人大附中练珊·高中数学处修三 P\$46. 13题.

解 \*法1: tanA= cosB-cosC sinC-sinB

.. tanA 麓义且 Sin C-SinB #0

:: A 丰至且 Sn B ≠ Sn C

 $\frac{sinA}{cosA} = \frac{cosB - cosC}{sinC - sinB} = cosA(cosB - cosC)$ 

.. sinAsinC - sinAsinB = cosAcosB - cosAcosC

: cosA cosC+snAsnC = cosA cosB+snAsunB

cos(A-C) = cos(A-B)

 $A \in (0,\pi)$  ,  $B \in (0,\pi)$  ,  $C \in (0,\pi)$ 

 $A \in (0, \pi), -B \in (-\pi, 0), -C \in (-\pi, 0)$ 

 $A-B\in(-\pi,\pi)$ ,  $A-C\in(-\pi,\pi)$ 

:. A-C=A-B  $\vec{A}$  A-C=-(A-B).

若A-C=A-B,则-C=-B, B=C. :SuB=sin C. 豬.

A - C = -(A - B) = B - A A - C = B + C

:  $B+C=\pi-A$  :  $2A=\pi-A$  :  $A=\frac{\pi}{3}$ 

: A=3且B+C(假设B=C,则suB=suC. Than B+C).

假设B=子.则·A=子·C=T-A-B=子·五届B=C

: Sin B = Sin C 種 . . B + 3 . 同理可证: C + 3.

: A=受且B+C且B+受且C+受。

· △ABC是 山三亚M的三角形,且不是等边三角形,不是等腰三角形。

法2:先推导和差化积公式。 设x+y=A, x-y=B.  $N: x=\frac{A+B}{2}$ ,  $y=\frac{A-B}{2}$  $cos \times - cos y = cos \left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2}\right) - cos \left(\frac{A}{2} - \frac{B}{2}\right)$  $= \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} - \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} - (\cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} + \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2})$  $= -2\sin\frac{4}{2}\sin\frac{8}{2} = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$  $Sinx - Siny = Sin\left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2}\right) - Sin\left(\frac{A}{2} - \frac{B}{2}\right)$  $= sin \frac{A}{2} cos \frac{B}{2} + cos \frac{A}{2} sin \frac{B}{2} - \left(sin \frac{A}{2} cos \frac{B}{2} - cos \frac{A}{2} sin \frac{B}{2}\right)$  $=2\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$ :  $\cos B - \cos C = -2 \sin \frac{B+C}{2} \sin \frac{B-C}{2} = -2 \sin \frac{\pi - A}{3} \sin \frac{B-C}{3} = -2 \cos \frac{A}{2} \sin \frac{B-C}{3}$  $Sin C - Sin B = 2 cos \frac{C+B}{2} sin \frac{C-B}{2} = 2 cos \frac{\pi - A}{2} sin \frac{C-B}{2} = \frac{2 sin \frac{A}{2} sin \frac{C-B}{2}}{2}$  $= -2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B-C}{2}$  $: \quad \mathsf{B} \in (\mathsf{o}, \pi) \ , \ \mathsf{C} \in (\mathsf{o}, \pi) \ : \quad -\mathsf{C} \in (-\pi, \circ) \ : \quad \mathsf{B} - \mathsf{C} \bowtie \in (-\pi, \pi)$  $\frac{B-C}{7}\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$  $\therefore A \in (0, \pi) \quad \therefore \frac{A}{2} \in (0, \frac{\pi}{2}) \quad \therefore \sin \frac{A}{2} > 0, \quad \cos \frac{A}{2} > 0, \quad \tan \frac{A}{2} > 0$ :  $\sin C - \sin B \neq 0$  :  $-2\sin \frac{A}{2}\sin \frac{B-C}{2} \neq 0$  :  $\sin \frac{B-C}{2} \neq 0$  :  $\frac{B-C}{2} \neq 0$  :  $B \neq C$  $\frac{\cos B - \cos C}{\sin C - \sin B} = \frac{-2\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B-C}{2}}{-2\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B-C}{2}} = \frac{1}{\tan\frac{A}{2}}$  $SM(-SNB) = \frac{-2SM\frac{A}{2}Sin\frac{2}{2}}{tanA} = \frac{tanA}{2} = \frac{tanA}{2}$  $\frac{2\tan\frac{A}{2}}{1-\tan^2\frac{A}{2}} = \frac{1}{\tan\frac{A}{2}}$  假设  $1-\tan^2\frac{A}{2} = 0$ . 別  $\tan^2\frac{A}{2} = 1$ . ::  $\tan\frac{A}{2} = \pm 1$  $\therefore \stackrel{A}{=} \in (0, \frac{\pi}{2}) \qquad \therefore \stackrel{A}{=} = \stackrel{\pi}{+}, \quad \tan(\stackrel{A}{=}) = 1. \qquad \therefore A = \stackrel{\pi}{=} \qquad \therefore \tan A \not \approx 2. \not \Rightarrow 6. \qquad \therefore 1 - \tan^2 \frac{A}{2} \neq 0.$ :  $2 \tan^2 \frac{A}{2} = 1 - \tan^2 \frac{A}{2}$  :  $3 \tan^2 \frac{A}{2} = 1$  :  $\tan \frac{A}{2} = \frac{3}{3}$  (注意  $\tan \frac{A}{2} > 0$ )  $A = \frac{\pi}{3} = 6^{\circ}$  同样可用处证法证明  $B \neq \frac{\pi}{3}$  且  $C \neq \frac{\pi}{3}$