Anexo: Método de torca.

Tabla 4.

X1=180mm, X2=200mm, X3=220 mm, X4==600mm					
Rb=3.1, Ra=38.9 mm					
n	m (kg)	θ 1(°)	θ 2(°)	F =mg (N)	M =rF (Nm)
1	0.2	1	0	1.962	0.07632
2	0.4	2	1	3.924	0.1526
3	0.6	3	2	5.886	0.228
4	0.8	3	2	7.848	0.305
5	1	4	2	9.81	0.381
6	1.2	5	3	11.772	0.457
7	1.4	5	3	13.734	0.534
8	1.5	6	4	14.715	0.572
9	1.6	6	4	15.696	0.61
10	1.7	7	4	16.677	0.648
11	2	7	5	19.62	0.763
12	1.9	7	5	18.639	0.725

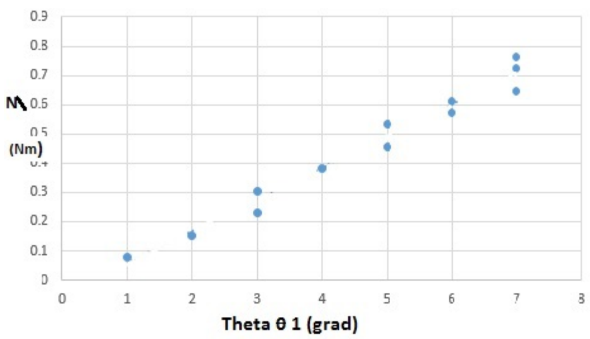
De la cual extragimos los datos de la siguiente tabla para poder hacer la gráficatorca vs desplazamiento angular.

n	θ 1(°)	M =rF (Nm)
1	1	0.07632
2	2	0.1526
3	3	0.228
4	3	0.305
5	4	0.381
6	5	0.457
7	5	0.534
8	6	0.572
9	6	0.61
10	7	0.648
11	7	0.763
12	7	0.725

n	θ 2(°)	M =rF (Nm)
1	0	0.07632
2	1	0.1526
3	2	0.228
4	2	0.305
5	2	0.381
6	3	0.457
7	3	0.534
8	4	0.572
9	4	0.61
10	4	0.648
11	5	0.763
12	5	0.725

Tabla 4. Datos tabulados para graficar.

Gráfica de dispersión



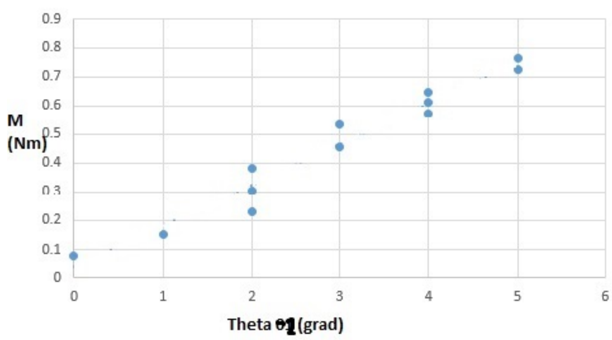


Gráfico de dispersión para el método de la torca.

Ajuste de datos.

Por el Apréndice 1 podemos hacer el respectivo ajuste por el método de mínimos cuadrados para encontrar un modelo lineal $Y = ax + b$ tales que $(x_i, y_i) \to (\theta 1(grad), M(Nm))$ para cada uno de los datos de cada experimento y cuya tabla de entrada es:

Tabla de entrada.

$\sum_{i=1}^{n} x_i$(grad)	$\sum_{i=1}^{n} y_i$ (Nm)	$\sum_{i=1}^{n} y_i x_i$ (Nm grad)	$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \left(grad^2\right)$	n
$5{,}6 \times 10^1$	5.45	80.95	$3{,}08 \times 10^2 u$	12

De donde:

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \quad y \quad b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \sum_{i=1}^{n} x_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}.$$

Sustituyendo los valores queda:

$$a = \frac{(12 \times 80{,}95\,[Nm \cdot grad]) - \left(5{,}6 \times 10^1 \times 5{,}45\,[Nm \cdot grad]\right)}{(12 \times 3{,}08 \times 10^2\,[grad^2]) - (5{,}6 \times 10\,[grad])^2} = 0{,}108\frac{[Nm]}{[grad]}.$$

$$b = \frac{(3{,}08 \times 10^1 \times 5{,}45\left[grad^2\right][Nm]) - (80{,}95 \times 56\left[grad^2\right][Nm])}{(12 \times 3{,}08 \times 10^2\left[grad^2\right]) - \left(5{,}6 \times 10^1\,[grad]\right)^2} = 0{,}0518\,[Nm]\,.$$

Finalmente queda el modelos propuesto:

$$M_1 = 0{,}108x + 0{,}0518 \to (1)$$

Como la pendiente de la recta a tangente a la curva misma nos representa, por la fórmula de torsión:

$$\tau_{max} = G\theta.$$

Y así, podemos decir, por definición, que el móduo de cizalladura es: $G = 8{,}09 \times 10^{10}(Pa)$. Para encontrar un modelo lineal $Y = ax + b$ tales que $(x_i, y_i) \to (\theta 1(grad), M(Nm))$ para cada uno de los datos de cada experimento y cuya tabla de entrada es:
Tabla de entrada.

$\sum_{i=1}^{n} x_i$(grad)	$\sum_{i=1}^{n} y_i$ (Nm)	$\sum_{i=1}^{n} y_i x_i$ (Nm grad)	$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \left(grad^2\right)$	n
$3{,}5 \times 10^1$	5.45	19.7	$1{,}29 \times 10^2 u$	12

De donde:

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \quad y \quad b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \sum_{i=1}^{n} x_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}.$$

Sustituyendo los valores queda:

$$a = \frac{(12 \times 19{,}7\,[Nm \cdot grad]) - \left(3{,}5 \times 10^1 \times 5{,}45\,[Nm \cdot grad]\right)}{(12 \times 1{,}29 \times 10^2\,[grad^2]) - \left(3{,}5 \times 10^2\,[grad]\right)^2} = 0{,}08715\frac{[Nm]}{[grad]}.$$

$$b = \frac{(1{,}29 \times 10^2 \times 54{,}5\left[grad^2\right][Nm]) - (19{,}7 \times 35\left[grad^2\right][Nm])}{(12 \times 1{,}29 \times 10^2\left[grad^2\right]) - (3{,}5 \times 10\,[grad])^2} = 0{,}04195\,[Nm]$$

Finalmente queda el modelos propuesto:

$$M_1 = 0{,}08715x(grad/Nm) + 0{,}04195(Nm) \to (2)$$

Como la pendiente de la recta a tangente a la curva misma nos representa, por la fórmula de torsión:

$$\tau_{max} = G\theta.$$

Y así, podemos decir, por definición, que el móduo de cizalladura es: $G = 7{,}69 \times 10^{10}(Pa)$.Por lo anto el promedio de ambos queda G $_{prom}$ =7.89$\times 10^{10}(Pa)$.

Error Porcentual.

Los valores verdaderos de los módulos de cizalladura del acero es $G_1 = 7{,}5 \times 10^9 Pa$. Entonces, de nuestras mediciones y cálculos podemos obtener el error porcentual:

$$Error\text{−}porcentual\text{−}Y_1 = \frac{Error \quad verdadero}{Valor \quad Verdadero} = \frac{Valor \quad verdadero - Valor \quad aproximado}{Valor \quad verdadero} \times 100 = 34\,\%$$

Ajuste por excel.

Notemos que mientras por medio de cáalculos pudimos enconrar un modelo, el programa Excel pudo enontrar otro, es cual se muestra a continuación.

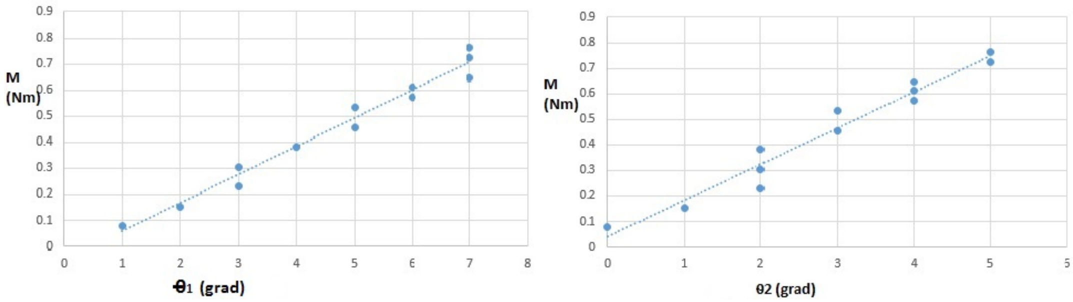


Figura 1: Modelo por medio de excel.

Discusiones.

Al llevar acabo este experimento pudimos notar que las condiciones enlas que se hacía no eran muy precisas, ya que nuestro medidor de desplazamiento ángular dígase compás, estaba colocado de una manera muy superficial y sin mayor soporte. Aún así pudimos notar el fenómeno de torsión angular y cuando se involucra el esfuerzo de cizalladura, los ángulos o desplazamiento angular variaba de manera casi constante con respecto a la torca, es decir, con respecto ala pocisión de la barra.