

大学生的数学修养和数学教学改革

姜伯驹

新世纪即将到来,全世界都在总结过去,展望未来,迎接新的挑战。我国社会又正处在经济转轨时期,急需适应市场经济需要的人才。现在我们大学的数学课程,来源于 50 年代初的苏联体系,不能适应时代的需要。改革的任务是艰巨的。

第二次世界大战以来的半个世纪中,数学在社会生活中的作用已经发生了革命性的变化。随着计算机的发展,数学渗入各行各业,并且物化到各种先进设备之中。从卫星到核电站,从天气预报到家用电器,高技术的高精度、高速度、高自动、高安全、高质量、高效率等特点,无不是通过数学模型和数学方法并借助计算机的计算控制来实现的。计算机行业的软件比重早已超过硬件,其他行业的高技术中软技术同样占了很大比重,而软技术说到底还是数学技术。最近报道的例子:高清晰度电视的研制,日本从 60 年代就起步的已投入巨资的模拟式系统不得不退出竞争,让位给美国 1991 年提出的数字式系统。新型民航机波音—777“百分之百的数字化开发过程”一气呵成,从确定计划到样机出厂只用了三年半时间,在竞争中掌握了主动。《解放军报》多次载文总结海湾战争,强调“未来的战场是数字化的战场”。总之,数学已经显示其第一生产力的本性,它不但是支撑别的科学的幕后英雄,也直接活跃在技术革命第一线,成为屡建奇功的方面军。

数学正在深入到社会生活的各个方面。人们常常谈论信息社会,信息从哪里来?从统计。统计方法的设计,数据的分析,靠的就是数学方法。1994 年诺贝尔经济学奖授予数学家 J. Nash 和另外两位经济学家,表彰他们发展对策论(Game Theory,又译作博弈论),并用来推进对经济竞争的研究。华尔街雇有二百多位数学博士研究证券市场的规律。我国数学家对国际期货市场的研究,为国家避免了重大经济损失。更丰富的信息、更多采用定量方法,使管理、决策的技术都在发生影响深远的变化。数学科学可以说是一种关键性的、普遍适用的、增长能力的技术。

数学对于当代科学是至关重要的。计算机本身的产生和进步强烈地依赖于数学科学的进展,而且在几乎所有重要的学科名称前面加上“数学”或“计算”二字就有一种国际学术杂志,这大量的交叉领域表明它们正在充分利用数学的方法和成就来加速本学科的发展。

数学能有如此广泛深入的影响,是由其本性决定的。按照经典的定义,数学是研究现实世界中数量关系和空间形式的。它研究的问题的原始素材可以来自几乎任何领域,着眼点不是素材的内容而是形式。不相干的事物在量的侧面,形式的方面,可以呈现类似的模式。比如说流体力学的方程就可能出现在金融领域。数学的强大生命力,主要就在于它能够把一个领域的思想经过抽象过程的提炼而转移到别的领域。所以纯数学(又称基础数学或核心数学)的研究成绩常能在意想不到的地方开花结果。计算机强大的逻辑功能和计算功能又使数学原理得以实现,大大缩短了从理论到实际的距离,从数学科学中成长出数学技术,才形成今天蓬勃发展的局面,而且是方兴未艾。

联合国教科文组织 (UNESCO) 支持国际数学联盟 (IMU) 的倡议, 宣告 2000 年为世界数学年。最重要的目标, 就是使广大公众认识数学对人类发展的作用和数学教育的重要性。这是半个世纪的技术革命向全世界提出的课题。

数学的作用发展了, 一个国家数学实力的衡量也要有相应的改变。数学本身, 特别是基本理论的研究水平虽然仍是主导的因素, 数学与科学、技术、经济、文化的相互作用, 数学的应用水平, 也是十分重要的。因为只有通过这种相互作用, 社会才能得益于数学, 数学才能得到新的问题、新的思想、新的活力, 在良性循环中健康地发展。我国的数学研究虽然整体上比世界先进水平有不小的差距, 但在一些领域、一些课题上是有骄人的成就的。相比之下, 数学的应用差距更大, 更显得薄弱。相互作用的关键是界面, 应用的发展受制于各界骨干人才的数学水平。改变这种状态的根本出路是改革数学教育, 一方面要普遍提高各科系大学生的数学修养, 另一方面数学系要培养出一批受过良好数学训练的毕业生投身到各行各业中去。

为什么要学数学, 传统的说法是两句话: 数学是思维的体操; 数学是科学的语言。公认数学是智力开发的重要途径, 尤其是锻炼理性思维的必由之路。数学当然也是学习科学技术的钥匙、先决条件。但是这两句话还不能反映当代数学所发挥的非常活跃的作用。现在, 在数学系, 数学的逻辑性被过分的强调, 课程体系成了紧密的链条, 学了四年, 许多影响深远、应用广泛的数学思想、数学方法都不知道。在数学系以外, 数学常被看成服务性课程, 只教其他课程要用到的数学知识, 内容也往往是数学系课程的删节。出国留学生是一面镜子, 他们在国内是拔尖的学生。学数学的留学生被认为基础扎实但是知识面不够; 学工科的留学生则普遍反映学数学是他们最大的困难, 通用的数学概念不知道, 成为拦路虎。这使我们反思数学教育的指导思想, 在那两句老话之后还要加一句。在这数学技术的时代, 在无论哪个行业的激烈竞争中, 数学都已成为强者的翅膀。

我们要着眼于学生的将来, 学生的适应性、竞争能力和潜力, 努力提高大学生的数学修养。这种修养, 我认为至少应该包括理解、抽象、见识、体验这几方面。数学是逻辑性很强的学问, 所谓理解力, 当然包括逻辑推理的能力, 还应包括数学中分析、代数、几何等不同语言对应转换的能力, 几何想象的能力等等, 这是大家已经重视的。抽象能力, 是指一种洞察力, 灵活的联想类比、举一反三的能力。近年来数学建模 (数学模型的建立与分析) 课程和竞赛的广泛开展, 对此是十分有益的。要见识一些重要的数学思想、数学方法, 以及用数学解决问题的著名事例。不但要知道数学宝库中的先进武器, 而且要了解数学在人类文明史上的独特贡献。有了这样的见识, 才会思路宽, 办法多, 遇到困难时才会自觉地求助于数学。数学是一种分析问题、解决问题的实践活动, 像打猎一样, 转换观点, 选择方法, 熟悉软件, 检验结果, 发现毛病, 寻找原因等等, 只有亲身体验才能学到活的本领。数学修养自然是一辈子的事, 还有更深层次的含义, 但是以上几方面在大学阶段就应该注意培养, 不能只注重一个“懂”字。这不仅仅是数学课的事, 在非数学系, 专业课起着重要的、往往是画龙点睛的作用, 需要数学老师和专业老师的协同努力。当然, 对不同科系的学生还应有不同的要求。

过去说, 数学系是培养数学科研教学人才的。在今天的时代, 恐怕只有研究生阶段甚至博士生阶段才好这样说。那么数学系本科的主要使命是什么呢? 各行各业需要大批

具有较高的理性思维素养，善于分析问题解决问题的人才。数学类的科系提供的正是这样一种素质教育，使学生掌握基本的数学理论与方法和使用计算机解决问题的能力基本技能，并受到现代数学思维的熏陶。具备这样优势的毕业生可以适应多方面的社会需求，只要经过有关的业务实践和必要的培训，就能成为各方面的骨干。有数学学士学位的学生取得非数学博士学位的比取得数学博士学位的多。数学系学生投身其他行业，是社会的需要，应该是主流。总还会有一部分人被数学的巨大威力所鼓舞，或被数学本身的魅力所吸引，继续深造并选择数学职业，这是不必担心的。

数学系低年级的基础训练对于学生素质的培养是个关键，必须保持这个优势。但是课程负担要减轻，运算技能训练的比重要调整，以利于学生领会思想，掌握精髓。非数学系的基础课可以分几个档次，不宜过分强调结合专业。高年级应开设一批介绍现代数学思想与广泛应用的数学方法的课程，全校都可以选修。有志于在数学上深造的，也可以直接选修研究生基础课。选修课每个课程不宜大，课程间的联系应该宽松，便于学生根据自身的基础、兴趣与志向，选择自己的学习道路。总之，课程体系的改革是为了提高学生的数学素养，在保证基本训练的前提下强调广和用。

一个重要的问题，是数学教育与计算机训练的关系。就业市场的需求，促使各校都加强了计算机课程，这是大好事。计算机的使用是一种技能，就像骑自行车和开汽车一样。数学上有了正确的了解，才能用计算机算出可靠的结果，否则就容易迷失方向。因此，计算机训练，甚至软件包的操作，都不是也不能代替数学教育。另一方面，计算机和软件包的使用为教学质量的提高创造了很好的条件。这就是所谓计算机辅助教学。数学教学中，抽象与具体、逻辑与直观是永恒的矛盾。太简单的例子不说明问题，有意思的例子又因计算量大而不能讲，课堂上更难有好的图像，于是理性与感性脱节，学生不好懂，不会用。计算机强大的计算功能和图像功能正好能弥补这种缺陷。通过演示可以帮助学生观察现象，理解概念，领会方法；通过自己动手计算体验解决问题的过程。应该试验组织数学实验课程，在教师指导下探索某些理论课题或应用课题，学生的新鲜想法借助数学软件可以迅速实现，在失败与成功中得到真知。这种方式变被动的灌输为主动的参与，有利于培养学生的独立工作能力和创新精神。

数学教育的改革事关经济、社会的长远发展，已是当务之急。这是个庞大的系统工程。几乎所有的科系都要学习数学，有多种不同类型的需求。从课程体系、教学内容、教学方法到教材、师资、试验、交流等，范围广，周期长，工作量极大，真是任重而道远。涉及教学思想、学术观点、乃至价值观等问题，习惯势力不容易冲破，就学术内容而言也是富有挑战性、开创性的工作，可以说是费力大又不易见功效的，但是对国家、民族影响深远。我国长期以来在教学上缺乏朝气，需要大力提倡教学上的开创性工作。成功的关键是要吸引一批经验丰富、思想开阔的学者、教授和朝气蓬勃、精力充沛的青年骨干参加。我认为当前要紧的是共识而不是具体方案，现在还是动员阶段，制订指导性方案的研究的主要目的是引起较大范围的讨论，在基本问题上达成共识。采用研究基金式的组织管理虽是个好办法，杯水车薪也可能挫伤积极性。更重要的是从教委到地方到学校到院系，各级领导都要努力创造有利于教学改革的政策、机制和环境。

(作者工作单位:北京大学数学系)