# Case Study 2: Bleed System Failures

'20. 2. 22

## Dooyoul Lee

## 1. Population at Risk

블리드시스템 결함 문제의 출처는 Abernethy 박사가 쓴 'The New Weibull Handbook'으로 4장의 2번 사례연구에 소개되어 있다[1]. 19대의 블리드시스템에서 결함이 확인되었고, 결함 시 작동시간과 블리드시스템의 위치는 Table 1에 표기되어 있다. 기지 D에서 10건이 발생하였고, 기지 D를 제외한 기지에서 9건이 발생하였다. Table 2는 기지 D에서 운용 중인 블리드시스템 중 결함이 발생하지 않은 시스템의 작동시간과 대수를 나타낸다. Fig. 1은 책에서 주어진 전체 데이터의 도수분포표를 나타낸다. Y축이확률을 나타내는 것에 유의하기 바란다.

Table 1 Bleed system failures by air base

Air Bases	TSN (h)	Air Base D	TSN (h)
A	153	D	1198
В	872	D	884
С	1568	D	1251
A	1428	D	1249
A	212	D	708
С	808	D	1082
С	1405	D	884
Е	64	D	1105
F	32	D	828
		D	1013

Table 2 Base D units at risk (suspensions), grouped in 100h intervals data format: (midpoint interval × number of units)

250×2	550×2	650×2	750×9	850×23
950×27	1050×20	1150×22	1250×22	1350×11
1450×11	1550×20	1650×8	1750×4	1850×2
1950×3	2050×3	2150×1		

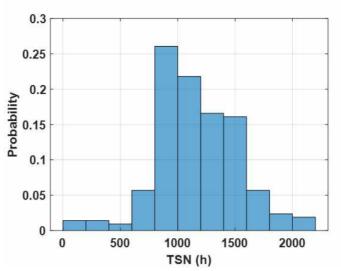


Fig. 1 Histogram of TSN (dataPreprocessing.m)

Table 3. Weibull distribution parameter estimation

	β	η	Failure	Suspension
w/o D: Book	0.86	334478	9	2054
w/o D: JMP	0.96	716	9	0
D only: Book	5.239	2004	10	192
D only: JMP	2.96	3510	10	192

#### 2. Risk Projection Model

블리드시스템의 수명분포를 구하기 위해 와이블분석(Weibull Analysis)을 수행하였다. 2모수 와이블분포(Weibull Distribution)의 분포함수(Distribution Function)는 다음과 같다.

$$F(t) = 1 - \exp\left(-\left(t/\eta\right)^{\beta}\right) \tag{1}$$

여기서  $\beta$ 는 형상모수(Shape Parameter)를 나타내고  $\eta$ 는 특성수명(Characteristic Life)을 의미한다. 와이블분석 결과 기지 D를 제외한 경우의 형상모수는 0.86으로 시간에 따라 결함율이 감소하는 경향을 나타내었다. 반면 기지 D는 와이블분포의 형상모수가 5.23으로 시간에 따라 결함이 감소하는 경향을 나타내었다. 형상모수의 차이로 판단할 때 기지 D와 이외의 기지에서 발생하는 블리드시스템 결함의 근본원인에 차이가 있을 가능성이 높다. 실제 결함 원인분석 결과 기지 D에서 발생하는 블리드시스템의 결함은 달리 해수에 의한 부식이 원인이 되어 발생하였다. 기지 D 이외의 기지에서 발생하는 결함은 다

른 양상을 나타내었다. 여기까지가 책의 내용이고, 책에서 주어진 데이터를 갖고 와이블 분석을 해보면 책과 다른 결과가 나온다(Table 3). 먼저 기지 D를 제외한 경우는 결함데 이터만이 주어져 있기 때문에 동일한 결과를 도출하는 것이 불가능하였다. 기지 D의 경 우도 책에서 주어진 값보다 형상모수가 낮게 나오는 반면 위치모수는 높게 나온다. 각자 미니탭이나 JMP를 사용하여 그 이유를 확인하기 바란다.

## 3. Bleed System Failure Forecast

현재부터 목표로 하는 시점까지 운용 시 예상되는 블리드시스템의 결함확률 (Probability of Failure)은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$POF_b = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{1 - F(t)} \tag{2}$$

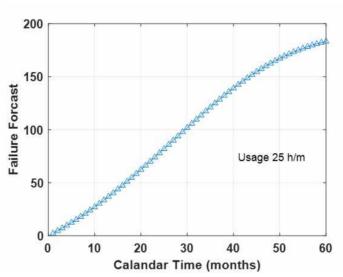


Fig. 2 Bleed system risk - base D (figure\_4\_7.m)

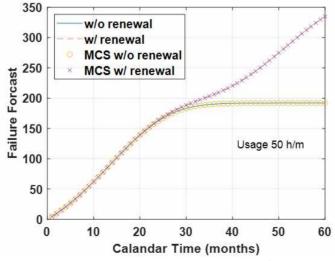


Fig. 3 Bleed system risk with renewal (figure\_4\_8\_v2.m)

여기서  $POF_b$ 는 예상되는 블리드시스템의 결함확률이고, F(t)는 사용시간 t에서 와이블분 포의 분포함수를 나타낸다.

Fig. 2는 월간사용시간이 25시간일 때 60개월 운용에 따른 블리드시스템 결함예측을 나타낸다. 초기 거의 일정한 증가율을 나타내다가 40개월 이후 증가율이 둔화되는 것을 확인할 수 있다. 이와 같은 형태는 전형적인 누적확률분포의 모습과 같다. Fig. 3은 월간 상시간을 50시간으로 증가하였을 때의 결함예측을 보여준다. 25시간에 비해 조기에 최대 결함(전체 블리드시스템 결함)에 이르는 것을 확인할 수 있다. Fig 3은 또한 결함이 발생한 블리드시스템을 교환했을 때의 결함예측 또한 나타낸다. 이 경우 결함의 지속적으로 증가하여 초기 보유한 시스템의 숫자를 초과하는 것을 알 수 있다. 왜냐면 결함이 발생한 시스템이 지속적으로 교체되고, 교체된 시스템의 결함확률은 시간에 따라 증가하기

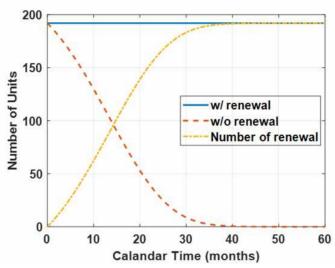


Fig. 4 Number of units with or without renewal (figure\_4\_8\_v2.m)

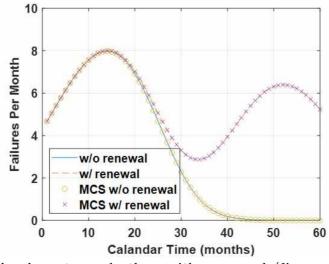


Fig. 5 Bleed system rhythm with renewal (figure\_4\_8\_v2.m)

때문이다. 작동 중인 블리드시스템의 숫자는 교체가 이루어질 경우 일정한 숫자가 유지되는 반면 교체가 이루어지지 않을 경우 지속적으로 감소하게 된다(Fig. 4). Fig. 3에서 Eq. (2)에 의한 예측과 몬테카를로 시뮬레이션((Monte Carlo Simulation, MCS))을 이용한 예측이 잘 맞는 것을 확인할 수 있다. 마지막으로 Fig. 5는 매달 결함의 증가를 나타낸다. 교체가 이루어지지 않는 경우는 하나의 봉우리가 나타나며, 형태는 블리드시스템 수명분포의 밀도함수에 의해 결정된다. 교체가 이루어지는 경우는 두 개의 봉우리가 나타난다. 신뢰성공학자들은 이와 같은 파도형태를 리듬(Rhythm)이라고 부른다고 책에 나와 있다. 자세한 구현 방법은 첨부한 Matlab 파일을 참고하기 바란다.

참고로 결함확률이 일정 수준 이상일 때 교체하는 경우를 Fig. 6과 Fig. 7에 나타내었다. 앞서 수행한 결함예측에서는 매달 결함이 발생한 블리드시스템과 동일한 숫자의 블

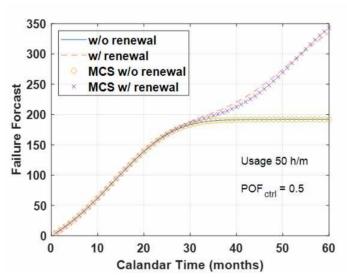


Fig. 6 Comparison of risk by renewal methods (figure\_4\_8\_v3.m)

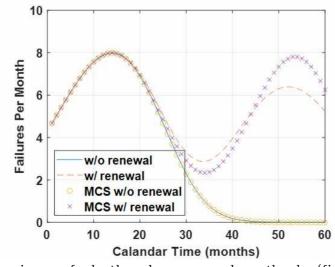


Fig. 7 Comparison of rhythm by renewal methods (figure\_4\_8\_v2.m)

리드시스템이 도입되는 것으로 가정한 반면 Fig. 6과 7의 MCS는 개별 시스템의 결함확률이 50%로 도달하면 새로운 시스템이 도입되는 것으로 가정하여 수행하였다. 이 때 기존 시스템의 결함확률은 앞서와 마찬가지로 지속적으로 증가한다. 결함예측은 기존 시스템의 결함예측과 새로 도입된 시스템의 시간에 따른 결함예측의 합이다. Fig. 6에서 확인할 수 있듯이 결함예측의 형태는 기존의 계산과 비슷하다. 왜 이렇게 나오는지에 대한이유는 좀 더 생각이 필요하다.

# 참고문헌

[1] Abernethy, R. B., The New Weibull Handbook.

## 관련코드

dataPreprocessing.m

figure\_4\_7.m

figure\_4\_8\_v1.m

figure\_4\_8\_v2.m

figure\_4\_8\_v3.m