集合对称差的阶小结论。

Lemma: (AIB) U(BVA) = (AUB) VANB).

Proof: 对YXE越有: XEAIB或XEBY

の若xeA|B. RyxeAA X¢B :XEAUBEL X≠A∩B * x = (AUB) (ANB)

: xe(AUB) (AMB) ①若×EBA. 则XEB且×\$A. :: XEAUB且X\$ANB

· XE右边· 左边 S右边

②甘XEA且 X≠A∩B RJXEA且 X≠B (假设XEB RJXEA∩B.科B) ... XEA \B.

: xe(A/B)U(BVA)

②若XEB且X&ANB,则XEB且X&A(假设XEA,则XEANB,穑):XEBY. .. x ∈ (A/B) U(BY).

:×∈左边 : :右边 ⊆左边.

:: 左边二世右边。

定义ADB:=(AIB)U(BVA) 或ADB:=(AUB) (AOB)

XEADB (=) XEAUBA X AAB 的认我们有处下结论:

X ¢ A D B 《 > X ¢ A U B 或 X ∈ A N B.

XEADB <=> XEAB或XEBY.

Lemo A

还有已知的结论:

XEAUB <> XEA = XEB.

X AUB (=> X A A A X * B

接下来证明的残健

接下来我们证明对称差还算满足结合律 Lemma: (ADB) DC = AD (BDC). Proof: 思路仍然是又包含. 要分8种情况讨论。 到Vxe左近,有:xe(ABB) (C 或xe(Bac) xeC)(ABB) (i)若xe(ADB) (C, ryxe ADB且x¢C. :(xeAB或xeBVA)且x¢C ①·若 KEAIBAXC. RYXEAAX&BAX&C. :X&BUC:X&BAC. : xeA/(Bac) : xeAa(Bac) ②若×EBYA且×¢C、内以×¢A且×EB且×¢C. .. XEB/C .. XEBAC. : XE(Bac) A : XE AA(BAC) (ii)若XEC ((ADB), 刚XEC且X*ADB XEC且(X*AUB或XEANB) ③. # XEC且 X # AUB. E) XEC且 X # A且 X # B. : XEC\B :: XEBOC : XE (BOC) A . : XE Ad (BOC) : XEBAC .X ≠ BAC 田若XEC且 XEANB RUXEAA XEBA XEC =XEA (BAC) : XEAA (BAC) :xeto.: 拉C古边. 対Vxetab,有:xeAa(Bac) :xeA)(Bac)或xe(Bac) 人 (iii) 若XEA (Bac) Py XEAA X&Bac : XEAA (X&BUC或 XEBAC) ⑤若×∈A且×¢BUC、则×∈A且×¢B且×¢C :×∈A\B::×∈A△B .xe(ADB)/C . xe (ADB)AC ⑥若XEA且XEBNC,则XEA且XEB且XEC : XEANB : XFADB :XEC \ (ADB) :XE(ADB) DC RY XEBACA X &A. : (XEB|C= XEC\B) A X &A
, RY X &AB X &B A X &C
: XEBA X &AB X &C
: XEBA X & XEAAB. (iv)若xe(Bac) A. , Ry XXABXEBAXEC :: XE(ADB) DC ⑦若×EB\C且×\$A :: xe(AdB) \ C. RY XECAX &BAX &A : X & AUB = X & AUB ⑧芸x€C\B且x≠A. :XEC/(ADB) : XE(AB) OC :. xe左边 . ::右边 C左边 ...对称差运算满足结合律. 放二位

Lemma: AUB = (A AB) A (ANB). proof: 刘Yxe拉, 有: XEA或XEB. (1) 若XEA 此时又分两种情况: : X & A A B : X E (A A B) \ (A A B) ①若XEA且XEB. 则XEANB. : XE (AAB) A (ANB) . XE AAB · X ≠ ANB · XE(AAB) \(ANB) ②若xeA且x\$B. 则xEA\B. : XE (ADB) D (ANB) (ii). 若XEB. 此时又分两种情况. : X & A & B . : X & (A A B) \ (A & B) ①苦XEB且XEA. RYXEANB. : XE (ADB) D (ANB) : X = A AB : X = A AB : X = (A AB) (A AB) ①若×€B且×¢A. 则×€BY . XE (ADB) 1 (ANB) ·· XE to ·· 左边 ·· 左边 ·· 左边 ·· 对 xe 右边, 有: xe(ADB) \ (ANB) 或 xe (ANB) \ (ADB) (iii).若xe(A△B) (A∩B)、则: XE A△B且×≠A∩B : XEAUB. 9 .. XEANB = AUB. (iv) 若xe(ANB) (ADB) . RJ: XEANBAX#ADB :- XE左边 :: 右边 C 左边 . : 左边二左边. Lenna: (AAB) A(BAC) = AAC Proof: 对YXE主地,有: XE(ADB) \(Bac) 或 XE(Bac) \(ADB) (i) 若xe(ADB) \(BDC). Ry XEADBALX&BDC : XEAUB且 X & ANB且 (X & BUC或 XEBOC). = x ∈ A \C. ①若×EAUB且×\$ANB且×\$BUC, 则 X\$B且X\$C且X€A. : XE ADC ②若XEAUB且X\$ANB且XEBDC,则XEBDXEC且X\$A : xeC\A. : XE ADC (ii)若xe(Bac) \ (AAB),则xeBac且x≠AAB ·· XEBUC且 X B B O C 且 (X # A U B 或 X E A N B) ●若 XE BUC且 X ≠ BUC且 X ≠ AUB. RY X ≠ A且 X ≠ B且 X € C. : X € C \ A. : XEADC

④● # XEBUC且 X # BOC且 XEADB, 则 XEA且XEB且X #C :XEA\C. : XEADC · XE右边. · 左边 ⊆ 右边. · XEA|C\$ X€CM 对YXE右边,有:XEADC (iii) 若XEAIC.则XEA且XC. 的时又分成两种情况。 RJXEANBAXE BLC. B. XEAA XECA XEB. :XE(Bac) (AAB) :XE(AAB) & (BAC) : X & A & B A X & BAC RI XEALBA X & BUC 6 XEAA X¢CAX¢B : x = (AAB) \ (BAC) = x = (AAB) A (BAC) : XEADBA X & BAC (iV) 若XECVA、则XEC且X其A. 此时又分成两种情况 RJ XEBY A A XEBAC 1. XECAX&AAXEB : XE (AAB) \ (BAC) = XE (AAB) A (BAC) : XE AdB A X & Bac Ry X & AUB AXEC\B ® XECA X¢AA X¢B. :xe (Bac) \ (AAB) : X & A D B A X E B A C : XE (ADB) D(BAC) · 台边 C左边 XE左近 . XE (ADB) & (BOC) :. 左处二右处. Lemma: AM(BAC) = (AMB) A(AMC) (分配律) Proof: 对∀x∈在也,有: X∈A且 X∈BC :: X∈A且 (X∈BC = X∈C B) (i) 若XEAA XEBIC. RYXEAA XEBA XEC. XEACAXCAXEBOC = xe(AAC) A(BAC) :: xeANB AIX #ANC :: xe(ANB) \(ANC) :: xe(ANB) \(ANC) ii)若xeA且xeC\B、则xeA且xeC且xeB. xeAnc且xeAnB = XE(ANC) (ANB) = XE(ANB) A(ANC) , xe在边、 · 左边 C 在边。 对YXE在边,有:XE(ANB)\(ANC)或XE(ANC)\(ANB) : XEARXEBA X&C. 川芝×E(AMB) (AMC), 別×EAMB且×#AMC : KEAN (BOC) - XGAALXEBIC - XEAALXEBOOM ∴XEAAXECAX¢B. :XEAAXEC\B. WHE KE (AC) \ (ANB), RY XEANCE X ≠ ANB. :: 起 二起 二起 二十 ·· XEA且XEBOC ·· XEA((BOC) ·· XE在边.