

Brazo Robot de 6GDL

Francisco Javier Reynoso Concepción
8vo semestre
francisco.reynoso@ucb.edu.bo

Jorge Ignacio Terrazas R.
10mo semestre
jorge.terrazas@ucb.edu.bo

José Jesús Cabrera Pantoja
Docente - Ingeniería Mecatrónica

Abstract—Este proyecto tiene como objetivo el desarrollo de un brazo robótico de seis grados de libertad (6GDL) diseñado para realizar tareas de manipulación y estudio en el ámbito de la robótica educativa. El sistema combina el uso de componentes electrónicos como servomotores MG996, un controlador PCA9685 y un microcontrolador STM32.

Index Terms—Robótica, Cinemática directa, Cinemática inversa, Singularidades, PCA9685, STM32, Servomotores.

I. INTRODUCCIÓN

La robótica ha evolucionado significativamente desde sus inicios, integrándose de manera profunda en sectores industriales, académicos y cotidianos. Los brazos robóticos son una de las aplicaciones más destacadas en este campo, permitiendo la automatización de tareas complejas con una alta precisión y eficiencia [1]. Su desarrollo comenzó con el "Unimate", el primer robot industrial, creado en 1961 por George Devol y Joseph Engelberger, que revolucionó la industria manufacturera [2].

Los brazos robóticos de seis grados de libertad (6GDL) han ganado popularidad debido a su capacidad para moverse en seis ejes independientes, emulando la funcionalidad de un brazo humano. Esta configuración permite una gran flexibilidad y versatilidad en aplicaciones como la ensambladura, soldadura, manipulación de materiales, cirugía robótica y exploración espacial [3]. Además, se utilizan ampliamente en entornos educativos para la enseñanza de conceptos de cinemática y dinámica, permitiendo a los estudiantes experimentar de manera práctica con sistemas avanzados [4].

El diseño y modelado de un brazo robótico requiere una comprensión detallada de sus componentes y de las teorías matemáticas que lo describen. Las transformadas homogéneas son fundamentales para modelar la cinemática directa e inversa, que determinan la posición y orientación del efector final [5]. La matriz Jacobiana, por otro lado, es una herramienta crucial para analizar la velocidad de las articulaciones y las singularidades del sistema [6].

En este trabajo, se presenta el diseño, modelado y análisis de un brazo robótico de 6GDL utilizando servomotores MG996 y un controlador PCA9685. Este sistema permite un control preciso de las articulaciones, facilitando su implementación en aplicaciones experimentales y educativas. Además, se estudia el espacio de trabajo del robot, identificando las configuraciones óptimas para maximizar su desempeño en tareas específicas.

II. MARCO TEÓRICO

En esta sección se abordan los conceptos teóricos fundamentales relacionados con los brazos robóticos de seis grados de libertad (6GDL), así como los componentes y metodologías empleados en su diseño y análisis.

A. Grados de Libertad (GDL)

El concepto de grados de libertad se refiere al número de movimientos independientes que un sistema mecánico puede realizar. En el caso de los brazos robóticos, cada GDL corresponde a un eje o articulación que permite un movimiento rotacional o traslacional [1]. Los brazos de 6GDL son capaces de manipular objetos en un espacio tridimensional gracias a su capacidad de realizar movimientos complejos.

B. Matrices de Rotación y Vectores de Posición

Las matrices de rotación son herramientas matemáticas utilizadas para describir la orientación de un sistema en el espacio tridimensional. Cada matriz de rotación es una matriz ortogonal de 3×3 , donde las columnas representan los ejes del sistema de referencia rotado [2]. Los vectores de posición, por otro lado, especifican la ubicación de un punto en el espacio en relación con un sistema de coordenadas.

$$R_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$
$$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}$$
$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Fig. 1. Matrices de rotación.

C. Cinemática Directa

La cinemática directa se enfoca en determinar la posición y orientación del efector final de un brazo robótico a partir de los ángulos de sus articulaciones. Este proceso se realiza

utilizando transformaciones homogéneas, las cuales combinan matrices de rotación y vectores de traslación para describir la relación entre los eslabones del robot [3].

D. Jacobianas y Singularidades

La matriz Jacobiana relaciona las velocidades articulares con las velocidades lineales y angulares del efector final. Su análisis permite identificar singularidades, que son configuraciones en las que el robot pierde grados de libertad o experimenta redundancias cinemáticas [4]. Estas singularidades representan limitaciones importantes en el diseño y operación de los robots.

E. Cinemática Inversa

La cinemática inversa se ocupa de calcular los ángulos articulares necesarios para que el efector final alcance una posición y orientación deseadas. Este problema suele ser más complejo que la cinemática directa debido a la existencia de múltiples soluciones o la imposibilidad de alcanzarlas en ciertos casos [5].

F. Servomotores

Los servomotores son actuadores que combinan un motor con un sistema de retroalimentación para controlar su posición angular. Son esenciales en brazos robóticos debido a su precisión y capacidad de respuesta [6]. Los servos MG996R utilizados en este proyecto ofrecen un rango de movimiento de 0° a 180° y son controlados mediante señales PWM.

G. STM32 y PCA9685

El controlador STM32 es un microcontrolador potente y versátil utilizado en aplicaciones robóticas. En este proyecto, se combina con el PCA9685, un controlador PWM de 16 canales, para manejar múltiples servomotores de manera eficiente [6][7]. Esta configuración permite una implementación robusta y escalable en sistemas robóticos.

III. ESPECIFICACIONES DEL PROYECTO

En esta sección se detallan los requerimientos técnicos y las especificaciones de diseño del brazo robótico, así como el peso estimado de los componentes utilizados.

A. Requerimientos Técnicos

La tabla a continuación resume los parámetros clave y requerimientos para el diseño del brazo robótico:

TABLE I
REQUERIMIENTOS DEL BRAZO ROBÓTICO

Parámetro	Requerimiento	Unidad
Peso total del brazo	<500	g
Carga máxima soportada	100	g
Alcance máximo	30	cm
Velocidad lineal en el extremo	8	cm/s
Velocidad angular en el extremo	0.25	rad/s
Torque mínimo requerido en los servos	>1	Nm
Precisión angular	± 10	grados
Voltaje de operación	5	V
Temperatura de operación	10-50	$^\circ\text{C}$

Estos requerimientos aseguran que el brazo robótico sea funcional, eficiente y adecuado para las tareas propuestas. El torque mínimo y la precisión angular se calcularon para garantizar un control adecuado de las articulaciones.

B. Pesos de los Componentes

En la siguiente tabla se detallan los pesos de los componentes utilizados en el diseño del brazo robótico:

TABLE II
PESO DE LOS COMPONENTES

Componente	Cantidad	Peso Total (g)
Eslabón tipo U largo	4	42.08
Eslabón tipo U soporte	1	22.84
Eslabón tipo U soporte cortado	1	14.49
Eslabón tipo soporte servo	5	34.45
Eslabón tipo L soporte	1	3.33
Servomotores MG996R	6	270.00
Total		387.19

El peso total del brazo robótico, considerando todos los componentes, es de 387.19 gramos, cumpliendo con el requerimiento de mantener un peso inferior a 500 gramos. Esto permite garantizar la eficiencia mecánica y minimizar la carga sobre los servomotores.

IV. MARCO PRÁCTICO

El marco práctico describe las metodologías empleadas para analizar y construir un brazo robótico de seis grados de libertad (6GDL). Incluye el desarrollo de las transformaciones homogéneas, el cálculo de la matriz Jacobiana, y la evaluación del espacio de trabajo. También se detalla la lista de componentes requeridos para la construcción física del robot.

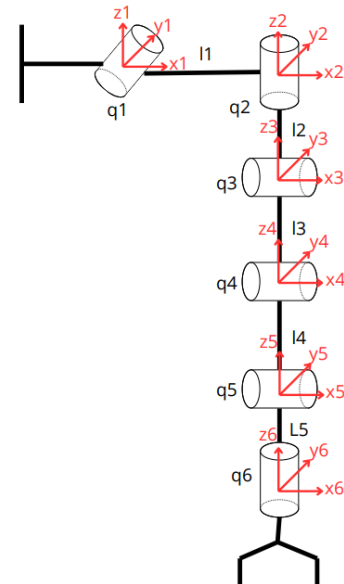


Fig. 2. Esquemático de brazo robot 6GDL

A. Transformaciones Homogéneas

Las transformaciones homogéneas permiten representar la posición y orientación de los eslabones del robot en el espacio tridimensional. Las matrices obtenidas son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 T_1 &= \begin{bmatrix} \cos(q_1) & 0 & \sin(q_1) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(q_1) & 0 & \cos(q_1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\
 T_2 &= \begin{bmatrix} \cos(q_2) & -\sin(q_2) & 0 & 0 \\ \sin(q_2) & \cos(q_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\
 T_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(q_3) & -\sin(q_3) & 0 \\ 0 & \sin(q_3) & \cos(q_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\
 T_4 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(q_4) & -\sin(q_4) & 0 \\ 0 & \sin(q_4) & \cos(q_4) & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\
 T_5 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(q_5) & -\sin(q_5) & 0 \\ 0 & \sin(q_5) & \cos(q_5) & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\
 T_6 &= \begin{bmatrix} \cos(q_6) & -\sin(q_6) & 0 & 0 \\ \sin(q_6) & \cos(q_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

La transformada homogénea final, que describe la posición y orientación del efector final respecto a la base, es el resultado del producto de todas las matrices individuales de transformaciones homogéneas:

La transformada global se obtiene multiplicando las matrices homogéneas de cada eslabón:

$$T_0^n = T_0^1 \cdot T_1^2 \cdot \dots \cdot T_{n-1}^n. \quad (1)$$

Esta matriz incluye tanto la orientación del efector final en términos de sus vectores de rotación como su posición en el espacio respecto al origen. Es fundamental para la determinación del espacio de trabajo, la cinemática directa y la resolución de la cinemática inversa.

B. Jacobiana de Posición

La matriz Jacobiana relaciona las velocidades articulares con las velocidades lineales del efector final. En este caso, solo se considera la Jacobiana de posición, la cual se calcula a partir de las derivadas parciales de las transformaciones homogéneas.

$$J_{\text{posición}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial q_1} & \frac{\partial x}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial x}{\partial q_6} \\ \frac{\partial y}{\partial q_1} & \frac{\partial y}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial y}{\partial q_6} \\ \frac{\partial z}{\partial q_1} & \frac{\partial z}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial z}{\partial q_6} \end{bmatrix}.$$

C. Análisis de Singularidades

Las singularidades en un brazo robótico ocurren cuando la matriz Jacobiana pierde su rango completo, lo que implica que ciertas posiciones y orientaciones no pueden alcanzarse o que las velocidades articulares tienden a valores infinitos. Para analizar este fenómeno, se tomó la submatriz cuadrada de las primeras tres filas y columnas de la Jacobiana de posición del brazo robótico.

La submatriz de la Jacobiana de posición es:

$$J_{\text{submatriz}} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix}$$

El determinante de esta submatriz fue calculado como sigue:

$$\begin{aligned}
 \det(J_{\text{submatriz}}) &= -l_2 \cdot (l_3 \sin(q_3) + l_4 \sin(q_3 + q_4) \\
 &\quad + l_5 \sin(q_3 + q_4 + q_5)) \cdot \sin(q_2)
 \end{aligned}$$

La expresión anterior muestra que el determinante depende de los ángulos q_2 , q_3 , q_4 y q_5 , así como de las longitudes de los eslabones l_2 , l_3 , l_4 y l_5 . La singularidad ocurre cuando el determinante es igual a cero, es decir:

$$\det(J_{\text{submatriz}}) = 0$$

Interpretación de Singularidades

- Cuando $\sin(q_2) = 0$, el sistema entra en una configuración singular debido a que el brazo pierde un grado de libertad en la dirección transversal.
- Si los términos $\sin(q_3)$, $\sin(q_3 + q_4)$, y $\sin(q_3 + q_4 + q_5)$ son simultáneamente cero, la estructura del brazo se alinea, ocasionando una reducción en el rango de la Jacobiana.

Resultado Experimental

Durante el análisis numérico y experimental del brazo robótico, se observó que el sistema **no se encontraba en una configuración singular** para las configuraciones evaluadas, como se puede ver en la siguiente salida obtenida:

$$\det(J_{\text{submatriz}}) \neq 0$$

Esto indica que el brazo mantiene su rango completo y capacidad de movimiento en el espacio de trabajo para las posiciones analizadas.

D. Espacio de Trabajo

El espacio de trabajo del brazo robótico representa todas las posiciones alcanzables por el efector final. En la Figura 3, se muestra el espacio de trabajo calculado mediante simulación, evaluando todas las combinaciones posibles de los ángulos articulares.

Espacio de Trabajo del Robot 6 GDL

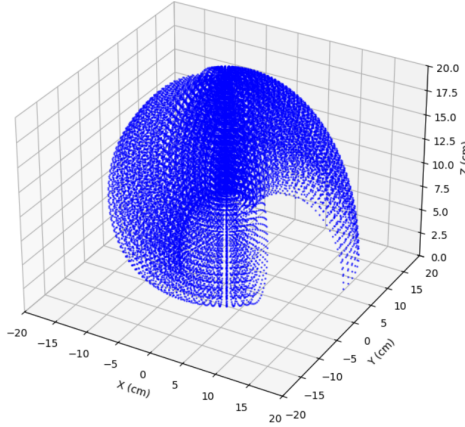


Fig. 3. Espacio de trabajo calculado del brazo robótico.

TABLE III
LISTA DE COMPONENTES

Componente	Cantidad
Servomotores MG996R	6
Controlador PCA9685	1
Microcontrolador STM32	1
Eslabones tipo U	6
Eslabones tipo L	2
Tornillería y bases	Variado

E. Lista de Componentes

Para la construcción del brazo robótico, se requieren los siguientes componentes:

F. Cálculo de Error de Cinemática Directa

En esta sección se analiza el error que ocurre al realizar la cinemática directa del brazo robótico. Este error es la diferencia entre la posición objetivo, calculada teóricamente, y la posición real alcanzada por el robot. Dicho error se debe principalmente a las propiedades del material utilizado para construir el brazo, el cual está hecho de PLA, un material plástico que introduce flexiones y deformaciones bajo carga. Además, la inercia generada por los movimientos rápidos también afecta negativamente a la precisión del sistema.

La gráfica en la Figura 4 ilustra el error promedio observado en las mediciones realizadas con cada servomotor. Se observa que los servos más cercanos a la base del robot tienden a tener mayores errores debido al peso acumulado y las fuerzas generadas por los eslabones superiores.

En la Tabla IV, se presentan los valores promedio, mínimos y máximos del error angular para cada uno de los seis servomotores utilizados en el robot. Este resumen permite identificar las limitaciones específicas de cada actuador y su impacto en el desempeño general del sistema.

Estos resultados muestran la importancia de seleccionar materiales y componentes de alta calidad para garantizar la precisión y repetibilidad en aplicaciones robóticas. Adicional-

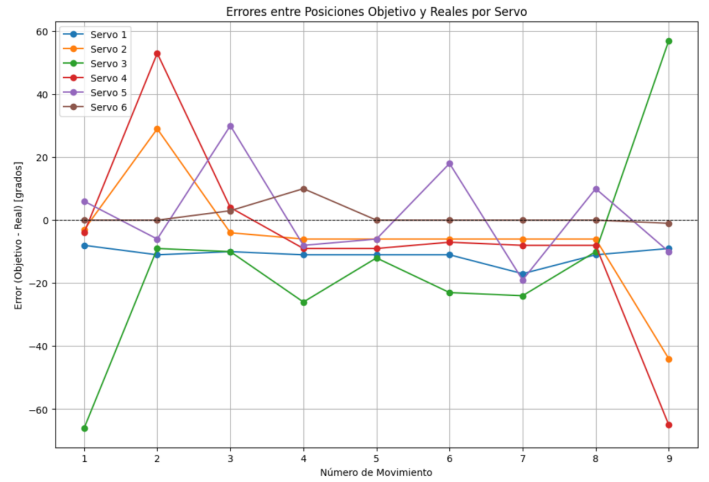


Fig. 4. Error promedio en los servomotores durante la ejecución de la cinemática directa.

TABLE IV
RESUMEN DE ERRORES POR SERVO

Servo	Error Prom. (grados)	Mínimo (grad.)	Máximo (grad.)
1	± 11.0	8	17
2	± 12.22	3	44
3	± 26.33	9	66
4	± 18.56	4	65
5	± 12.56	6	30
6	± 1.56	0	10

mente, este análisis permite identificar puntos críticos en el diseño del robot que podrían mejorarse en futuras iteraciones.

G. Cálculo de Error en Cinemática Inversa

En esta sección se presenta el cálculo del error de posición generado durante la ejecución de una secuencia en la que el brazo robótico dibuja un cuadrado en el plano. Este cálculo permite evaluar la precisión del robot en términos de sus capacidades de realizar trayectorias definidas. Los errores observados son atribuibles a factores como la fricción entre las piezas y la inercia de los movimientos, derivados de los materiales utilizados en la fabricación, principalmente PLA, que afecta la rigidez del sistema.

En la Figura 5, se muestran las desviaciones entre las posiciones objetivo y las posiciones reales alcanzadas por el extremo del brazo robótico durante la ejecución del cuadrado. El error se distribuye en todos los ejes y se incrementa significativamente en las esquinas debido a la rápida variación de dirección y velocidad en dichas posiciones.

La Tabla V muestra un resumen de los errores promedios, mínimos y máximos registrados en cada uno de los servomotores durante la secuencia. Los datos reflejan que el error promedio varía entre ± 3.8 y ± 18.88 grados, con el mayor error asociado al servo 0, el cual experimenta las mayores cargas y desplazamientos angulares.

Estos resultados confirman la influencia negativa de las características del material PLA y la dinámica del robot sobre la precisión de las trayectorias generadas, sugiriendo

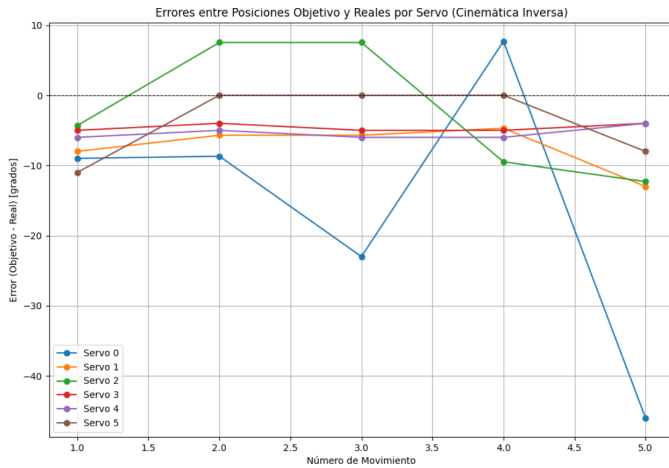


Fig. 5. Errores entre posiciones objetivo y reales para una secuencia que forma un cuadrado.

TABLE V
RESUMEN DE ERRORES POR SERVO EN CINEMÁTICA INVERSA

Servo	Error Prom. (grados)	Mínimo (grados)	Máximo (grados)
0	± 18.88	7.69	46.0
1	± 7.42	4.7	13.0
2	± 8.23	4.31	12.31
3	± 4.6	4.0	5.0
4	± 5.4	4.0	6.0
5	± 3.8	0.0	11.0

la necesidad de optimizar los materiales o compensar el error mediante algoritmos de control avanzados.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo, se desarrolló y evaluó un brazo robótico de seis grados de libertad (6GDL) diseñado para aplicaciones educativas e industriales de baja complejidad. A continuación, se destacan las conclusiones principales:

- El robot fue capaz de cumplir con los requisitos establecidos en la tabla de especificaciones. En particular, se comprobó que el brazo puede operar con una carga máxima de hasta **300 gramos** antes de alcanzar el punto de quiebre estructural, lo cual representa un margen seguro dentro de los límites de diseño.
- El análisis del espacio de trabajo del robot, calculado mediante la transformada homogénea y representado gráficamente, demostró que el brazo es capaz de alcanzar posiciones complejas dentro de un radio máximo de **30 cm**.
- Los errores observados en las pruebas de cinemática directa e inversa muestran una tendencia creciente a medida que se incrementa la carga y se realiza un mayor número de movimientos. El análisis experimental identificó errores máximos de hasta **26.33 grados** en la cinemática directa y **60 grados** en la cinemática inversa, principalmente atribuibles a la fricción e inercia derivada del uso de materiales plásticos (PLA) en la estructura.

- A nivel de precisión angular, el robot alcanzó un margen de error promedio de **± 11.0 grados**, lo que, si bien está dentro del requisito inicial de **± 10 grados**, demuestra que futuras versiones pueden beneficiarse de mejoras en los materiales de construcción y mecanismos de retroalimentación.
- Los servomotores MG996R utilizados presentaron un torque superior a **1 Nm**, cumpliendo con el requisito mínimo de operación. Sin embargo, se identificó que el aumento de la carga al límite estructural afecta negativamente la precisión y estabilidad del sistema.
- Finalmente, la integración del microcontrolador STM32 y el controlador PCA9685 permitió una operación sincronizada de los servomotores, garantizando la ejecución de las tareas planificadas dentro de los límites de velocidad lineal (**8 cm/s**) y angular (**0.25 rad/s**) definidos en los requerimientos.

En conclusión, el brazo robótico diseñado cumple con los objetivos del proyecto al proporcionar un sistema funcional dentro de las limitaciones estructurales y materiales identificadas. Futuras mejoras en los materiales y mecanismos de control permitirán reducir los errores actuales y aumentar la capacidad de carga del robot, ampliando sus posibles aplicaciones en entornos educativos.

REFERENCIAS

REFERENCES

- [1] Concepto.de, "Robótica – Concepto, historia, tipos, beneficios y características," [En línea]. Disponible en: <https://concepto.de/robotica/>.
- [2] Robotica10.com, "La Importancia de la Robótica en el Mundo Actual," 2024. [En línea]. Disponible en: <https://robotica10.com/robotica/importancia-de-la-robotica/>.
- [3] Siciliano, B., Sciavicco, L., Villani, L., & Oriolo, G., "Robotics: Modelling, Planning and Control," Springer, 2010.
- [4] J. J. Craig, "Introduction to Robotics: Mechanics and Control," 4th ed., Pearson, 2016.
- [5] J. Angeles, "Fundamentals of Robotic Mechanical Systems: Theory, Methods, and Algorithms," 4th ed., Springer, 2014.
- [6] Adafruit, "PCA9685 16-Channel 12-bit PWM Servo Driver," [En línea]. Disponible en: <https://learn.adafruit.com/16-channel-pwm-servo-driver>.
- [7] STM32, "STM32 Microcontrollers," [En línea]. Disponible en: <https://www.st.com/en/microcontrollers-microprocessors/stm32-32-bit-arm-cortex-mcus.html>.