

6.1.3 Aimantation magnétique

Si nous considérons maintenant l'effet mécanique d'un champ magnétique sur la matière, nous constatons qu'un champ magnétique exerce un couple. Ce couple peut se mettre sous la forme :

$$\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$$

avec :

$\vec{\Gamma}$: couple (Nm)

\vec{m} : moment magnétique (Am²)

\vec{B} : champ magnétique (Tesla)

Considérons un petit élément de volume dV et soit \vec{dm} le moment magnétique associé. On appelle aimantation le vecteur \vec{M} colinéaire au vecteur \vec{dm} et dont le volume a pour valeur :

$$\vec{M} = \frac{\vec{dm}}{dV}$$

Récapitulatif

Courant : $\rightarrow \vec{B} \rightarrow \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$

Courant $\rightarrow \vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$ avec $\vec{M} = \frac{d\vec{M}}{dV}$

mais l'aimantation peut-être naturelle ou induite par l'application d'un champ \vec{B} . Il existe donc une relation entre \vec{M} et \vec{B} , ou entre \vec{M} et \vec{H} que l'on met sous la forme :

$$\vec{M} = \chi \vec{H}$$

χ est sans unités. \vec{M} et \vec{H} sont des grandeurs homogènes.

En conclusion les équations liant les variables magnétiques sont :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad \text{et} \quad \vec{M} = \chi \vec{H}$$

Dans le vide : $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$

Dans un matériau : soit \vec{M} l'aimantation résultante de la présence du matériau :

$$(\vec{H} + \vec{M}) = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

$$(\vec{H} + \chi \vec{H}) = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

$$\vec{H} (1 + \chi) = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

$$\vec{H} (1 + \chi) = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

soit en posant $\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$

il vient :

$$\mu_r = (1 + \chi) \quad \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad \text{et} \quad \vec{M} = \chi \vec{H}$$

6.2 Classification des milieux aimantés

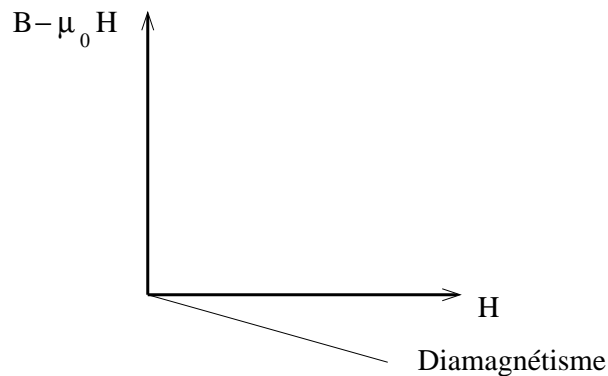
Le comportement de la matière dans un champ magnétique est varié. Il dépend de l'espèce chimique considérée, de la température et du module du champ appliqué.

On distingue :

1. Les matériaux ne possédant pas d'aimantation résiduelle ($\vec{M} = 0$ si $\vec{H} = 0$) : c'est le **diamagnétisme**.
2. Les matériaux possédant une aimantation résiduelle. Deux cas sont alors envisagés :
 - (a) Les moments magnétiques n'exercent pas d'interactions mutuelles : **paramagnétisme**.
 - (b) Les moments magnétiques exercent des interactions mutuelles : **ferromagnétisme**, **anti-ferromagnétisme** et **ferrimagnétisme**.

1. Diamagnétisme :

Un moment magnétique apparaît lorsque le matériau est soumis à une excitation magnétique \vec{H} . Ce moment est en sens contraire du champ exciteur : **la susceptibilité magnétique est négative**.



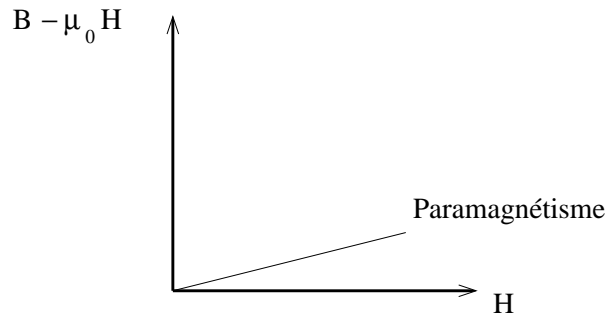
Exemples :

Corps	Eau	Hydrogène	Bismuth
χ	-9×10^{-6}	$-2,3 \times 10^{-9}$	-157×10^{-6}

2. Paramagnétisme :

Le matériau possède une aimantation résiduelle, mais les moments magnétiques n'exercent pas d'interactions mutuelles. Les aimantations

résiduelles s'orientent de façon aléatoire en absence de champ magnétique extérieur. En présence d'un champ excitateur, chaque petit aimant tend à s'aligner le long d'une ligne de champ. Un compromis s'établit entre l'action du champ et l'agitation thermique des atomes. **La susceptibilité magnétique est positive.** Cette susceptibilité diminue avec la température

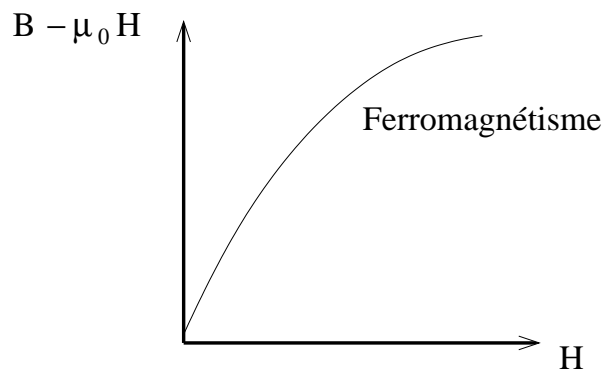


Exemple :

Corps	Oxygène
χ	2×10^{-6}

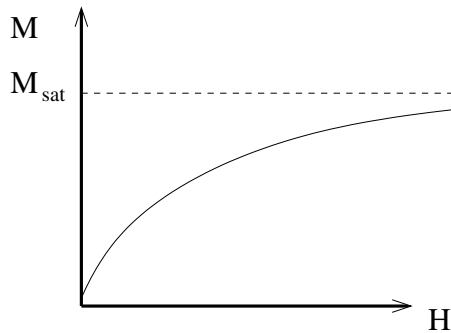
3. Ferromagnétisme :

Le matériau possède une aimantation résiduelle, et les moments magnétiques exercent des interactions mutuelles qui s'ajoutent à l'effet du champ excitateur. L'aimantation qui en résulte est très intense.



6.3 Courbe de champ : première aimantation

On désire étudier l'aimantation volumique M en fonction du champ magnétique appliqué. Nous considérons un échantillon initialement désaimanté. La courbe de 1^{re} aimantation à l'allure suivante.



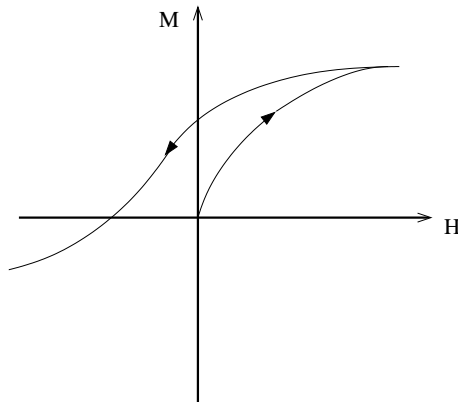
L'aimantation M_{sat} dépend de la température : elle décroît si l'on chauffe le matériau et s'annule pour une température T_f appelée température de Curie.

Interprétation de la courbe de 1^{re} aimantation

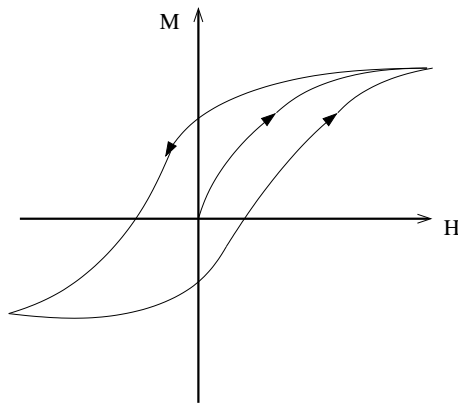
L'interprétation du ferromagnétisme est basée sur l'hypothèse de Pierre Weiss (1865-1940), selon laquelle un matériau ferromagnétique est divisé en domaines et que chacun de ces domaines est aimanté. Lorsque l'échantillon n'est pas aimanté, les différents domaines ont des orientations très diverses, et l'aimantation macroscopique résultante est nulle. Lorsqu'on applique à l'échantillon un champ magnétique croissant, les domaines s'orientant dans le sens du champ croissent en volume, au détriment des autres. Il y a déplacement des parois. Pour les champs faibles, les déplacements sont réversibles. Pour les champs forts l'aimantation croît par sauts discontinus : il y a irréversibilité des phénomènes. Enfin pour un champ élevé, le nombre de domaines diminue et la direction d'aimantation du matériau s'aligne sur celle du champ.

Notion d'hystérésis

Après avoir fait croître le champ d'une valeur nulle vers le champ saturant, faisons décroître l'excitation magnétisante. lorsque H décroît M ne prend pas, pour une même valeur de H la valeur obtenue pour H croissant. La courbe se situe au dessus. Il y a **hystérésis**. Ce retard à la désaimantation est la conséquence de l'irréversibilité de la modification des parois.



Si on envoie une excitation magnétisante alternative B décrit un cycle appelé cycle d'hystérésis.



La forme de ce cycle dépend de la substance étudiée : elle est très mince pour le fer pur, elle est très large pour les aciers à aimants. L'hystérésis est nécessaire pour obtenir des aimants permanents. C'est également l'hystérésis qui génère une perte d'énergie soit un échauffement.

6.4 Calcul des pertes d'énergie par hystérésis

Considérons un solénoïde, comportant n spires de section S , de résistance R et soumis à un ddp $E(t)$:

La loi d'ohm s'écrit :

$$\begin{aligned} E(t) + e(t) &= Ri(t) \\ E(t) - \frac{d\phi(t)}{dt} &= Ri(t) \end{aligned}$$

avec $\phi(t) = nB(t)S$

Pour faire apparaître l'énergie, multiplions $i dt$ et intégrons soit :

$$\int E(t) i(t) dt - \int \frac{d\phi(t)}{dt} i(t) dt = \int Ri(t)^2 dt$$

Soit :

$$\int E(t) i(t) dt = \int Ri(t)^2 dt + \int n dB(t) S i(t)$$

Or d'après le théorème d'Ampère :

$$\int H(t) dl = H(t) l = n i(t)$$

$$\begin{aligned} \int E(t) i(t) dt &= \int Ri(t)^2 dt + \int n dB(t) S \frac{H(t) l}{n} \\ &= \int Ri(t)^2 dt + S l \int H(t) dB(t) \end{aligned}$$

En posant : $V = S l$, il vient :

$$\underbrace{\int E(t) i(t) dt}_{\text{énergie fournie par le générateur}} = \underbrace{\int Ri(t)^2 dt}_{\text{énergie dissipée par effet Joule}} + \underbrace{V \int H(t) dB(t)}_{\text{énergie d'aimantation}}$$

Le terme :

$$\int H(t) dB(t)$$

est l'énergie d'aimantation volumique.

Calcul de l'énergie d'aimantation volumique :

$$B = \mu_0 (H + M) \text{ soit } dB = \mu_0 (dH + dM)$$

$$\int H dB = \mu_0 \left[\int H dH + \int H dM \right]$$

avec :

$$\int H dH = \frac{H^2}{2} = 0$$

pour un cycle

$$\int H dM = \text{surface du cycle d'hystérésis}$$

En conclusion :

$$\int H dB = \int H dM = \text{surface du cycle d'hystérésis}$$

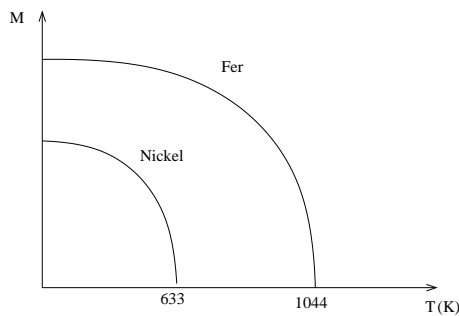
6.5 Évaluation des pertes par hystérésis magnétique

Influence de la température : Point de Curie

L'évaluation des pertes par hystérésis magnétique dépend de la valeur de la perméabilité magnétique μ qui dépend de la température.

L'aimantation des corps ferromagnétiques diminue à mesure que la température augmente. Elle s'annule pour une température qui porte le nom de température de Curie.

Évolution de l'aimantaion en fonction de la température



Au-delà du point de Curie, le corps envisagé est paramagnétique.

Influence de la profondeur de pénétration

La perméabilité magnétique dépend de la profondeur de pénétration :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}}$$

A cause de l'effet de peau cette perméabilité croît exponentiellement vers l'intérieur du matériau. On peut calculer une perméabilité moyenne à l'aide de la formule de la moyenne :

$$\mu_{moy} = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} \mu(x) dx$$

Formule empirique de Steinmetz

Pour un parcours complet du cycle, l'énergie dissipée par hystérésis magnétique est proportionnelle à l'aire du cycle et au volume du matériau. A partir de l'observation de différents cycles, Steinmetz a proposé la formule empirique de la forme :

$$P = K f B^n V$$

Avec :

n : constante comprise entre 1,5 et 2, 5 selon les matériaux

f : fréquence

B : induction maximale en Tesla

V : volume du matériau en m³

K : coefficient

Remarque :

En général un matériau soumis à un champ magnétique est le siège de :

1. des courants de Foucault entraînant des pertes par effet Joule.
2. des pertes par hystérésis magnétique.

Chapitre 7

Chauffage par plasma

7.1 Définition d'un plasma

Le plasma est un état de la matière obtenu par ionisation d'un gaz. Il se compose d'ions chargés positivement et d'électrons libres chargés négativement mais le plasma reste électriquement neutre. Son état d'ionisation le rend conducteur de l'électricité.

Chauffage par plasma

On peut distinguer deux types de plasmas :

1. Les plasmas dont le degré d'ionisation est voisin de 1. C'est, par exemple, le cas de la fusion thermonucléaire. Les températures sont très élevées (plusieurs millions de degrés). Ces plasmas n'ont pas actuellement d'applications industrielles.
2. Les plasmas à ionisation partielle. Le degré d'ionisation varie de quelques pour cent jusqu'à cinquante pour cent au maximum. Les températures atteintes varient entre 2000 et 50 000 K. Ce sont ces plasmas qui sont utilisés au niveau industriel en raison des possibilités techniques offertes par de tels niveaux de température.

Température des plasma

Parmi les plasmas à ionisation partielle, on distingue en fonction de la pression :

- A basse pression, le libre parcours moyen des électrons est grand par rapport à celui des ions ou molécules. Il en résulte que la température des électrons (10 000 à 100 000 K) est beaucoup plus élevée que celle des ions et molécules (300 à 1000 K) (**plasma froid**)

- Pour une pression supérieure à 100 Pa les collisions sont assez nombreuses pour que toutes les particules aient la même température. (**plasma chaud**)

Remarque : relation température des plasmas - pression

La température des particules du plasma est fonction des processus suivants :

- la pression détermine le libre parcours moyen des particules
- la longueur du libre parcours moyen détermine l'accélération de la particule
- l'énergie cinétique des particules est convertie en chaleur au cours des chocs

En conséquence plus la pression est faible et plus la température des particules est élevée.

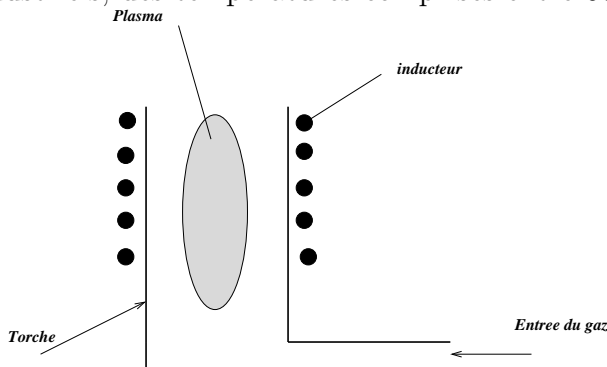
7.2 Principe du chauffage inductif

Un gaz plasmogène s'ionise fortement en traversant un champ électromagnétique et devient donc conducteur de l'électricité. Ce gaz est alors le siège de courants induits, élevant la température du plasma. La circulation de courants doit être amorcée par une pré-ionisation (décharge) réalisée par un champ électrique au voisinage de l'inducteur.

Caractéristiques de torches à plasma

Introduction du gaz :

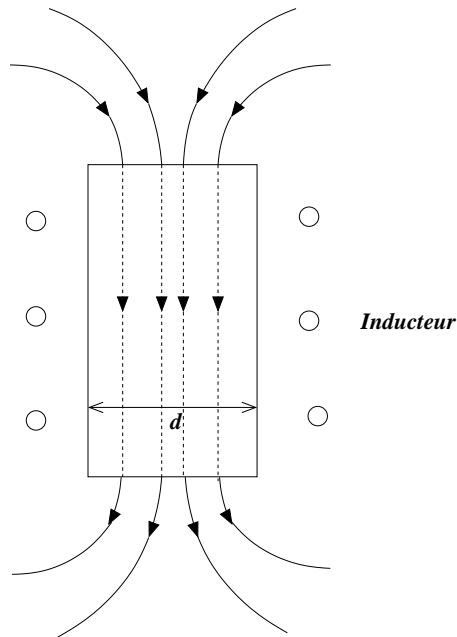
Le gaz à plasma est introduit tangentiellement dans la tuyère, permettant ainsi de créer un vortex. Il en résulte une forte élévation de température notamment dans la partie centrale de la veine qui atteint, pour les plasmas industriels, des températures comprises entre 6000 et 20 000 K.



Choix de la fréquence

Afin de déterminer la fréquence de fonctionnement, on assimile la décharge à un cylindre conducteur, au sein duquel le champ magnétique est homogène, constant et axial.

Pour obtenir un plasma vérifiant ces conditions il faut que l'épaisseur de peau du plasma soit inférieure au rayon du plasma, tout en restant du même ordre, soit :



$$f = \frac{10^6 \rho}{d^2}$$

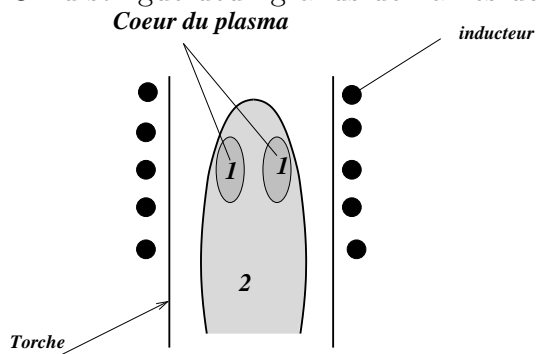
ρ : résistivité en $\Omega \cdot m$

d : diamètre du jet .

Les ordres de grandeurs obtenus à l'aide de cette formule permettent d'orienter le choix de la torche.

Cartographie thermique du plasma inductif

On distingue deux grands domaines du point de vue thermique :



1. le domaine 1, qui peut-être schématisé par un tore, est véritablement le siège de courants induits (quelques dizaines de cm^3) est à une température très élevée (4000 à 20 000 K).

2. Le domaine 2 : le prolongement du plasma.

7.3 Modélisation des torches et plasmas inductifs

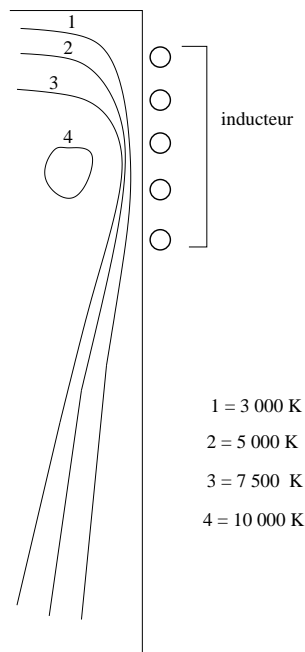
On considère que les caractéristiques électriques et thermiques du plasmas sont connues (conductivité électrique, conductivité thermique, résistivité, viscosité...)

Les phénomènes mis en jeu sont :

- génération d'un champ électromagnétique délivrant sa puissance au plasma ;(électromagnétisme)
- échauffement du milieu par conduction et convection, jusqu'à obtenir un équilibre des pertes par rayonnement ; (thermodynamique)
- écoulement du gaz dans le tuyère (mécanique des fluides)

Ces phénomènes sont interdépendants car ils font tous intervenir les grandeurs liées à la température et à l'espace.

Les phénomènes ci-dessus sont régis par équations différentielles non-linéaires. Les méthodes numériques permettent de visualiser certaines caractéristiques : exemple le champ de température ;

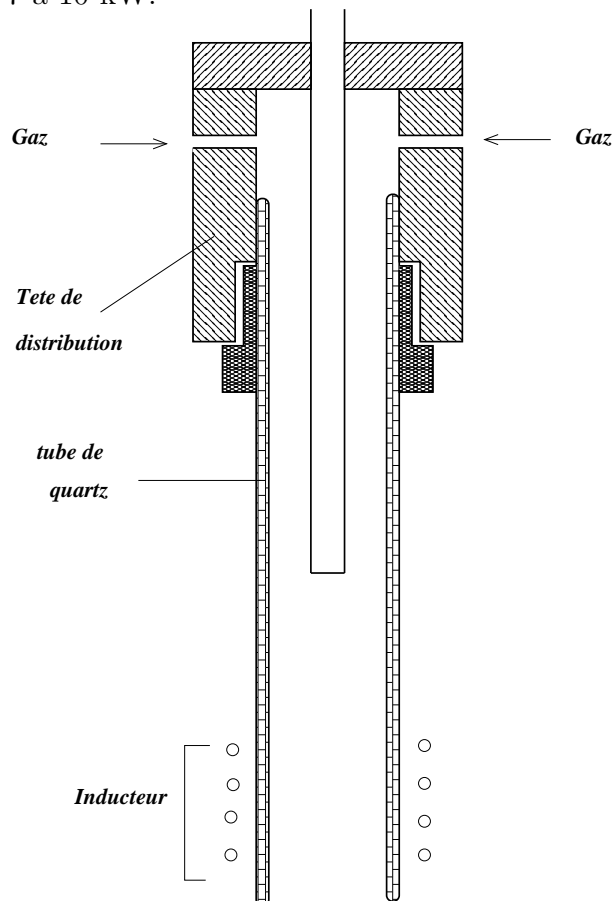


Description des torches

1. Torche simple flux
2. Torche double flux
3. Torche double paroi
4. Torche à cage métallique
5. ...

Torche simple flux

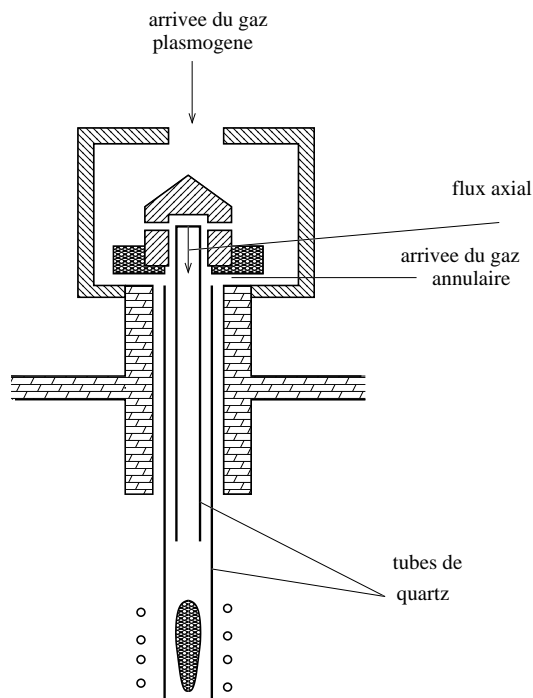
Les torches simple flux sont constituées d'un tube isolant, dans lequel le gaz plasmogène est canalisé. Le tube est réalisé en quartz car ce matériau est transparent au champ électromagnétique. Ces torches ont généralement de petits diamètres (20 à 40 mm) et fonctionnent avec des puissance de l'ordre de 7 à 10 kW.



Torche à double flux

Les torches de ce type comprennent deux tubes de quartz concentriques, avec un flux axial de gaz plasmogène, et un flux annulaire de gaz de gainage

qui joue le rôle de protection thermique pour le tube de quartz, et contribue à la stabilisation thermique du plasma. Les puissances thermiques de ces torches peuvent atteindre 30 kW pour les petits diamètres et plusieurs centaines de kW pour des diamètres plus importants.



7.4 Applications industrielles

L'intérêt industriel porté aux plasmas inductifs se justifie dans la variété des applications industrielles :

- Fusion des corps métalliques
- Soudage, découpage des aciers inoxydables
- Projection de métaux...
- Chimie des hautes températures
- Analyses spectrométrique des matériaux

Analyses spectrométriques

Le spectromètre de masse comporte :

- une **source d'ionisation** suivie d'un analyseur qui sépare les ions selon leur rapport m/Z
- un détecteur qui compte les ions et amplifie le signal
- un système informatique qui traite le signal.

Le résultat obtenu est un spectre de masse représentant les rapports m/Z en abscisses et l'abondance relative des ions en ordonnée.

Pour réaliser l'analyse élémentaire, le plasma sert à volatiliser l'échantillon, et à dissocier les combinaisons chimiques pour produire des atomes et des ions. La raison du choix du mode inductif, réside dans l'absence d'électrode, ce qui évite toute pollution. Dans la majorité des cas l'échantillon est dilué, puis vaporisé en fines gouttelettes mélangées avec le gaz plasmogène (généralement de l'argon). La durée de séjour des gouttelettes dans le plasma est de l'ordre de quelques millisecondes. Cette technique permet de déceler la présence de corps dont la concentration après la dilution est inférieure à quelques centièmes de microgrammes par litre.

Conclusion :

Le chauffage par induction est également utilisé dans de multiples secteurs d'activités tels que :

- Procédé d'extraction de noyaux par fusion inductive (ex : température de fusion de l'alliage étain + bismuth = 137°C , température de ramollissement du plastique 220°C)
- cartonnerie, papeterie (séchage des rouleaux à l'aide de cylindres chauffés par induction...)
- éclairage public
- ...

Chapitre 8

Chauffage par rayonnement infrarouge

8.1 Introduction

Le chauffage par rayonnement infrarouge constitue un cas particulier du chauffage par résistances puisque la source est généralement constituée de résistances. Ce mode de chauffage permet un transfert d'énergie d'un corps à un autre, sans qu'il soit nécessaire d'établir un contact ou des supports intermédiaires. L'énergie rayonnée peut être concentrée, focalisée, dirigée, réfléchie...

8.2 Caractérisation du chauffage infrarouge

L'optimisation d'une installation infrarouge nécessite de définir les caractéristiques suivantes :

1. Spectre et densité de puissance
2. Répartition géométrique de l'énergie

8.3 Loi de conservation de l'énergie

Principe

Lorsqu'un rayonnement arrive sur un corps opaque (fig [8.1](#), page [74](#)), celui-ci peut être :

- transmis,
- absorbé,

- réfléchi,
dans des proportions variables selon la nature du corps.

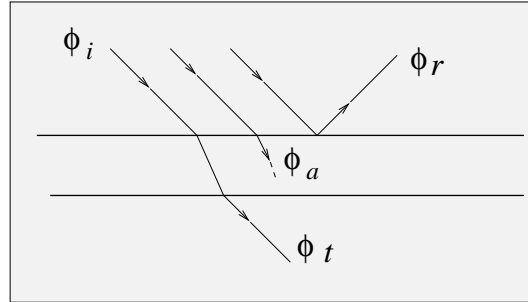


FIGURE 8.1 – Réflexion, transmission et absorption du rayonnement

Soit ϕ_i le flux incident, ϕ_r le flux réfléchi, ϕ_t le flux transmis et ϕ_a le flux absorbé, la conservation de l'énergie s'écrit :

$$\phi_i = \phi_r + \phi_a + \phi_t \quad (8.1)$$

Coefficient d'absorption thermique

Posons :

$$\rho = \frac{\phi_r}{\phi_i} \quad \text{facteur de réflexion} \quad (8.2)$$

$$\alpha = \frac{\phi_a}{\phi_i} \quad \text{facteur d'absorption} \quad (8.3)$$

$$\tau = \frac{\phi_t}{\phi_i} \quad \text{facteur de transmission} \quad (8.4)$$

La conservation de l'énergie s'écrit : $\rho + \alpha + \tau = 1$. Ces paramètres caractérisent le comportement d'un corps vis à vis du rayonnement reçu.

Remarque :

Le coefficient α est important en thermique : il mesure la proportion de conversion du rayonnement infrarouge incident en énergie thermique.

8.4 Définition des grandeurs énergétiques

1. **Flux énergétique : abréviation ϕ , unité $[W]$.** C'est la puissance émise par une source dans tout l'espace où elle peut rayonner.
2. **Émittance : abréviation M , unités $[W \cdot m^{-2}]$** Considérons un élément de la surface émettrice $d\varepsilon$ émettant un flux élémentaire $d\phi$. **L'émittance est le rapport du flux émis par l'élément de surface $d\varepsilon$ dans toutes les directions par l'élément de surface.**

$$M = \frac{d\phi}{d\varepsilon} \quad [W \cdot m^{-2}] \quad (8.5)$$

3. **Luminance : abréviation L_{Ox} , unités $[W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}]$ on appelle luminance le flux rayonné par unité d'angle solide et par unité de surface perpendiculaire à Ox :**

$$L_{Ox} = \frac{d^2\phi_{Ox}}{d\varepsilon_n d\Omega} = \frac{d^2\phi_{Ox}}{d\varepsilon \cos(\theta) d\Omega}$$

$$[L_{Ox}] = W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1} \quad (8.6)$$

4. **Intensité : abréviation I , unités $[W \cdot sr^{-1}]$.**

Soit une direction Ox qui fait un angle θ avec la normale N à la surface d'un corps émissif. Si $d\phi_{Ox}$ est la fraction de flux rayonnée dans l'angle solide $d\Omega$ élémentaire **on appelle intensité énergétique totale d'une source dans la direction Ox le flux rayonné par unité d'angle solide dans cette direction.** Elle s'exprime en Watt par stéradian.

$$I_{Ox} = \frac{d\phi_{Ox}}{d\Omega}$$

$$[I_{Ox}] = W \cdot sr^{-1} \quad (8.7)$$

Remarque :

Les grandeurs énergétiques associées au rayonnement que nous venons de décrire sont également utilisées par les opticiens. Elles expriment les mêmes grandeurs physiques, mais utilisent des unités différentes. Le tableau ci-dessous donne la correspondance entre les unités.

Grandeur	Nom	unités MKSA	unités (optique)
ϕ	Flux	[W]	lumens = $\frac{1}{683} W$
$M = \frac{d\phi}{d\varepsilon}$	Émittance	[W . m ⁻²]	lux
$L = \frac{d^2\phi_{Ox}}{d\varepsilon \cos(\theta) d\Omega}$	Luminance	[W . m ⁻² . sr ⁻¹]	candelas . m ⁻²
$I_{0x} = \frac{d\phi_{0x}}{d\Omega}$	Intensité	[W . sr ⁻¹]	candelas = $\frac{1}{683} W . sr^{-1}$

8.5 Les corps noirs : définition

En général, le rayonnement émis par un corps dépend de sa nature. *L'émetteur idéal est le corps qui, pour une température donnée, émet le maximum d'énergie. Ce corps s'appelle le corps noir .*

Remarque :

Pour le corps noir, le facteur d'absorption est donc égal à l'unité pour toutes les directions et pour toutes les longueurs d'onde.

Ce corps absorbe tout le rayonnement qu'il reçoit sans en réfléchir ni transmettre une quelconque fraction. C'est le corps de référence.

$$\text{Pour un corps noir : } \alpha = \alpha_\lambda = 1 \quad (8.8)$$

8.6 Emittance énergétique totale

Loi de Stephan

L'émittance énergétique totale (puissance rayonnée par unité de surface) est proportionnelle à la puissance quatrième de la température absolue de la surface du corps.

$$M_T^0 = M^0 = \sigma T^4 \quad (8.9)$$

avec σ , constante de Stephan $\sigma = 5,66897 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$

8.7 Luminance du corps noir

La luminance du corps noir : flux rayonné par unité d'angle solide et par unité de surface perpendiculaire à Ox :

$$L^0 = \frac{M^0}{\pi} = \frac{\sigma T^4}{\pi} = 1,8044 \cdot 10^{-8} T^4 \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \quad (8.10)$$