

必须重视几何学与拓扑学



江
泽
涵

姜
伯
驹

是解决这类问题的关键。有如当年的黎曼几何学之于爱因斯坦的广义相对论,几何学、拓扑学中的纤维丛、联络论,为理论物理学中的规范场理论(最近 W^+ , W^- 和 Z^0 粒子的发现有力地支持了这种统一的场论)提供了现成的数学框架。同样,在今天应用最广的数学分支——数值分析中,也受到几何学、拓扑学的深刻影响,不但产生了计算几何学,而且深入到数值算法的设计和分析。几何学、拓扑学在系统科学、数理经济学等重要新兴科学的发展中同样被广泛应用。在晶体缺陷分析、集成电路布线等方面,拓扑学也得到了直接的应用。

从培养人才的角度说,几何的直觉是一个优秀科学家或工程师必备的素质。培养几何的直觉与培养力学的直觉一样,是十分重要的基础训练。

如国际上普遍认为的,代数拓扑学与微分拓扑学(拓扑学的两支,分别因着重使用代数方法与分析方法而得名)的飞速发展,尤其是它们对于所有其他数学分支的影响,是二十世纪数学发展的主要特点之一。整体的微分几何学与代数几何学(几何学的另外两支)同样也都处在数学发展的主流之中。而在常微分方程、偏微分方程、泛函分析、多复变函数论、数论等等表面看来并非几何学的数学学科中,实际上也研究着许多几何问题,某些几何学、拓扑学方法甚至在改变着这些学科的面貌。

近年来几何学的发展出现了更加活跃的趋势。如果说当前拓扑学的特点是大规模地向其它数学分支渗透,那么整体的微分几何、代数几何乃至非欧几何,也打开了新的研究方向和应用领域,正在明显地复兴。从四年一度的“菲尔士奖”(国际数学界的最高奖,相当于诺贝尔奖)看,1982年获奖的三人中就有二人是几何学家,其中包括中国血统的数学家丘成桐。

(二) 我国忽视几何学、拓扑学的后果正在显露。

我国的几何学、拓扑学本来具有良好的基础,当代国际著名的几何学家、拓扑学家中有不少是中国血统的。近三十多年来,由于国内忽视了几何学、拓扑学的发展,虽出现了一些个别杰出的学者,但总的来说,力量薄弱,发展缓慢。

现代数学中几何的、代数的和分析的方法相辅相成,扩展着人类对于物质世界中的数量关系和空间形式的认识,成为人类认识世界和改造世界的有力武器。数学的主要分支之间存在着有机的联系,在数学的教育和研究工作中,要使它们都得到全面的发展。否则,将对我国数学的现代化和人才的培养产生不良的影响。本文从科技发展预测的角度,着重论述数学分支中几何学与拓扑学的几个问题。

(一) 几何学与拓扑学在现代科技发展中的重要地位。

几何学是研究空间形式的科学。拓扑学则研究空间形式在连续变形下的性质,是在几何学中本世纪发展最快、影响最大的一个分支。它们的应用范围越来越广泛。研究各种从量变到质变的现象的突变理论,就是以微分拓扑学为基础的。它不仅在物理、化学中得到应用,在生物科学以及过去极少采用数学方法的人文科学中也已有了不少应用。对于科学技术中所提出的大量非线性现象,几何学、拓扑学的方法常常

更严重的是几何学、拓扑学教学的薄弱,致使许多数学工作者一接触到现代数学中的有关几何、拓扑的概念就视若畏途,严重地影响了我国数学科学的健康发展,也影响了数学中一些重点学科的健康发展。

造成这种落后局面的原因是:在贯彻理论联系实际原则时,存在着过份的功利主义,认为几何学和拓扑学的直接应用不如分析和代数多,因而长期得不到重视;由于对数学中各学科的地位和作用认识不足,对几何学和拓扑学在现代科技发展中的应用了解不深入,因而没有摆好数学教学中各部分课程份量的比例关系。在国际上几何学课程正处于更新的阶段,而国内则只砍不补,差距越拉越大。

(三) 发展趋势预测。

1. 数学(无论是纯数学还是应用数学)发展中最引人注目的是综合的趋向,即打破原有学科界限,结合多种方法进行研究,在边缘上求突破,这是大势所趋。跛足者难远行,我国几何学、拓扑学方面的弱点,给数学带来的不良影响日益明显。

2. 数学研究中的“几何浪潮”将会持续一个时期,几何学、拓扑学向各数学分支的渗透将更加深广。如果我国几何学、拓扑学方面的教学和研究的落后局面不能改进,至少短期内,在各有关学科中的差距将难以缩小。

3. 国外大学数学系的几何学、拓扑学课程已大规模更新,在一个时期内可能会出现稳定的状态。欧美的许多大学本科低年级课程中,几何、数学分析,高等代数一起构成三大基础课;研究生阶段,几何、拓扑学也同分析、代数一起,成为三大必修课。苏联的情况与五十年代相比也有了很大的变化,七十年代末的莫斯科大学,数学专业低年级有三学期的几何课程,力学专业高年级的“现代几何”课程的部分内容甚至还超过了北京大学数学系现有的研究生课程。

4. 五十年代以来,我国综合大学数学系普遍取消了高等几何课程,初等微分几何也被置于可有可无的地位。1978年以后才有一些学校开设3点集拓扑课程,而能开设代数拓扑与微分拓扑入门课程的学校,更是屈指可数。目前担负教学、科研重任的一代中年教师,其本身

在几何、拓扑方面普遍地感到修养不足,因而对于改变几何、拓扑教学的这种落后状况的必要性也认识不足。各校几何、拓扑课程的调整与更新,阻力大,师资不足,困难重重。已造成恶性循环,亟待扭转。只有从现在就重视起来,作出相当大的努力,才可能在短时间内改变这种落后局面。

(四) 对几何学、拓扑学发展的意见和建议。

1. 要辩证地认识数学各学科的关系,纠正长期以来忽视几何学、拓扑学的倾向。几何学、拓扑学是数学中的基础学科,搞专门研究要求队伍精干、门类齐全。为使我国数学这门学科健康发展,重要的是,数学其他分支的工作人员也要提高几何学、拓扑学方面的素养。

2. 重在培养青年。在选派留学生、进修生时要注意这方面人才短缺的状况,尤其要注意填补缺口(如代数几何学);另一方面,要采取措施加强几何学、拓扑学课程,使新一代的数学工作者减少这方面的弱点。

3. 在高等学校,应当增加数学系低年级几何课程的比重,改变其单纯是为其他课程铺路的性质;在教学中鼓励在其他数学课程联系(而不是回避)几何问题;在有条件的学校进行几何、拓扑课程调整、更新的试点,增设选修课;在部分高等学校数学专业,逐步将几何、拓扑列为研究生入学的必考科目或研究生的必修课;加强几何、拓扑的师资培训工作,并适当组织面向一般数学教师的普及几何、拓扑知识的讲座和讲习班;要从中学抓起,改进中学的几何教学,恢复部分被不适当地砍削了的内容。例如有些学校在高中增设微积分,我看还不如首先考虑在高中完全部解析几何(包括平面的和立体的部分)。

