分位数：$t_{0.975}(19)=2.093$，$t_{0.975}(15)=2.131$。

一、填空题（每空 3 分，共 42 分）

1.设 A、B 为两事件，且 $P(A)=0.4$, $P(B)=0.3$，$P(A\cup B)=0.4$，那么 $P(A-B)=$ __(1)__。

2.设 10 件产品中有 2 件次品，8 件正品，现每次从中任取一件产品，且取出后不放回，试求第二次取到正品的概率为 __(2)__；若已知第二次取到次品，则第一次也取到次品的概率为 __(3)__。

3.设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases} cx, & 0\le x\le \dfrac{\pi}{2} \\ 0, & 其他 \end{cases}$，则常数 c 的取值为 __(4)__，$P\{|X|<2\}=$ __(5)__。令 $Y=\sin X$，则随机变量 Y 的密度函数

五、（12 分）如果一个矩形的宽与长的比为 0.618，那么它会给人们一种良好的感觉。某工艺品厂生产的矩形工艺品框架的宽与长之比服从正态分布,现在随机抽取 25 个，测得其比值的平均值与标准差分别为 $\overline{x}=0.65, s=0.08$。试问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下能否认为这种矩形工艺品宽与长之比的均值为 0.618?

六、（6 分）设 $0<P(B)<1$，$P(A|B)+P(\overline{A}|\overline{B})=1$，证明事件 A 与 B 独立。

4.设指数分布随机变量 $X \sim Exp(\lambda)(\lambda>0)$，则 $P\left\{|X-\frac{1}{\lambda}|<\frac{3}{\lambda}\right\} \geq$ ___(7)___。

5. 设随机变量 $(X,Y) \sim N(0,2;4,9;0)$，令 $U=X+Y$，$V=X-Y$，则 $E(2X+Y-2)^2=$ ___(8)___，$\rho(U,V)=$ ___(9)___。

6.设 $X_1,X_2,\ldots,X_n$ 是来自分布 $P(\lambda)$ 的一个样本，S^2 为样本方差，求期望 $E(S^2)=$ ___(10)___。

7.设 $(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 是来自总体 $B(n,p)$ 的样本，试求样本均值的期望为 $E(\bar{X})=$ ___(11)___。

8.设总体 $X \sim N(0,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体的一组样本，$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，

若 $\frac{1}{k}\bar{X}+k\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$ 是 σ^2 的无偏估计，则 $k=$ ___(12)___。

9.设总体 $X \sim N(0,1)$，从总体取出一个容量为 6 的样本 $X_1,X_2,\cdots,X_6$，设 $Y=(X_1+X_2+X_3)^2+(X_4+X_5+X_6)^2$，则当常数 $C=$ ___(13)___ 时，随机变量 CY 服从 χ^2 分布。

10.设某产品的性能指标 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，现随机抽取 16 个产品进行检测，检测后经计算得这些产品性能指标均值 $\bar{x}=5.21$，方差 $s^2=0.0049$，试求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为 ___(14)___。

二、（12分）设二维随机变量(X,Y)的概率分布为

$X\setminus Y$	-1	0	1
-1	a	0	0.2
0	0.1	b	0.2
1	0	0.1	c

其中a,b,c为常数，且X的数学期望$EX=-0.2$，$P\{Y\le 0 \mid X\le 0\}=0.5$，记$Z=X+Y$，求：

（1）a,b,c的值；（2）Z的概率分布；（3）求$P\{X=Z\}$。

三、（16分）设随机变量(X,Y)的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} k-x-y, & 0\le x\le 1, 0\le y\le 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

（1）求k；

（2）求(X,Y)的边缘密度函数，问X和Y是否独立，为什么？

（3）求$Z=X+Y$的密度函数$f_Z(z)$。

四、（12分）设总体X的密度函数为

$$f(x;\theta)=\begin{cases} \sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}-1}, & 0<x<1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} (\theta>0)$$

其中参数θ未知，$x_1,x_2,\cdots,x_{16}$是来自X的一组样本值，且有$\sum_{i=1}^{16}x_i=9.6$，$\sum_{i=1}^{16}\ln x_i=-11.2$。求：

（1）参数θ的矩估计值；（2）参数θ的极大似然估计值。