

数学写作漫谈

李文威

中国科学院数学与系统科学研究院

说明：本文基于笔者 2014 年 10 月 24 日在中国科学院大学中关村教学楼做的同名报告，主要对象是数学方向的研究生，事后依据录音和投影片整理成篇。内容上经过一些必要的修改，并稍做润饰。谨在此感谢科学院诸师长、同学和行政人员在过程中的协助与鼓励。

定稿于 2015 年 4 月 24 日。

一、释题

今天和各位谈的主题是“数学写作”。科技写作的教程在市面上可谓汗牛充栋，科学院里也办了不少讲座。“科技写作”一词，据我所知在国外相对少用，一般称之为“学科写作”，突出的是对于不同的学科，写作相应地具有不同的特质。所谓科技写作，可以归入“科技、工程与数学”写作项下，而数学写作是后者的真子集；各个学科面貌各异，能否混为一谈？在我看来，这在研究生阶段恐怕是不合适的。我认为多数相关书籍或讲座或多或少有些偏差，这里点出四条以资区别：

1. 无视学科差异，具如上述。
2. 定位不明。诸如选题和投稿这类问题，虽然和写作有自然的联系，但不宜相提并论。
3. 大处含糊，小处生硬。讲原理时笼统带过，讲实践、讲细节时就一变而为作文批改；然而数学写作的重点并不在此。
4. 商业性重。譬如许多出版商赞助的讲座，费尽口舌，不外是叫人投他们的期刊，购买他们的服务。

学科差异还可以从两个面向考虑。第一是对内比较，在此我无意提出一套适合所有数学分支的模式，应用数学与基础数学的风格迥异。本人迄今一直从事基础数学研究，这里也只能依个人的体会来发挥。局限是难免的。

第二是对外比较。虽说数学与科技写作不同，然而理论物理学和计算机科学的学科文化和数学比较贴近，表现在写作上，同属于自由而富于弹性的一类，我们之后也会适时引用他们的看法。

本讲不探讨科技写作或曰学科写作的一般原理。各位如有意深入，网上有不少资源，英文方面较著名的网站有：

- 哈佛大学写作中心 <http://writingcenter.fas.harvard.edu>
- 普度大学线上写作实验室 <https://owl.english.purdue.edu>

关于我们的题目，还必须强调一点：**数学写作 \neq 数学的英文写作**

对于后者，大家应该知道不少书籍，例如汤涛和丁玖老师的《数学之英文写作》便十分出色，但篇幅也长。倘若各位需要一本即查即用的小册子，这里推荐 Trzeciak 的 *Writing Mathematical Papers in English*（欧洲数学学会出版），全书仅 7、80 页左右，不外是列出各种句型，毫无废话。另有一本著名计算机科学家 Knuth 写的 *Mathematical Writing*，网上有全文。这是一本极有趣的小册子，本讲也借鉴不少，但原作者写到后面就跑题了。关于英文写作的常用句型和字句锻炼，上述书籍都是不错的参考。

为什么说数学写作不等于数学的英文写作呢？

1. 数学写作仅需要基本的英文能力。当然这不是说不懂英文也无妨，但相信语言对于在座诸位都不是大问题。举例来说，大家如读过日本数学家的文章，特别是那些常年在日本本土工作的，会发现他们尽管英文文法精准，下笔却毫无“表情”可言；我们不提倡这种文风，但要注意到这并不妨碍日本人发表高质量的工作。
2. 过度雕饰适得其反。曹丕《典论·论文》谓“文以气为主”。精雕细琢过了度便显做作，何况雕饰时很难顾及全局。譬如有些人的论文前言请人捉刀，

但证明部分只能自己写；有时见到这种文章，仿佛看到一个人化妆只化了半边脸，极不协调，还不如不化妆。我建议大家如有意在数学写作方面下工夫，应该全面精进自身的数学修养、文字修养。

话虽如此，相信未来各位发表论文还是依靠英文为主，所以以下也以英文写作为例，然而写作的基本原理是共通的。论文写作的要点不在语言关，个人认为：国人论文文句之混乱，主要源于观念混乱。

我们接着从正面考察写作方法。刘勰的《文心雕龙·知音》有这么一段话：“操千曲而后晓声，观千剑而后识器。”书里谈的是为文之道，若我们大胆地引申到数学写作上，不妨再细分为两层，一是广泛阅读，亦即“观剑”；二是亲身的写作实践，亦即“操曲”。相信各位在研究生阶段的学习中，对两方面都已经有相当充分的练习。所以对研究生专门地谈数学写作是一件颇吊诡的事情，相当于教鱼游泳。在信息通畅的今日，何以大量的阅读及写作仍不能有效提升写作水平？在此粗列出三个观点，供各位指正：

- 失却初心，错认根柢：一些人在圈子里消磨日久，谈起引用数量、杂志分区、影响因子以及种种学界花边新闻可谓如数家珍，而对数学工作者的本务反倒弃之如敝履，则写出低劣作品也算是求仁得仁了。
- 风气所染，无意求工：粗制滥造、得过且过的毛病并非数学界独有，追求完美者反倒被目为异数。各位身为未来的科研主力，应该明白工作的品质是我们追求的基本价值，绝不是拿来讨价还价的筹码。
- 陈规陋俗，师徒相因：榜样的力量是无穷的，包括坏榜样。种种陈规陋俗既体现在写作的模式中，其气味也不免渗入写作成品。沉闷因循被动的氛围一定程度上是师生共同营造的结果，破旧立新需要一定的胆识。

相应地，我们将从原理、细节和例子来阐述数学写作的方法，并探讨排版与报告时的一些要点。

二、原道

不妨把写作之道概括为一个中心、两个基本点。

一个中心：写作的目的是交流思想。

再显然不过，写作的宗旨是数学思想的传递与交流，而不是让文章出现在某本 SCI 期刊上。或许有人暗笑我陈义过高，毕竟发表 SCI 文章是现实的要求；但同样现实的是：如果这个中心抓不牢，文章恐怕很难找到好归宿。

两个基本点：

- **体贴**：简言之，体贴就是为读者着想，设身处地揣摩该如何写作，如此的作品自然具有一种“人情味”。关于沟通和体贴的重要，在国内外许多谈数学写作的文章中都有言及；对于国内同学们，我更希望强调以下第二个基本点。
- **自信**：写作前先自问能否道人所不能道。《文心雕龙·神思》描述作者从构思到篇成的心路历程，其中动笔前的自信近乎狂妄：“我才之多少，将与风云而并驱矣。”这种高扬的自信对写作其实大有益处。而原文接着就说当作品写成，作者的气焰随之折去大半，这其实也是写作中的自然体验。综观《文心雕龙》全书，“神思”一篇或许是文采飞扬之最，刘勰将身为文人的欣喜与挫折全部寓于篇中；尽管他谈的是诗、赋之类文体，我认为书中许多看法也适用于其它写作，包括数学。

自信至少体现于两方面，一是“气魄”，二是“责任”。何谓气魄？我们已说到写作的目的是交流思想。正常情形下，数学家有了发现，继而透过文章与同行商榷，一切顺理成章，不必言气魄而气魄自在其中。然而有些人自己研究做不好也罢，还向别人灌输失败主义；须知精神胜利法能否胜利固有疑问，精神失败法引向失败则是毫无悬念的。我在这里谈气魄的目的之一在于提醒各位，应该坚决同这种不战先降的失败主义作斗争。

何谓责任？如前所述，有人写文章只为发表，由于缺乏自信，他们从不觉得自己有何本领可授人，相应地也不负文责，于是乎率尔操觚。举例明之，在我们这一行，有很多结果乍看稀松平常，但大家不得不用。前人写文章如果漫不经心，文

章就此沉入故纸堆里也罢，万一这些结果有点用呢？那么后人或者重新证明之，这种工作实在是吃力不讨好；或者后人引用，但得费心读懂并将结果翻译成合用的形式，而往后的读者还得再读原来那篇坑坑洼洼的论文，那可真是被钉在历史的耻辱柱上了，别人读一次骂一次。这种例子并不少见。

抽象原则且说到这，下面谈谈具体的操作。

三、辨体

此所谓“体”，包括文体、风格、结构等面向。

数学写作的形态众多，略举数端，则有期刊论文、预印本、博士论文、综述、专著、教材、投影片等。划界本是为了分类方便，但人的思维却常常反过来受制于界限。其实上述类型往往是同一篇文章中的不同要素，调配比例不同罢了。譬如稍长的期刊论文既要包含新结果，又具有相当的综述性质，而专著常可兼作教材。我们重在会通，不在辨异。

相信各位在学习过程中已经体会过，读一篇好论文往往比读课本能更快进入一个研究领域的核心。这里教大家的不是怎么读文献，而是一件更伟大的事，就是怎么写出好文献让人获益。上述类型的论文之所以能优于课本，便是缘于其中成果、综述、教材三要素的调和。

随着技术的发展，数学“文体”的形态还在不断增加，例如报告视频、百科条目、博文、论坛帖子等等；作为广义的数学写作，其间原理相通。以常见的投影片而论，过去投影片在国外往往只是报告的辅助，而现在许多机构或个人将投影片放上网供人自由下载研读，于是投影片遂独立于报告本身，功能和体裁都逐渐与讲义重叠。另一方面，投影片（主要是 Beamer 和 Power Point）在中国很早就承担了课件功能，关于此法的利弊，我们最后还会讨论。

接着谈谈风格与内容的联系。以下表格纯属个人见解，很可能经不起推敲。

	长文	短文
--	----	----

偏技术	精密	直接
偏概念	和缓	痛快

我个人一直梦想能写出右下角那种论文，但写着写着总是向左上漂移，这还是在写得好的情形下。表格中“短文”一列和“概念”一行相信大家容易接受，但是对左上角或许有些异议：一篇技术性文章既长又精密，还让人怎么读？症结在于技术性长文其本质上就是难读的，不该让读者有不切实际的期待；相反，作者应该在这类文章中加入足够多的交叉参照、索引和图表一类的指引，使得读者踏入概念丛林时能有好的装备、好的向导。这是所谓精密的含义。

至于风格的具体例子，学识所限，我只能举基础数学为例。学代数几何或数论的都知道一位数学家叫 **Jean-Pierre Serre**，他的写作风格在业内被尊为典范；写数学分析的 **Walter Rudin** 大家应该也不陌生，两者都可以归入“精准”一类，而精准对初学者常常与“冷峻”同义。相对地，另有一位数学家叫 **David A. Cox**，他写过些 Galois 理论和环面簇的课本，风格属于和煦、亲切一路，但一些读者可能嫌他唠叨。这两类风格难辨优劣。希望大家在选择时能结合自身长处，并坚持与内容相联系。

一方水土养一方人，数学写作的风格也是殊方异俗。所谓的国外文章，其内部风格实则差异巨大，不可一概而论。略举数端如下：

- 日本：详尽、单调
- 美国：流畅、张扬
- 英国：流畅、节制
- 德国：精准、节制
- 法国：精准、明快

这些形容词都出于本人直接感受，只能请各位模糊地理解。日本风格之前已经谈过。美国风格往好处说是易读，而往坏处说就是吹牛；比如有些论文读其导言令人叹服，通篇读完便觉得不过尔尔。相较之下，我认为英国数学家的文章更怡人，其中既有风格的因素，也有语文修养的因素。

德国、法国的文章总体上都偏重精确。所谓节制、明快等，倒也不尽然，我一时没有更合适的形容词。通观之，我以为欧洲风格更值得取法。至于俄国或前苏联则又自成一家，在此存而不论。

数学写作的体裁和风格万殊，现在我们看些极端的例子。首先是数论界稍有名气的一篇论文：

A One-Sentence Proof That Every Prime $p \equiv 1 \pmod{4}$ Is a Sum of Two Squares

D. ZAGIER

Department of Mathematics, University of Maryland, College Park, MD 20742

The involution on the finite set $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{N}^3 : x^2 + 4yz = p\}$ defined by

$$(x, y, z) \mapsto \begin{cases} (x + 2z, z, y - x - z) & \text{if } x < y - z \\ (2y - x, y, x - y + z) & \text{if } y - z < x < 2y \\ (x - 2y, x - y + z, y) & \text{if } x > 2y \end{cases}$$

has exactly one fixed point, so $|S|$ is odd and the involution defined by $(x, y, z) \mapsto (x, z, y)$ also has a fixed point. \square

This proof is a simplification of one due to Heath-Brown [1] (inspired, in turn, by a proof given by Liouville). The verifications of the implicitly made assertions—that S is finite and that the map is well-defined and involutory (i.e., equal to its own inverse) and has exactly one fixed point—are immediate and have been left to the reader. Only the last requires that p be a prime of the form $4k + 1$, the fixed point then being $(1, 1, k)$.

Note that the proof is not constructive: it does not give a method to actually find the representation of p as a sum of two squares. A similar phenomenon occurs with results in topology and analysis that are proved using fixed-point theorems. Indeed, the basic principle we used: “The cardinalities of a finite set and of its fixed-point set under any involution have the same parity,” is a combinatorial analogue and special case of the corresponding topological result: “The Euler characteristics of a topological space and of its fixed-point set under any continuous involution have the same parity.”

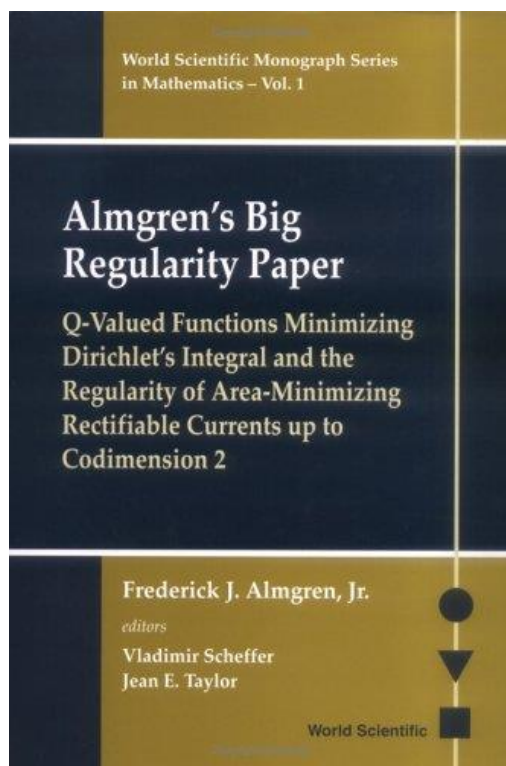
For a discussion of constructive proofs of the two-squares theorem, see the Editor’s Corner elsewhere in this issue.

REFERENCE

1. D. R. Heath-Brown, Fermat’s two-squares theorem, *Invariant* (1984) 3–5.

此文目的是证明 Fermat 的定理：任何模 4 余 1 的素数皆可表成两个平方数的和。顾题思义，此文主体仅有一句话，后面都是关于文献的注记。同样风格的短文还不少，此处只举一例。

第二个例子：



这位 Frederick J. Almgren 是一位研究极小曲面的数学家，原来这份手稿据说有 1700 页，电脑重新排版后压缩到 900 余页，仍称“paper”。两者都是极端形式。走极端未尝不可，重点在于符应内容的要求。请留意，这并不是说文章体裁无可无不可，那就无从措手了。大家写作时若对文章的形制有所疑虑，一般以采取详尽、友善的风格最为稳妥，这就相当于上面所说的和煦、亲切一路。

至于文章结构，数学思维未必是直线的，不幸的是由于书面语言的限制，数学写作只能镶嵌在直线的结构里。对于稍具规模，大约 15、20 页以上的文章，比较保险的安排是：

- 摘要
- 目录
- 导言
- 符号
- 主干部分
- 参考文献

● 附录、索引等

如果文章少于 10 页就不必这么多仪式，直接干活即可；某些短文甚至连摘要都不必。而书籍等更长的文体还需要其它构件，这里不深入讨论。下面我们先讨论摘要、导言等辅助构件的写作要领，主干部分的写法留待稍后讨论。

关于摘要：“重在达意，精炼为宗”。摘要里应该尽量节制公式与数学的使用，而且一般不许在摘要里引用其它文章。

目录可以由 LaTeX 等软件自动生成，唯一要操心的是目录深度的设定，这里不必深究。

导言可说是一篇论文的灵魂，恐怕也是最难写的，它决定读者对文章的总体观感。我个人认为导言写作有下述要点：

1. 标定受众的背景知识，防低估，更防高估。为何要防高估？这是中国学生的通病。各位写文章首先要有自信，就你自己这篇文章涉及的内容而言，你就是世界第一的专家，别虚张声势或畏畏缩缩；相应地，身为一位专家也必须多些耐心，多做点解释，不宜假设读者什么都懂。
2. 铺垫精简。中国学者有个普遍习惯，劈头就强调“我做的这个问题如何如何重要……”，我本人有时也不免俗；这类铺垫必须掌握一个度。另一个问题偶见于文章，但在讲座中更普遍，就是言必称欧高黎嘉陈等等；再往大处说，是着迷于数学家的各种帽子，如院士、会士、菲尔兹奖得主等等。这都是毫无必要的。
3. 简述渊源与精神，不必强求精确。这里谨引用一位杰出的计算机科学家、数学家兼段子手 Donald Knuth 的话，他同时也是 TeX 程序的发明者；Knuth 的 *The TeXbook* 这本书既是 TeX 的源码，又是它的操作手册，他在前言里这么说：
“Another noteworthy characteristic of this manual is that it doesn't always tell the truth.” 有些国人有某种洁癖，见到这种说法简直要跳起来一写数学怎能不精确呢？其实一些理论作为第一眼印象写得太精确反构成窒碍，甚至在一些情形下，特意写得有点错才好。我推荐大家翻翻 *The TeXbook* 这本书，至少读他的前言。

4. 文献综述的重点在于摘录要旨，不在于按号点名。根本目的是让读者晓得什么人做了什么事。
5. 导言的必要任务之一是勾勒文章结构，一般采用逐章节简介的方式。对于较长、较复杂的论文或书籍，宜图示各章节或主要结果之间的逻辑联系，使人一目了然。实践中愿意绘图的作者不多，或是因为欠缺技术？

所谓符号列表，意指在论文开头集中列出用到的符号和假设等，对读者和作者双方都有好处。制作符号列表倒不必特别的技术，不外乎花点时间、占点版面。我发觉中国人似乎在某些方面喜欢节约纸张？在制作符号列表这种事情上，大概没必要讲求环保。

- A_0 is the identity component of $T_0(\mathbb{R})$, which is viewed as a subgroup of $T_0(\mathbb{A})$ via the diagonal embedding of \mathbb{R} into F_∞ .
- \mathcal{L} is the set of Levi subgroups containing M_0 , i.e. the (finite) set of centralizers of subtori of T_0 .
- $W_0 = N_{G(F)}(T_0)/M_0$ is the Weyl group of (G, T_0) , where $N_{G(F)}(H)$ is the normalizer of H in $G(F)$.
- For any $s \in W_0$ we choose a representative $w_s \in G(F)$.
- W_0 acts on \mathcal{L} by $sM = w_s M w_s^{-1}$.

For $M \in \mathcal{L}$ we use the following additional notation.

- T_M is the split part of the identity component of the center of M .
- $W(M) = N_{G(F)}(M)/M$, which can be identified with a subgroup of W_0 .
- $A_M = A_0 \cap T_M(\mathbb{R})$.
- \mathfrak{a}_M^* is the \mathbb{R} -vector space spanned by the lattice $X^*(M)$ of F -rational characters of M ; $\mathfrak{a}_{M, \mathbb{C}}^* = \mathfrak{a}_M^* \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
- \mathfrak{a}_M is the dual space of \mathfrak{a}_M^* , which is spanned by the co-characters of T_M .
- $H_M : M(\mathbb{A}) \rightarrow \mathfrak{a}_M$ is the homomorphism given by $e^{(\chi, H_M(m))} = |\chi(m)|_{\mathbb{A}} = \prod_v |\chi(m_v)|_v$ for any $\chi \in X^*(M)$.
- $M(\mathbb{A})^1 \subset M(\mathbb{A})$ is the kernel of H_M .
- $\mathcal{L}(M)$ is the set of Levi subgroups containing M .
- $\mathcal{P}(M)$ is the set of parabolic subgroups of G with Levi part M .
- $\mathcal{F}(M) = \mathcal{F}^G(M) = \prod_{L \in \mathcal{L}(M)} \mathcal{P}(L)$ is the (finite) set of parabolic subgroups of G containing M .
- $W(M)$ acts on $\mathcal{P}(M)$ and $\mathcal{F}(M)$ by $sP = w_s P w_s^{-1}$.
- Σ_M is the set of reduced roots of T_M on the Lie algebra of G .
- For any $\alpha \in \Sigma_M$ we denote by $\alpha^\vee \in \mathfrak{a}_M$ the corresponding co-root.
- $L_{\text{disc}}^2(A_M M(F) \backslash M(\mathbb{A}))$ is the discrete part of $L^2(A_M M(F) \backslash M(\mathbb{A}))$, i.e. the closure of the sum of all irreducible subrepresentations of the regular representation of $M(\mathbb{A})$.
- $\Pi_{\text{disc}}(M(\mathbb{A}))$ denotes the countable set of equivalence classes of irreducible unitary representations of $M(\mathbb{A})$ which occur in the decomposition of $L_{\text{disc}}^2(A_M M(F) \backslash M(\mathbb{A}))$ into irreducibles.

For any $L \in \mathcal{L}(M)$ we identify \mathfrak{a}_L^* with a subspace of \mathfrak{a}_M^* . We denote by \mathfrak{a}_M^L the annihilator of \mathfrak{a}_L^* in \mathfrak{a}_M . For any integer $i \geq 0$ let

$$\mathcal{L}_i(M) = \{L \in \mathcal{L}(M) : \dim \mathfrak{a}_M^L = i\}$$

and

$$\mathcal{F}_i(M) = \bigcup_{L \in \mathcal{L}_i(M)} \mathcal{P}(L),$$

so that $\mathcal{F}(M) = \prod_{i=0}^d \mathcal{F}_i(M)$ where d is the co-rank of M . We endow \mathfrak{a}_{M_0} with the structure of a Euclidean space by choosing a W_0 -invariant inner product. This choice fixes Haar measures on the spaces \mathfrak{a}_M^L and their duals $(\mathfrak{a}_M^L)^*$. We follow Arthur in the corresponding normalization of Haar measures on the groups $M(\mathbb{A})$ ([Art78, §1]).

譬如上头这篇文章（Finis, Lapid. Müller, 2011 年），它的符号一项项地列，列了近三页，其实它之后仍在讲解符号，另辟一节罢了。这种办法值得大家学习。试想这么多复杂的符号，倘若改成在行文时随标随用，读者恐怕会读晕，作者写着也是晕了。

制作参考文献非但要紧，而且特别费力。网上流传各式各样所谓的秘诀，其实科学院和各大高校都有购买数据库，直接下载是最省时的。如何下载呢？首先，我建议各位无论引用多少文献，都使用 BibTeX 管理并自动生成，各位在网上或相关书籍里都能找到教程。其次，对于数学论文，获取正规、完整的文献信息的渠道一是德国的 zbMATH，二是美国数学学会的 MathSciNet；两者都能汇出 BibTeX 格

式，可以直接复制贴上。据个人经验，正常网速下获取一篇论文的信息耗时不超过半分钟。手工编辑一则耗时长，二则很难像 zbMATH 或 MathSciNet 那么规范；后两者出错的情形是很少的。偶尔我们也必须引用预印本或私人通信等，不得不手工录入，因此上述办法并不是万灵丹。

经常被忽略的是“索引”的角色。很多人认为书籍才需要索引，这种流行看法完全错误。我忘记在哪读过一句话：“凡是 50 页以上的文章都应该有索引。”各位不妨证诸个人体验：由于记忆的局限，阅读 50 页以上的论文时很容易顾此失彼，特别是符号部分。其实即便是近百页的长文也鲜有附索引者，这表明数学界对索引的功能虽有体认，但是期刊或审稿人普遍不作要求，论文作者也无此习惯。这里期望各位写作时要坚持对读者有益的原则，而不是随着大流浮浮沉沉。

在 LaTeX 下制作索引的标准方法是使用 MakeIndex 或 xindy 这些程序；这些程序的使用文件很容易获取，用法也极简单，细讲 LaTeX 的操作恐怕岔题，这里点到为止。我个人经验是为一篇 80 页的论文制作索引，需时不过二十分钟左右，前提是自己对文章内容还有新鲜的印象；区区二十分钟工夫，对阅读体验却有巨大的影响！

- cm-super-t1.enc file, 355
- cmbright package, 385, 386, 523
- \cmd (ltxdoc), 834
- \cmidrule (booktabs), 270, 271, 272
- \cmidrulekern rigid length (booktabs), 271
- \cmidrulesep rigid length (booktabs), 271
- \cmidrulewidth rigid length (booktabs), 271
- code, see computer code
- \CodelineFont (doc), 417, 418
- \CodelineIndex (doc), 817, 818, 820, 836
- CodelineNo counter (doc), 417
- \CodelineNumbered (doc), 820
- codes key (fancyvrb), 162
- \Coffeecup (marvosym), 401
- Collection of Computer Science Bibliographies, 773
- collections, bibliographic information, 742
- collectmore counter (multicol), 186, 188, 189
- colon, 535, 536
 - (amsmath), 501, 536
- colon key value (caption), 310
- colon option (natbib), 706
- colon (:), shorthand character, 554
- colonsep key value (jurabib), 716, 720, 741
- color
 - background, 158
 - bibliographies, 695
 - error messages, bibliographies, 785
 - frame rules, 158
 - number-only citations, 695
 - rules (graphic lines), 265
 - table rules, 265
 - tables, 264, 265
 - troubleshooting, 870
 - typed text
- columns, table
 - laying out, 240-243
 - modifying style, 248, 249
 - narrow, 246, 247
 - one-off, 248, 249
 - spacing, 247, 248
- columns, text
 - balancing, 187
 - breaks
 - indexes, 680
 - manually produced, 188, 189
 - collecting material, 187, 188
 - floats, 189
 - footnotes, 114, 115, 183, 189
 - formatting, 186, 187
 - multiple, 184-187, 188, 189
 - parallel synchronization, 181, 182, 183, 184
 - vertical spacing, 112
- \columnsep rigid length, 194, 196, 679, 680, 871
 - (multicol), 185, 186, 187
 - (wrapfig), 300
- columnsep key/option (geometry), 207
- \columnseprule rigid length, 194, 196, 679, 680
 - (multicol), 185, 186
- \columnwidth rigid length, 112, 113, 194, 624
 - (multicol), 186
- \Com (tlc), 654
- \combinemarks (tlc), 232
- combining tables of contents, 52, 53, 54
- comma key value (jurabib), 717
- comma option (natbib), 706, 712
- commabeforefirst key/option (jurabib), 716, 741
- command key (graphicx), 620
- command line tools, bibliographies, 775-783, 786

上面引用的这本厚书 *The LaTeX Companion*，共 1090 页，索引长而复杂。各位可看到每个条目都出现多次，页码的颜色和字体各有变化，代表它们在正文里出现时的不同角色。书籍索引实际上是一门博大精深的技艺。

四、析用

现在进入文章主干部分，即论述和证明的铺陈。首要原则是解释文章的“动机”，在展开论证前尽量提示问题的背景和想法；这是数学写作的特殊要求，但也得斟酌文章性质和论证本身的长度，毕竟冗长的评注总不如一个透彻的证明。若不确定需不需要这套工序，那么按照前述的友善原则，还是仔细说明动机为佳。

第二条原则是控制“节奏”，指的是所谓文气。从反面考察，我认为中国学生在节奏上兼有拖沓与急促两种毛病。这里所谓的拖沓还包括重复，亦即同一句型屡屡重出，如通篇都是 *thus... so* 等等。难怪许多写作教程的重点在教人怎么简省文句；其实除非文章超过 60 页，一般无须特地改短。事实上这里得留意另一个陷阱：数学写作的根本价值在于易读易懂，而非简省字句，后者是为前者服务的。很多

时候甚且必须在过渡处插入虚词、虚句，以增加流畅度。一句话累赘与否系于全局；根本标准在于读者的阅读体验。

相较之下，急促恐怕是更深入骨髓的毛病，主要表现为短促、结巴、拥挤；重复问题在此亦有体现。急促不仅表现在文句上，还表现于数学公式，例如滥用行内公式就是一个很常见的毛病。显示公式虽然多占一行，然而对读者更舒缓，编排时也更能游刃有余。局促的公式加上局促的语句造成局促的节奏，继而是难受的阅读体验。

附带一提，不少人不只文气局促，口头报告时也有同样毛病，两种现象兴许是同源的。

第三个要点是关于引用。不少人习惯于极简作风，譬如我行文中需用到某个性质，就写个 “[3]” 引用某文献，那么问题来了：除非文献 [3] 很短，或者 [3] 的宗旨即所引结果（例如吴宝珠证明“基本引理”，全文 269 页），否则读者极难萃取有效信息。设想读者上网或到图书馆翻出文献 [3]，结果发现它有 300 页……。各位有没有这种经验呢？

正确做法是引用时尽量给出所引的定理编号或页码，文献综述除外；譬如写 [3, Theorem 6.5.4] 或 [3, p.129]。如果各位确切了解自己引的是什麼，那么这些仅是举手之劳。这里顺便提另一种毛病，我称之为“假引用”，意谓虚晃一枪，所引非所需。且说个亲身经验：我审过某篇文章里用了一个上同调的性质，说：请看某论文的第几个定理。一般审稿人多不深究，但碰巧我还真读过那篇论文，其中对该性质的说法是“well known”——确乎如此，他自己也写个 well known 了事便罢，又何必引用呢？我确信作者读过引文，那么他明白这个性质众所周知，但非得借大牛之笔来背书。这种心态颇堪玩味。

第四个重点，兴许也是最紧要的一点，是善用“交叉参照”。各位必须意识到一个基本矛盾：读者的精力和注意力有限，而论文则是环环相扣、经纬万端的。大家都明白自己作为读者的局限，而对于面貌模糊的大牛们往往有不切实际的想象，认为他们能三两下收拾掉一篇论文。在此正告诸君：放弃幻想！多数情况下读者

的时间都是零碎的。因此，我们需要一些技巧来帮助读者。狭义的交叉参照指的是引用文章其它地方的定义、定理等，这也可以说是定义、定理之所以需要编号的原因；至于说广义的交叉参照，其实小说、电影乃至评书里的叙事技巧在此大有用处，我仅讲三点：

- 伏笔：提示所证结果在全文中的地位、用处，及其和其它结果的联系等。
- 闪回：常见于电影艺术；相对于伏笔，其作用是前情提要，或回顾稍早的理论框架和已证结果等。
- 直入正题 (*in medias res*)：在导言部分即勾勒文章的核心要旨，例如主定理的某些重要推论等，而省去种种铺垫。当然，这样的预览必然要牺牲精确性作为代价。

我们说过数学论文的结构是直线的。透过交叉参照，我们在直线结构中可以变些花样，使之更易读。既然叙事技巧通于各种文体，这里且再引用一句刘勰的话：

“启行之词，逆萌中篇之意；绝笔之言，追媵前句之旨；故能外文绮交，内义脉注，跗萼相衔，首尾一体。”《文心雕龙·章句》

我还希望提示一点：数学家在很多方面应该向程序员学习；实际上计算机科学与数学本是一家。软件工程的若干原理可通于数学写作，当然其词义不免稍有变化，兹举数例如下。

- 模块化设计：抽离可以反复调用的结果，并保持其间的独立性；事后修改时就不必伤筋动骨。这些模块（或当称作“组件”）应当透过简单、稳定的界面来运用。
- 封装：一如编程，铺陈一套理论时要注意隔离其技术或计算细节及其“界面”，后者是一套理论得以被使用的窗口。论文作者好比是制造精密仪器的工程师，应该让客户不必拆掉面板就能使用大部分的功能。
- 通变：何谓通变？例如在 C 语言里使用 `goto`，编程上一般不鼓励这种用法。数学中对应的情况则是引用证明，或引用后头的结果。我们也不鼓励在论文里

搞这些伎俩，但有些结构若不如此处理，就显得十分别扭，Bourbaki 的书就有类似毛病。

我们隐然将编程与写作混同了，方才提到的段子手 Knuth 早有此说，称之为“文学编程”：

“The practitioner of literate programming can be regarded as an essayist, whose main concern is with exposition and excellence of style. Such an author, with thesaurus in hand, chooses the names of variables carefully and explains what each variable means. He or she strives for a program that is comprehensible because its concepts have been introduced in an order that is best for human understanding, using a mixture of formal and informal methods that reinforce each other.”

D. Knuth, *Literate Programming*, The Computer Journal 27(2):97 – 111, 1984.

准此，一些计算机科学家已经意识到：程序员有如散文家，程序应当结合形式与非形式的方法，做到“以人为本”。而我们数学工作者从来都是为了有血有肉的人而写作的，焉能不警醒？

Knuth 甚至还说：*“I look forward to the day when a Pulitzer Prize will be given for the best computer program of the year.”* (D. Knuth, *Mathematical Writings*, § 10)

假如连程序都能得普利策奖，那么数学论文是否更有资格抢先一步？我也盼望有这么一天，也许拿个茅盾文学奖也挺好。

关于文章主干部分，谨补充数个建议作结。

1. 细选符号：对于数学写作，符号的选择甚至比文句更重要，最早意识到这一点的先贤大概是 Leibniz。他和 Newton 在历史上有过微积分的发明权之争，现代人大多是偏袒 Newton 的，但实际运算时几乎一边倒地采用 Leibniz 的符号，例如微分的 dy/dx 和积分符号 $\int f dx$ 。与对好符号的意识并存，甚至是互补的是对于渣符号的意识，有个经典例子，是数学家 Barry Mazur 有一回为了逗 Serge Lang 特地发明的：

其中 Ξ 是一个复数，取共轭再作商；这式子如果写在黑板上就是八条杠。

2. 检查韵律：Halmos 说过一句话“最好的公式是能够念出来的公式”，这倒不是绝对准则，但希望各位能仔细体会 Halmos 的意思。
3. 避开抄袭嫌疑：抄袭是一个严肃的议题，各位固然不会犯，关键在于避嫌。举预印本平台 arXiv 为例，它对提交的文章有一套自动检查机制，一旦和数据库里它人文章的重复度越过某个门槛，文章页面上就会显示：

arXiv admin note: substantial text overlap with arXiv:8881.1111 by other authors

对此 arXiv 网页上倒有些辩解，曰这类信息纯供参考云云，其实欲盖弥彰，它干的事就是查重。中国作者出现重复的比率高于平均，触发重复标识的门槛据说是很高的，嫌疑何来？我曾尝试分析过几个例子，有些重复可谓是善意的或不自觉的。譬如别人文章里定下公理 (A1)、(A2) 等等，如果沿用其体系，表述时有所重复也是题中之义；但有的人重述公理时逐字照抄，那当然会被辨识出大段的重复。这里并不是叫大家把 (A1)、(A2) 改成 (B1)、(B2)；假如你确实理解原文的意思，再以自己的风格写下，那么越过查重门槛的概率应该是很低的。

4. 学习“讲人话”：莫忘写作的目的是交流思想，交流的对象和自己一样都是人；学术机构里容易积蓄一种强大的无意识的惯性，造成大家往往不知如何讲人话。许多老师反对学生读闲书（指其它数学领域书籍），我的看法则正好相反：就该多读闲书，开拓眼界的同时学着写富有人情味的综述文章。兹举美国数学学会的两份期刊为例，一是 Notices of the American Mathematical Society，二是 Bulletin of the American Mathemtical Society。前者 Notices 既有优秀的综述文章，兼有大量行政、招聘和数学教育的报道，受众略庞杂；而 Bulletin 则以深入的综述和书评为重，我认为比较适合研究生学习或赏玩的，两种期刊皆可自由下载。此外，法国数学会的 Gazette des mathématiciens、德国数学会的

Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 以及日本数学会/岩波书店
的《数学》等都是同类刊物中的佼佼者。

五、论形

“Typography is what language looks like.” (Ellen Lupton, Thinking with Type, 2nd Ed.)

“排版是语言的样貌。”过去谈数学写作的文章或教程不提排版，觉得那是期刊方面的责任；甚至国内一些主流期刊对排版也不甚上心。这是因为在传统模式下，数学文章系以

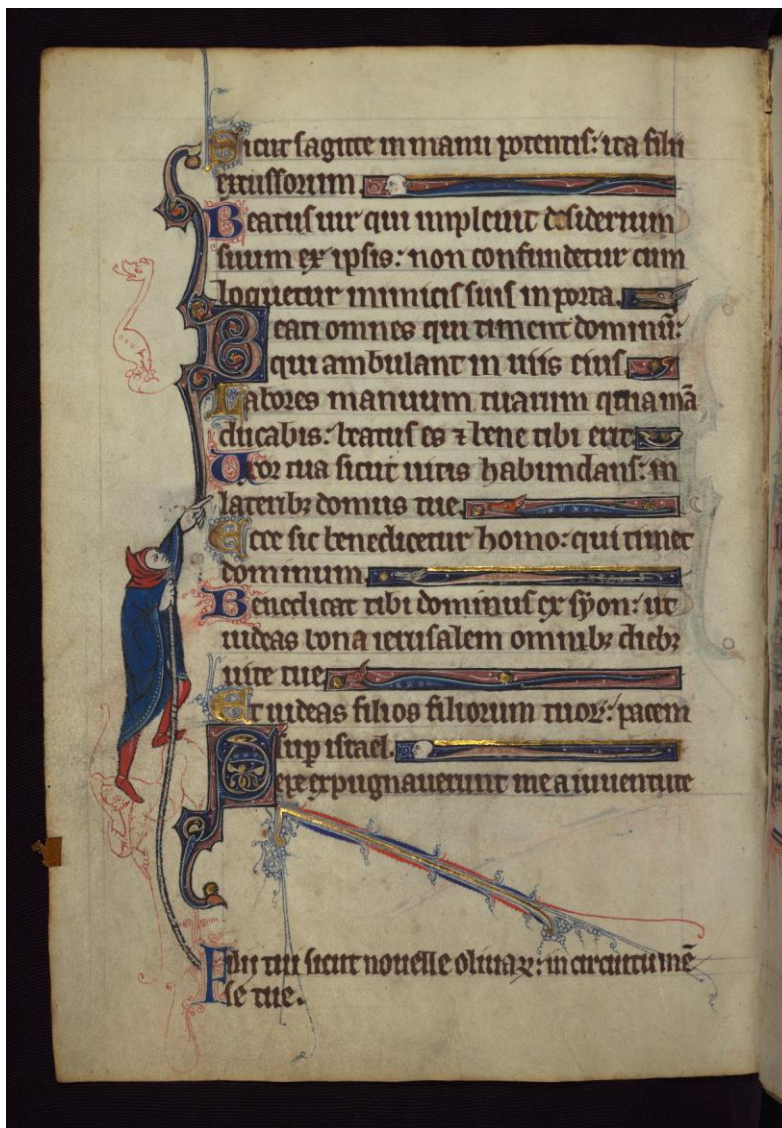
作者→（期刊编辑、审稿人）→读者

的方式传递。作者向期刊提交手稿，接受后依序由文字编辑和排版师傅处理，便成为正式的期刊论文。期刊这个中介倒也不是无法跨越，例如透过油印稿，乃至手抄本的传播，但是论规模、品质或便利性，这些渠道都无法和正规期刊相比。此外，即使作者自己具有一定的排版手段，也绝不可能追上专业水平。因此可以说排版是期刊方面的事，作者只要取悦审稿人即可；许多人为此还聘请专业的打字员代劳。

形势正在起变化。随着 LaTeX 等软件和网际网络的持续发展，特别是预印本平台（如 arXiv）的建立，现在作者可以在自己电脑上完成文章排版，向期刊投稿的同时兼以预印本方式在 arXiv 流通。从读者角度观之，期刊版本一般比较规范、美观，然而单位未必有订阅，何况预印本往往更早面世。是以 arXiv 已经成为数学工作者获取论文的重要渠道。

透过预印本直接同读者沟通，也意味排版的责任与乐趣同时落在作者肩上。排版水平直接决定文章观感。别人见到排版杂乱，便联想到人不靠谱，连带觉得这人的文章内容也不靠谱，后果可想而知。

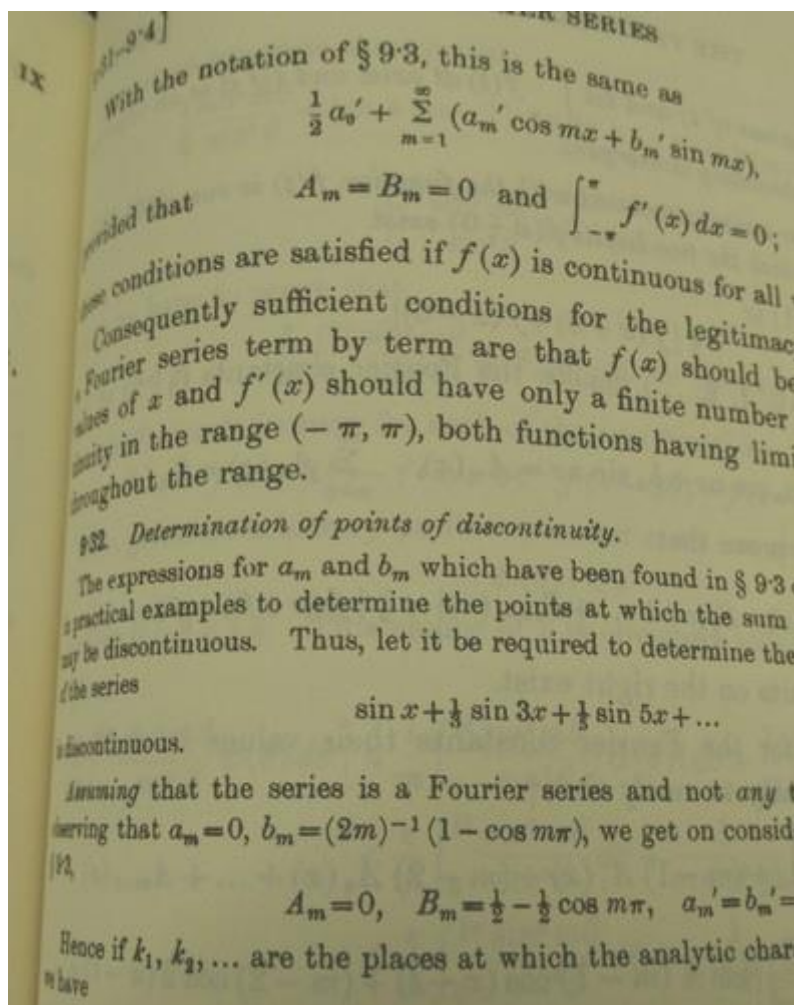
请容我稍稍岔题，侃几句西方书籍排版的历史。在漫长的中世纪里，欧洲大陆保存下来的书籍主要是宗教用途的手抄本，如¹：



各位看到页边画了一位僧侣，他一手抓着绳子，一手指着一行字，而绳子尾端的页脚还有一行文字。这些插画不消说是十分精美的。为何而画呢？其实是因为抄写时抄错了一行，于是插画者添上这么一位僧侣，仿佛在说：请改正，而页脚那行才是正确的句子。可见在制作这本手抄本时，古人同时注入了宗教的虔敬、高超的审美水平、以及温润的幽默感。

¹ <http://www.thedigitalwalters.org/Data/WaltersManuscripts/html/W102/>

手抄本之后是铅字排版的兴起，这套技术一直沿用到二十世纪后期，才逐渐被数字排版取代。这里举一本二十世纪初的名著，Watson 和 Whittaker 的 *A Course in Modern Analysis* 为例²。



铅字排印的书籍带有一种特殊的质感，用现在流行的话讲叫“温度”，属于逝去的静好旧时光，一经扫描就失去味道。请大家仔细品味它与数字排版的差异。

下面这幅照片³是铅字排版全套家当的一部分：字库，像药铺般有一格一格的小抽屉，摆放铸好的铅字。英文里管大写叫做“upper case”，小写叫做“lower case”，

² <http://www.cambridge.org/cn/academic/subjects/mathematics/real-and-complex-analysis/course-modern-analysis-4th-edition-1?format=PB>

其实就缘于排版的古老实践，大小写字母分别放置在上下层抽屉之故。时至今日，许多专业排版术语都还带着铅字时代的印记，如 kerning（字间减位）等等。



进入数字排版普及的时代，全套工作都可以在家用电脑上完成。对于数学工作者，主流软件无非是 LaTeX 或 ConTeXt 等系统。然而在整个五十到八十年代间，有大量的数学文献既不是正式的铅字排版，更不是数字排版，而是出自一种伟大但业已过时的发明：打字机。



Avec une fonction ψ_2 de $\mathcal{C}_0(N, \mathfrak{f}_2, f)$ de même norme que ϕ_2 , on obt

$$\overline{B^N(\phi_1, \phi_2)} = \int_{N/\sqrt{X}_1 H_{12}} \left[\int_K \overline{\phi_1(n'e^{tY})} \tau(-at^2/2) (T_{\mathfrak{f}_2'} \psi_2)(n'e^{tX_2}) dt \right] dm(n)$$

On utilise alors, comme dans le second cas, l'homéomorphisme

$$N/\sqrt{X}_1 H_{12} \xrightarrow{\sim} N'/\sqrt{X} H_{12} \quad ; \text{ d'où}$$

$$\overline{B^N(\phi_1, \phi_2)} = \int_K \left[\int_{N'/\sqrt{X} H_{12}} \overline{\phi_1(n'e^{tY})} \tau(-at^2/2) (T_{\mathfrak{f}_2'} \psi_2)(n'e^{tX_2}) dm \right]$$

Pour établir la majoration cherchée, il suffit de considérer des esp
fonctions denses et on peut donc supposer ϕ_1 et $T_{\mathfrak{f}_2'} \psi_2$ décompo
à dire de la forme :

$$\phi_1(n'e^{tY}) = F_1'(t) F_1''(n')$$

$$(T_{\mathfrak{f}_2'} \psi_2)(n'e^{tX_2}) = F_2'(t) F_2''(n')$$

打字机 (1981) 对决 LaTeX (2014)

Lemma 15 (i) Let A be a maximal σ -split torus and let \tilde{A} be a maximal containing A . It is σ -stable (cf. [HH], Lemma 1.9).
(ii) The set of non zero weights of A (resp., \tilde{A}) in the Lie algebra of G is a $\Delta(A)$ (resp., $\Delta(\tilde{A})$) which appears as a subset of \mathfrak{a}' (resp., $\tilde{\mathfrak{a}}'$).
The set $\Delta(A)$ is equal to the set of non zero restrictions of elements $\Delta(\tilde{A})$.
(iii) Let $W(A)$ (resp. $W(\tilde{A})$) be the quotient of the normalizer of A (resp., (resp. $N_G(\tilde{A})$)), by its centralizer, $C_G(A)$ (resp., $C_G(\tilde{A})$).
Then $W(A)$ (resp., $W(\tilde{A})$) identifies with the Weyl group of $\Delta(A)$ (resp., is the set of restrictions to \mathfrak{a} of the elements of $W(\tilde{A})$ which normalizes \mathfrak{a} .
(iv) Let $\mu, \nu \in \mathfrak{a}'$ which are conjugate by an element of $W(\tilde{A})$, then they are by an element of $W(A)$.

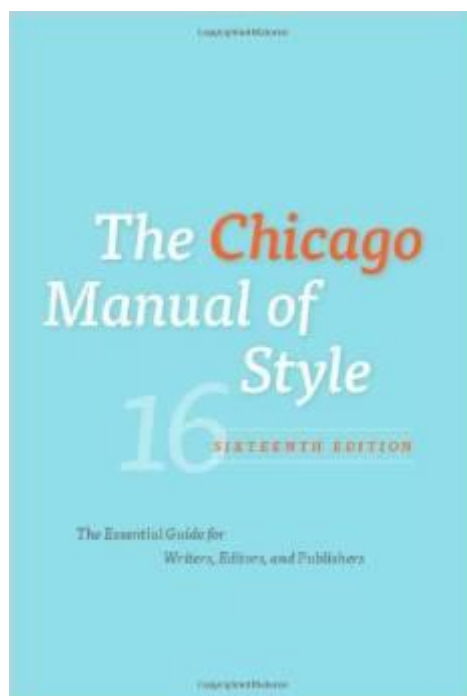
Proof :

- (i) follows from [HH], Lemma 2.4.
- (ii) and (iii) follows from [HW], Propositions 5.3 and 5.9.
- (iv) It is clear that one may replace μ and ν by a conjugate element by $W(A)$.

各位或许要嘀咕：打字机跟 LaTeX 有什么好对决的，不是高下立判吗？你看上边打字机的等距字体那么丑，有些打字机没有的数学字体得靠手写，连那些横杠也是手绘的，尺还没拿稳呢。但是请各位再仔细看看，上图的文章排版其实非常讲究，比如公式的缩进、符号之间的空格等等，字体单调却相当耐读，可谓在打字机的技术限制下发挥得淋漓尽致。反观下边这篇 2014 年 arXiv 上的文章，乍看还凑合，TeX 自带的 Computer Modern 字体也堪称美观，但是编排毫无节奏，简直糟透了！

从优美的手抄本到铅字排版，再到打字机乃至 LaTeX，我的表述似乎暗示着历史就是一部从高妙向平庸退化的序列，这一则是因为我取样偏颇，再者，一个人是否与时代同进退，归根结底还是以他自身的排版修养为最终防线。不妨这么说：排版在过去是属于一小撮专业人士的工作，现在则随着生产力发展而扩及大众，趋势不可避免。是故随着排版手段进入千家万户，这是一个最好的时代，也是一个最坏的时代。

各位若对论文排版的种种琐碎规矩有疑问，终极的参考书是 *The Chicago Manual of Style*:



此书搜罗大量的论文排版准则，不细述。以下仅点评国人在数学排版上最常见的几个缺陷：

- 数学公式的括号高度不足。
- 符号忌置句首；必要时可插入赘词来避免。
- 慎用下划线：使用下划线是在打字机和黑板上的无奈之举，如果条件许可，尽量利用字体本身的变化来突出重点，如粗体、意大利斜体、无衬线字体和小型大写字母等。

使用 LaTeX 等软件排版是一项复杂的系统工程，至少需要一门短期课程来讨论，此处谨以几条泛泛之论作结。

- 养成良好的代码习惯，使用缩排、注解等技巧；这和编程并无二致。
- 选择合宜的编写环境，如 WinEdt、TeXmaker、TeXstudio、vim、Emacs 等。
- 使用自动拼字检查。

- 广识宏包。在 CTAN 网站上有齐全的 TeX 宏包目录，其数量之多、功能之杂，远超一般使用者的想象。
- 慎选模板。网上很多履历、研究计划等各种用途的 LaTeX 模板。重点在于“慎选”。有些模板不够皮实，比方说原来用 12 点字看着挺漂亮，一旦换成 10 点多打了几个字就乱套；按理说编写 LaTeX 文档时只需要照顾文章的结构，外观当由模板作者来操心，因此这反映出原作者设计时考虑不周。希望大家下载模板时尽量选择来路可靠、文件周详者。
- 熟习 LaTeX 上绘图、制表的相关技术。这方面的宏包选择极多，我个人特别推荐 TikZ 宏包。
- 拒绝急就章。这里主要指网上《N 分钟学会 XXX》之类的攻略；这么复杂的系统，哪有花几个小时就能玩转的道理？我们教师或研究人员有无穷无尽的临时交办事宜，往往得在短短两三天内交出一份计划、简报或推荐信，求助于急就章也是不得不为。然而诸位大多还是学生，应该抓紧这段宝贵时光，从基础学好数学排版软件及各种宏包的用法。
- 多方交流。主要信息源是相关的网络论坛，如 TeX-LaTeX StackExchange，这些专业论坛至今保持着良好的讨论风气，也没沾染营销。此外，很多人不晓得在 arXiv 也能下载预印本源码，其中大多数其实是反面教材。
- 归根结底，精进排版修养的关键在于四个字：乐在排版。

精进也蕴含了一定程度的辛劳。19 世纪美国小说家 Nathaniel Hawthorne 说过：

“Easy reading is damn hard writing.”

旨哉斯言。

六、补遗

我们的主旨固然是数学写作，然而之前已经反复强调过，论文应该作为众多叙事方式的一员来考察。口头报告是数学工作者的另一种叙事手段，与论文互补。如

同论文的情形，我认为学生对口头报告的原理普遍存在误区，故在此就报告的一般要领略作些补充。

- 确定受众。与写作同理，主要是防止高估听众的背景知识。同学们应该有这种经验：导师叫你去听一场报告，结果啥也听不懂，只能坐在下头死撑。这种情况究竟是听者的错，还是讲者的错？也许两个人都没有错，只是彼此相遇在错误的时间、错误的地点罢了。但假若讲得让台下像一排排死鱼一样，那么讲者显然要自我检讨。
- 克制冲动。更明确地说，要克制讲述细节的冲动。除非是专为搞懂某个证明而组织的系列报告，否则别纠缠细节。自己的证明或结果是特别难割舍的，如放任自流，就会出现大家很熟悉的一种风格：喋喋不休地条列本人证明了什么定理，于哪一年发在哪个期刊等等。很多时候，一位教授之所以坐在你台下，无非是无意间见到海报，产生兴趣，想学点新的数学罢了，至于定理是谁证的、发在哪里，纯属枝微末节；这类听众才是你最应当珍视的。
- 大而化之，保持善意的含混。小细节无碍于报告的基本思想；即便勉强说清了，听众未必愿意听，听了未必懂，懂了也记不住。
- 由浅入深。实践表明，“低起点，高坡度”是一种特别适用于数学报告的模式。比方说一个小时的报告，开始十分钟交代背景，本科生也能听懂，直到前三十分钟也不太难，讲到第四十、五十分钟左右突入前沿；这在国际上是很常见的风格，适用范围相当广。
- 掌控节奏。这是比较微妙的一点。报告节奏忌仓促，尤忌拖沓；我观察到中国人的报告易犯后一种毛病，讲到后来拖死猫、拖死狗，听者痛苦，讲者憋屈，主持人也表情复杂。

掌控节奏的要诀在于“统筹设计”，安排其中的铺垫、高潮、间奏与段子，这是报告前的一道工序。然而讲报告时放不开也罢，就怕一放放过头，尤其是段子。听众对段子普遍是喜闻乐见的，但也很容易被段子惹恼；现在媒体或网络上时兴

的段子多有特定的讽刺对象。希望各位了解到：真正练达而近乎艺术的黑乃是“自黑”，在报告中也是如此。

总结以上讨论，怎样才是一位优秀的讲者呢？这里斗胆提出一条公式：

优秀的讲者 = Grothendieck + 郭德纲

提 Grothendieck，自然是强调讲者须具备学术上的识力。提郭德纲则是呼应之前讲到的节奏设计，特别是段子，这与中国的相声、评书等传统艺术可谓同气连枝。使段子相当于相声里所谓的“抖包袱”，须拿捏分寸，你不能从头到尾都在抖包袱。另一个重点也是上头提到的：忌讲尖刻过分的段子。根据我对网上年轻人的观察，各位在幽默和创意方面绝对不落人后，此风刮到学术领域只是时间问题，是以我更愿意强调在制造幽默时的“度”，以及温厚的品格。对此，我谨引用清代词人陈廷焯的一段文字：

“无论作诗作词，不可有腐儒气，不可有俗人气，不可有才子气……尖巧新颖，病在轻薄，发扬暴露，病在浅尽。腐儒气、俗人气，人犹望而厌之；若才子气，则无不望而悦之矣，故得病最深。”（《白雨齋词话·卷五》）

以上可谓报告之“道”，含结构、风格和讲述技巧等面向，然而现代人作报告也离不开形而下之“器”：投影片或板书。

黑板是数学家的传统家当；至于所谓的投影片，现在普遍以 Beamer、Keynote 或 Power Point 制作，后者颇不便于数学排版，但在中国应用仍广。板书和投影篇的优劣是个饶富兴味的话题，我们下面就若干面向进行比较，供各位参考、取舍。

Beamer/Power Point	板书
信息密度高	信息密度低
便于再利用和传播	难以再利用
单线叙述	多线程、多“罅隙”
欠生动，可搭配多媒体	富表演性

极不适合演示证明	较适于演示证明
----------	---------

所谓信息密度，主要是以时间为分母来计算。一般用投影片能在同样时间内覆盖更多内容，这种计算不考虑听众的反应时间和报告节奏，而后两种因素对数学报告格外重要。所以用投影片容易有速度过快、节奏单调之弊。

关于投影片的再利用和传播，过去使用幻灯片的时代是直接复印胶片，现在则是在网上流通 PDF 或 PPT 档案，而板书根本无法用这些方式保存或流通，除非对整场报告做录像。现在很多人喜欢给黑板拍照，算是一种无可奈何的办法。

用 Beamer 或 Power Point 作的报告说穿了，乃是用一个个回车键串起的，听者很容易忘记先前内容。必要时当然可以倒退或使用超链接，但效果并不理想。这类报告要求听众完全遵循片子里的逻辑。至于板书，一个合格的大教室至少会有四块黑板，透过黑板的调度和选择性擦拭，能更贴近数学思维的结构，听众还能用停顿时间思考；而且在写板书时可以随意涂改、插入箭头或注记等，是谓“罅隙”，这在 Beamer 或 Power Point 中比较难做到。

上面已经提过投影片的沉闷，各位在本科阶段若上过用 Power Point 讲的基础课，必能心领神会。板书本身的大幅度肢体动作，以及写作过程中必不可免的节奏变化，能使报告增色不少，这是我所谓“表演性”的意涵；其中的停顿时间虽然降低了前述的信息密度，却也使听者有时间消化之前的内容。然而 Beamer 和 Power Point 适于嵌入多媒体内容，例如复杂的图表和动画之类，这对应用数学尤其重要。

最后一项是关于证明的演示。黑板是数学证明的传统载体，自不待言。而基于投影片的单线和沉闷特点，用以讲述证明绝对是个坏主意。我所见的例子无一成功。

以下是使用 Beamer 准备报告时的几个要诀。

- 节制公式的使用。计算机科学家 Lance Forthnow 曾经断言：Power Point 使用者作的报告比 Beamer 的更好！大家知道 Beamer 的公式漂亮、功能齐备，那么 Forthnow 教授何出此言？他认为：由于 Power Point 的数学排版功能实在太糟，导致使用者不得不减少数学公式，报告从而更易懂。这个解释值得各位再三揣摩。
- 坚持技术流。致力探索 Beamer 的潜能，避免找现成的模板。

至于板书，同样有几点诀窍与各位分享。

- 存规矩。无口说不成报告，但板书并不是口说的注解，黑板也不是你的草稿纸，应该让板书本身具有一定程度的理路。很多人讲课时的板书只是他的计算过程，因此写得信马由缰；听者只要分神半分钟，回头就无法理解黑板内容了。这里我还想突出“网格”的角色。在平面设计领域，网格的重要性已是公论。在纸张或网页上可以用网格划出结构，黑板亦然；网格未必要用粉笔画出来，但心中必须有网格。切忌在黑板上东写一个、西写一个，搞得新旧间杂，写到第二块黑板就完全不知所云了。
- 重灵活。板书不是抄书。很多人在黑板上照搬书面的文句结构，这样就牺牲了板书独具的优点。在黑板上，我们一则不必拘泥于文法，二则是可以利用箭头、自创的符号和粉笔颜色等技巧突出重点。简言之，板书是一种更加直觉化的表现手法。
- 精进字体修养。字写得好看与否倒是次要的，关键是黑板上的字和读者心目中的字必须有一一对应，换言之就是辨识度问题。以希腊字母为例，常见到有人写字时 ξ 和 ζ 不分， γ 和 r 不分， ω 和 w 不分，更荒唐的是 σ 和数字 6 不分！还有大写的希腊字母 Θ ，很多人误把衬线当竖线，把它写成字母 H 外头包一圈，这是什么符号？这是直升机停机坪的符号。想用 LaTeX 打出来还颇费工夫呢。

相关例子还有很多，就此打住。迄今我们已经谈到数学写作的中心，即交流思想（传递信息），以及信息在各种载体中比较合宜的编排形式。但信息的传递离不开渠道，是以我们就渠道问题简短收尾。

渠道的要点在于网络。先前谈排版时提到的网站 arXiv 就是依托网际网络而兴起的重要平台。中国人对网络是非常敏感的，电子商务领域便是一例，但中国数学家对网络的运用还稍有滞后，个人网页是突出的例子。

网页可谓数学工作者的名片，也是提高自己在学界能见度的重要方式。有人觉得既然开通了博客或微博，就无须再搞个人网页，殊不知博客存放的资料有时间性，而个人网页则不然；博客上发一篇文章，三年后就不知沉到哪儿去了，而数学论

文三十年犹不显老，越陈越香。中国各高校及研究单位普遍无心此道，或是多所掣肘，当然还要考虑网管人员的业务水平。如果各位所在单位容许则最佳，否则必须另想法子。

花点小钱的办法是租用虚拟主机，现在无论租用境内外的主机都很方便，还包含备案服务。此外，科学院旗下的“中国科技网”也免费提供个人学术主页，应当说个人主页应有的功能他们都提供了，各位可以自行琢磨。总的说来，中国学者愿意制作主页的还不太多，我认为有必要着力宣导。

今天就讲到这里，谢谢大家。