

Para cada una de las siguientes situaciones, desarrolle un programa en C o en Java que la resuelva.

Tipos de datos básicos o primitivos, operadores, lectura desde la entrada estándar y escritura a la salida estándar.

1. Dados el numerador y denominador de dos números racionales, escribir el numerador y denominador de su suma y de su producto.
2. Dados la parte real y la parte imaginaria de dos números complejos, escribir la parte real e imaginaria de la resta y de la división del primero menos o entre el segundo.
3. Dada una línea recta en el plano cartesiano, hallar una abscisa que corresponda con una ordenada dada.
4. Dada una circunferencia en el plano cartesiano, hallar una abscisa que corresponda con una ordenada dada.
5. Dados tres longitudes correspondientes a un triángulo, hallar su área.
6. Dado un polinomio $p(x)$ de grado 2 en \mathbb{R} y dado un $r \in \mathbb{R}$, hallar $p(r)$.
7. Dado $n \in \mathbb{N}$, hallar la suma de los cuadrados de los primeros n naturales.
8. Dadas dos matrices 2×2 con entradas en \mathbb{Z} , escribir su suma, producto y determinante.
9. Dado un polinomio de grado 2 con coeficientes reales, escribir su derivada e integral indefinida.
10. Dado un objeto en reposo colocado a una altura h del suelo, se deja caer, ¿cuál es la velocidad con la que toca el suelo?

Control de flujo: Condicionales y Ciclos.

11. Dados las coordenadas de tres puntos en el plano cartesiano, indicar si son colineales. En caso de no serlo, escribir el área del triángulo que se forma con esos tres puntos, en caso de sí serlo, solicitar otro punto en el plano cartesiano e indicar si pertenece o no a la recta.

12. Dado un polinomio de grado 2, hallar sus raíces complejas.
13. Dado un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas, indicar si existe una única solución. De ser el caso, indique la solución encontrada.
14. Dado un polinomio $p(x)$ de grado n con coeficientes en \mathbb{R} y un $r \in \mathbb{R}$, hallar $p(r)$.
15. Dado $n \in \mathbb{N}$ seguido de n puntos cartesianos de una poligonal, hallar la longitud de la poligonal.
16. Dados $a, b \in \mathbb{Z}$, hallar su máximo común divisor.
17. Dados $a, b \in \mathbb{Z}$, hallar su máximo común divisor d y una combinación lineal de d en términos de a y b .
18. Suponiendo que los años que son múltiplo de cuatro son bisiestos, salvo aquellos que son múltiplos cien, salvo para estos últimos, aquellos que son múltiplos de cuatrocientos, dado un año, indique cuántos días tiene febrero de ese año.
19. Dadas dos fechas de un mismo año, como día del mes, mes y año, indique la diferencia de días entre esas dos fechas. ¿Siempre importante el año? ¿En qué casos sí lo es?
20. Dado $n \in \mathbb{N}$, dibujar un cuadrado con los números del 1 al n^2 , como se muestra en los siguientes ejemplos para $n = 4$.

tipo 1				tipo 2				tipo 3				tipo 4			
1	2	3	4	1	5	9	13	1	2	4	7	1	4	9	16
5	6	7	8	2	6	10	14	3	5	8	11	2	3	8	15
9	10	11	12	3	7	11	15	6	9	12	14	5	6	7	14
13	14	15	16	4	8	12	16	10	13	15	16	10	11	12	13

Tipos de datos estructurados y funciones. Clases (atributos y métodos).

21. Considere una función f de los reales en los reales fija continua. Dado un segmento $[a, b]$, por el método de los trapecios halle una aproximación del área bajo la curva de f en el segmento $[a, b]$.
22. Dados dos polinomios con coeficientes en \mathbb{R} , halle una combinación lineal para un máximo común divisor de los dos polinomios en término de estos.

23. Dadas dos matrices con coeficientes racionales (representados como dos enteros para el numerador y el denominador), escriba la suma y producto de las dos matrices y encuentre el determinante mediante el uso de las operaciones elementales fila de matrices.
24. Considere el conjunto de los cuaterniones como $\mathbb{H} = \{a + bi + cj + dk | a, b, c, d \in \mathbb{R}, i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1\}$ con la suma y producto como monomios de tres indeterminadas, pero considerando las condiciones multiplicativas de i, j y k . Dados dos cuaterniones, escriba su suma, producto e inversos de cada uno de los dos dados.
25. Considere una superficie con forma de parábola con el vértice en el piso y sus ramas hacia arriba, cuya ecuación esta dada por $y = \frac{x^2}{H}$, como se muestra en la figura 1. Si se coloca una esfera sobre esa superficie desde una altura H , calcule el tiempo aproximado de caída auxiliándose de los cálculos para planos inclinados.

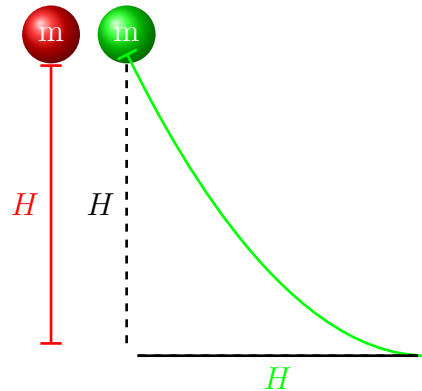


Figure 1: Caída libre y a través de un plano parabólico

26. Dados desde la entrada estándar dos “fracciones” mod 11, escriba en la salida estándar su suma. Cada fracción se debe leer como dos enteros, donde el primero es el numerador y el segundo el denominador. Recuerde que la notación $\frac{a}{b}$ significa ab^{-1} , por lo que deberá calcular el inverso multiplicativo módulo 11 del denominador dado. Ejemplo: La fracción $\frac{13}{7}$ mod 11, realmente representa a $(2)(7^{-1}) = (2)(8) = 16 \equiv 5 \pmod{11}$. Considere el caso en el que en lugar del 11 se utilice algún otro número primo.
27. Dado de la entrada estándar un entero n y caracter c . Desplegar dos triángulos en la salida estándar como se muestra a continuación:

$$n\text{-renglones} \quad \left\{ \begin{array}{ccccccccc} c & & & & & & & & c \\ c & c & & & & & & & c & c \\ c & c & c & & & & & & c & c & c \\ \vdots & & & & & & & & \vdots & & \\ c & c & c & \cdots & c & & c & \cdots & c & c & c \end{array} \right.$$

28. los enteros módulo n . Decimos que el entero m tiene inverso $\pmod n$ si existe un entero k tal que $mk \equiv 1 \pmod n$, en este caso decimos que k es *inverso* de m y lo denotamos por m^{-1} . Decimos que el entero m es divisor de cero $\pmod n$ si existe un entero b tal que $mb \equiv 0 \pmod n$.
29. Dado un cuerpo con masa m en el espacio, aceleración inicial a_0 , velocidad inicial v_0 y posición inicial r_0 , al imprimirle una fuerza F , indicar cuáles son sus nuevas condiciones de aceleración, velocidad y posición en un tiempo t inmediatamente posterior a la fuerza proporcionada al cuerpo.
30. Dados $n \in \mathbb{N}$, n cuerpos con sus correspondientes posiciones, velocidades y aceleraciones, ¿cuál es la fuerza debida a la acción de la fuerza gravitacional que en ese instante recibe cada uno de los n cuerpos?

Para cada una de las siguientes situaciones, desarrolle un programa en C o en Java que la resuelva.

1. Para cada uno de los siguientes ejercicios, genera una versión iterativa y otra recursiva.
 - (a) Adicionalmente indique a partir de qué n no se calcula bien el valor debido al empleo de los tipos de datos básicos o primitivos.
 - i. Dado $n \in \mathbb{N}$, calcular el n -ésimo término de la sucesión de Fibonacci.
 - ii. Dado $n \in \mathbb{N}$, calcular la factorial de n .
 - (b) Dado $n, b \in \mathbb{N}$ en base diez con $1 < b \leq 36$, expresar n en base b .
 - (c) Dados $a, b \in \mathbb{N}$, hallar su máximo común divisor.
 - (d) Dados $a, b \in \mathbb{N}$, una combinación lineal para el máximo común divisor de a y b .
 - (e) Dados $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$, calcular a^n .
 - (f) Dado $n \in \mathbb{N}$ y dada $A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$, calcular su determinante.
2. Resuelva el problema de las torres de Hanói, el cual se describió en clase.
3. Resuelva el problema de los caballos del ajedrez.

Problema de los caballos: En un tablero de ajedrez (cuadrícula de ocho por ocho) hay que numerar los saltos que de un caballo para recorrer un tablero de ajedrez de tal forma que en el recorrido del caballo no pase por una casilla más de una vez y que recorra todas las casillas del tablero. Un caballo puede pasar de la casilla que se encuentra a otra (de hasta ocho posibles) como se muestra a continuación (el caballo se representa por la letra C y la posible siguiente casilla con X):

		X		X			
	X				X		
			C				
	X				X		
		X		X			

El programa debe permitir colocar el caballo en cualquier posición del tablero. Una solución se da en el siguiente ejemplo colocando el caballo en la casilla (1, 1).

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	38	59	36	43	48	57	52
2	60	35	2	49	58	51	44	47
3	39	32	37	42	3	46	53	56
4	34	61	40	27	50	55	4	45
5	31	10	33	62	41	26	23	54
6	18	63	28	11	24	21	14	5
7	9	30	19	16	7	12	25	22
8	64	17	8	29	20	15	6	13

4. Resuelva el problema de los damas del ajedrez.

Problema de las ocho damas: En un tablero de ajedrez (cuadrícula de ocho por ocho) hay que colocar ocho damas de tal forma que no haya dos de ellas que se den jaque entre sí. Una dama da jaque a otra si la segunda está en alguna de las casillas que ataca la primera. Las casillas que ataca una dama se da a continuación (la dama se representa con 'D' y la casilla atacada con 'X'):

X			X			X	
	X		X		X		
		X	X	X			
X	X	X	D	X	X	X	X
		X	X	X			
	X		X		X		
X			X			X	
			X				X

El programa debe encontrar todas las posibles soluciones a este problema. Una solución (junto con una posible codificación) se da en el siguiente ejemplo.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1		D						
2				D				
3						D		
4								D
5			D					
6	D							
7							D	
8					D			

Codificación: 2 4 6 8 3 1 7 5

Para cada una de las siguientes situaciones, desarrolle un programa en C o en Java que la resuelva.

En todos los casos se debe poder mostrar la información de la lista, eliminar todos sus elementos y, en aquellos casos en los que no correspondan a polinomios, mostrar elemento por elemento, así como insertar, buscar o borrar en cualquier momento de acuerdo a un menú que se le muestre al usuario.

1. Listas simplemente ligadas.

- (a) Polinomios con una indeterminada con coeficientes en \mathbb{Q} . Desarrolle la lectura, escritura de un polinomio, así como la suma, resta, multiplicación, división (cociente y residuo), máximo común divisor y una combinación lineal para un máximo común divisor de dos polinomios. Los polinomios deben insertarse considerando la representación de mayor a menor grado de los monomios.
- (b) Modelos de conjugación con una lista de verbos que pertenezcan a ese modelo y otra lista, pero de verbos que contenga a qué modelo de conjugación pertenece.
- (c) Polinomios con tres indeterminadas (con indeterminadas, digamos x, y, z). Dado un monomio $Cx^\alpha y^\beta z^\gamma$, su grado es $\alpha + \beta + \gamma$. La inserción de un monomio al polinomio debe ser en relación al grado del monomio de forma descendente, considerando primero a la indeterminada x , luego y y finalmente z , en cada caso de forma descendente. Las operaciones que se deben implementar son: suma, resta y multiplicación.
- (d) Lista de palabras relacionadas insertadas en orden alfabético. El usuario indica la “raíz” de la palabra y esta se inserta en una lista de listas. La información de la lista principal es la raíz y una lista de sus palabras relacionadas, también en orden alfabético.

2. Listas doblemente ligadas.

- (a) Títulos bibliográficos. La información de la lista es la letra con la que inicia el título y una lista de títulos. La inserción en ambos casos es en orden alfabético.
- (b) Directorio telefónico. La inserción se debe realizar en orden alfabético considerando primero por apellido paterno, luego por apellido materno y finalmente por nombre. En caso de coincidencia, se debe preguntar si se quiere reemplazar, descartar o mezclar información adicional.

3. Listas circulares simple y doblemente ligadas.

- (a) Dados $N, n, m \in \mathbb{N}$, se considera el siguiente *juego* se disponen N personas en círculo enumeradas del 1 al N , se cuentan n lugares en movimiento dextrógiro y se elimina la n -ésimo persona, se procede de esta forma a lo más m veces. Si durante en alguna parte de este proceso queda solo quedó una persona, ahí se detiene el proceso y se indica el valor $1 \leq i \leq m$ en el que quedó una sola persona y se termina *juego*. Si quedan al menos dos personas, se solicita al usuario que indique si se concluye el *juego* o si continua, para lo que se le pediría que indicara si se preservarían los valores de n y m o si quisiera actualizar uno o ambos valores, así como si quiere agragar o eliminar personas, siempre y cuando queden al menos una, también debe poder recorrer la lista para saber quiénes quedan aún. Después se procede de la misma forma. Cuando se concluya el juego, se debe indicar cuántas veces se le pidió al usuario continuar, en qué vuelta de esa ocasión se concluyó el juego, cuántas personas quedaron y debe indicar la numeración que les correspondía al haber iniciado la ronda.
- (b) Similar al anterior, salvo que cada vez que se inicie una ronda, se debe cambiar de dirección, es decir, primero en movimiento dextrógiro, luego levógiro y así hasta concluir.

Para cada una de las siguientes situaciones, desarrolle un programa en C o en Java que la resuelva. En todos los casos se debe poder mostrar la información de la pila o de la cola, así como eliminar todos sus elementos en cualquier momento de acuerdo a un menú que se le muestre al usuario.

1. Pilas.

- (a) Considere una expresión que contenga signos para agrupar “subexpresiones”, tales signos son $\{ \}$, $[]$ y $()$. Dada una expresión (cadena de caracteres), auxíliase de pilas para identificar si la expresión tiene correctamente la agrupación con estos signos. Por ejemplo, una expresión de la forma $a+(b-c$ { nada,por } así es] no está correctamente agrupada,
- (b) Dada una expresión en notación infija considerando la letra x como variable, evaluarla en los valores enteros del segmento $[a, b]$ para $a, b \in \mathbb{R}$ dados por el usuario. Se deben considerar las operaciones aritméticas, funciones trigonométricas, inversas trigonométricas y logarítmicas. La representación de los elementos de la expresión es como se indica en la clase.
- (c) Considere una pila cuya información sea genérica y un identificador del tipo de información para su escritura en la salida estándar. Muestre un menú que permita ingresar un elemento a la pila (para este caso se deberá mostrar un submenú con los tipos que permita ingresar información), muestre la información de la pila y elimine elementos de la pila (para este caso se debe mostrar la información que se esté eliminando).

2. Colas.

- (a) Se considera un almacén en el que se tiene el nombre del producto, su precio unitario, las unidades a vender, el costo total y el nombre del cliente. En una cola se debe ir formando los pedidos y, conforme el “administrador de ventas” surta cada pedido, al eliminar un elemento de la cola, se debe ir almacenando el costo a pagar por cada cliente. Antes de terminar la ejecución del programa, se debe indicar la lista de clientes y el costo a pagar por cada uno de ellos.
- (b) Se considera un restaurante de un “club” que tiene diferentes “niveles” de miembros. Al restaurante van llegando las órdenes de consumo con el nivel del miembro. A los miembros con un nivel mayor se les da preferencia en la atención de su orden con respecto a miembros con nivel inferior. Cuando esté la orden lista, se elimina de la cola. El ingreso y eliminación de órdenes está “administrada” por el responsable del restaurante.
- (c) Considere una cola cuya información sea genérica y un identificador del tipo de información para su escritura en la salida estándar. Muestre un menú que permita ingresar un elemento a la cola (para este caso se deberá mostrar un submenú con los tipos que permita ingresar información), muestre la información de la cola y elimine elementos de la cola (para este caso se debe mostrar la información que se esté eliminando).