

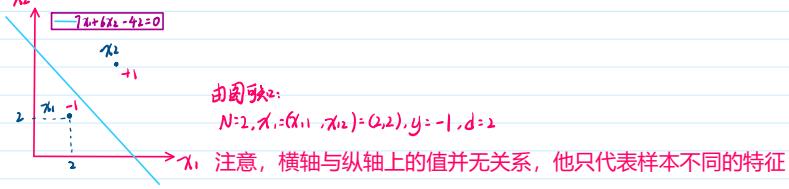
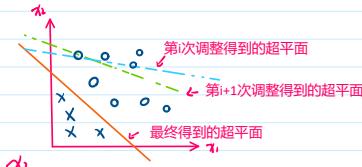
支持向量机

2023年11月19日 9:28

感知器模型

目标：针对线性可分的二分类问题，将数据正确分类

数据集 $T = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$
样本个数 N
一个样本 $x_i^T = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{id})$ 为第 i 个输入样本
特征个数 d
一个标签 $y_i \in \{-1, 1\}$



模型公式 $y = f(w^T x + b)$ $\left\{ \begin{array}{l} w \text{ 检查, 与真实值符号相同} \\ f(x) : \text{如果当且仅当 } \text{sign}(x) = \begin{cases} +1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \text{ 以上即为 } y_i = f(w^T x_i + b) = \text{sign}(7x_{i1} + 6x_{i2} - 42) = \text{sign}(14 + 12 - 42) = \text{sign}(-16) = -1 \end{array} \right.$

训练 $\left\{ \begin{array}{l} \text{符号函数} \\ \text{当 } w^T x + b \geq 0 \text{ 时, 输出预测值 } y = +1 \\ \text{当 } w^T x + b < 0 \text{ 时, 输出预测值 } y = -1 \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{与真实值的关系} \\ \text{正确分类时, 标签与预测值符号相同} \\ \text{错误分类时, 标签与预测值符号不同} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{对于所有分类错误的样本 } M: \text{将 } y_i(w^T x_i + b) \text{ 作为损失函数} \\ \text{由于分类错误时 } y_i(w^T x_i + b) < 0, \text{ 我们需要这个式子越接近 } 0 \text{ 越好, 即最大化} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{然而损失函数一般都是求最小值, 所以需要变号, 因此将 } -y_i(w^T x_i + b) \text{ 作为损失函数, 最终表达式为 } L(w, b) = -\sum_{x \in M} y_i(w^T x + b), \text{ 其中 } M \text{ 为分类错误的样本集合} \end{array} \right.$

存在问题 $\left\{ \begin{array}{l} \text{超平面不唯一: 只要能将样本分开的, 都是符合要求的超平面} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{噪声敏感} \\ \text{某些超平面的位置太靠边, 如果这些边界稍微加点噪声或添加一些样本, 很可能会错误分类} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{超平面的表示方法不唯一} \\ \text{从数学的角度观察, } 7x_1 + 6x_2 - 42 = 0 \Rightarrow 14x_1 + 12x_2 - 84 = 0, \text{ 但这样就导致超平面的 } w, b \text{ 表示方法不唯一} \end{array} \right.$

无法解决非线性问题

支持向量机就是用来解决上述各种问题的算法

支持向量机的分类

线性可分支持向量机（硬间隔最大化选择最优平面）



线性支持向量机（加入松弛因子，战略放弃一部分样本）



非线性支持向量机（数据升维，核函数）

