

บทที่ 4

การลดรูปโดยใช้แผนผังคาร์โนห์

บทนำ

หากจำนวนตัวแปรของสมการลอจิกมีจำนวนมาก การใช้วิธีการลดรูปสมการด้วยพีชคณิตบูลีน จะเกิดความยุ่งยากและง่ายต่อการเกิดความผิดพลาด แผนผังคาร์โนห์ (Karnaugh Map:K-map) เป็นวิธีการลดรูปสมการลอจิกที่มีตัวแปรหลายๆ สามารถลดขั้นตอนการลดรูปสมการ ทำให้ลดความผิดพลาดและง่ายต่อการลดรูปอีกด้วย

สาระการเรียนรู้

1. สร้างแผนผังคาร์โนห์
2. แผนผังคาร์โนห์ 2 ตัวแปร
3. แผนผังคาร์โนห์ 3 ตัวแปร
4. แผนผังคาร์โนห์ 4 ตัวแปร
5. การจับกลุ่ม
6. ลดรูปสมการในรูปของ Sum of Product
7. ลดรูปสมการในรูปของ Product of Sum

สรุณนะประจำหน่วย

1. แสดงความรู้เกี่ยวกับการสร้างแผนผังคาร์โนห์ได้
2. แสดงความรู้การใช้แผนผังคาร์โนห์ลดรูปสมการลอจิกได้
3. อธิบายการลดรูปสมการในรูปของ Sum of Product ได้
4. อธิบายการลดรูปสมการในรูปของ Product of Sum ได้

จุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อให้

1. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการสร้างแผนผังคาร์โนห์
2. มีทักษะในการใช้แผนผังคาร์โนห์ลดรูปสมการลอจิก
3. มีกิจนิสัยในการทำงานด้วยความรับผิดชอบ รอบคอบและปลอดภัย

4.1 สร้างแผนผังคาร์โนห์

การสร้างแผนผังคาร์โนห์เพื่อใช้ในการลดรูปสมการนั้นจะสร้างตามจำนวนตัวแปรของสมการที่ต้องการลดรูป โดยสร้างเป็นตาราง ซึ่งจำนวนช่องจะเท่ากับจำนวนตัวแปรที่ต้องการลดรูปแล้วยกกำลังด้วยสอง เช่น

1) สมการลอจิกจำนวน 2 ตัวแปร จำนวนช่อง คือ $2^2 = 4$ ช่อง

2) สมการลอจิกจำนวน 3 ตัวแปร จำนวนช่อง คือ $2^3 = 8$ ช่อง

3) สมการลอจิกจำนวน 4 ตัวแปร จำนวนช่อง คือ $2^4 = 16$ ช่อง

ซึ่งการสร้างแผนผังคาร์โนห์นั้นสามารถที่จะเขียนฟังก์ชันได้สองรูปแบบ Minterm และ Maxterm

Minterm คือ ฟังก์ชันการคูณของตัวแปรทุกตัว และตัวแปรแต่ละตัวจะมีค่าได้ 2 ค่าคือ ค่าปกติ (1) และ ค่าคอมพลีเมนต์ (0) ตัวแปรที่มีค่าเป็น 0 จะใช้สัญลักษณ์ (bar) ด้านบนตัวแปร เช่น $\bar{A}\bar{B}$ และ ตัวแปรที่มีค่าเป็น 1 จะไม่ใช้สัญลักษณ์ (bar) ด้านบนตัวแปร เช่น $A\cdot B$

Maxterm คือ ฟังก์ชันการบวกของตัวแปรทุกตัว และตัวแปรแต่ละตัวจะมีค่าได้ 2 ค่าคือ ค่าปกติ (1) และ ค่าคอมพลีเมนต์ (0) ตัวแปรที่มีค่าเป็น 1 จะใช้สัญลักษณ์ (bar) ด้านบนตัวแปร เช่น $\bar{A}+\bar{B}$ และ ตัวแปรที่มีค่าเป็น 0 จะไม่ใช้สัญลักษณ์ (bar) ด้านบนตัวแปร เช่น $A+B$

4.2 แผนผังคาร์โนห์จำนวน 2 ตัวแปร

1) การเขียนตารางช่องสมการ จำนวน 2 ตัวแปร คือ A และ B จะมีจำนวน 4 ช่อง และเขียนฟังก์ชัน Minterm และ Maxterm ตามค่าของตัวแปร

ช่อง	A	B	Minterm	Maxterm
1	0	0	$\bar{A}\bar{B}$	$A+B$
2	0	1	$\bar{A}\cdot B$	$A+\bar{B}$
3	1	0	$A\cdot\bar{B}$	$\bar{A}+B$
4	1	1	$A\cdot B$	$\bar{A}+\bar{B}$

ตารางที่ 4.1 แสดงจำนวนช่องสมการ 2 ตัวแปร

2) การเขียนแผนผังคาร์โนห์ จำนวน 2 ตัวแปร คือ A และ B จะมีจำนวน 4 ช่อง ซึ่งสามารถนำฟังก์ชัน Minterm และ Maxterm ใส่ตามลำดับตัวเลขของแผนผังคาร์โนห์

		A	
		0	1
B	0	1	3
	1	2	4

ภาพที่ 4.1 การเขียนแผนผังคาร์โนห์สมการ 2 ตัวแปร

4.3 แผนผังคาร์โนห์จำนวน 3 ตัวแปร

1) การเขียนตารางช่องสมการ จำนวน 3 ตัวแปร คือ A B และ C จะมีจำนวน 8 ช่อง และเขียนฟังก์ชัน Minterm และ Maxterm ตามค่าของตัวแปร

ช่อง	A	B	C	Minterm	Maxterm
1	0	0	0	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	$A+B+C$
2	0	0	1	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$	$A+B+\bar{C}$
3	0	1	0	$\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$	$A+\bar{B}+C$
4	0	1	1	$\bar{A} \cdot B \cdot C$	$A+\bar{B}+\bar{C}$
5	1	0	0	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	$\bar{A}+B+C$
6	1	0	1	$A \cdot \bar{B} \cdot C$	$\bar{A}+B+\bar{C}$
7	1	1	0	$A \cdot B \cdot \bar{C}$	$\bar{A}+\bar{B}+C$
8	1	1	1	$A \cdot B \cdot C$	$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$

ตารางที่ 4.2 แสดงจำนวนช่องสมการ 3 ตัวแปร

2) การเขียนแผนผังคาร์โนห์ จำนวน 3 ตัวแปร คือ A B และ C จะมีจำนวน 8 ช่อง ซึ่งสามารถนำฟังก์ชัน Minterm และ Maxterm ใส่ตามลำดับตัวเลขของแผนผังคาร์โนห์

		AB			
		00	01	11	10
C	0	1	3	7	5
	1	2	4	8	6

ภาพที่ 4.2 การเขียนแผนผังคาร์โนห์สมการ 3 ตัวแปร

4.4 แผนผังคาร์โนห์จำนวน 4 ตัวแปร

1) การเขียนตารางช่องสมการ จำนวน 4 ตัวแปร คือ A B C และ D จะมีจำนวน 8 ช่อง และเขียนฟังก์ชัน Minterm และ Maxterm ตามค่าของตัวแปร

ช่อง	A	B	C	D	Minterm	Maxterm
1	0	0	0	0	$\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}\cdot\bar{D}$	$A+B+C+D$
2	0	0	0	1	$\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}\cdot D$	$A+B+C+\bar{D}$
3	0	0	1	0	$\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot C\cdot\bar{D}$	$A+B+\bar{C}+D$
4	0	0	1	1	$\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot C\cdot D$	$A+B+\bar{C}+\bar{D}$
5	0	1	0	0	$\bar{A}\cdot B\cdot\bar{C}\cdot\bar{D}$	$A+\bar{B}+C+D$
6	0	1	0	1	$\bar{A}\cdot B\cdot\bar{C}\cdot D$	$A+\bar{B}+C+\bar{D}$
7	0	1	1	0	$\bar{A}\cdot B\cdot C\cdot\bar{D}$	$A+\bar{B}+\bar{C}+D$
8	0	1	1	1	$\bar{A}\cdot B\cdot C\cdot D$	$A+\bar{B}+\bar{C}+\bar{D}$
9	1	0	0	0	$A\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}\cdot\bar{D}$	$\bar{A}+B+C+D$
10	1	0	0	1	$A\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}\cdot D$	$\bar{A}+B+C+\bar{D}$
11	1	0	1	0	$A\cdot\bar{B}\cdot C\cdot\bar{D}$	$\bar{A}+B+\bar{C}+D$
12	1	0	1	1	$A\cdot\bar{B}\cdot C\cdot D$	$\bar{A}+B+\bar{C}+\bar{D}$
13	1	1	0	0	$A\cdot B\cdot\bar{C}\cdot\bar{D}$	$\bar{A}+\bar{B}+C+D$
14	1	1	0	1	$A\cdot B\cdot\bar{C}\cdot D$	$\bar{A}+\bar{B}+C+\bar{D}$
15	1	1	1	0	$A\cdot B\cdot C\cdot\bar{D}$	$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+D$
16	1	1	1	1	$A\cdot B\cdot C\cdot D$	$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+\bar{D}$

ตารางที่ 4.3 แสดงจำนวนช่องสมการ 4 ตัวแปร

2) การเขียนแผนผังคาร์โนท์ จำนวน 4 ตัวแปร คือ A B C และ D จะมีจำนวน 16 ช่อง ซึ่งสามารถนำฟังก์ชัน Minterm และ Maxterm ใส่ตามลำดับตัวเลขของแผนผังคาร์โนท์

CD \ AB	AB			
	00	01	11	10
00	1	5	13	9
01	2	6	14	10
11	4	8	15	12
10	3	7	16	11

ภาพที่ 4.3 การเขียนแผนผังคาร์โนท์สมการ 4 ตัวแปร

4.5 การจับกลุ่ม

การจับกลุ่มตัวแปรในแผนผังคาร์โนท์เพื่อลดรูปสมการ โดยสามารถจับกลุ่มได้หลายรูปแบบขึ้นอยู่กับจำนวนตัวแปรในตาราง

1) การจับกลุ่มแผนผังคาร์โนท์ 2 ตัวแปร สามารถจับกลุ่มเพื่อลดรูปสมการได้ตั้งแต่ 1 2 และ 4 ช่อง

ภาพที่ 4.4 การจับกลุ่มแผนผังคาร์โนท์สมการ 2 ตัวแปร จำนวนครั้งละ 2 ช่อง

		A	
		0	1
B	0	1	3
	1	2	4

ภาพที่ 4.5 การจับกลุ่มแผนผังคาร์โนห์สมการ 2 ตัวแปร จำนวนครั้งละ 4 ช่อง

2) การจับกลุ่ม แผนผังคาร์โนห์ 3 ตัวแปร สามารถจับกลุ่มเพื่อลดรูปสมการได้ตั้งแต่ 1 2 4 และ 8 ช่อง

		AB			
		00	01	11	10
C	0	1	3	7	5
	1	2	4	8	6

		AB			
		00	01	11	10
C	0	1	3	7	5
	1	2	4	8	6

		AB			
		00	01	11	10
C	0	1	3	7	5
	1	2	4	8	6

ภาพที่ 4.6 การจับกลุ่มแผนผังคาร์โนห์สมการ 3 ตัวแปร จำนวนครั้งละ 2 ช่อง

		AB			
		00	01	11	10
C	0	1	3	7	5
	1	2	4	8	6

		AB			
		00	01	11	10
C	0	1	3	7	5
	1	2	4	8	6

		AB			
		00	01	11	10
C	0	1	3	7	5
	1	2	4	8	6

ภาพที่ 4.7 การจับกลุ่มแผนผังคาร์โนห์สมการ 3 ตัวแปร จำนวนครั้งละ 4 ช่อง

		AB			
		00	01	11	10
C	0	1	3	7	5
	1	2	4	8	6

ภาพที่ 4.8 การจับกลุ่มแผนผังคาร์โนห์สมการ 3 ตัวแปร จำนวนครั้งละ 8 ช่อง

3) การจับกลุ่ม แผนผังคาร์โนห์ 4 ตัวแปร สามารถจับกลุ่มเพื่อลดรูปสมการได้ตั้งแต่ 1 2 4 8 และ 16 ช่อง

AB \ CD		00	01	11	10
CD	00	1	5	13	9
	01	2	6	14	10
	11	4	8	15	12
	10	3	7	16	11

ภาพที่ 4.9 การจับกลุ่มแผนผังคาร์โนห์สมการ 4 ตัวแปร จำนวนครั้งละ 2 ช่อง

AB \ CD		00	01	11	10
CD	00	1	5	13	9
	01	2	6	14	10
	11	4	8	15	12
	10	3	7	16	11

ภาพที่ 4.10 การจับกลุ่มแผนผังคาร์โนห์สมการ 4 ตัวแปร จำนวนครั้งละ 4 ช่อง

AB		00	01	11	10
CD	00	1	5	13	9
	01	2	6	14	10
	11	4	8	15	12
	10	3	7	16	11

AB		00	01	11	10
CD	00	1	5	13	9
	01	2	6	14	10
	11	4	8	15	12
	10	3	7	16	11

ภาพที่ 4.11 การจับกลุ่มแผนผังคาร์โนห์สมการ 4 ตัวแปร จำนวนครั้งละ 8 ช่อง

4.6 ลดรูปสมการในรูปของ Sum of Product

การลดรูปสมการลอจิกในรูปของ Sum of Product คือการนำเอาสมการลอจิก Minterm ที่ Output มีค่าเป็นลอจิก 1 จากตารางความจริง มาใส่ในแผนผังคาร์โนห์ในตำแหน่งตามค่าของตัวแปร

วิธีการลดรูปสมการในรูปของ Sum of Product

- สังเกต Output ที่มีค่าเป็น ลอจิก 1
- นำค่ามาใส่ใน แผนผังคาร์โนห์
- จับกลุ่มตัวแปรให้ได้มากที่สุด
- ลดรูปสมการ โดยพิจารณาตัดตัวแปรที่ต่างกันในการจับกลุ่มออก

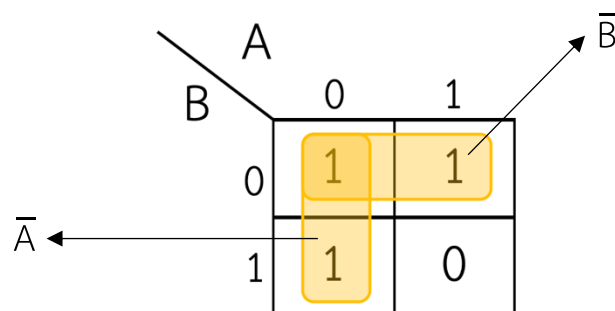
1) ลดรูปสมการลอจิก 2 ตัวแปร จากตารางความจริง

A	B	Y (Output)	Minterm
0	0	1	$\bar{A} \cdot \bar{B}$
0	1	1	$\bar{A} \cdot B$
1	0	1	$A \cdot \bar{B}$
1	1	0	-

ตารางที่ 4.4 ตารางความจริง สมการ 2 ตัวแปร

จากตารางความจริง ฟังก์ชัน Minterm คือ $Y = (\bar{A} \cdot \bar{B}) + (\bar{A} \cdot B) + (A \cdot \bar{B})$

การจับกลุ่มเป็นการจับกลุ่มละ 2 ช่อง 2 กลุ่ม เพื่อให้สามารถลดรูปสมการให้ได้มากที่สุด



นำผลที่ได้จากการจับกลุ่มและลดรูปสมการจะได้ $Y = \bar{A} + \bar{B}$

สรุป $Y = (\bar{A} \cdot \bar{B}) + (\bar{A} \cdot B) + (A \cdot \bar{B})$ ลดรูปสมการได้ $Y = \bar{A} + \bar{B}$

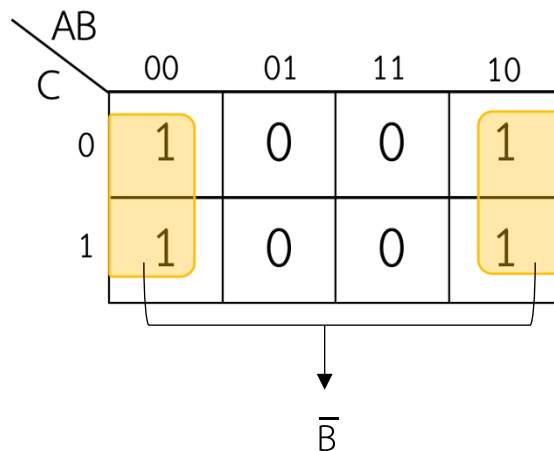
2) ลดรูปสมการลอจิก 3 ตัวแปร จากตารางความจริง

A	B	C	Y (Output)	Minterm
0	0	0	1	$\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}$
0	0	1	1	$\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot C$
0	1	0	0	-
0	1	1	0	-
1	0	0	1	$A\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}$
1	0	1	1	$A\cdot\bar{B}\cdot C$
1	1	0	0	-
1	1	1	0	-

ตารางที่ 4.5 ตารางความจริง สมการ 3 ตัวแปร

จากตารางความจริง ฟังก์ชัน Minterm คือ $Y = (\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot\bar{C})+(\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot C)+(A\cdot\bar{B}\cdot\bar{C})+(A\cdot\bar{B}\cdot C)$

การจับกลุ่มเป็นการจับกลุ่มละ 4 ช่อง 1 กลุ่ม เพื่อให้สามารถลดรูปสมการให้ได้มากที่สุด



สรุป $Y = (\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot\bar{C})+(\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot C)+(A\cdot\bar{B}\cdot\bar{C})+(A\cdot\bar{B}\cdot C)$ ลดรูปสมการได้ $Y = \bar{B}$

3) ลดรูปสมการลอจิก 4 ตัวแปร จากตารางความจริง

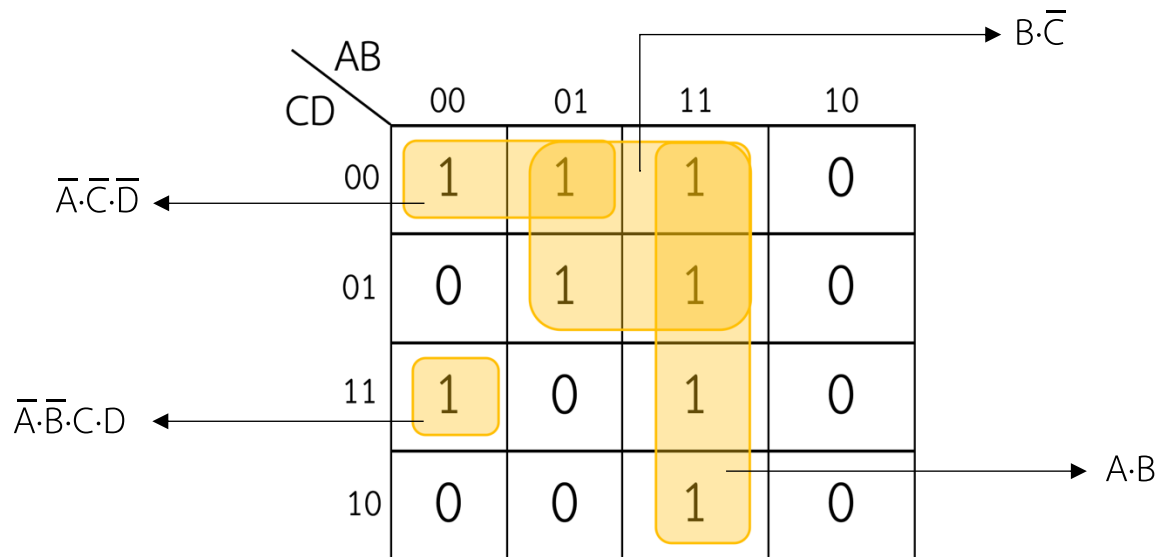
A	B	C	D	Y (Output)	Minterm
0	0	0	0	1	$\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}\cdot\bar{D}$
0	0	0	1	0	-
0	0	1	0	0	-
0	0	1	1	1	$\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot C\cdot D$
0	1	0	0	1	$\bar{A}\cdot B\cdot\bar{C}\cdot\bar{D}$
0	1	0	1	1	$\bar{A}\cdot B\cdot\bar{C}\cdot D$
0	1	1	0	0	-
0	1	1	1	0	-
1	0	0	0	0	-
1	0	0	1	0	-
1	0	1	0	0	-
1	0	1	1	0	-
1	1	0	0	1	$A\cdot B\cdot\bar{C}\cdot\bar{D}$
1	1	0	1	1	$A\cdot B\cdot\bar{C}\cdot D$
1	1	1	0	1	$A\cdot B\cdot C\cdot\bar{D}$
1	1	1	1	1	$A\cdot B\cdot C\cdot D$

ตารางที่ 4.6 ตารางความจริง สมการ 4 ตัวแปร

จากตารางความจริง ฟังก์ชัน Minterm คือ

$$Y = (\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}\cdot\bar{D})+(\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot C\cdot D)+(\bar{A}\cdot B\cdot\bar{C}\cdot\bar{D})+(\bar{A}\cdot B\cdot\bar{C}\cdot D)+(A\cdot B\cdot\bar{C}\cdot\bar{D})+(A\cdot B\cdot\bar{C}\cdot D)+(A\cdot B\cdot C\cdot\bar{D})+(A\cdot B\cdot C\cdot D)$$

การจับกลุ่มเป็นการจับกลุ่มละ 4 ช่อง 2 กลุ่ม, 2 ช่อง 1 กลุ่ม และ 1 ช่อง 1 กลุ่ม เพื่อให้สามารถลดรูปสมการให้ได้มากที่สุด



$$\text{สรุป } Y = (\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D}) + (\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C \cdot D) + (\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D}) + (\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D) + (A \cdot B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D}) + (A \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D) + (A \cdot B \cdot C \cdot \bar{D}) + (A \cdot B \cdot C \cdot D)$$

$$\text{ลดรูปสมการได้ } Y = (\bar{A} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D}) + (\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C \cdot D) + (B \cdot \bar{C}) + (A \cdot B)$$

4.7 ลดรูปสมการในรูปของ Product of Sum

การลดรูปสมการลอจิกในรูปของ Product of Sum คือการนำเอาสมการลอจิก Maxterm ที่ Output มีค่าเป็นลอจิก 0 จากตารางความจริง มาใส่ในแผนผังคาร์โนห์ในตำแหน่งตามค่าของตัวแปร

วิธีการลดรูปสมการในรูปของ Product of Sum

- สังเกต Output ที่มีค่าเป็น ลอจิก 0
- นำค่ามาใส่ใน แผนผังคาร์โนห์
- จับกลุ่มตัวแปรให้ได้มากที่สุด
- ลดรูปสมการ โดยพิจารณาตัดตัวแปรที่ต่างกันในการจับกลุ่มออก

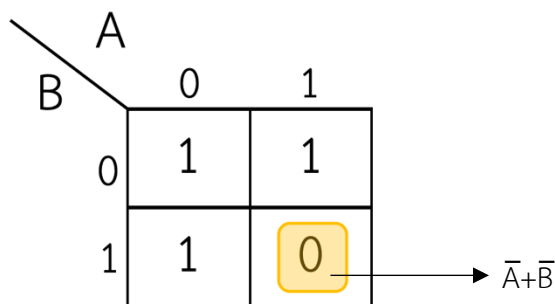
1) ลดรูปสมการลอจิก 2 ตัวแปร จากตารางความจริง

A	B	Y (Output)	Maxterm
0	0	1	-
0	1	1	-
1	0	1	-
1	1	0	$\bar{A}+\bar{B}$

ตารางที่ 4.7 ตารางความจริง สมการ 2 ตัวแปร

จากตารางความจริง ฟังก์ชัน Maxterm คือ $Y = (\bar{A}+\bar{B})$

การจับกลุ่มเป็นการจับครั้งละ 1 ช่อง 1 ครั้ง เพื่อให้สามารถลดรูปสมการให้ได้มากที่สุด



นำผลที่ได้จากการจับกลุ่มและลดรูปสมการจะได้ $Y = \bar{A}+\bar{B}$

เนื่องจากการลดรูปสมการจากฟังก์ชัน Maxterm ซึ่งสามารถจับกลุ่มได้ 1 กลุ่ม และยังมีเพียง 1 สมการจึงทำให้ผลการลดรูปได้ค่าเดิมของสมการจากฟังก์ชัน Maxterm

สรุป $Y = \bar{A}+\bar{B}$ ลดรูปสมการได้ $Y = \bar{A}+\bar{B}$

2) ลดรูปสมการลอจิก 3 ตัวแปร จากตารางความจริง

A	B	C	Y (Output)	Maxterm
0	0	0	1	-
0	0	1	1	-
0	1	0	0	$A+\bar{B}+C$
0	1	1	0	$A+\bar{B}+\bar{C}$
1	0	0	1	-
1	0	1	1	-
1	1	0	0	$\bar{A}+\bar{B}+C$
1	1	1	0	$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$

ตารางที่ 4.8 ตารางความจริง สมการ 3 ตัวแปร

จากตารางความจริง ฟังก์ชัน Maxterm คือ $Y = (A+\bar{B}+C) \cdot (A+\bar{B}+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+C) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$
 การจับกลุ่มเป็นการจับกลุ่มละ 4 ช่อง 1 กลุ่ม เพื่อให้สามารถลดรูปสมการให้ได้มากที่สุด

AB		00	01	11	10
C	0	1	0	0	1
	1	1	0	0	1

↓
 \bar{B}

สรุป $Y = (A+\bar{B}+C) \cdot (A+\bar{B}+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+C) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$ ลดรูปสมการได้ $Y = \bar{B}$

3) ลดรูปสมการลอจิก 4 ตัวแปร จากตารางความจริง

A	B	C	D	Y (Output)	Maxterm
0	0	0	0	1	-
0	0	0	1	0	$A+B+C+\bar{D}$
0	0	1	0	0	$A+B+\bar{C}+D$
0	0	1	1	1	-
0	1	0	0	1	-
0	1	0	1	1	-
0	1	1	0	0	$A+\bar{B}+\bar{C}+D$
0	1	1	1	0	$A+\bar{B}+\bar{C}+\bar{D}$
1	0	0	0	0	$\bar{A}+B+C+D$
1	0	0	1	0	$\bar{A}+B+C+\bar{D}$
1	0	1	0	0	$\bar{A}+B+\bar{C}+D$
1	0	1	1	0	$\bar{A}+B+\bar{C}+\bar{D}$
1	1	0	0	1	-
1	1	0	1	1	-
1	1	1	0	1	-
1	1	1	1	1	-

ตารางที่ 4.9 ตารางความจริง สมการ 4 ตัวแปร

จากตารางความจริง ฟังก์ชัน Maxterm คือ

$$Y = (A+B+C+\bar{D}) \cdot (A+B+\bar{C}+D) \cdot (A+\bar{B}+\bar{C}+D) \cdot (A+\bar{B}+\bar{C}+\bar{D}) \cdot (\bar{A}+B+C+D) \cdot (\bar{A}+B+C+\bar{D}) \cdot (\bar{A}+B+\bar{C}+D) \cdot (\bar{A}+B+\bar{C}+\bar{D})$$

การจับกลุ่มเป็นการจับกลุ่มละ 4 ช่อง 1 กลุ่ม, 2 ช่อง 3 กลุ่ม เพื่อให้สามารถลดรูปสมการให้ได้มากที่สุด

		AB				
		00	01	11	10	$B+C+\bar{D}$
CD	00	1	1	1	0	$\bar{A}+B$
	01	0	1	1	0	
	11	1	0	1	0	
	10	0	0	1	0	
						$A+\bar{B}+\bar{C}$
						$A+\bar{C}+D$

สรุป $Y = (A+B+C+\bar{D}) \cdot (A+B+\bar{C}+D) \cdot (A+\bar{B}+\bar{C}+D) \cdot (A+\bar{B}+\bar{C}+\bar{D}) \cdot (\bar{A}+B+C+D) \cdot (\bar{A}+B+C+\bar{D}) \cdot (\bar{A}+B+\bar{C}+D) \cdot (\bar{A}+B+\bar{C}+\bar{D})$

ลดรูปสมการได้ $Y = (B+C+\bar{D}) \cdot (\bar{A}+B) \cdot (A+\bar{B}+\bar{C}) \cdot (A+\bar{C}+D)$

แบบประเมินผลทำยหน่วยการเรียนรู้หน่วยที่ 4

1. จากตารางช่องสมการ จำนวน 2 ตัวแปร คือ A และ B จงเขียนฟังก์ชัน Minterm และ Maxterm ตามค่าของตัวแปร

ช่อง	A	B	Minterm	Maxterm
1	0	0
2	0	1
3	1	0
4	1	1

2. จากตารางช่องสมการ จำนวน 3 ตัวแปร คือ A B และ C จงเขียนฟังก์ชัน Minterm และ Maxterm ตามค่าของตัวแปร

ช่อง	A	B	C	Minterm	Maxterm
1	0	0	0
2	0	0	1
3	0	1	0
4	0	1	1
5	1	0	0
6	1	0	1
7	1	1	0
8	1	1	1

3. จากตารางช่องสมการ จำนวน 4 ตัวแปร คือ A B C และ D จงเขียนฟังก์ชัน Minterm และ Maxterm ตามค่าของตัวแปร

ช่อง	A	B	C	D	Minterm	Maxterm
1	0	0	0	0
2	0	0	0	1
3	0	0	1	0
4	0	0	1	1
5	0	1	0	0
6	0	1	0	1
7	0	1	1	0
8	0	1	1	1
9	1	0	0	0
10	1	0	0	1
11	1	0	1	0
12	1	0	1	1
13	1	1	0	0
14	1	1	0	1
15	1	1	1	0
16	1	1	1	1

4. จงลดรูปสมการในรูปของ Sum of Product จำนวน 2 ตัวแปร จากตารางความจริง โดยใช้แผนผังคาร์โนห์

A	B	Y (Output)	Minterm
0	0	1	$\bar{A}\bar{B}$
0	1	1	$\bar{A}B$
1	0	0	-
1	1	0	-

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

5. จงลดรูปสมการในรูปของ Sum of Product จำนวน 3 ตัวแปร จากตารางความจริง โดยใช้แผนผังคาร์โนห์

A	B	C	Y (Output)	Minterm
0	0	0	1	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
0	0	1	1	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$
0	1	0	1	$\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$
0	1	1	0	-
1	0	0	1	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
1	0	1	1	$A \cdot \bar{B} \cdot C$
1	1	0	0	-
1	1	1	0	-

This image shows a single page of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

6. จงลดรูปสมการในรูปของ Sum of Product จำนวน 4 ตัวแปร จากตารางความจริง โดยใช้แผนผังคาร์โนห์

A	B	C	D	Y (Output)	Minterm
0	0	0	0	1	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D}$
0	0	0	1	0	-
0	0	1	0	0	-
0	0	1	1	1	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C \cdot D$
0	1	0	0	1	$\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D}$
0	1	0	1	1	$\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D$
0	1	1	0	0	-
0	1	1	1	0	-
1	0	0	0	1	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D}$
1	0	0	1	1	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot D$
1	0	1	0	0	-
1	0	1	1	0	-
1	1	0	0	1	$A \cdot B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D}$
1	1	0	1	1	$A \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D$
1	1	1	0	1	$A \cdot B \cdot C \cdot \bar{D}$
1	1	1	1	1	$A \cdot B \cdot C \cdot D$

[illegible]

7. จงลดรูปสมการในรูปของ Product of Sum จำนวน 2 ตัวแปร จากตารางความจริง โดยใช้แผนผังคาร์โนท์

A	B	Y (Output)	Maxterm
0	0	1	-
0	1	1	-
1	0	0	$\bar{A}+B$
1	1	0	$\bar{A}+\bar{B}$

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

8. จงลดรูปสมการในรูปของ Product of Sum จำนวน 3 ตัวแปร จากตารางความจริง โดยใช้แผนผังคาร์โนห์

A	B	C	Y (Output)	Maxterm
0	0	0	1	-
0	0	1	1	-
0	1	0	0	$A+\bar{B}+C$
0	1	1	0	$A+\bar{B}+\bar{C}$
1	0	0	1	-
1	0	1	1	-
1	1	0	1	-
1	1	1	0	$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

9. จงลดรูปสมการในรูปของ Product of Sum จำนวน 4 ตัวแปร จากตารางความจริง โดยใช้แผนผังคาร์โนห์

A	B	C	D	Y (Output)	Maxterm
0	0	0	0	1	-
0	0	0	1	0	$A+B+C+\bar{D}$
0	0	1	0	0	$A+B+\bar{C}+D$
0	0	1	1	1	-
0	1	0	0	1	-
0	1	0	1	1	-
0	1	1	0	0	$A+\bar{B}+\bar{C}+D$
0	1	1	1	0	$A+\bar{B}+\bar{C}+\bar{D}$
1	0	0	0	0	$\bar{A}+B+C+D$
1	0	0	1	0	$\bar{A}+B+C+\bar{D}$
1	0	1	0	1	-
1	0	1	1	1	-
1	1	0	0	1	-
1	1	0	1	1	-
1	1	1	0	1	-
1	1	1	1	1	-

[illegible]