

บทที่ 6

วงจรวกเลขไบนารี

บทนำ

วงจรวก-ลบเลขไบนารี คือวงจรลอจิกที่ทำหน้าที่การคำนวณทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อภาคคำนวณในระบบคอมพิวเตอร์ ส่วนการคูณและการหารนั้นจะใช้วิธีการบวกและลบ หลายๆครั้ง เพื่อให้ได้ค่าตามต้องการ

สาระการเรียนรู้

1. การบวกเลขไบนารี
2. วงจรวกเลขไบนารี
3. การลบเลขไบนารี
4. วงจรลบเลขไบนารี

สรุทธนะประจำหน่วย

1. แสดงความรู้เกี่ยวกับความหมายของการบวกเลขไบนารีได้
2. แสดงความรู้เกี่ยวกับการออกแบบวงจรวกเลขไบนารีได้
3. แสดงความรู้เกี่ยวกับความหมายของการลบเลขไบนารีได้
4. แสดงความรู้เกี่ยวกับการออกแบบวงจรลบเลขไบนารีได้

จุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อให้

1. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับวงจรวกเลขไบนารี
2. มีทักษะในการออกแบบวงจรวกเลขไบนารี
3. มีกึณิสัยในการทำงานด้วยความรับผิดชอบ รอบคอบและปลอดภัย

6.1 การบวกเลขไบนารี

เลขไบนารีหรือเลขฐานสองนั้นประกอบไปด้วยเลขจำนวนสองตัว คือ 0 และ 1 ดังนั้นแต่ละหน่วยของเลขไบนารีจึงมีค่าไม่เกิน 1 หากทำการบวกกันแล้วเกินหนึ่งจะต้องทดไปในหน่วยถัดไป โดยทำการบวกเหมือนเลขฐานสิบที่ใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งทำการบวกจากทางขวามือไปทางซ้ายมือ

หลักการบวกเลขเลขไบนารี

$$0 + 0 \quad \text{ได้ } 0 \quad \text{ทด } 0$$

$$0 + 1 \quad \text{ได้ } 1 \quad \text{ทด } 0$$

$$1 + 0 \quad \text{ได้ } 1 \quad \text{ทด } 0$$

$$1 + 1 \quad \text{ได้ } 0 \quad \text{ทด } 1$$

$$1 + 1 + 1 \quad \text{ได้ } 1 \quad \text{ทด } 1$$

ตัวอย่าง จงบวกเลขไบนารี $1111101_2 + 1101101_2$

$$\begin{array}{r} \begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & & 1 & \\ & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} & \text{ตัวทด} \\ + \\ \begin{array}{ccccccc} & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array} \end{array}$$

$$\text{สรุป } 1011101_2 + 1111001_2 = 11010110_2$$

ตัวอย่าง จงบวกเลขไบนารี $1100101_2 + 1001100_2$

$$\begin{array}{r} \begin{array}{ccccccc} 1 & & & 1 & 1 & & \\ & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} & \text{ตัวทด} \\ + \\ \begin{array}{ccccccc} & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \end{array}$$

$$\text{สรุป } 1100101_2 + 1001100_2 = 10110001_2$$

6.2 วงจรบวกเลขไบนารี

6.2.1 วงจรบวกเลขไบนารี จำนวน 2 บิต โดยไม่คิดตัวทด ซึ่งมีการใช้งานคือ เมื่อป้อนค่าเลขไบนารีจำนวน 2 บิตแล้ว ให้แสดงผลการบวก และแสดงผลว่ามีตัวทดในการบวกครั้งนั้นหรือไม่

กำหนดจำนวนตัวแปร

กำหนดให้อินพุตมีทั้งหมด 2 ตัวแปร คือ A และ B

กำหนดให้อาต์พุตมีทั้งหมด 2 ตัวแปร คือ C_o และ Y

ตารางความจริงจากตัวแปรอินพุตและอาต์พุต

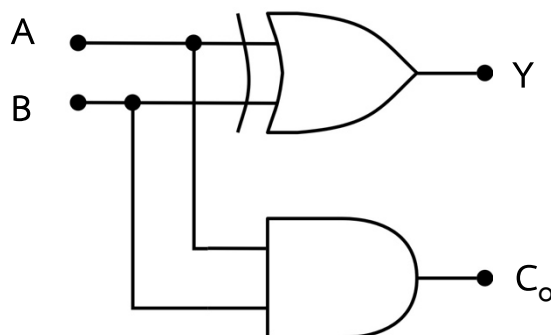
ตารางที่ 6.1 ตารางความจริงวงจรวกเลขไบนารีแบบไม่คิดตัวทด

อินพุต		เอาต์พุต	
A	B	Y (ผลลัพธ์)	C_o (ตัวทด)
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

สมการลอจิก เอาต์พุต 1 คือ $Y = A \oplus B$

สมการลอจิก เอาต์พุต 2 คือ $C_o = A \cdot B$

นำสมการลอจิกเขียนเป็นวงจรลอจิกเกต



ภาพที่ 6.1 วงจรวกเลขไบนารี จำนวน 2 บิต โดยไม่คิดตัวทด

6.2.2 วงจรบวกเลขไบนารี จำนวน 2 บิต โดยคิดตัวทด ซึ่งมีการใช้งานคือ เมื่อป้อนค่าเลขไบนารีจำนวน 2 บิตแล้ว ให้แสดงผลการบวกโดยคิดตัวทด และแสดงผลตัวทด

กำหนดจำนวนตัวแปร

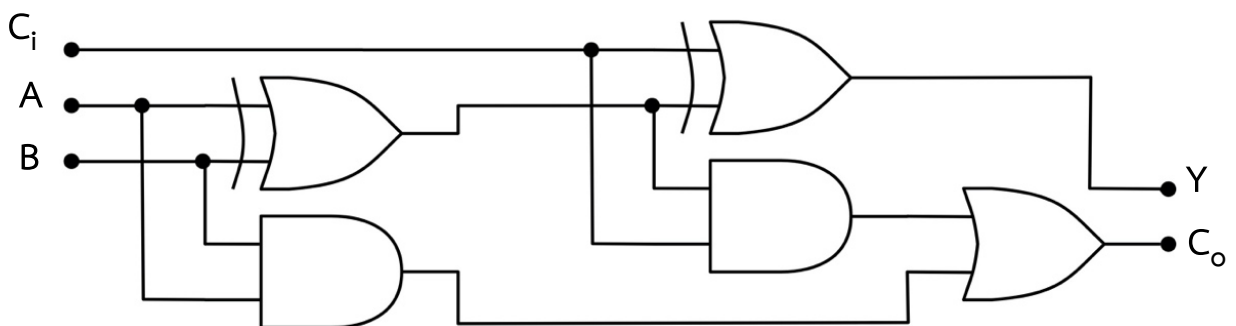
กำหนดให้อินพุตมีทั้งหมด 2 ตัวแปร คือ A, B และ C_i

กำหนดให้อาต์พุตมีทั้งหมด 2 ตัวแปร คือ C_o และ Y

ตารางความจริงจากตัวแปรอินพุตและเอาต์พุต

ตารางที่ 6.2 ตารางความจริงวงจรวกเลขไบนารีโดยคิดตัวทด

อินพุต			เอาต์พุต	
A	B	C_i (ตัวทดเข้า)	C_o (ตัวทดออก)	Y (ผลลัพธ์)
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1



ภาพที่ 6.2 วงจรวกเลขไบนารี โดยคิดตัวทด

6.3 การลบเลขไบนารี

การลบเลขไบนารีหรือเลขฐานสองนั้น วิธีการลบจะเหมือนกับการลบเลขฐานสิบที่ใช้ในชีวิตประจำวัน คือ การลบหลักที่มีค่าต่ำที่สุดก่อนแล้วจึงลบหลักที่มีค่ามากขึ้นไปทางซ้ายมือ หากตัวตั้งมีค่ามากกว่าตัวลบ ผลลัพธ์ที่ได้จะไม่ติดลบ หากตัวตั้งน้อยกว่าตัวลบจะต้องยืมหลักถัดไปทางซ้ายมือคือหลักที่มีค่ามากกว่า และเมื่อยืมหลักทางซ้ายมือค่าของตัวยืมจะมีค่าเท่ากับ 2

หลักการลบเลขฐานสอง

0 – 0 ได้ 0

0 – 1 ลบไม่ได้ ต้องยืมหลักถัดไป เมื่อยืมแล้ว ลบได้ 1

1 – 0 ได้ 1

1 – 1 ได้ 0

ตัวอย่าง จงลบเลขฐานสอง $1101111_2 - 1001110_2$

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
 - \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\
 \hline
 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1
 \end{array}$$

สรุป $1101111_2 - 1001110_2 = 10001_2$

ตัวอย่าง จงลบเลขฐานสอง $1101101_2 - 1001100_2$

ยืมมาเป็น 2 แต่ถูกยืมต่อ จึงเหลือ 1

↓

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccc}
 & 0 & 1 & 2 & 0 & 2 & \\
 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1
 \end{array} \\
 - \quad \begin{array}{ccccccc}
 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1
 \end{array}
 \end{array}$$

สรุป $1100101_2 - 1001100_2 = 1011_2$

6.4 วงจรเลขไบนารี

6.4.1 วงจรเลขไบนารี จำนวน 2 บิต โดยไม่คิดตัวยืม ซึ่งมีการใช้งานคือ เมื่อป้อนค่าเลขไบนารีจำนวน 2 บิตแล้ว ให้แสดงผลการลบโดยคิดตัวยืม และแสดงผลตัวยืม

กำหนดจำนวนตัวแปร

กำหนดให้อินพุตมีทั้งหมด 2 ตัวแปร คือ A และ B

กำหนดให้อาต์พุตมีทั้งหมด 2 ตัวแปร คือ B_o และ Y

ตารางความจริงจากตัวแปรอินพุตและอาต์พุต

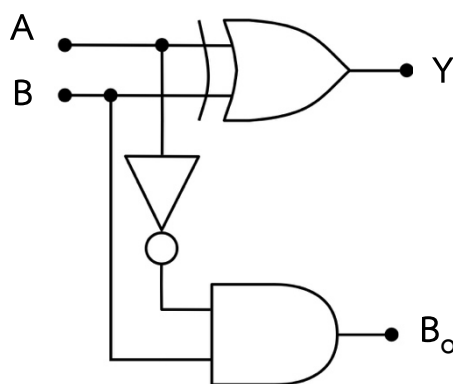
ตารางที่ 6.3 ตารางความจริงวงจรถเลขไบนารี โดยไม่คิดตัวยืม

อินพุต		อาต์พุต	
A	B	Y (ผลลัพธ์)	B_o (ตัวยืม)
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

สมการลอจิก อาต์พุต 1 คือ $Y = A \oplus B$

สมการลอจิก อาต์พุต 2 คือ $B_o = \bar{A} \cdot B$

นำสมการลอจิกเขียนเป็นวงจรถลอจิกเกต



ภาพที่ 6.3 วงจรถเลขไบนารี โดยไม่คิดตัวยืม

6.4.2 วงจรเลขไบนารี จำนวน 2 บิต โดยคิดตัวยืม คือให้อินพุต A เป็นตัวตั้ง ลบอินพุต B และลบด้วย B_i (ตัวยืมเข้า) ด้วยซึ่งมีการใช้งานคือ เมื่อป้อนค่าเลขไบนารีจำนวน 2 บิตแล้ว ให้แสดงผลการลบโดยคิดตัวยืม และแสดงผลตัวยืมออก

กำหนดจำนวนตัวแปร

กำหนดให้อินพุตมีทั้งหมด 2 ตัวแปร คือ A, B และ B_i

กำหนดให้อาต์พุตมีทั้งหมด 2 ตัวแปร คือ B_o และ Y

ตารางความจริงจากตัวแปรอินพุตและเอาต์พุต

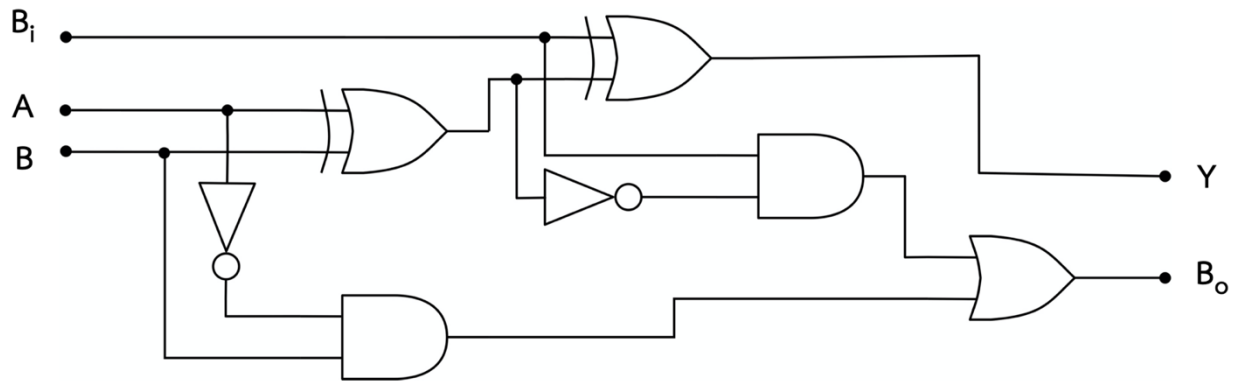
ตารางที่ 6.4 ตารางความจริงวงจรถเลขไบนารี โดยคิดตัวยืม

อินพุต			เอาต์พุต	
A	B	B_i (ตัวยืมเข้า)	Y (ผลลัพธ์)	B_o (ตัวยืมออก)
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

สมการลอจิก เอาต์พุต 1 คือ $Y = A \oplus B \oplus B_i$

สมการลอจิก เอาต์พุต 2 คือ $B_o = \bar{A} \cdot B + B_i (\bar{A} \oplus B)$

นำสมการลอจิกเขียนเป็นวงจรลอจิกเกต



ภาพที่ 6.4 วงจรลบเลขไบนารี จำนวน 2 บิต โดยคิดตัวยืม

1. จงแสดงวิธีทำการบวกเลขไบนารี $1110001_2 + 1101101_2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงแสดงวิธีทำการบวกเลขไบนารี $1001101_2 + 1111101_2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงแสดงวิธีทำการลบเลขฐานสอง $1100011_2 - 1001110_2$

