

# 在数学与力学指导委员会 第二次工作会议上的讲话

姜伯驹

(北京大学数学科学学院, 北京 100871)

**编者按** 由于大学数学教育改革的极端重要性, 本刊转载《中国数学会通讯》1996 年 3 期姜伯驹院士的重要讲话。

《中国数学会通讯》编者按 数学教学改革关系到数学乃至科学的未来。努力使我国的数学教育面向 21 世纪、适应现代化发展的需要, 已成为当前不容延缓而意义深远的任务。有鉴于此, 本刊自本期起特开辟《数学教改论坛》专栏, 报导有关动态, 交流各种观点, 以期为推动我国的数学教学改革提供一块争鸣园地。作为本栏的开篇, 兹发表姜伯驹院士最近在国家教委数学与力学教学指导委员会上的讲话。姜伯驹院士是该委员会主任。我们热切希望人人都来关心数学教育, 并欢迎大家踊跃来稿, 参加讨论。

这次会议, 是新一届的数学力学教学指导委员会及所属五个教学指导组的工作会议。这次教委发了文件, 将教学指导委员会的作用定位为“高校理科各学科教学工作研究咨询和指导的专家组织”, 提得比较明确。

课程内容、课程体系这些更深入的问题, 现在领导更加重视, 对我们来说也是更关键的。八十年代以来, 我们这个组织叫教材编审委员会。一门一门学科, 比较多的是讨论这门课程怎么能够更完善一点, 这个完善多半是在提高方面, 学科又发展了。是不是要多加一点内容。总之, 加法做得比较多, 教材质量在这个过程中确实有了很多提高。但是, 没有在根本的问题上重新考虑。我的体会, 教学指导委员会就是指导教学改革的机构。教学改革是我们工作的中心, 我想讲几个问题。

## 第一个问题 教学改革的形势

教委明确地提出来, 在大学本科主要的不是培养专才, 还是要以科学素质教育为主。提出的“加强基础, 淡化专业”, 跟八十年代初的提法不一样, 那么数学教育的作用恐怕也应该跟那个时候不一样。

我记得我做学生的时候, 讲数学的重要性就是两句话, 一个叫做“数学是思维的体操”, 还有一句话是“数学是科学的语言”, 言下之意, 你如果要学其他的科学, 就一定要学数学。

现在数学已经直接在科技的前沿发挥作用, 不见得要通过人家了, 这已经有好几个突出的例子: 如有的获诺贝尔奖的工作, 实际上就是一个数学问题。像 CT 这个先进的医疗设备, 其实从硬件来说, 它基本上就是一个 X 光机。X 光机不是早就有了吗? 问题是怎么把它的数据处理好, 从而产生更多的信息。这种数学理论在三十年代就已

本文 1996 年 12 月 3 日收到。

有了, 后来有人在这个基础上用计算机及时地把信息提取出来, 就是CT的设备, 这种技术的进步应该说是数学的功劳. 很多高精尖的东西根本就是控制, 完全靠数学模型. 数学已经走到前线上, 不单只是通过别的科学间接地起作用, 而且在人文社会科学方面, 现在也都在开始发挥很大的作用. 我记得八十年代初期, 我们常常听到出国留学的人的一种反映, 尤其是工科的学生, 说工科的学生到国外去听课, 一个拦路虎就是数学. 最近几年听到很多文科的, 不单是经济的, 甚至于政治、社会这些学科的学生到国外去学习时, 数学上也碰到很大的困难. 所以现在数学用得越来越多, 越来越直接, 起的作用也越来越大. 有人说“数学是生活的需要”——不只是前面那两句话了——我觉得在很多事情上, 在有竞争的地方, 它往往是最后取胜的法宝: 数学用得好, 你就赢了.

当然数学本身在二十世纪后半叶有很大的发展, 但我觉得最重要的一个发展是数学应用的情况跟二次大战以前很不一样. 现在到处都在用数学, 而且更多的地方在试图用数学. 所以数学系、数学专业起什么作用? 如果还是培养数学家、数学教师, 就业的情况摆在那儿, 社会的需求量不是很大. 现在需要更多的是什么呢? 因为应用有这么大的发展, 所以需要的恐怕是有很好的数学修养, 而且对现代数学发展情况有一定了解的这样一些人. 这样的人里面, 会有相当多的, 甚至于多于一半的人将来恐怕是要到其他的专业里去发挥作用. 这个转行的机制就是考研或就业. 现在越来越多的数学系毕业生在别的专业里读研究生, 这个比例越来越大了, 而且其他学科的一部分教师也开始看重数学系出身的研究生.

所以我想数学类的专业, 我们定位可能要从这些方面考虑为主, 否则我们就不能对国家建设起到应有的作用, 而且也一定会萎缩的. 这是教学改革问题的迫切性, 因为数学本科教育的作用在发生变化.

## 第二个问题数学教学改革的指导思想

我想各个学科有各自不同的特点, 不同的矛盾, 还是要根据自己的问题、自己的矛盾、自己的特点来做, 不能照搬别的学科的经验.

比如说, 数学类的基础课所讲的核心内容, 主要还是十七、十八、十九世纪的原理. 因为数学是一门演绎的科学, 逻辑的基础比较牢固, 所以数学基础课的内容相对来说比较稳定. 现在面向二十一世纪、面向现代化, 基础课的内容、观点是不是就要改掉呢? 这恐怕不一定很适合数学的特点.

当然, 物理的基本规律也还是那些, 但处理的观点发生了变化. 我看数学恐怕连这样一个变化都不容易做到. 计算机辅助教学方面, 数学中演绎的成分比较多, 每个人思路的差异也比较大, 所以数学的演示也不是那么容易做.

那么, 数学方面的教学改革到底需要解决一些什么样的问题呢? 在八十年代以来教学内容的改革, 做加法的比较多. 但现在, 刚才说了, 本科教育的作用, 数学的作用有这样的变化, 又改成五天工作制, 势必要减一些学时. 一个典型的态度是每个教研室都说: “你减别的教研室的课, 我们教研室的课不能减.” 多年以来的讨论总是在这个圈子里面. 这就告诉我们不做一点全局性的考虑, 恐怕是很难改得动的. 因为加法不管你怎么加, 是不可能使总体学时缩小的.

另外还有一种需要。现在外系对数学积极性蛮高，文科要求开数学课：理科呢，也想了解一些新的数学方法。大家知道，现在数学用得多了，有很多的方法。其它系科的人耳朵里听得挺多的，象什么混沌、模糊、小波啦，更不要说现在的统计。那么人家纷纷要求开课，按过去传统的方法是“量体裁衣”，生物系开生物系的数学，化学系开化学系的数学。这个我们现在没有办法做，因为有那么多的系要我们开，这是不可能做的。所以本系课向外系开放时我们的课程就要模块化，就是你学过什么东西，你就可以来选这门课。由于数学是一门演绎的科学，强调前后的逻辑关系，以前的课程体系是紧密结合在一起的一个链条，不容易分断，这就很难适应现在这个新的需要。所以从课程的组织上来说，也需要一点全局性的考虑。

但根本的问题还是要把基础课的改革搞好，因为基础课影响后面的课。基础课吗，当然强调加强基础，不过，既然数学基础的内容相对比较稳定，过去比较重视基础的传统又不能丢，那么数学基础课的改革到底要解决什么样的矛盾，现代化主要体现在什么地方？首先对象是现在的学生，他将来要选择职业，他将来在工作岗位上会怎样用数学，用什么样的数学，这个需要有变化。

数学确实是很有用的，我跟好多同志讨论过，高等数学最重要的概念是什么。有相当一部分同志对这个问题看法是：高等数学这个课程中最重要，最基本的概念是极限。我不是太赞成这个看法。这个课程原来的名字叫微积分，我觉得这个名字可能更能反映这门课程的要点。在我看来，微分、积分才是传统上说的高等数学最基本、最重要的概念。当然你要把这个东西的逻辑搞清楚，还是非常必要的，但是你说要把极限这个东西弄得很清楚，应该说是一般拓扑学的任务。你要说高等数学，那首先是要把微分、积分这些概念弄清楚，并且会用，我觉得高等数学的重点首先应该是这个。如果不是这样，一开始就去抠在大部分学生看来是很显然的事情，你先给他当头一棒：说是直观靠不住，学生也觉得枯燥无味，而且他学了以后反而不太注意微分积分这些概念的威力和作用，那我觉得即使对于搞数学的人来说，也不见得是合适的。数学是一门演绎的科学，他的逻辑基础当然是很需要讲究的。但是我觉得我们从五十年代以来，数学课程似乎是逻辑演绎体系变成他最主要的一个东西，往往搞数学的人经常想的就是“是对还是错”。当然，对和错是很要紧的。但是，数学难道就只是为了推理正确吗？正确的推理可以讲很多没用的东西。我觉得这个方面是不是有点太过了。课程也是，每门课程对自己的逻辑体系特别看重，而且希望每门课程的逻辑体系是自封的。其实，我也是五十年代念书的，那时确实是这样的。但是后来，我看到一批苏联教材，有很大的不同。比如说拓扑学本来是从一些逻辑基础方面的问题提出来，可是你看看苏联六七十年代的教材，它讲流形，主要讲的是微分流形的若干重要例子，占了一半的篇幅。定义当然要讲，但是它讲完定义以后，马上讲很多很多重要的例子。我们这儿没有这样的教材。以至于现在，你考硕士生，尤其考博士生都要面试，一面试你就发现问题了。他笔试可以做得很好，定义讲得很对。例如考同调，我拿一个环面给他，给他一个具体的同调类，叫他给我表示，他不会考泛函，他泛函的导数啊什么的讲得很清楚，给他一个最简单的泛函，它的导数是什么，他不知道这就是说他学的是形式，是逻辑，他没有学到数学，过于形式化。形成这样的局面：学生从一年级一进来就学

“人头”微积分,“人头”指的是从一开始就是 $\varepsilon - \delta$ , $\varepsilon - \delta$ 学完了以后,在那摔了跟头的人,就再也爬不起来了.过了这个关的人,就“万般皆下品,唯有读高”,别的东西都没有意思.几何课讲一点直观,不行,要不用图的证明,才算是证明.物理是什么东西,有的人说“物理是无理”,因为你是根据什么定律,什么实验,你不是建立在一个逻辑基础上.

我觉得数学它固然是演绎的科学,也要分层次.我打一个不一定很恰当的比方,现在人家用计算机.计算机只认识“0”和“1”,你编一个程序,先是代码程序,上面接着是汇编语言,再上面才是C语言什么的,然后一直到很上面才是数学软件.我们现在去学计算机,有多少人是先去学“0”、“1”的程序啊.现在他们有一个词叫“平台”,我做好一个什么平台,然后大家就在这个平台上盖房子,做事情.数学其实也一样啊.我们一般搞数学的人对数理逻辑也没有太仔细的研究,数理逻辑里面真正的问题、麻烦的东西也多着呢,我们也就不去管它了,是不是?我们一般也就在我们念的基础课那个平台上做事情.我记得有一本书,是Courant与Robbins著的“What is Mathematics”,是有中译本的.第一章就在讲Kronecker有个观点:上帝创造了自然数,其余的一切都是人创造的.那么是不是在数学中念任何东西都要归结到自然数,才叫牢靠呢?是不是实数就不能认为是一个公共的平台呢?比如拓扑学,要引进一些公理.什么叫公理?公理就是一个平台.欧几里得的公理,我们中学也念过了.其实真要讲几何基础,Hilbert的那本《几何基础》,他那里的几何公理比我们中学的公理多得多了,这些东西我们不是也没有深究,不是也学过来了吗?微积分的逻辑基础,也不见得只有天经地义的一条路,“标准分析”不也是一个坚实的平台吗?

以后课程要模块化,只能这样设想:每门课程在某一个平台上做你的起点.所以我觉得面向二十一世纪,首先在基础课的数学思想上面要改一改.我这是斗胆在这里讲,我觉得,这是多年以来长期存在的一个问题.我自己在考虑具体数学问题时,也常常不能自拔,因为我自己也是在五十年代的教材下学出来的.但是我觉得在应用大发展的时代,要从学生得到比较好的数学素质这样一个基本出发点,而不是培养数学家这样一个出发点底下.从基础课开始,就要使他们对数学的理解要宽一点,应用意识要强一点.而且我们不但要反映物理科学的需要,还要反映信息科学的需要.这是我们过去长期忽略的.这方面,我觉得面向未来的话,要从我们的需要、学生的需要这方面去更多的考虑.换句话说,理科不但要培养应用型人才,而且理科培养的基础型人才也需要有应用的观点,这一点也是很要紧的.当然,在技能方面,现在由于计算机发展了,有一些运算的技巧不必讲得那么多,而运用计算机的处理方面,要多给学生一点介绍.

这是我想说的第二个方面,就是关于数学教育改革主要矛盾到底是什么,这个问题我是提出来给大家讨论的.面向二十一世纪也好,面向现代化也好,到底我们的着重点应该放在什么地方.总的来说,我觉得对高年级的课程,我们在新的内容、新的方法这一方面给予稍微多一点的注意力,使得学生能够了解一些现代数学新的思想、新的方法.但在基础课的阶段,要讲所谓“加强基础”,重点可能不一定要讲新发现的数学原理,这个是三四年级的使命,基础课改革的重点恐怕要使学生通过具体的学习

对数学的用处、数学在科学发展里的一些革命性的作用有比较多的体会。

### 第三个问题历史的经验值得注意

数学教育改革，从我念书开始，经我看到的、听到的起码就有三次。第一次是五十年代学苏联，那个时候是政治口号一边倒，不学也不行。结果是贯彻了当时的苏联模式。这个模式有很好的方面，确实整个数学教育比解放前有了很大的进步，但是还有另外一方面：模式太单一了，现在在数学教育战线的同志差不多都是同一个模式里学出来的，我觉得这很不利。既不适应科学发展多种多样的需要，而且也不利于数学教育的改革，因为数学教育改革中有各种各样的矛盾，各种类型的学校、学生，需要有很多不同的类型，甚至不同的系统，这样才做得好。再一个就是在1959年的“教育革命”，当时的特点就是政治运动，什么“打倒牛家店，（牛顿）”，“打倒哥家店”（哥西）。当时的教育革命有没有一点合理的成分呢？我觉得有点合理的成分，就是对“人头”微积分的一种反抗，反对过分的形式化。这是一点合理的成分，但是一弄成政治运动结果肯定是不好的。数学是一个很细致的东西，还是要通过积累，逐步地去改进，不能通过革命的办法。再有一个就是六十年代美国的一个所谓“新数学运动”，主要是相当于高中阶段的数学，这是由数学家发动、经过周密考虑、先编出教材、培训师资、然后推行的一个教改运动。但是干了几年以后，也还是失败了。这个失败的教训呢，我听到一些说法，认为这个跟头栽在两个方面，一个是教师，一个是家长。就是说，尽管是一批数学家有很好的设想，但是没有得到广大教师的认同，更没有得到广大家长的认同。所以教学改革这个事情是一个很大的系统工程，一个社会工程。如果说我们要做一些改动，只是由我们这些人——哪怕我们的意见百分之百的统一了，颁布一个大纲，那也不见得能推行。所以一定要充分地讨论，能够在广大的教员中讨论，而且还需要得到社会的认同。这个社会的认同，在大学主要是其它系科的教师，如物理老师，或工科的老师。他们如果觉得你的数学符合他们的学科发展的需要，这个就容易延续下去，如果说他们说你教的是什么玩艺儿？他要来反对，那么对于一个学工科的人，肯定是工科老师的话占的份量大，那我们这个事情就很难继续下去。当然，这要有一个过程，我们要向工科的教员宣传我们的观点。所以我觉得教学改革要放到一个比较全面的角度来考虑。

### 第四个问题教材建设与计算机辅助教学

这次我们要讨论教材建设、教材规划。刚才教委的同志提出要求，“九五”之内要出一百本面向二十一世纪的教材。我的感觉是，正因为我们的数学内容变动比较不容易，尤其是基础课，并且还需要一个认同的过程，所以一旦前面出一本砸锅的教材，这个数学教育改革的名声马上就会坏掉。所以我觉得最好不要急于贴这个标签，最好是能多一点实践的检验和修改。这个会上，高教社要考虑教材规划，跟教委的要求有一定的矛盾，这件事怎么处理，我觉得也是我们应该要讨论的一个问题。

我想教科书不应该单单理解为可以照本宣科的书，过去比较强调教材跟老师教的完全一样，学生才好用。如果这样了，那就很难做出任何改革。我觉得我们现在恐怕只能是这样子：有一些部分我们还得要采用现有的教材，每个老师在他的改革的地方，可以发他的补充教材，或者是替换教材。而且要形成这么一种观念：教材是教学的一种

辅助材料,老师并不需要完全照着教材讲,而且在有条件的情况下,是不是应该鼓励老师在他的教学中体现一些他的特点,而且也要求学生从基础课开始就学会念书,这个念书是说跟老师的教学配合起来,灵活地来用这个书,而且教材还是需要多样化.

再一点,就是关于计算机辅助教学,这也是教改的一个重点.数学方面,完全演示性的、象物理这样的,恐怕对我们不一定普遍适用.怎样才能使计算机在我们的教学里发挥更大的作用?上次在上海开会的时候,曾经请陈本法同志抓关于计算机辅助教学方面的问题.他这次因为出国没能来,他跟北师大的一位教师写了一个书面发言,会印发给大家的.

这方面已经做过一些尝试,比如说编一些相当于习题课辅导的计算机软件.也有一些数学现象,包括几何、概率可以演示.但也有一些同志提了另外一个观点,那就是关于数学实验的课程.萧树铁先生领导的那个教改课题组对这个问题有过着重的讨论.我的感觉是,有了计算机,应该可以使学生把数学学得更好.因为数学有很多事情不能光满足于形式逻辑,要知道它实际上应该怎样做.真要解决一个问题,哪怕已经提成了一个数学问题,你要解决它,也还是需要把你学过的各种方法综合运用,而且你要有亲身的体会.这种“数学实验”很值得研究.在天津那次教学指导委员会上曾大力提倡“数学模型”这门课,现在很多学校都在开设这门课程,也受到了学生的欢迎.我觉得对“数学实验”也值得研究一下.当然,这个到底怎么弄,可以有多种模式.可以跟计算方法课来结合,也可以跟计算机课来结合,或是单独设立一门课程.各个学校都在强调加强学生的计算机训练,可是据我了解,数学系的计算机课也不太受欢迎.不受欢迎的原因跟普通物理不太一样.学生用某种语言编了一个程序,老是通不过,然后教师告诉他这儿要用逗号,那儿要用分号——它不跟任何的数学内容相结合,学生只觉得繁琐,没有兴趣.你如果说要他去算一个东西,比如说要他把圆周率算到十位,那么学生先找到方法,然后通过程序,程序吗,通不过的地方改几次也就通了.

作为第一个发言的人,我希望明天各个学校、各个课题组能把你们的做法、想法以及个人的意见发表出来. (根据录音整理,未经本人审阅.本刊略有删节)