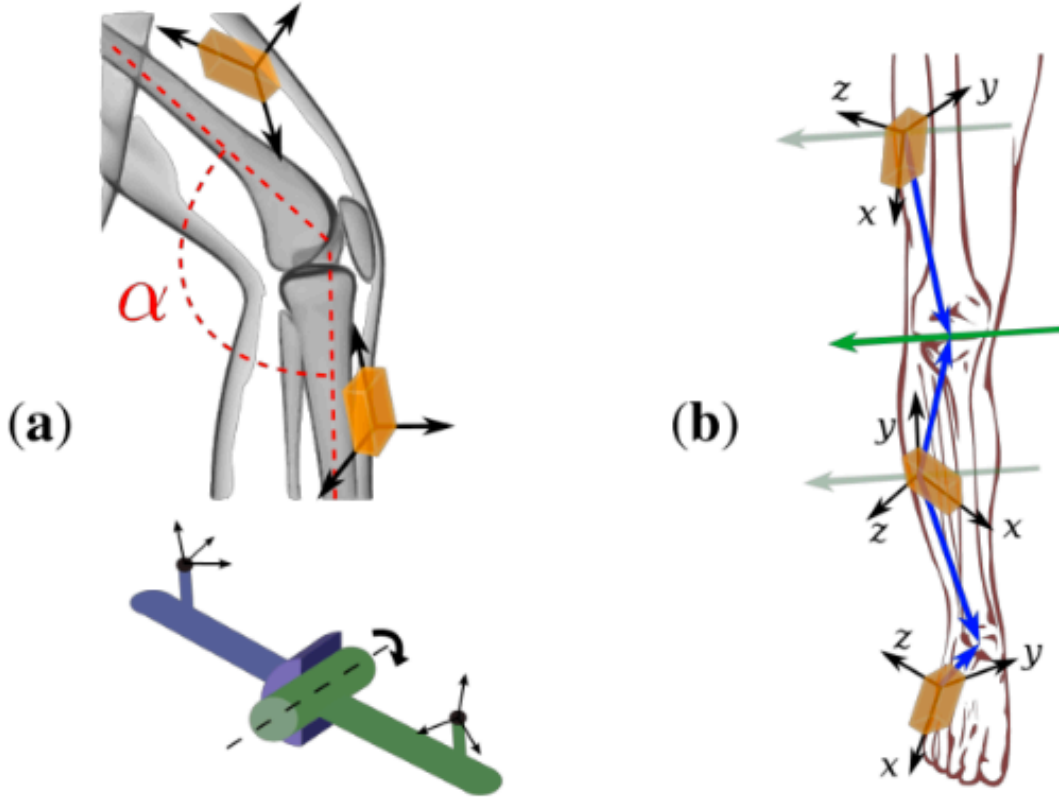


计算膝关节夹角



本算法利用膝关节的行为类似于机械铰链（看上图的a），利用运动学约束，来获得膝关节轴的位置向量和方向向量。

算法仅用到角速度和加速度。

算法可测量信号

两个imu，一个连在大腿上，一个连在小腿上。

- 加速度: $a_1(t), a_2(t) \in R^3$
- 角速度: $g_1(t), g_2(t) \in R^3$

计算两个角速度关于时间的导数 $\dot{g}_1(t), \dot{g}_2(t) \in R^3$

$$\dot{g}_{1/2}(t) = \frac{g_{1/2}(t - 2\Delta t) - 8g_{1/2}(t - \Delta t) + 8g_{1/2}(t + \Delta t) - g_{1/2}(t + 2\Delta t)}{12\Delta t} \quad (1)$$

Step1: 关节轴和位置的识别

收集识别数据，膝盖做任意运动，大概每1/10秒，形成一个数据集 $S(i)$

$$S(i) = \{a_1(t_i), a_2(t_i), g_1(t_i), g_2(t_i), \dot{g}_1(t_i), \dot{g}_2(t_i)\} \quad (2)$$

收集到总数量 $N \gg 1$ 的数据集，用于识别局部关节轴和位置坐标

1. 关节轴坐标的识别：记 $j_1, j_2 \in R^3$ ，是两个传感器的局部坐标中识别的膝关节轴的单位方向向量。铰链头的角速度 $g_1(t), g_2(t)$ 在以关节轴为法向量的平面的投影相等，因此时时刻刻满足这个公式。（画个投影图就看懂了）

$$\|g_1(t) \times j_1\|_2 - \|g_2(t) \times j_2\|_2 = 0 \quad (3)$$

使用球面坐标写 j_1, j_2

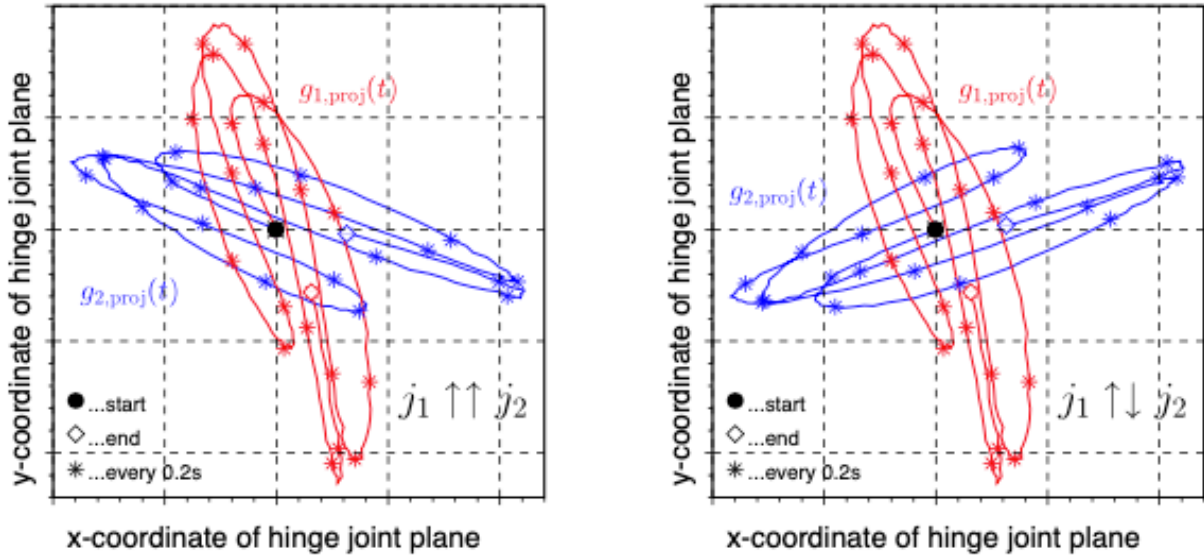
$$j_1 = (\cos(\phi_1) \cos(\theta_1), \cos(\phi_1) \sin(\theta_1), \sin(\phi_1))^T \quad (4)$$

$$j_2 = (\cos(\phi_2) \cos(\theta_2), \cos(\phi_2) \sin(\theta_2), \sin(\phi_2))^T \quad (5)$$

定义出差平方和

$$\Psi(\phi_1, \phi_2, \theta_1, \theta_2) := \sum_{i=1}^N e_i^2, e_i = \|g_1(t_i) \times j_1\|_2 - \|g_2(t_i) \times j_2\|_2 \quad (6)$$

2. 关节轴坐标的匹配符号：需要确保 j_1, j_2 的符号匹配，即指向同一个方向。首先，从识别数据中选择一个周期，在周期内围绕关节轴的角速度可以忽略，即 $g_1(t) \cdot j_1 \approx 0, g_2(t) \cdot j_2 \approx 0$ 。如图所示，两个传感器的局部关节平面中的角速度轨迹揭示了正确的配对。如果符号匹配，它们在旋转时是全等的，如果符号不匹配，它们是彼此的旋转镜像。



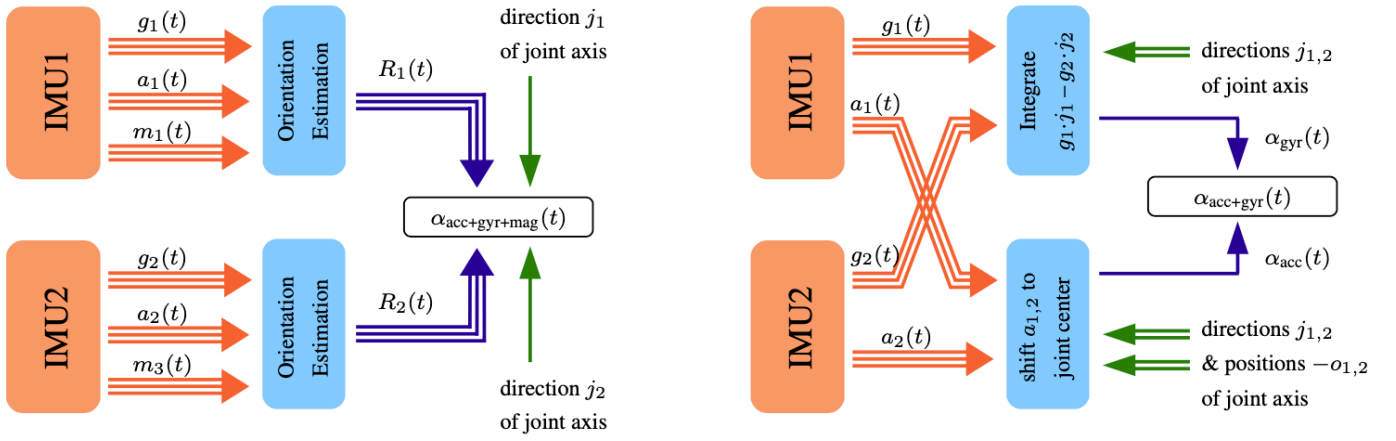
3. 关节轴位置坐标的识别：从关节中心到第一第二传感器框架的原点矢量 $o_1, o_2 \in R^3$ 是常量，仅取决于安装的位置和方向。每个传感器的加速度可以被认为是关节的中心加速度和由于该传感器围绕关节中心旋转而产生的加速度之和。

$$\|a_1(t) - \Gamma_{g_1(t)}(o_1)\|_2 - \|a_2(t) - \Gamma_{g_2(t)}(o_2)\|_2 = 0 \quad \forall t \quad (7)$$

$$\Gamma_{g_i(t)}(o_i) := g_i(t) \times (g_i(t) \times o_i) + \dot{g}_i(t) \times o_i, i = 1, 2,$$

$\Gamma_{g_i(t)}(o_i)$ 是由于绕关节中心旋转而产生的径向和切向加速度，减去 $\Gamma_{g_i(t)}(o_i)$ ，就是关节轴中心的加速度。使用高斯-牛顿算法来最小化误差

Step2: 关节弯曲、伸展的角度计算



有两种思路：

- (左)传感器方位估计用于计算方位差(关节角度)。假设每个imu能够提供相对固定的公共参考系的高精度坐标。
- (右)通过对关节轴周围的角速度差进行积分，问题简化为一维（关节平面），者产生了高精度，但缓慢漂移的关节角度。然后，使用基于加速度的关节角度估计来消除漂移。与左图不同的是，不需要磁力计读数。

1. 传感器方向估计的关节角度：两个传感器相对于公共固定参考系的旋转矩阵为 $R_1(t), R_2(t)$ ，将局部向量转换到参考帧，即 $R_1(t)j_1 = R_2(t)j_2, \forall t$ ，关节角度 $\alpha_{acc+gyr+mag}(t)$ 可以被定义为

$$\alpha_{acc+gyr+mag}(t) = 3d_{\text{角}}(R_1(t)(j_1 \times c), R_2(t)(j_2 \times c)) \quad (8)$$

其中， c 是任意点乘后不为0的向量，即不与 j_1, j_2 平行

在这种算法下，关节的角度与传感器的方位估计一样精确，如果传感器的方位估计是漂移的，那么关节角度也可能是

2. 加速计和陀螺仪数据去计算关节角度：基于陀螺仪的弯曲、伸展角度可以根据关节轴周围的角速度查进行积分来计算，即

$$\alpha_{gyr}(t) = \int_0^t (g_1(\tau) \cdot j_1 - g_2(\tau) \cdot j_2) d\tau \quad (9)$$

通过下面的公式，将测量的加速度转移到关节轴上

$$\tilde{a}_1(t) = a_1(t) - \Gamma_{g_1(t)}(o_1), \tilde{a}_2(t) = a_2(t) - \Gamma_{g_2(t)}(o_2) \quad (10)$$

按照之前的定义 $\tilde{a}_1(t)$ 和 $\tilde{a}_2(t)$ 应该相等，但测量肯定有误差，这两个都只能说是近似值，因此为每个局部帧定义了一对关节轴平面 $x_{1/2}, y_{1/2} \in R^3$

$$\begin{aligned} x_1 &= j_1 \times c, y_1 = j_1 \times x, \\ x_2 &= j_2 \times c, y_2 = j_2 \times x \end{aligned} \quad (11)$$

基于加速度计的关节角度计算

$$acc(t) = 2d_{\text{角}}\left(\begin{bmatrix} \tilde{a}_1(t) \cdot x_1 \\ \tilde{a}_1(t) \cdot y_1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \tilde{a}_2(t) \cdot x_2 \\ \tilde{a}_2(t) \cdot y_2 \end{bmatrix}\right) \quad (12)$$

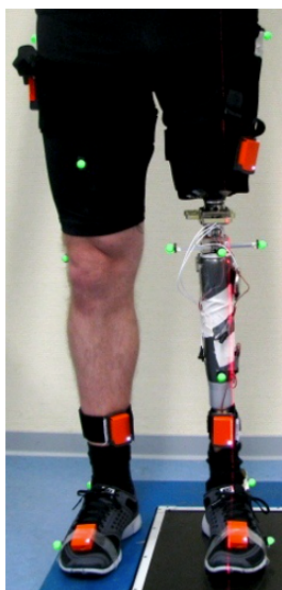
方程对于测量误差很敏感，但重力加速度支配着加速度信号，只有膝盖周接近垂直或膝盖在内侧或外侧方向强烈加速时，误差才会大，现实生活中很少出现。

相比重力加速度， $\Gamma_{g_{1/2}(t)}(o_{1/2})$ 比较小，因此对于 o_1, o_2 的不确定性敏感性低

基于陀螺仪的角度在短时间尺度上非常精确，但表现出约 $1.5^\circ/\text{s}$ 的缓慢漂移(请注意，漂移取决于陀螺仪的偏置)。基于加速度计的角度不会漂移，但会受到加速度计噪声的影响，在加速度变化较大的情况下不可靠，因此使用传感器融合标准工具来结合两个角度，可以使用 **互补滤波器**或者 **卡尔曼滤波器**

实验

- 受试者：胫骨动脉截肢
- 光学标记：120Hz记录，光学步态分析系统
- IMU：在大小腿以及脚上各一个，60hz，提供加速度、角速度，相对于公共全局参考系的传感器方向的估计。



实验过程

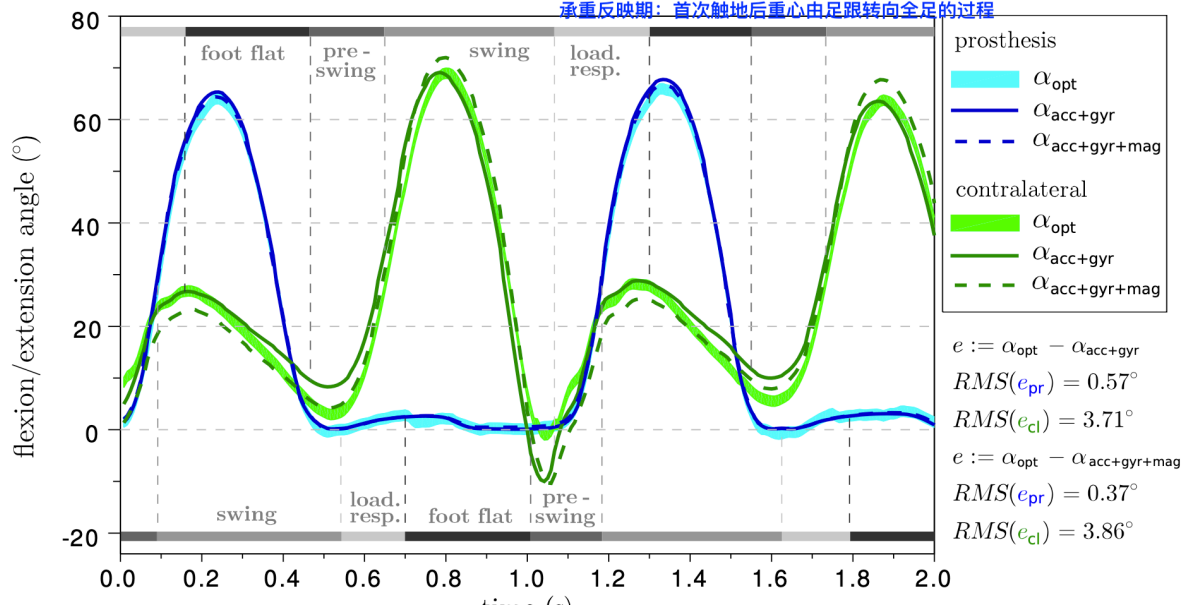
1. 指示受试者执行大腿、小腿和脚的圆周运动，方向幅度任意
2. 受试者按照自己习惯的速度，在直线上重复行走10m

结果

就光学系统而言，两种基于惯性测量单元的方法在假体侧的均方根偏差均小于 0.6，在对侧均大于 3。在所有试验中，两种基于惯性测量单元的方法都产生了相似的值，尽管它们以完全不同的方式使用惯性数据。

膝关节

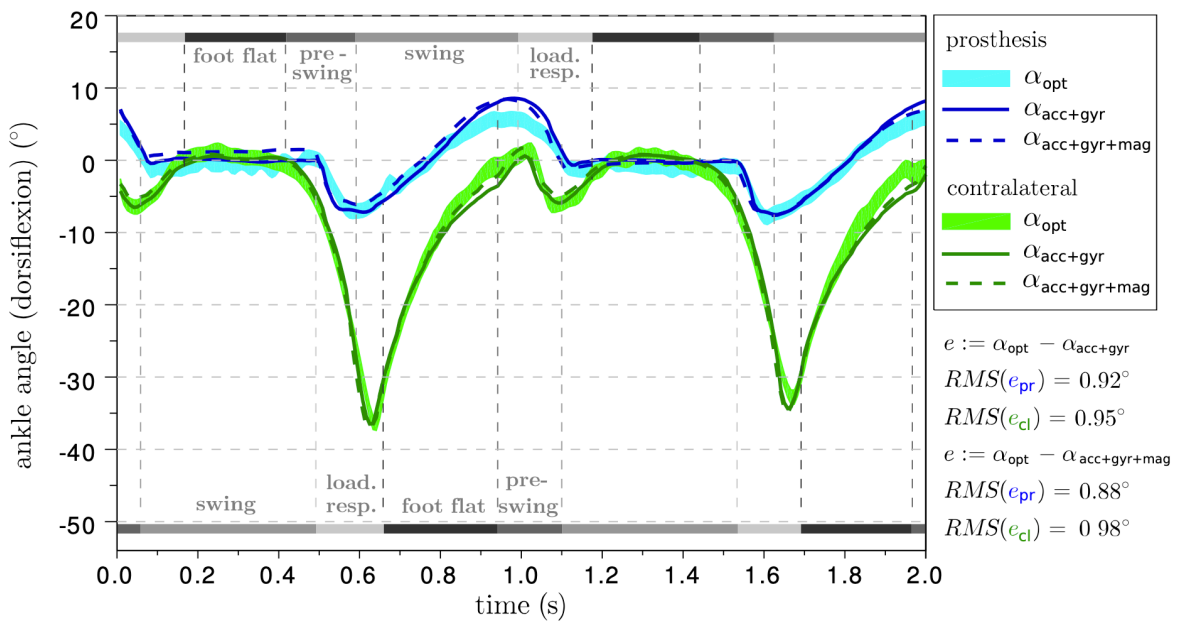
Figure 8. Comparison of the two IMU-based knee flexion/extension angle measurements ($\alpha_{\text{acc+gyr+mag}}(t)$ and $\alpha_{\text{acc+gyr}}(t)$) with the result of an optical gait analysis system ($\alpha_{\text{opt}}(t)$). On the prosthesis side, there is no significant deviation ($e_{\text{pr}} < 0.6^\circ$). However, on the contralateral side, skin and muscle motion effects, which are strongest during push-off and heel-strike, lead to RMS errors e_{cl} of almost 4° .



- 假体侧无明显偏差，然而在对侧，皮肤和肌肉运动效应，在蹬离和脚跟撞击期间最强，导致均方根误差几乎为4。

踝关节

Figure 9. Comparison of the two IMU-based ankle plantar/dorsiflexion angle measurements ($\alpha_{\text{acc+gyr+mag}}(t)$ and $\alpha_{\text{acc+gyr}}(t)$) with the result ($\alpha_{\text{opt}}(t)$) of an optical gait analysis system. Both on the prosthesis side and on the contralateral side, the deviation is about 1° .



- 无论是假体侧还是对侧，偏差都在 1° 左右。

Table 1. Deviations between the knee flexion/extension and ankle plantar/dorsiflexion angle measurements of the optical and the inertial system for six gait trials of a transfemoral amputee. Results are given for $\alpha_{acc+gyr}$ only, since both methods yield very similar results. The deviations vary little ($\sigma \approx 1^\circ$). For the knee angles, the same difference in the accuracies of the prosthesis and human leg is observed as in Figure 8.

		Trials						RMSE	
		1	2	3	4	5	6	σ	Average
knee	prosthesis	0.46°	0.89°	0.59°	0.95°	0.57°	0.77°	0.19°	0.71°
	contralateral	3.25°	2.76°	3.10°	3.16°	0.40°	3.83°	1.20°	3.30°
ankle	prosthesis	0.92°	1.03°	0.91°	0.65°	0.67°	0.69°	0.16°	0.81°
	contralateral	0.95°	1.50°	1.25°	1.53°	1.85°	2.61°	0.57°	1.62°

膝盖误差大，论文里给出的原因是，IMUs和光学标记在假肢的大小腿上式刚性连接。然而，在人的腿上，由于肌肉和皮肤的运动，惯性传感器和标记相对于彼此移动。