

背景

顺序查找（Sequential Search）是一种最基本的查找算法，用于确定列表中某一特定元素（目标值）的位置。在查找过程中，我们从列表的第一个元素开始，依次与目标值进行比较，直到找到该元素或遍历完整个列表。

问题

假设我们有一个包含 $n = 4$ 个互不相同元素 $\{A, B, C, D\}$ 的列表，且目标值确定在这个列表中。我们假设目标值出现在列表的任何位置的概率是相等的，即：

- 目标值是 A 的概率 $P(X = A) = 1/4$
- 目标值是 B 的概率 $P(X = B) = 1/4$
- 目标值是 C 的概率 $P(X = C) = 1/4$
- 目标值是 D 的概率 $P(X = D) = 1/4$

请计算在一次顺序查找操作中，所需的比较次数 C 的数学期望 $E[C]$ 。

解决

1. 确定每种情况下的比较次数

设 C 为查找到目标值所需的比较次数。

目标值	目标值位置	比较次数 C	发生的概率 $P(C)$
A	1	1	$1/4$
B	2	2	$1/4$
C	3	3	$1/4$
D	4	4	$1/4$

2. 计算数学期望

数学期望 $E[C]$ 定义为随机变量 C 所有可能取值与其对应概率的乘积之和：

$$E[C] = \sum_{i=1}^n C_i \cdot P(C_i)$$

代入 $n = 4$ 的数据：

$$E[C] = (1 \times \frac{1}{4}) + (2 \times \frac{1}{4}) + (3 \times \frac{1}{4}) + (4 \times \frac{1}{4})$$

3. 结果计算

$$E[C] = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \frac{4}{4} = \frac{1+2+3+4}{4} = \frac{10}{4} = 2.5$$

结论： 在该 $n = 4$ 的列表中，顺序查找所需的比较次数的数学期望 $E[C]$ 为 **2.5 次**。这表示在平均情况下，算法需要进行 2.5 次比较才能找到目标元素。

参考文献

[1] 杨绣丞, 等. 计算排序算法设计与分析[D]. 2014.