

高压油管压力控制的数值模拟

摘要

通过建立二次回归模型和求解常微分方程得到燃油压力和密度的关系函数，并将该函数与其反函数通过 *Matlab* 转化为 *Fro.m* 与 *roF.m*。对于题目给出的三个问题，虽然具体情境不同，需要控制的参数不同，但求解策略都是通过进出油速率得出常微分方程，并编写不同的 *Matlab* 程序进行数值模拟。在模拟过程中，输入的参数因不同的泵油模式、喷油模式以及是否加入减压阀而不同，通过输入不同的参数并分析相应的图像，找到稳定的图像，并采用该图像所对应的参数作为最终解。

求解问题一第一小问，首先假设喷油周期和泵油周期相同，均为 $100ms$ ，且喷油与泵油同时开始。为粗略估计，先在高压油管压力保持在 $100MPa$ 的假设下得出每个周期内大致的进油时间为 $2.7958ms$ 。为了精确求解，利用求微分方程数值解的方法编写函数 *problem1.m*，参数为单向阀开启时长，运用二分法输入不同的开启时长并得到对应的压力随时间变化的图像，最终得到最佳开启时长为 $2.785ms$ 。求解问题一第二小问，我们认为 $2s$ ， $5s$ ， $10s$ 三种升压方式下单向阀工作机制相同：单向阀每开启 $t\ ms$ ，关闭 $10ms$ ，并以此为周期工作。同样，通过编写函数 *problem121.m*，参数为单向阀开启时长 t ，运用二分法分别得到三种情形下单向阀每周期最佳开启时长： $0.865ms$ ， $0.7ms$ ， $0.685ms$ 。最后编写函数 *problem122.m*，求得在单向阀开启时长为每周期 $6.75ms$ 时管内压强能持续稳定在 $150MPa$ 。

求解问题二，首先根据附件所给数据拟合出凸轮极径与极角的关系函数。假设高压油泵两种可能的工作模式：第一种是凸轮不断匀速运动，进而不断泵油；第二种是凸轮在 $100ms$ 的周期内只驱动高压油泵一次。根据第一种假设编写函数 *problem21.m*，通过输入不同的角速度得到对应的压力随时间变化的图像。根据第二种假设编写函数 *problem22.m*，通过输入不同的角速度得到对应的压力随时间变化的图像。通过分析图像，认为第二种假设不合理，故采取第一种假设，最终得到凸轮角速度应为 $0.015\pi rad/ms$ 。同时，通过对第二种假设的图像进行分析，我们得出对问题三有用的结论：在一定范围内角速度越大，高压油管在喷油嘴工作周期内的压力越稳定。但随着时间的推移，油管内压力会越来越大，故需要通过减压阀解决此问题。

求解问题三，我们认为需控制的参数为：凸轮匀速转动的角速度， $100ms$ 内减压阀开启时间以及两喷油嘴工作时间间隔。编写函数 *problem3.m*，通过不同的参数组合，得出结论：两喷油嘴工作时间间隔为 $50ms$ 已是较优解，且凸轮角速度必须是 $0.04\pi rad/ms$ 的整数倍。最后采取凸轮角速度为 $0.4\pi rad/ms$ 搭配每周期减压阀在 $2.45ms \sim 43.5ms$ 开启的工作方式。

关键词： *Matlab* 微分方程数值模拟 图像分析匹配参数 二分法

一、问题重述

1.1 问题背景

燃油进出高压油管是许多燃油发动机工作的基础，燃油进入和喷出的间歇性工作过程会导致高压油管内压力的变化，使得所喷出的燃油量出现偏差，从而影响发动机的工作效率。在燃油资源匮乏的现代社会，如何提高燃油的利用率至关重要，这其中提高燃油发动机的工作效率更是关键一环。因此，本文对于如何减少油管内压力变化与喷油量的偏差提出了合理的假设与方法，希望能够有效提高发动机的工作效率与燃油资源的利用率。

附件 1 是高压油泵部件凸轮的边缘曲线，反映了凸轮极角和极径的变化关系；附件 2 是喷油嘴部件针阀的运动曲线，反映了针阀提升距离和时间的变化关系；附件 3 是燃油弹性模量和燃油压力的变化关系。

1.2 问题的提出

问题 1: (i) 在给定喷油嘴工作规律的情况下，调整单向阀每次开启时长使得高压油管内的压力尽可能稳定在 $100MPa$ 左右。(ii) 如果要将油管内压力从 $100MPa$ 增加到 $150MPa$ ，且在 $2s$ 、 $5s$ 、 $10s$ 的调整过程后稳定在 $150MPa$ ，又该如何调整单向阀开启时长。

问题 2: 在实际工作过程中，高压油泵和喷油嘴的工作原理和问题 1 不同，在此条件下该如何调整凸轮的角速度，使得高压油管内的压力尽量稳定在 $100MPa$ 左右。

问题 3: 在问题 2 的基础上，再增加一个喷油嘴和一个单向减压阀，该如何调整控制方案。

二、模型的假设

- 由于大气压相对于油管内部压力来说很小，在实际计算中忽略大气压对于喷油嘴喷油和减压阀出油的影响。
- 油管内部各处压力相同，且喷油嘴压力近似等于油管压力。
- 第二题和第三题中的喷油嘴中的油高速喷出，不会残留在喷油嘴头部。
- 第二题和第三题中的凸轮只有两种工作模式，且选择了一种就无法改变：一直匀速转动，或 $100ms$ 内只推动高压油泵工作一次。且若凸轮匀速运动， $100ms$ 内只转整数圈。

三、符号说明

符号	意义
$M_P(t)$	t 时刻高压油管内的质量
$M_b(t)$	t 时刻高压油泵内油的质量
$\rho_P(t)$	t 时刻高压油管内燃油密度
$\rho_b(t)$	t 时刻高压油泵内燃油密度
$\rho_A(t)$	t 时刻高压油泵内燃油密度
$\rho_B(t)$	t 时刻喷油嘴 B 处燃油密度
$\rho_C(t)$	t 时刻喷油嘴 C 处燃油密度
$\rho_D(t)$	t 时刻减压阀处燃油密度
$F_P(t)$	t 时刻高压油管内的压力
$F_b(t)$	t 时刻高压油泵内的压力
$F_A(t)$	t 时刻 A 处压力
$F_B(t)$	t 时刻 B 处压力
$Q_A(t)$	t 时刻 A 处流量
$Q_B(t)$	t 时刻 B 处流量
$Q_C(t)$	t 时刻 C 处流量
$Q_D(t)$	t 时刻 D 处流量
σ_b	柱塞腔横截面积
σ_A	A 处小孔面积
σ_B	喷油嘴 B 处环形面积
σ_C	喷油嘴 C 处环形面积
σ_D	减压阀 D 处小孔面积
$V_P(t)$	高压油管的体积
$V_b(t)$	t 时刻柱塞至上止点之间的体积

符号	意义
V_0	残余容积
ΔT	两个喷油嘴工作时间间隔
T_k/T_g	减压阀开启的时间 / 减压阀关闭的时间

四、问题分析

- 问题 1: 由于喷油嘴工作的 $2.4ms$ 内压力最需要保持稳定, 不妨假设单向阀工作周期和喷油嘴相同, 为 $100ms$, 一旦喷油开始, 单向阀也必须开启。同时, 单向阀开启时间不能太长也不能太短, 合适的开启时间才能保证进油质量与出油质量相等。先忽略高压油管内的压强变化, 粗略计算单向阀开启时长, 然后考虑高压油管内的压强变化, 利用常微分方程数值模拟方法, 编写程序, 调试出较优开启时长。对于最后如何维持在 $150MPa$, 也可采用同样的工作模式和模型讨论。对于 $100MPa \sim 150MPa$ 的升压过程, 我们假定单向阀下一次开启与上一次关闭的间隔时长为 $10ms$, 而每次开启时长三种情况各自讨论。
- 问题 2: 可以假设凸轮可能有两种工作模式: 第一种是问题一的工作模式, 第二种则是一直匀速转动。根据不同工作模式编写不同函数进行数值模拟, 并通过分析图像的稳定性找出可以让最佳凸轮角速度。
- 问题 3: 根据问题二的分析, 这一问也假定凸轮匀速转动, 为简化在加入减压阀后的程序, 可假定两喷油嘴等间隔工作且间隔为 $50ms$, 且减压阀在一周期内仅开启一次关闭一次, 且开启时间在喷油嘴喷油完成后。建立描述相应物理过程的常微分方程, 编写程序, 输入不同角速度与减压阀关闭时间参数组合, 若得到理想图像, 即采取该组参数。

五、模型的建立与解决

5.1 问题一模型

针对问题一的第一小问, 题目已给喷油器和高压油泵的工作规律, $1s$ 之内喷油器工作 10 次, 因此 1 次工作的时间为 $100ms$, 远大于单向阀关闭休息的时间和喷油嘴一次喷油的时间。因此, 为使高压油管内压力稳定在 $100MPa$ 左右, 只需令喷油嘴每次工作时能保持稳定即可。为了保持稳定, 需使出油量等于进油量, 即 A 处出油质量等于 B 处进油质量。

根据题目条件, 已知流量 Q 、压强差 Δp 和高压侧燃油密度 ρ 的关系, 有

$$\begin{cases} \frac{dF}{d\rho} = \frac{E(F)}{\rho} \\ \rho(F = 100) = 0.850 \end{cases} \quad (1)$$

根据附件 3 及图 1，二次回归拟合得到 $E(F)$ ， $E = 0.0289F^2 + 3.0765F + 1571.5839$ 。

方差分析表					
方差来源	自由度	平方和	均方	F值	p值
回归	2.0000	108520125.9011	54260062.9505	224894.1949	0.0000
残差	398.0000	96025.1778	241.2693		
总计	400.0000	108616151.0789			
均方根误差(Root MSE)		15.5328	判定系数(R-Square)		0.9991
因变量均值(Dependent Mean)		2265.4374	调整的判定系数(Adj R-Sq)		0.9991
参数估计					
变量	估计值	标准误	t值	p值	
常数项	1571.5839	2.3155	678.7345	0.0000	
X1	3.0765	0.0535	57.5250	0.0000	
X1*X1	0.0289	0.0003	111.7475	0.0000	

图 1 二次拟合方差分析及参数估计

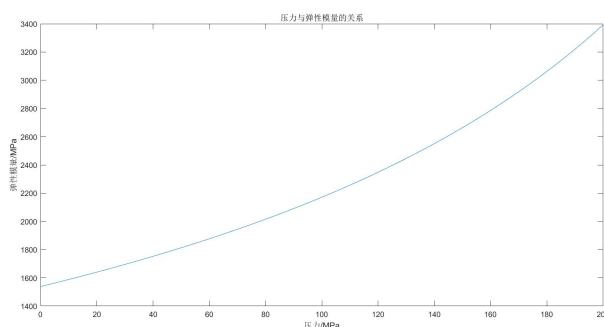


图 2 压力与弹性模量的关系

解微分方程可得

$$\rho = e^{\frac{20000 \arctan\left(\frac{578F+30765}{\sqrt{17221024659}}\right)}{\sqrt{17221024659}} - 0.253} \quad (2)$$

$$F = 227.04 \tan(6.56 \ln(\rho) + 1.66) - 53.23 \quad (3)$$

高压油管内初始压力为 $100MPa$ ，高压油管内腔长度 $l_t = 500mm$ ，内半径 $r_t = 2.5mm$ ，高压油管体积 $V_P = l_P \pi r_P^2 = 39270mm^3$ ，根据题目条件，油管内油的密度 $\rho_P = 0.850mg/mm^3$ ，储存的油质量 $M_P = \rho_P V_P = 33379mg$ 。

根据题目所给条件，喷油嘴一次工作的出油体积 $V_B = 44mm^3$ ，油密度 $\rho_B = 0.850mg/mm^3$ ，一次出油质量 $M_B = \rho_B V_B = 37.4mg$ 。

假设在没有任何进油的情况下可以顺利出油一次，出油后高压油管内剩下的质量 $M'_P = M_P - M_B = 33342mg$ ，由此求得出油后高压油管内油密度 $\rho'_P = \frac{M'_P}{V_P} =$

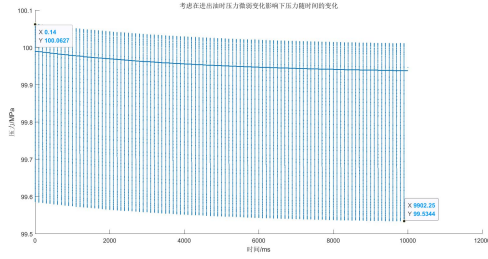


图 3 10s 内高压油管内压力变化散点图

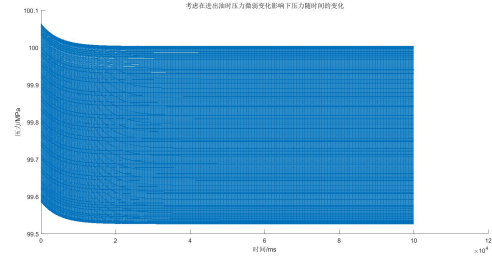


图 4 100s 内高压油管内压力变化散点图

$0.8490\text{mg}/\text{mm}^3$, 根据 (3) 得出出油后管内压力 $F_p' = 97.5812\text{MPa}$, 与初始压力 100MPa 相差较小。同时, 在下述实际模型操作中, 为保证压力的稳定, 出油的时候必定在进油, 因此不妨假设在实际情况中出油时对压力变化的影响忽略不计。

下面计算 A 处的密度 $\rho_A = \rho(F = 160) = 0.871\text{mg}/\text{mm}^3$,

根据

$$Q(\Delta p, \rho) = CA\sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (4)$$

得 A 处流量 $Q_A(160 - 100, 0.871) = 15.3582\text{mm}^3/\text{ms}$, 则 A 处单位毫秒进油质量 $\Delta M_A = \rho_A Q_A = 13.377\text{mg}/\text{ms}$, 前面已经求得一次工作出油总质量 $M_B = \rho_B V_B = 37.4\text{mg}$, 因此一次工作 A 总进油质量 $M_A = M_B = 37.4\text{mg}$, 一次工作单向阀开启总时间 $t = \Delta M_A / Q_A = 2.7958\text{ms}$ 。

确定单向阀每次开启时长后, 仍需确定何时开启单向阀, 根据题意, 油管内部的压力变化会对发动机工作效率造成影响, 因此, 为保持压力的稳定, 在出油的同时, 须同时保证单向阀开启。

上文计算得出数据为单向阀每次开启时长的估计值, 需要注意的是, 上文的假设忽略了进出油时压力的微小变化对于进油的影响。因此, 下面在进出油的同时加以考虑压力的微小变化对进出油速率的影响, 并用 *Matlab* 编程来检验上文的假设与估计值的合理性。最终求得单向阀最佳开启时长为 2.785ms , 并分别对高压油管工作 10s 和 100s 的稳定性进行检验, 根据图 5、图 6、图 7, 得出高压油管内部压力稳定在 $99.6\text{MPa} \sim 100.3724\text{MPa}$, 由此得出之前的假设具有较大合理性。

针对第一题的第二小问, 要使高压油管持续升压, 在升压的阶段内不必过分考虑维持压力的稳定性。为简化模型, 不妨作以下假设: 持续升压时油泵和喷油嘴的工作周期相互独立, 油泵工作周期如下: 工作 $T\text{ms}$, 关闭 10ms 。循环该周期直到油管内压力达到 150MPa 。当压力达到 150MPa 后, 根据第一小问思路将油管内的压力稳定在 150MPa 即可。

为求解题目问题, 在第一小问基础上修改 *Matlab* 程序, 得出在 2s 、 5s 和 10s 下油泵合适的工作时间 T 分别为 0.865ms 、 0.700ms 和 0.685ms 。在达到 150MPa 后, 为使

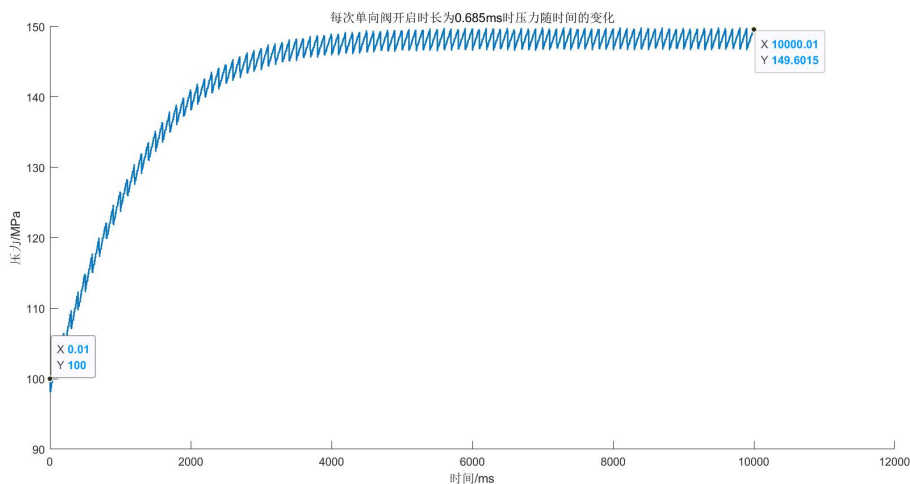


图 5 100MPa-150MPa 2s

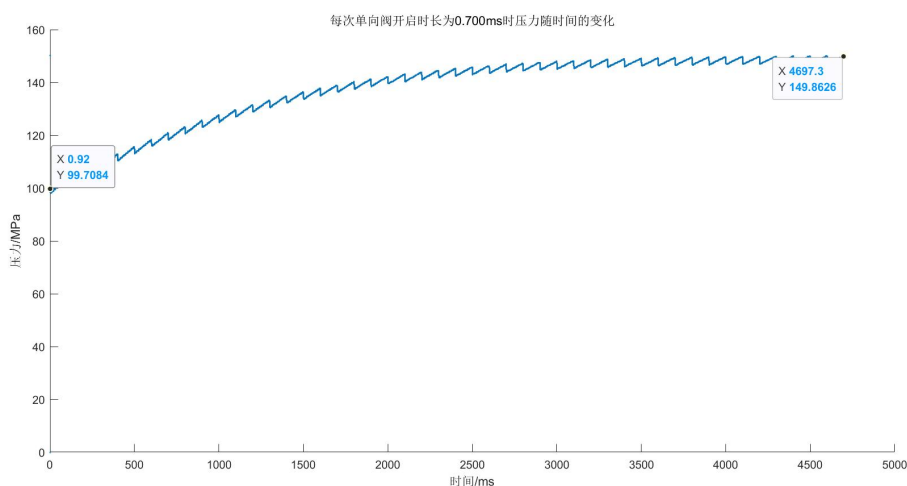


图 6 100MPa-150MPa 5s

压力稳定在 150MPa ，在之后的每个工作周期内单向阀与喷油嘴同时开启，且开启时长为 6.75ms 。经 *Matlab* 验证，在接下来的 10s 内，压力稳定在 $148.25\text{MPa} \sim 150.25\text{MPa}$ ，符合题目要求。因此该结果具有较大合理性。见图 8。

5.2 问题二模型

第二问在第一问的基础上，给出了喷油嘴和高压油泵的具体结构。因此，根据第一问的部分解题思路与结果加以改进。

下面对喷油嘴结构进行说明。根据 $Q(\Delta p, \rho)$ ，只需知道接触面面积、接触面两侧压力差以及该处燃油密度即可。由于大气压相对于油管内部压力来说可忽略不计，假设接触面的压力差和密度等于油管内部的压力和密度是合理的。记接触面面积为 S ，油管内部压力为 F ，油管燃油密度为 ρ ，这三个变量均随时间而变化。

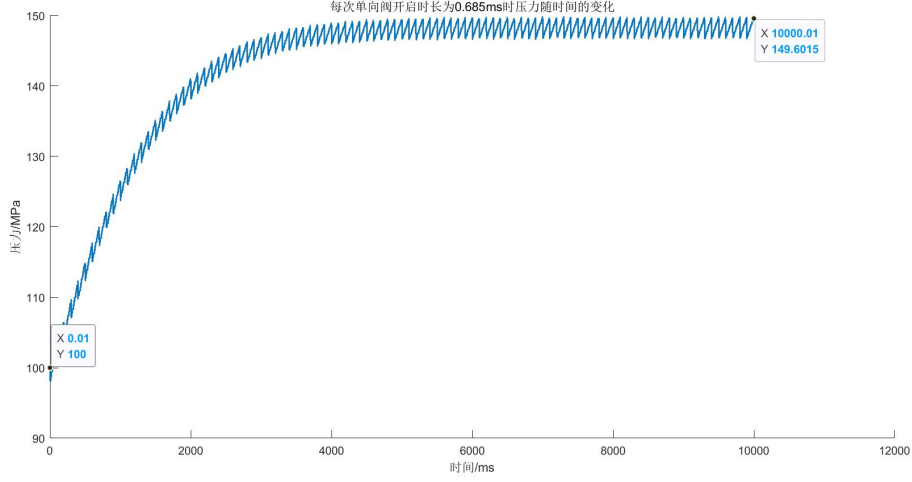


图 7 100MPa-150MPa 10s

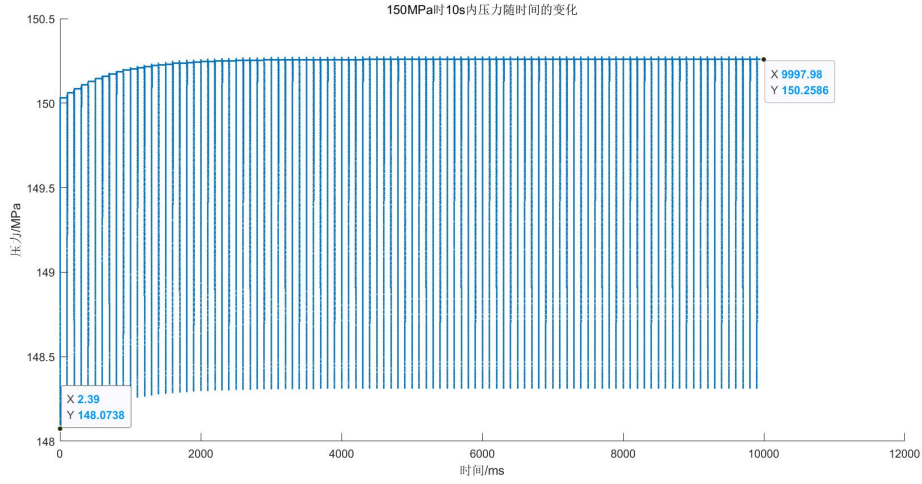


图 8 达到 150MPa 后 10s 内稳定性检验

根据图 8，可列方程组如下：

$$\begin{cases} Q = \int_0^t CS(t) \sqrt{\frac{2F(t)}{\rho(t)}} dt \\ S(t) = R^2(t) - r^2 \\ R(t) = \left(\frac{r}{\tan(\theta)} + h(t) \right) \tan(\theta) \\ \theta = \frac{\pi}{20}, r = 1.25, C = 0.85, t = 2.45 \end{cases} \quad (5)$$

$h = h(t)$ 由附件 2 给出, $F(t)$ 和 $\rho(t)$ 均可以由 *Matlab* 模拟得到。

下面对高压油泵结构进行说明。柱塞腔横截面积 $\sigma = \pi(\frac{5}{2})^2 = 19.635mm^2$ ，根据附件 1，极径的最大值 $r_{max} = 7.239mm$ ，极径的最小值 $r_{min} = 2.413mm$ ，可以得出上止点和下止点之间的距离即极径最大值和最小值之差为 $4.826mm$ ，并且对附件一的数据

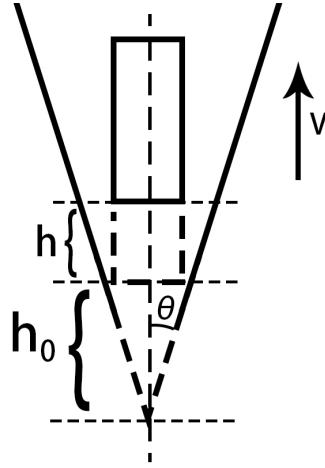


图 9 喷油嘴图示

进行拟合得到极角 θ 和极径 r 之间的关系为

$$r(\theta) = 2.413\cos\theta + 4.826 \quad (6)$$

接下来分析凸轮角速度对柱塞腔内柱塞运动的影响。设凸轮角速度为 ω ，则经过时间 t 后柱塞距离上止点的距离为

$$x(t) = r_{max} + r_{min} - r(\theta(t)) = 9.652 - r(\omega t) \quad (7)$$

根据上述已知条件及题目要求，对高压油泵即凸轮的运转方式作出两种可能的假设：

第一种假设：油泵一直运转，凸轮一直以相同的角速度匀速转动。

第二种假设：在同一周期内，喷油嘴工作一次，凸轮以相同的角速度匀速转动一周，且喷油嘴和凸轮同时开始工作。

上述两种假设均满足下述方程：

高压油管中单位时间内燃油的质量变化量等于 A 处进油质量减 B 处出油质量，得

$$\frac{dM_P}{dt} = \rho_A(t)Q_A(t) - \rho_B(t)Q_B(t), M_P = \rho_P V_P \quad (8)$$

A 处密度和压力近似等于高压油泵密度和压力，B 处密度和压力近似等于高压油管密度和压力

$$\rho_A = \rho_b = \frac{M_b(t)}{V_b(t)}, \rho_B = \rho_P = \frac{M_P(t)}{V_P} \quad (9)$$

$V_b(t)$ 由 $x(t)$ 决定，

$$V_b(t) = \sigma_b x(t) + V_0 \quad (10)$$

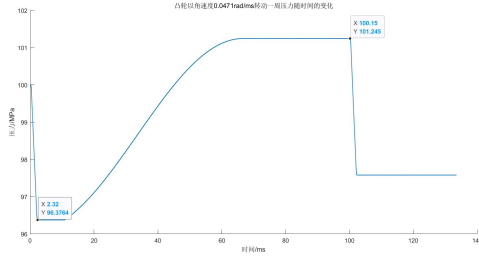


图 10 假设一中凸轮以 $0.015\pi\text{rad/ms}$ 转动 1 周

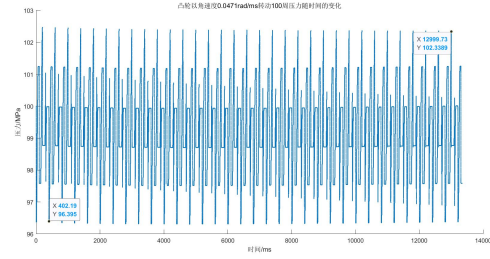


图 11 假设一中凸轮以 $0.015\pi\text{rad/ms}$ 转动 100 周

根据第一问求出的 F 和 ρ 的关系,

$$F_A(t) = F(\rho_A(t)), F_B(t) = F(\rho_B(t)) \quad (11)$$

根据题目给出的 $Q(\Delta p, \rho)$,

$$Q_A = C\sigma_A \sqrt{\frac{2(\rho_A - \rho_P)}{\rho_A}}, Q_B = C\sigma_B \sqrt{\frac{2(\rho_B)}{\rho_B}} \quad (12)$$

在第一种假设的情况下, ω 为常数, 设为 ω_0 , 即

$$\omega = \omega_0, \quad 0 < t < \infty \quad (13)$$

在第二种假设的情况下, ω 也为常数, 在同周期 T 时间内设为 ω_0 , 其余时间为 0, 即

$$\omega = \begin{cases} \omega_0 & 0 < t \leq T \\ 0 & T < t < \infty \end{cases} \quad (14)$$

其中 $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ 。

在满足 (6) ~ (12) 情况下, 根据两种假设不同的角速度 ω 和本题已给的初始条件, 可用 *Matlab* 进行模拟。

实际结果为: 第一种假设模拟结果较为稳定, 当 $\omega_0 = 0.015\pi\text{rad/ms}$ 时, 管内压力可以稳定在 $96.5\text{MPa} \sim 102.5\text{MPa}$, 压力随时间变化的模拟结果如图 10、图 11; 第二种假设模拟结果较为不稳定, 通过调整 ω_0 的值也无法避免高压油管内压力上升, 压力随时间变化的模拟结果如图 12。因此选择第一种假设的结果作为最终解。

5.3 问题三模型

针对第三题, 参考第二题的结果, 假设驱动高压油泵工作的凸轮一直以匀角速度转动。

该问题分为两部分。第一部分探究在只增加一个喷油嘴的情况下, 该如何设置两个喷油嘴在一个工作周期, 即 100ms 内的工作时间间隔 ΔT , 才能使出油时油管内的压强稳定在 100MPa 附近。

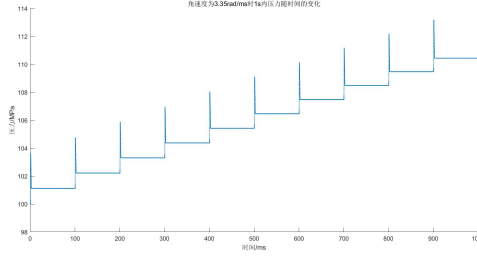


图 12 假设二中凸轮以 3.35rad/ms 时持续 1s

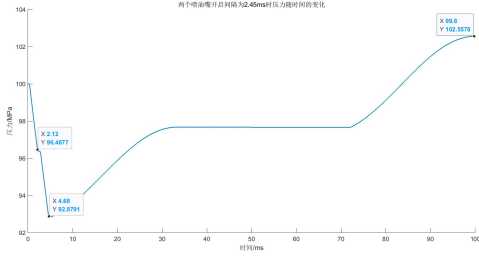


图 13 间隔 2.45ms 一个周期内

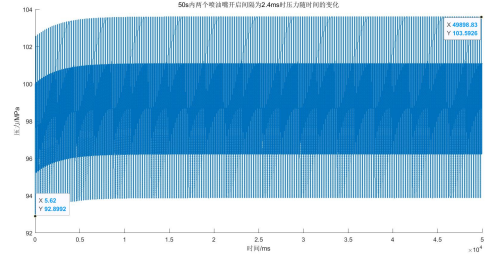


图 14 间隔 2.45ms 50s 内

整个过程仍采用 *Matlab* 模拟，在模拟之前，需对第二问的方程组进行修正。因增加了一个喷油嘴，记其位置为 C ，(8) 需改为

$$\frac{dM_P}{dt} = \rho_A(t)Q_A(t) - \rho_B(t)Q_B(t) - \rho_C(t)Q_C(t), M_P = \rho_P V_P \quad (15)$$

且 B 和 C 并非同时出油，因此需对 $\rho_B(t)$ 、 $Q_B(t)$ 、 $\rho_C(t)$ 和 $Q_C(t)$ 单独说明。

$$Q_B = \begin{cases} Q_B & 0 < t \leq 2.45 \\ 0 & 2.45 < t < 100 \end{cases} \quad (16)$$

$$Q_C = \begin{cases} 0 & 0 < t \leq \Delta T \\ Q_C & \Delta T < t < \Delta T + 2.45 \\ 0 & \Delta T + 2.45 < t \leq 100 \end{cases} \quad (17)$$

以上即为对方程组的修正，其余保持不变。

对 $\Delta T_1 = 2.45\text{ms}$ 进行模拟，见图 13、图 14；对 $\Delta T_2 = 50\text{ms}$ 进行模拟，见图 15、图 16；对 $\Delta T_3 = 90\text{ms}$ 进行模拟，图 17、图 18；

比较三种结果，我们最终选择方案二。原因如下：

- 短期来看，方案一在 $[0, 2.45]$ 喷油嘴工作期间压力下降至 92.8791MPa ，而其余两者均为 96MPa 左右，首先排除方案一。
- 长期来看，在喷油嘴工作区间内，方案二最终稳定在 95.62MPa ，方案三最终稳定在 94.14MPa ，且方案三压力上界与 100MPa 的差远大于方案二，选择方案二。

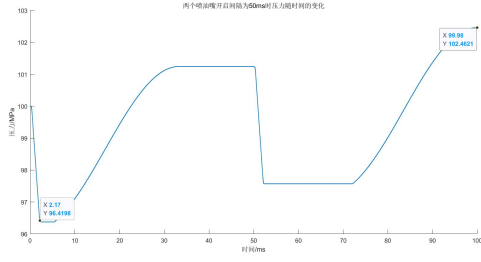


图 15 间隔 50ms 一个周期内

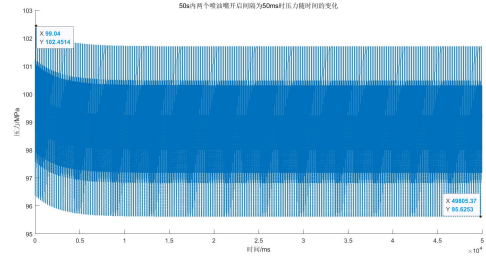


图 16 间隔 50ms 50s 内

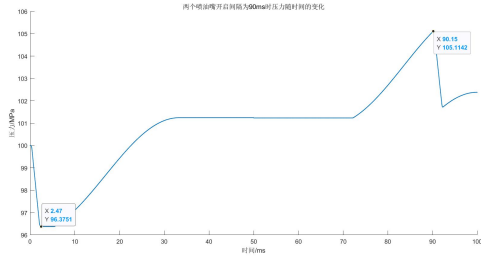


图 17 间隔 90ms 一个周期内

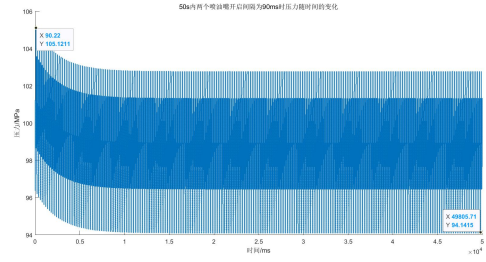


图 18 间隔 90ms 50s 内

第二部分探究在同时增加一个喷油嘴和一个减压阀的情况下，如何通过控制以下三个参数：两个喷油嘴的工作时间间隔、减压阀的开启时间以及时长、凸轮匀速转动的角速度，使得出油时油管内的压强稳定在 100Mpa 附近。

在模拟之前，需对方程组作进一步修正。

$$\frac{dM_P}{dt} = \rho_A(t)Q_A(t) - \rho_B(t)Q_B(t) - \rho_C(t)Q_C(t) - \rho_D(t)Q_D(t), M_P = \rho_P V_P \quad (18)$$

$$Q_D = \begin{cases} Q_D & T_j < t \leq T_k \\ 0 & 0 < t < T_j \quad \& \quad T_k < t < 100 \end{cases} \quad (19)$$

为简化第二小问模型，直接采用第一小问的结果，假设两个喷油嘴工作时间间隔 $\Delta T = 50ms$ ，之后的模拟也将验证假设是合理的。至此，变量为减压阀开启时间 T_j 、关闭时间 T_k 和凸轮角速度。根据问题二模拟结果可以得出一个结论：在一定范围内，凸轮角速度越大，越能维持出油时高压油管内的压力稳定，但同时也会导致高压油管内压

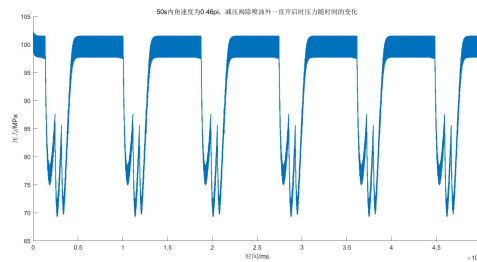


图 19 角速度 0.46 减压阀除出油外全程开启

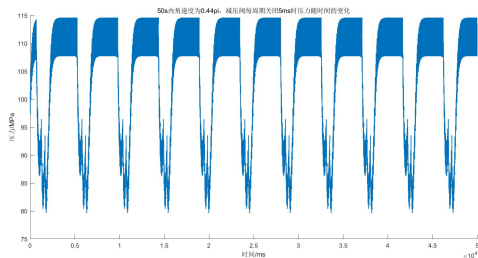


图 20 角速度 0.44π 减压阀 $[2.45, 45]$

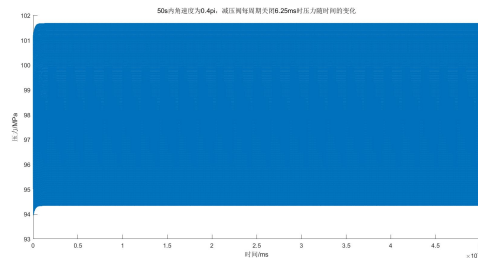


图 21 角速度 0.4π 减压阀 $[3.75, 43.75]$

力不断增大。因此，减压阀的作用即非喷油时间内不断出油，使得即便凸轮以较大角速度转动，也不会导致高压油管内的压力随着时间推移不断增加。

关于减压阀开启时间和关闭时间的选择，如果在每个工作周期的 $0ms \sim 2.4ms$ ，即在喷油嘴 B 工作时间内开启减压阀会导致高压油管内的压力下降过快，从而使出油时压力更不稳定，因此只能在 $2.4ms \sim 50ms$ 内开启。若假设减压阀在 $2.4ms$ 使开启，在 $50ms$ 时关闭，为维持管内压力稳定，需要凸轮角速度维持在 $0.46\pi rad/ms$ ，即凸轮需在 B 、 C 喷油嘴每个工作周期内转 11.5 圈，这会导致在一个喷油周期内凸轮不是转整数圈。经过模拟，发现管内压力即使在开始几十个周期内能维持稳定，但由于凸轮转速与喷油周期的不匹配性，在经过一段时间后，管内压力会突然下降，见图 19。因此，为了保证周期匹配性，我们认为角速度必须是 0.04π 的整数倍，且小于 0.46π ，在此允许的区间内角速度越大越好。需要说明的是，角速度减小导致的压力减小可以通过减少减压阀的开启时间来弥补。第一次模拟选择角速度为 0.44π 且减压阀工作时间区间为 $[2.45, 45]$ ，见图 20，可见在较长时间内是不稳定的；第二次模拟选择角速度为 0.4π 转速且减压阀工作时间区间为 $[3.75, 43.75]$ ，见图 21，可见在长时间内是高度稳定的，且在 $[0.2, 45]$ 出油时油管压力稳定在 $(100 - 0.5)MPa \sim (100 + 1.5)MPa$ ，因此将其作为第三题第二问的最终解。

六、模型的改进

现实生活中压力随时间变化是一个连续的过程，但由于调试时间有限，在数值模拟过程中只采用一种步长来近似。选取更小的步长，耐心地等待或用计算能力更强的计算机或许能得到更精确的结果。对于相应结果的稳定性通过量化计算比定性的图像分析更有说服力。

七、模型的优缺点

7.1 模型的优点

- 计算得出的结果使高压油管内压力在很小的范围内波动且最终趋于长期的稳定，得出较为理想的图像，故作出的各种假设具有较大的合理性。
- 利用计算机图像分析匹配参数，能直观认识到不同参数对于油管内压强变化方式的影响。

7.2 模型的缺点

- 使用二次回归法拟合密度与压力关系的函数，会造成一定的精度损失，这种精度损失在用微分方程数值求解的过程中或许会带来不可估量的累计误差。
- 缺少对微分方程数值解稳定性与收敛性的分析，故无法保证结果的准确性，也无法给出所给出结果与真实结果的误差。
- 利用图像分析得到各问参数，多数依靠定性认识，缺乏深入的定量的高压油管工作效率分析。

参考文献

- [1] 韩中庚，数学建模方法及其应用，北京：高等教育出版社，2009。
- [2] 刘浩，韩晶，MATLAB R2016a 完全自学一本通，北京：电子工业出版社，2016。

附录 A 第一题 matlab 源程序

```
function F=Fro(ro) %根据二次回归所拟合得到的由密度ro求燃油压力F的函数Fro
```

```
F = 227.03962243443446122228319475835*tan(6.5614450883551559293239843285164*log(ro) +  
1.6600327407733547346638586130814) - 53.226643598615916955017301038062;
```

```
function [ro]=roF(F) %根据二次回归所拟合得到的由燃油压力F求密度ro的函数roF
```

```
ro = exp((20000*17221024659^(1/2)*atan((17221024659^(1/2)*(578*F +  
30765))/17221024659))/17221024659 - 0.252998039062992);
```

```
x=[0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 4.5 5 5.5 6 6.5 7 7.5 8 8.5 9 9.5 10 10.5 11 11.5 12 12.5 13 13.5  
14 14.5 15 15.5 16 16.5 17 17.5 18 18.5 19 19.5 20 20.5 21 21.5 22 22.5 23 23.5 24 24.5 25  
25.5 26 26.5 27 27.5 28 28.5 29 29.5 30 30.5 31 31.5 32 32.5 33 33.5 34 34.5 35 35.5 36  
36.5 37 37.5 38 38.5 39 39.5 40 40.5 41 41.5 42 42.5 43 43.5 44 44.5 45 45.5 46 46.5 47  
47.5 48 48.5 49 49.5 50 50.5 51 51.5 52 52.5 53 53.5 54 54.5 55 55.5 56 56.5 57 57.5 58  
58.5 59 59.5 60 60.5 61 61.5 62 62.5 63 63.5 64 64.5 65 65.5 66 66.5 67 67.5 68 68.5 69  
69.5 70 70.5 71 71.5 72 72.5 73 73.5 74 74.5 75 75.5 76 76.5 77 77.5 78 78.5 79 79.5 80  
80.5 81 81.5 82 82.5 83 83.5 84 84.5 85 85.5 86 86.5 87 87.5 88 88.5 89 89.5 90 90.5 91  
91.5 92 92.5 93 93.5 94 94.5 95 95.5 96 96.5 97 97.5 98 98.5 99 99.5 100 100.5 101 101.5  
102 102.5 103 103.5 104 104.5 105 105.5 106 106.5 107 107.5 108 108.5 109 109.5 110 110.5  
111 111.5 112 112.5 113 113.5 114 114.5 115 115.5 116 116.5 117 117.5 118 118.5 119 119.5  
120 120.5 121 121.5 122 122.5 123 123.5 124 124.5 125 125.5 126 126.5 127 127.5 128 128.5  
129 129.5 130 130.5 131 131.5 132 132.5 133 133.5 134 134.5 135 135.5 136 136.5 137 137.5  
138 138.5 139 139.5 140 140.5 141 141.5 142 142.5 143 143.5 144 144.5 145 145.5 146 146.5  
147 147.5 148 148.5 149 149.5 150 150.5 151 151.5 152 152.5 153 153.5 154 154.5 155 155.5  
156 156.5 157 157.5 158 158.5 159 159.5 160 160.5 161 161.5 162 162.5 163 163.5 164 164.5  
165 165.5 166 166.5 167 167.5 168 168.5 169 169.5 170 170.5 171 171.5 172 172.5 173 173.5  
174 174.5 175 175.5 176 176.5 177 177.5 178 178.5 179 179.5 180 180.5 181 181.5 182 182.5  
183 183.5 184 184.5 185 185.5 186 186.5 187 187.5 188 188.5 189 189.5 190 190.5 191 191.5  
192 192.5 193 193.5 194 194.5 195 195.5 196 196.5 197 197.5 198 198.5 199 199.5 200 ];
```

```
%根据题目所给数据导入压力为x
```

```
y=[1538.4 1540.8 1543.3 1545.7 1548.2 1550.6 1553.1 1555.6 1558 1560.5 1563 1565.5 1568 1570.5  
1573 1575.5 1578 1580.6 1583.1 1585.6 1588.2 1590.7 1593.3 1595.9 1598.4 1601 1603.6  
1606.2 1608.8 1611.3 1614 1616.6 1619.2 1621.8 1624.4 1627.1 1629.7 1632.4 1635 1637.7  
1640.3 1643 1645.7 1648.4 1651.1 1653.8 1656.5 1659.2 1661.9 1664.6 1667.4 1670.1 1672.8  
1675.6 1678.3 1681.1 1683.9 1686.7 1689.5 1692.2 1695 1697.8 1700.7 1703.5 1706.3 1709.1  
1712 1714.8 1717.7 1720.6 1723.4 1726.3 1729.2 1732.1 1735 1737.9 1740.8 1743.7 1746.7  
1749.6 1752.5 1755.5 1758.4 1761.4 1764.4 1767.4 1770.4 1773.4 1776.4 1779.4 1782.4 1785.4  
1788.5 1791.5 1794.6 1797.6 1800.7 1803.8 1806.8 1809.9 1813 1816.1 1819.3 1822.4 1825.5  
1828.7 1831.8 1835 1838.1 1841.3 1844.5 1847.7 1850.9 1854.1 1857.3 1860.6 1863.8 1867  
1870.3 1873.6 1876.8 1880.1 1883.4 1886.7 1890 1893.3 1896.6 1900 1903.3 1906.7 1910  
1913.4 1916.8 1920.2 1923.6 1927 1930.4 1933.8 1937.3 1940.7 1944.2 1947.7 1951.1 1954.6  
1958.1 1961.6 1965.2 1968.7 1972.2 1975.8 1979.3 1982.9 1986.5 1990.1 1993.7 1997.3 2000.9  
2004.5 2008.2 2011.8 2015.5 2019.2 2022.9 2026.5 2030.3 2034 2037.7 2041.4 2045.2 2049  
2052.7 2056.5 2060.3 2064.1 2067.9 2071.8 2075.6 2079.5 2083.3 2087.2 2091.1 2095 2098.9
```

```

2102.8 2106.8 2110.7 2114.7 2118.6 2122.6 2126.6 2130.6 2134.7 2138.7 2142.7 2146.8 2150.9
2155 2159.1 2163.2 2167.3 2171.4 2175.6 2179.7 2183.9 2188.1 2192.3 2196.5 2200.8 2205
2209.3 2213.5 2217.8 2222.1 2226.4 2230.7 2235.1 2239.4 2243.8 2248.2 2252.6 2257 2261.4
2265.9 2270.3 2274.8 2279.3 2283.8 2288.3 2292.8 2297.4 2301.9 2306.5 2311.1 2315.7 2320.3
2324.9 2329.6 2334.3 2339 2343.7 2348.4 2353.1 2357.8 2362.6 2367.4 2372.2 2377 2381.8
2386.7 2391.5 2396.4 2401.3 2406.2 2411.2 2416.1 2421.1 2426.1 2431.1 2436.1 2441.1 2446.2
2451.3 2456.3 2461.5 2466.6 2471.7 2476.9 2482.1 2487.3 2492.5 2497.7 2503 2508.3 2513.6
2518.9 2524.2 2529.6 2534.9 2540.3 2545.8 2551.2 2556.6 2562.1 2567.6 2573.1 2578.7 2584.2
2589.8 2595.4 2601 2606.7 2612.3 2618 2623.7 2629.4 2635.2 2641 2646.7 2652.6 2658.4
2664.3 2670.1 2676 2682 2687.9 2693.9 2699.9 2705.9 2712 2718 2724.1 2730.2 2736.4 2742.6
2748.7 2755 2761.2 2767.5 2773.8 2780.1 2786.4 2792.8 2799.2 2805.6 2812 2818.5 2825
2831.5 2838.1 2844.7 2851.3 2857.9 2864.6 2871.2 2878 2884.7 2891.5 2898.3 2905.1 2912
2918.8 2925.8 2932.7 2939.7 2946.7 2953.7 2960.8 2967.9 2975 2982.2 2989.3 2996.6 3003.8
3011.1 3018.4 3025.8 3033.1 3040.5 3048 3055.5 3063 3070.5 3078.1 3085.7 3093.3 3101
3108.7 3116.5 3124.3 3132.1 3139.9 3147.8 3155.7 3163.7 3171.7 3179.7 3187.8 3195.9 3204.1
3212.2 3220.5 3228.7 3237 3245.4 3253.7 3262.2 3270.6 3279.1 3287.6 3296.2 3304.8 3313.5
3322.2 3331 3339.7 3348.6 3357.4 3366.4 3375.3 3384.3 3393.4
];%根据题目所给数据导入弹性模量为y
plot(x,y); %画出弹性模量随压力变化的图像
title('压力与弹性模量的关系');
xlabel('压力/MPa');
ylabel('弹性模量/MPa');

```

```

function [Q]=qiuQ(A,deltaP,ro) %由横截面积A、压力差deltaP和高压侧燃油密度ro求流量Q
Q = 0.85*A.*sqrt(2*deltaP./ro)

```

function i=problem11(pumpt) %在进出油的同时影响高压油管压力，而高压油管压力又反作用于进出油的速率。
 %因此通过该程序测试单向阀不同开启时长pumpt以维持100MPa压力的稳定，并绘制高压油管压力随时间变化的图像

```

phigh=160; %高压油泵压力phigh
rohigh=roF(160); %高压油泵（高压侧燃油）密度rohigh
V=pi*500*5*5; %高压油管体积V
C=0.85; %流量系数C
A=pi*0.7*0.7; %供油入口A处小孔面积A
t=zeros(10000000,1); %正常时间t(i)，单位ms
t1=zeros(10000000,1); %用来判断是否为出油时间的t1(i)
t2=zeros(10000000,1); %用来判断是否为进油时间的t2(i)
p=zeros(10000000,1); %高压油管内的油量压力p(i)
p(1)=100; %初始化高压油管内的初始油量压力
ro=zeros(10000000,1); %高压油管内的油量密度ro(i)
ro(1)=0.85; %初始化高压油管内的初始油量密度
m=zeros(10000000,1); %高压油管内的油量质量m(i)
pumpin=zeros(10000000,1); %在时间i高压油管内的进油质量pumpin(i)
pumpout=zeros(10000000,1); %在时间i高压油管内的出油质量pumpout(i)
m(1)=ro(1)*V; %初始化高压油管内的初始油量质量

```



```

for i=1:10000000%将整个时间段划分为10000000个区间，每个区间为0.01ms
%利用数值积分方法计算结果，每个出油周期为100ms，即10000次循环为一出油周期
t(i)=i/100; %换算使t(i)单位为ms
t1(i)=rem(i,100*100)/100; %计算当前时间在当前周期的时间（周期开始为0时间）
t2(i)=rem(i,100*100)/100;
if t2(i)<=pumpt %判断当前时间在当前周期内是否为进油时间
pumpin(i)=0.01*(C*A*sqrt(2*(phigh-p(i))/rohigh))*rohigh;
%如果当前时间为进油时间则用流量公式计算进油质量
end
if t1(i)<=0.2
%判断当前时间在当前周期内是否为出油时间，并根据题目所给出油速率函数图像计算出油质量
pumpout(i)=0.01*100*t1(i)*ro(i);
end
if t1(i)>0.2&& t1(i)<=2.2
pumpout(i)=0.01*20*ro(i);
end
if t1(i)>2.2&& t1(i)<2.4
pumpout(i)=0.01*100*(2.4-t1(i))*ro(i);
end
m(i+1)=m(i)+pumpin(i)-pumpout(i);
%递推下一时间i高压油管内的油量质量、高压油管内的油量密度及高压油管内的压力
ro(i+1)=m(i+1)/V;
p(i+1)=Fro(ro(i+1));
end

t(i+1)=t(i)+0.01; %使矩阵t维度加一以符合矩阵p的维度
scatter(t,p,1); %绘制高压油管压力随时间变化的图像
%disp(i/100);
title('考虑在进出油时压力微弱变化影响下压力随时间的变化');
xlabel('时间/ms');
ylabel('压力/MPa');

```

```

function i=problem121(pumpt)%通过该程序测试单向阀不同开启时长pumpt使压力从100MPa升至150MPa
%并绘制高压油管压力随时间变化的图像

```

```

phigh=160; %高压油泵压力phigh
rohigh=roF(160); %高压油泵（高压侧燃油）密度rohigh
V=pi*500*5*5; %高压油管体积V
C=0.85; %流量系数C
A=pi*0.7*0.7; %供油入口A处小孔面积A
t=zeros(1000000,1); %正常时间t(i)，单位ms
t1=zeros(1000000,1); %用来判断是否为出油时间的t1(i)
t2=zeros(1000000,1); %用来判断是否为进油时间的t2(i)
p=zeros(1000000,1); %高压油管内的油量压力p(i)
p(1)=100; %初始化高压油管内的初始油量压力
ro=zeros(1000000,1); %高压油管内的油量密度ro(i)

```

```

ro(1)=0.85; %初始化高压油管内的初始油量密度
m=zeros(1000000,1); %高压油管内的油量质量m(i)
pumpin=zeros(1000000,1); %在时间i高压油管内的进油质量pumpin(i)
pumpout=zeros(1000000,1); %在时间i高压油管内的出油质量pumpout(i)
m(1)=ro(1)*V; %初始化高压油管内的初始油量质量

for i=1:1000000 %将整个时间段划分为1000000个区间，每个区间为0.01ms
%利用数值积分方法计算结果，每个出油周期为100ms，即10000次循环为一出油周期
if ro(i)>0.8679 %如果高压油管内密度大于0.8679（即高压油管内压力大于150MPa），则跳出循环，终止运行
break;
end
t(i)=i/100; %换算使t(i)单位为ms
t1(i)=rem(i,100*100)/100; %计算当前时间在当前周期的时间（周期开始为0时间）
t2(i)=rem(i,100*(pumpt+10))/100;
if t2(i)<=pumpt %判断当前时间在当前周期内是否为进油时间
pumpin(i)=0.01*(C*A*sqrt(2*(phigh-p(i))/rohigh))*rohigh;
%如果当前时间为进油时间则用流量公式计算进油质量
end
if t1(i)<=0.2
%判断当前时间在当前周期内是否为出油时间，并根据题目所给出油速率函数图像计算出油质量
pumpout(i)=0.01*100*t1(i)*ro(i);
end
if t1(i)>0.2&&t1(i)<=2.2
pumpout(i)=0.01*20*ro(i);
end
if t1(i)>2.2&&t1(i)<2.4
pumpout(i)=0.01*100*(2.4-t1(i))*ro(i);
end
m(i+1)=m(i)+pumpin(i)-pumpout(i);
%递推下一时间i高压油管内的油量质量、高压油管内的油量密度及高压油管内的压力
ro(i+1)=m(i+1)/V;
p(i+1)=Fro(ro(i+1));
end

t(i+1)=t(i)+0.01; %使矩阵t维度加一以符合矩阵p的维度
scatter(t,p,1); %绘制高压油管内压力随时间变化的图像
%disp(i/100);
title('每次单向阀开启时长为0.700ms时压力随时间的变化');
xlabel('时间/ms');
ylabel('压力/MPa');

function i=problem122(pumpt)%通过该程序测试单向阀不同开启时长pumpt使压力稳定在150MPa
%并绘制高压油管压力随时间变化的图像

phigh=160; %高压油泵压力phigh
rohigh=roF(160); %高压油泵（高压侧燃油）密度rohigh

```

```

V=pi*500*5*5;           %高压油管体积V
C=0.85;                  %流量系数C
A=pi*0.7*0.7;           %供油入口A处小孔面积A
t=zeros(1000000,1);      %正常时间t(i)，单位ms
t1=zeros(1000000,1);     %用来判断是否为出油时间的t1(i)
t2=zeros(1000000,1);     %用来判断是否为进油时间的t2(i)
p=zeros(1000000,1);      %高压油管内的油量压力p(i)
p(1)=150;                %初始化高压油管内的初始油量压力
ro=zeros(1000000,1);     %高压油管内的油量密度ro(i)
ro(1)=roF(150);          %初始化高压油管内的初始油量密度
m=zeros(1000000,1);      %高压油管内的油量质量m(i)
pumpin=zeros(1000000,1); %在时间i高压油管内的进油质量pumpin(i)
pumpout=zeros(1000000,1); %在时间i高压油管内的出油质量pumpout(i)
m(1)=ro(1)*V;            %初始化高压油管内的初始油量质量

for i=1:1000000%将整个时间段划分为1000000个区间，每个区间为0.01ms
%利用数值积分方法计算结果，每个出油周期为100ms，即10000次循环为一出油周期
t(i)=i/100;              %换算使t(i)单位为ms
t1(i)=rem(i,100*100)/100; %计算当前时间在当前周期的时间（周期开始为0时间）
t2(i)=rem(i,100*100)/100;
if t2(i)<=pumpt          %判断当前时间在当前周期内是否为进油时间
pumpin(i)=0.01*(C*A*sqrt(2*(phigh-p(i))/rohigh))*rohigh;
%如果当前时间为进油时间则用流量公式计算进油质量
end
if t1(i)<=0.2
%判断当前时间在当前周期内是否为出油时间，并根据题目所给出油速率函数图像计算出油质量
pumpout(i)=0.01*100*t1(i)*ro(i);
end
if t1(i)>0.2&&t1(i)<=2.2
pumpout(i)=0.01*20*ro(i);
end
if t1(i)>2.2&&t1(i)<2.4
pumpout(i)=0.01*100*(2.4-t1(i))*ro(i);
end
m(i+1)=m(i)+pumpin(i)-pumpout(i);
%递推下一时间i高压油管内的油量质量、高压油管内的油量密度及高压油管内的压力
ro(i+1)=m(i+1)/V;
p(i+1)=Fro(ro(i+1));
end

t(i+1)=t(i)+0.01; %使矩阵t维度加一以符合矩阵p的维度
scatter(t,p,1); %绘制高压油管内的压力随时间变化的图像
%disp(i/100);
title('150MPa时10s内压力随时间的变化');
xlabel('时间/ms');
ylabel('压力/MPa');

```

附录 B 第二题 matlab 源程序

```
function H=qiuH(fi) %根据凸轮转动角速度fi求柱塞腔中柱塞的高度H
H=2.413*cos(fi)+4.826;
```

```
function S=qiuS(h) %根据针阀上升距离h求对应的横截面积S
theta=pi/20; %theta为题目所给密封座圆锥半角
r1=0.7; %r1为最下端喷孔半径
r2=1.25; %r2为针阀半径
h0=r1/tan(theta);
h1=r2/tan(theta)-h0;
R=tan(theta)*(h+h0+h1); %R为所求横截面积S的半径
S=pi*(R.*R-r2*r2);
```

```
function problem21(omega)%根据第二题假设一，输入不同角速度计算最终对压力的影响并画出图像
%（接上）从而确定合理的角速度范围
```

%如果需要更改模型运作的总时长,请更改下面的变量totali

```
periodi=ceil(2*pi/omega*100); %凸轮以角速度omega转动一周的周期periodi, 单位0.01ms
```

```
totali=100*periodi; %测试模型运作的总时间totali, 单位0.01ms
```

[illegible]

$C=0.85$: %流量系数C

```
A1=pi*0.7*0.7; %直径为1.4mm的供油入口A处的小孔面积A1
```

```
vrem=20; %柱塞运动到上止点时柱塞腔残余容积vrem
```

```
hmax=7.239; %凸轮极径长度的最大值hmax
```

```
rpump=2.5; %柱塞腔半径rpump
```

```
t=zeros(totali,1);           %时间t(i), 单位ms
```

```
fi=zeros(totali,1); %i时间凸轮的角度fi(i)
```

```
hpump=zeros(totali,1); %i时间柱塞腔内柱塞的高度hpump(i)
```

```
vpump=zeros(totali,1); %i时间柱塞腔内剩余油量体积vpump(i)
```

```
ropump=zeros(totali,1); %i时间柱塞腔内剩余油量密度ropump(i)
```

```
ppump=zeros(totali,1); %i时间柱塞腔内剩余油量压力ppump(i)
```

```
mpump=zeros(totali,1); %i时间柱塞腔内剩余油量质量mpump(i)
```

```

mpipe=zeros(totali,1); %i时间高压油管内油量质量mpipe(i)
ropipe=zeros(totali,1); %i时间高压油管内油量密度ropipe(i)
ppipe=zeros(totali,1); %i时间高压油管内油量压力ppipe(i)
pumpin=zeros(totali,1); %i时间高压油管进油量pumpin(i)
pumpout=zeros(totali,1); %i时间高压油管出油量pumpout(i)
V=pi*500*5*5; %高压油管体积V
mpipe(1)=V*0.85; %初始化高压油管内初始油量质量
hpump(1)=2.413; %初始化柱塞腔内柱塞的初始高度
vpump(1)=vrem+rpump*rpump*pi*(hmax-hpump(1)); %初始化柱塞腔内初始油量体积
mpump(1)=roF(0.5)*vpump(1); %初始化柱塞腔内初始油量质量

for i=1:totali%将整个时间段划分为totali个区间，每个区间为0.01ms
%利用数值积分方法计算结果，每个出油周期为100ms，即10000次循环为一出油周期
if rem(i,10000)<=246&&rem(i,10000)~=0
ti=rem(i,10000); %计算每个出油周期中喷油嘴针阀运动到的当前时间ti
else
ti=1; %如果当前时间喷油嘴不在运作，则令ti=1，即当前针阀高度为0
end
if rem(i,periodi)==1&&i~=1
%如果当前时间刚好进入一个新的周期，则重新初始化柱塞腔内油量质量与柱塞腔内油量密度
mpump(i)=mpump(1);
ropump(i)=roF(0.5);
end
t(i)=i/100; %换算使t(i)单位为ms
fi(i)=omega*t(i); %根据时间t(i)计算当前角速度f(i)
hpump(i)=-2.413*cos(fi(i))+4.826; %根据之前拟合的角度与柱塞高度关系式计算当前柱塞高度
vpump(i)=vrem+rpump*rpump*pi*(hmax-hpump(i));
ropump(i)= mpump(i)/vpump(i);
ropipe(i)= mpipe(i)/V;
ppump(i)=Fro(ropump(i)); %根据之前拟合的密度与压力关系式计算当前压力
ppipe(i)=Fro(ropipe(i));
if ppump(i)>ppipe(i)
%如果当前柱塞腔内压力大于高压油管压力，则单向阀开启，根据流量公式计算当前高压油管进油量pumpin(i)
pumpin(i)=C*A1*sqrt(2*(ppump(i)-ppipe(i))/ropump(i))*ropump(i)*0.01;
end
if rem(fi(i),2*pi)>pi %如果当前时间柱塞处于下降状态，则单向阀关闭，高压油管进油量为0
pumpin(i)=0;
ropump(i)=ropump(i-1);%当前时间柱塞处于下降状态，单向阀和喷油嘴都处于关闭状态
%柱塞腔内密度的降低不影响高压油管内压力，这段时间柱塞腔内密度变化不予研究
end
pumpout(i)=C*qiUS(hneedle(ti))*sqrt(2*ppipe(i)/ropipe(i))*ropipe(i)*0.01;
%根据流量公式，已经设定好的qiUS函数和针阀当前高度hneedle(i)计算高压油管出油量
mpipe(i+1)=mpipe(i)+pumpin(i)-pumpout(i); %递推下一i时间内高压油管内油量质量及柱塞腔内油量质量
mpump(i+1)=mpump(i)-pumpin(i);
end

%disp(mpipe(totali)-mpipe(1))

```



```

mpump(1)=roF(0.5)*vpump(1); %初始化柱塞腔内初始油量质量

for i=1:totali %将整个时间段划分为totali个区间，每个区间为0.01ms
%利用数值积分方法计算结果，每个出油周期为100ms，即10000次循环为一出油周期
remi=rem(i,10000);
if remi<=periodi&&remi~=0 %如果当前时间凸轮仍在运转
t(i)=i/100; %换算使t(i)单位为ms
if remi<=246&&remi~=0
ti=rem(i,10000); %计算每个出油周期中喷油嘴针阀运动到的当前时间ti
else
ti=1; %如果当前时间喷油嘴不在运作，则令ti=1，即当前针阀高度为0
end
if remi==1&&i~=1 %如果当前时间刚好进入一个新的周期，则重新初始化柱塞腔内油量质量、油量密度
%（接上）高压油管内油量质量与凸轮角度
mpump(i)=mpump(1);
ropump(i)=roF(0.5);
mpipe(i)=mpipe(i-1);
fi(i)=0;
else
fi(i)=omega*t(remi); %否则根据当前周期时间t(i)计算当前角速度f(i)
end
hpump(i)=-2.413*cos(fi(i))+4.826; %根据之前拟合的角度与柱塞高度关系式计算当前柱塞高度
vpump(i)=vrem+rpump*rpump*pi*(hmax-hpump(i));
ropump(i)= mpump(i)/vpump(i);
ropipe(i)=mpipe(i)/V;
ppump(i)=Fro(ropump(i)); %根据之前拟合的密度与压力关系式计算当前压力
ppipe(i)=Fro(ropipe(i));
if ppump(i)>ppipe(i)
%如果当前柱塞腔内压力大于高压油管压力，则单向阀开启，根据流量公式计算当前高压油管进油量pumpin(i)
pumpin(i)=C*A1*sqrt(2*(ppump(i)-ppipe(i))/ropump(i))*ropump(i)*0.01;
end
if rem(fi(i),2*pi)>pi %如果当前时间柱塞处于下降状态，则单向阀关闭，高压油管进油量为0
pumpin(i)=0;
ropump(i)=ropump(i-1); %当前时间柱塞处于下降状态，单向阀和喷油嘴都处于关闭状态
%柱塞腔内密度的降低不影响高压油管内压力，这段时间柱塞腔内密度变化不予研究
end
pumpout(i)=C*qiuS(hneedle(ti))*sqrt(2*ppipe(i)/ropipe(i))*ropipe(i)*0.01;
%根据流量公式，已经设定好的qiuS函数和针阀当前高度hneedle(i)计算高压油管出油量
mpipe(i+1)=mpipe(i)+pumpin(i)-pumpout(i); %递推下一i时间内高压油管内油量质量及柱塞腔内油量质量
mpump(i+1)=mpump(i)-pumpin(i);
else %当前时间凸轮不在运转
if pumpout(i-1)~=0 %如果上一个时间i仍在出油，则判断当前时间出油量
if remi<=246&&remi~=0
ti=rem(i,10000);
else
ti=1;
end
end

```

```

t(i)=i/100;
fi(i)=0;
hpump(i)=hpump(i-1);
vpump(i)=vpump(i-1);
ropump(i)=ropump(i-1);
ropipe(i)=mpipe(i)/V;
ppump(i)=ppump(i-1);
ppipe(i)=Fro(ropipe(i));
pumpin(i)=0;
pumpout(i)=C*quS(hneedle(ti))*sqrt(2*ppipe(i)/ropipe(i))*ropipe(i)*0.01;
mpipe(i+1)=mpipe(i)-pumpout(i);
mpump(i+1)=mpump(i);
else %否则当前时间高压油管进油量与出油量都为0，与上一时间i状态相同
t(i)=i/100;
fi(i)=0;
hpump(i)=hpump(i-1);
vpump(i)=vpump(i-1);
ropump(i)=ropump(i-1);
ropipe(i)=ropipe(i-1);
ppump(i)=ppump(i-1);
ppipe(i)=ppipe(i-1);
pumpin(i)=0;
pumpout(i)=0;
mpipe(i)=mpipe(i-1);
mpump(i)=mpump(i-1);
end
end
end

%t(i+1)=t(i)+0.01;
%disp(mpipe(totali)-mpipe(1))
scatter(t,ppipe,1); %绘制高压油管内压力随时间的变化图像以查看结果
title('角速度为3.35rad/ms时1s内压力随时间的变化');
xlabel('时间/ms');
ylabel('压力/MPa');

```

附录 C 第三题 matlab 源程序

```

function problem3(omega,start,foot,offTime)
%以模型三为基础，输入的参数分别为角速度omega、喷油嘴开始工作的时间start
%（接上）两个喷油嘴开始工作的间隔foot、减压阀关闭的时间offTime（减压阀在喷油结束后立刻开启）
%计算最终对压力的影响并画出图像，从而确定合理的参数范围

%如果需要更改模型运作的总时长，请更改下面的变量totali
periodi=ceil(2*pi/omega*100); %凸轮以角速度omega转动一周的周期periodi，单位0.01ms

```


[illegible]

```

open=0;
else
ti=1;    %如果当前时间喷油嘴不在运作，则令ti=1，即当前针阀高度为0
if rem(i,5000)>offTime
open=0;
else
open=1;    %当前时间减压阀处于开启状态
end
end
end
if rem(i,periodi)==1&&i~=1
    %如果当前时间刚好进入一个新的周期，则重新初始化柱塞腔内油量质量与柱塞腔内油量密度
mpump(i)=mpump(1);
ropump(i)=roF(0.5);
end
t(i)=i/100;                %换算使t(i)单位为ms
fi(i)=omega*t(i);          %根据时间t(i)计算当前角速度f(i)
hpump(i)=-2.413*cos(fi(i))+4.826;    %根据之前拟合的角度与柱塞高度关系式计算当前柱塞高度
vpump(i)=vrem+rpump*rpump*pi*(hmax-hpump(i));
ropump(i)= mpump(i)/vpump(i);
ropipe(i)= mpump(i)/V;
ppump(i)=Fro(ropump(i));    %根据之前拟合的密度与压力关系式计算当前压力
ppipe(i)=Fro(ropipe(i));
if ppump(i)>ppipe(i)%如果当前柱塞腔内压力大于高压油管压力，则单向阀开启
%根据流量公式计算当前高压油管进油量pumpin(i)
pumpin(i)=C*A1*sqrt(2*(ppump(i)-ppipe(i))/ropump(i))*ropump(i)*0.01;
end
if rem(fi(i),2*pi)>pi %如果当前时间柱塞处于下降状态，则单向阀关闭，高压油管进油量为0
pumpin(i)=0;
ropump(i)=ropump(i-1);%当前时间柱塞处于下降状态，单向阀和喷油嘴都处于关闭状态
%柱塞腔内密度的降低不影响高压油管内压力，这段时间柱塞腔内密度变化不予研究
end
pumpout(i)=C*qiuS(hneedle(ti))*sqrt(2*ppipe(i)/ropipe(i))*ropipe(i)*0.01;
    %根据流量公式，已经设定好的qiuS函数和针阀当前高度hneedle(i)计算高压油管出油量
mpipe(i+1)=mpipe(i)+pumpin(i)-pumpout(i)-open*C*A1*sqrt(2*ppipe(i)/ropipe(i))*ropipe(i)*0.01;
    %递推下一i时间内高压油管内油量质量（减去减压阀出油质量）及柱塞腔内油量质量
mpump(i+1)=mpump(i)-pumpin(i);
end

%disp(mpipe(totali)-mpipe(1))
%t(i+1)=t(i)+0.01;
scatter(t,ppipe,1);    %绘制高压油管内压力随时间的变化图像以查看结果
title('50s内角速度为0.4pi，减压阀每周期关闭6.25ms时压力随时间的变化');
xlabel('时间/ms');
ylabel('压力/MPa');

```