INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL.

Escuela Superior de Física y Matemáticas.

PRÁCTICA III.1 TANQUE DE ONDAS.

Laboratorio de Física II.

Grupo sección de Laboratorio: 2FM1B.

Alumno: Flores Rodríguez Jaziel David.

21 Marzo de 2017.

Profesor: Salvador Tirado Guerra.

OBJETIVO:

Explicación y presentación de la fenomenología que se realiza en el tanque de ondas. En forma cualitativa se tiene acceso a la observación de casi todos los fenómenos que ocurren tanto en ondas mecánicas como electromagnéticas dando así un panorama general del movimiento ondulatorio.

MARCO TEÓRICO:

Los rizos en un estanque, los sonidos musicales, los temblores sísmicos producidos por un terremoto: todos éstos son fenómenos ondulatorios. Las ondas surgen siempre que un sistema es perturbado de su posición de equilibrio y la perturbación puede viajar o propagarse de una región del sistema a otra. Al propagarse una onda, transporta energía. La energía de las ondas de la luz solar calienta la superficie terrestre; en tanto que la energía de las ondas sísmicas puede resquebrajar la corteza terrestre. Este capítulo y el siguiente tratan las ondas mecánicas, ondas que viajan por algún material llamado *medio*.

Tipos de ondas mecánicas:

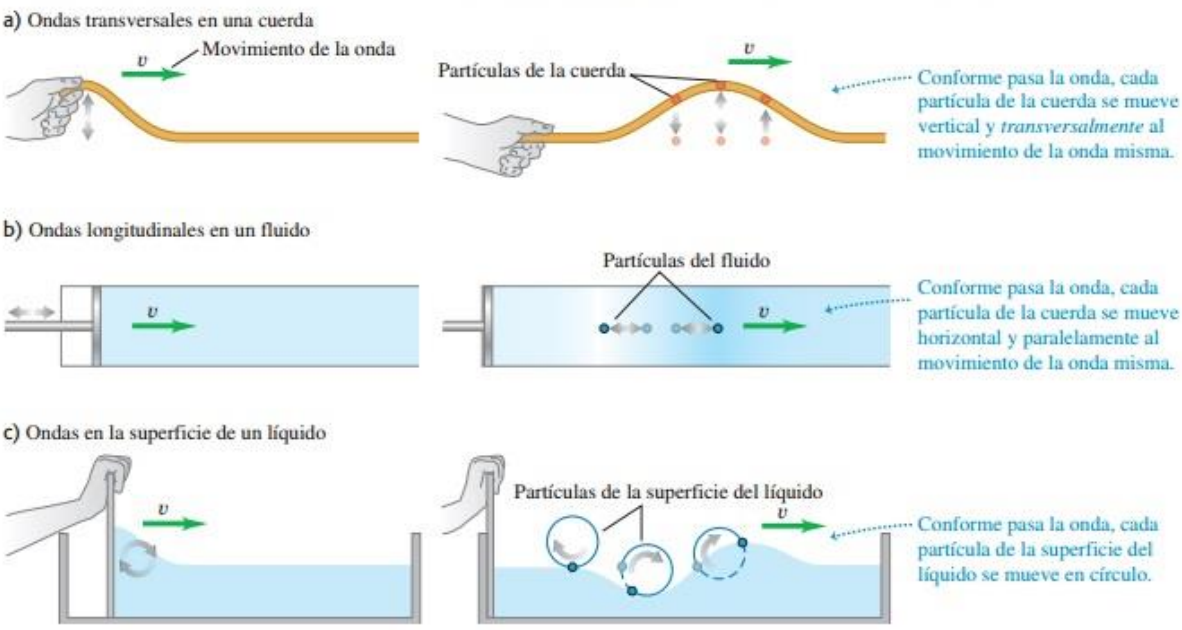
Una ***onda mecánica*** es una perturbación que viaja por un material o una sustancia que es el **medio** de la onda. Al viajar la onda por el medio, las partículas que constituyen el medio sufren desplazamientos de varios tipos, dependiendo de la naturaleza de la onda. La figura 1 muestra tres variedades de ondas mecánicas. En la figura 1.1a, el medio es una cuerda tensada. Si imprimimos al extremo izquierdo una ligera sacudida hacia arriba, la sacudida viaja a lo largo de la cuerda. Secciones sucesivas de la cuerda repiten el movimiento que dimos al extremo, pero en instantes posteriores sucesivos. Puesto que los desplazamientos del medio son perpendiculares o transversales a la dirección en que la onda viaja por el medio, decimos que se trata de una **onda transversal**.

En la figura 1.b, el medio es un líquido o un gas en un tubo con una pared rígida en el extremo derecho y un pistón móvil en el izquierdo. Si imprimimos al pistón un solo movimiento hacia adelante y hacia atrás, el desplazamiento y las fluctuaciones de presión viajarán a lo largo del medio. En esta ocasión, los movimientos de las partículas del medio son hacia adelante y hacia atrás en la misma línea en que viaja la onda, y decimos que se trata de una **onda longitudinal**. En la figura 1.1c, el medio es líquido en un canal, como agua en una zanja de irrigación. Si movemos la tabla plana de la izquierda hacia adelante y hacia atrás una vez, una perturbación de onda viajará a lo largo del canal. En este caso, los desplazamientos del agua tienen componentes tanto longitudinal como transversal.

Cada uno de estos sistemas tiene un estado de equilibrio. En el caso de la cuerda estirada, es el estado en que el sistema está en reposo, estirada en línea recta. Para el fluido en un tubo, es un estado en que el fluido está en reposo con presión uniforme; y para el agua en una zanja, es una superficie lisa y plana.

En cada caso, el movimiento ondulatorio es una perturbación del estado de equilibrio que viaja de una región del medio a otra, y siempre hay fuerzas que tienden a volver el sistema a su posición de equilibrio cuando se le desplaza, así como la gravedad tiende a llevar un péndulo hacia su posición de equilibrio vertical cuando se le desplaza.

Figura 1.Tres formas de producir una onda que se mueve hacia la derecha. **a)** La mano mueve la cuerda hacia arriba y regresa, produciendo una onda transversal. **b)** El pistón se mueve a la derecha, comprimiendo el líquido o gas, y regresa, produciendo una onda longitudinal. **c)** La tabla se mueve a la derecha y regresa, produciendo una combinación de ondas longitudinales y transversales.



Estos ejemplos tienen tres cosas en común. Primera, la perturbación siempre viaja o se propaga por el medio con una rapidez definida llamada rapidez de propagación o, simplemente, rapidez de la onda, determinada en cada caso por las propiedades mecánicas del medio. Usaremos el símbolo v para esta rapidez. (La rapidez de la onda no es la rapidez con que se mueven las partículas cuando son perturbadas por la onda. Segunda, el medio mismo no viaja por el espacio; sus partículas individuales realizan movimientos verticales y horizontales alrededor de sus posiciones de equilibrio. Lo que viaja es el patrón general de la perturbación ondulatoria. Tercera, para poner en movimiento cualesquiera de estos sistemas, debemos aportar energía realizando trabajo mecánico sobre el sistema. La onda transporta esta energía de una región del medio a otra. *Las ondas transportan energía, pero no materia, de una región a otra.*

Ondas periódicas

La onda transversal en una cuerda estirada de la figura 1.a es un ejemplo de un pulso de onda. La mano sacude la cuerda verticalmente una vez, ejerciendo una fuerza transversal sobre ella. El resultado es un solo pulso que viaja a lo largo de la cuerda. La tensión de la cuerda restablece su forma recta una vez que el pulso ha pasado. Se da una situación más interesante cuando imprimimos un movimiento repetitivo, o periódico al extremo libre de la cuerda. Entonces, cada partícula de la cuerda tendrá un movimiento periódico al propagarse la onda, y tendremos una onda periódica.

Ondas transversales periódicas.

En particular, suponga que movemos verticalmente la cuerda con un movimiento armónico simple (MAS) con amplitud A, frecuencia f, frecuencia angular $\omega=2\pi f$, y periodo $T=1/f=2\pi/\omega$ En la figura 2 se muestra una forma de hacerlo. La onda producida es una sucesión simétrica de crestas y valles. Como veremos, las ondas periódicas con movimiento armónico simple son especialmente fáciles de analizar; las llamamos ondas senoidales. Resulta también que cualquier onda periódica puede representarse como una combinación de ondas senoidales. Por lo tanto, este tipo de movimiento ondulatorio merece atención especial.

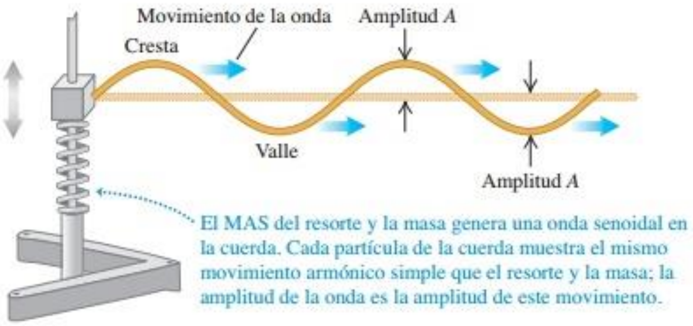


Figura 2. Un bloque con masa *m* unido a un resorte tiene un movimiento armónico simple y produce una onda senoidal que viaja a la derecha por la cuerda. (En un sistema real, se tendría que aplicar una fuerza impulsora al bloque para reponer la energía que la onda se lleva.)

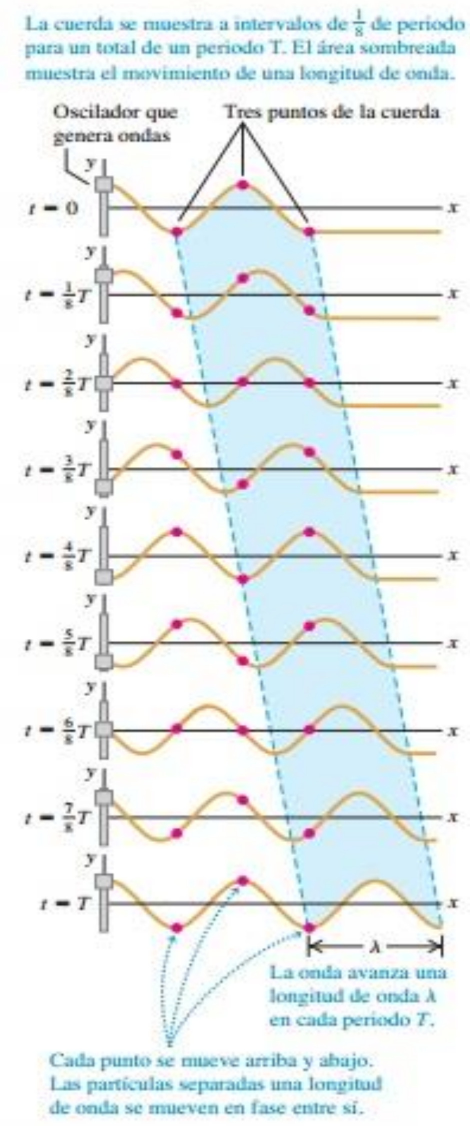
En la Figura 2, la onda que avanza por la cuerda es una sucesión continua de perturbaciones senoidales transversales. La Figura 3 muestra la forma de una parte de la cuerda cerca del extremo izquierdo a intervalos de periodo, para un tiempo total de un periodo. La forma de onda avanza uniformemente hacia la derecha, como indica el área sombreada. Al moverse la onda, cualquier punto de la cuerda (cualquiera de los puntos rojos, por ejemplo) oscila verticalmente alrededor de su posición de equilibrio con movimiento armónico simple. Cuando una onda senoidal pasa por un medio, todas las partículas del medio sufren movimiento armónico simple con la misma frecuencia.

CUIDADO Movimiento ondulatorio contra movimiento de partículas: No confunda el movimiento de la onda transversal a lo largo de la cuerda con el de una partícula de la cuerda. La onda avanza con rapidez constante v a lo largo de la cuerda; mientras que el movimiento de la partícula es armónico simple y transversal (perpendicular) a la longitud de la cuerda.

En el caso de una onda periódica, la forma de la cuerda en cualquier instante es un patrón repetitivo. La longitud de un patrón de onda completo es la distancia entre una cresta y la siguiente, o de un valle al siguiente, o de cualquier punto al punto correspondiente en la siguiente repetición de la forma. Llamamos a esta distancia **longitud de onda**, denotada con λ (la letra griega lambda). El patrón de onda viaja con rapidez constante v y avanza una longitud de onda λ en el lapso de un periodo T. Por lo tanto, la rapidez de la onda v está dada por $v= \lambda/T$, dado que $f= 1/T$

$$v= \lambda f \qquad \text{(onda periódica)} \qquad (1)$$

Figura 3. Onda senoidal transversal que viaja a la derecha por una cuerda. La escala vertical está exagerada.



La rapidez de propagación es igual al producto de la longitud de onda y la frecuencia. La frecuencia es una propiedad de toda la onda periódica, porque todos los puntos de la cuerda oscilan con la misma frecuencia f. Las ondas en una cuerda se propagan en una sola dimensión (en la Figura 3, a lo largo del eje x). No obstante, los conceptos de frecuencia, longitud de onda y amplitud son igualmente aplicables a las ondas que se propagan en dos o en tres dimensiones.

La Figura 4 muestra una onda que se propaga en dos dimensiones en la superficie de un tanque de agua. Igual que en las ondas de una cuerda, la longitud de onda es la distancia entre una cresta y la siguiente, y la amplitud es la altura de una cresta sobre el nivel de equilibrio. En muchas situaciones importantes, que incluyen las ondas en cuerdas, la rapidez de la onda v depende únicamente de las propiedades mecánicas del medio. En este caso, aumentar f hace que λ disminuya, de modo que el producto v= λ f no cambie, y las ondas de todas las frecuencias se propagan con la misma rapidez.

Ondas periódicas longitudinales:

Para entender la mecánica de una onda periódica longitudinal, consideramos un tubo largo lleno con un fluido, con un pistón en el extremo izquierdo como en la Figura 1.b. Si empujamos el pistón, comprimimos el fluido cerca de él, aumentando la presión en esta región. Luego, esta región empuja la región vecina de fluido, y así sucesivamente, de modo que un pulso de onda viaja por el tubo. Suponga ahora que movemos el pistón con un movimiento armónico simple a lo largo de una línea paralela al eje del tubo (figura 5). Este movimiento forma regiones en el fluido donde la presión y la densidad son mayores o menores que los valores de equilibrio. Llamamos compresión a una región donde se ha aumentado la densidad; y expansión, a una donde se ha reducido.

En la figura 5 se muestran las compresiones con regiones oscuras y las expansiones con regiones claras. La longitud de onda es la distancia de una compresión a la siguiente o de una expansión a la siguiente.

Las crestas y los valles de la onda son círculos concéntricos. La longitud de onda l es la distancia radial entre crestas adyacentes o valles adyacentes. La figura 6 muestra la onda que se propaga en el tubo lleno de fluido a intervalos de un periodo, para un tiempo total de un periodo.

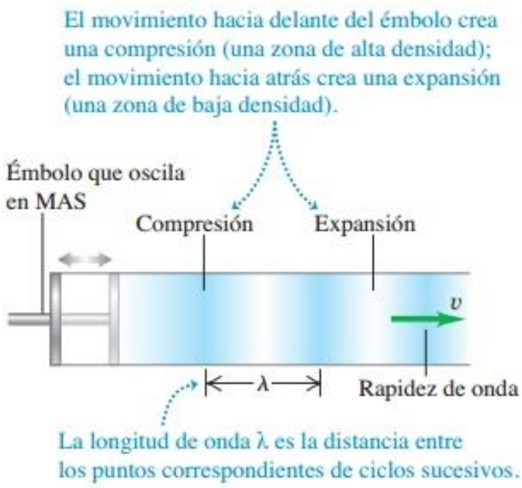
Figura 4. Una serie de gotas que cae en agua produce una onda periódica que se extiende radialmente hacia afuera. Las crestas y los valles de la onda son círculos concéntricos. La longitud de onda λ es la distancia radial entre crestas adyacentes o valles adyacentes.

El patrón de compresiones y expansiones se mueve uniformemente a la derecha, al igual que el patrón de crestas y valles de una onda transversal senoidal (compare con la figura 3). Cada partícula en el fluido oscila en MAS paralelo a la dirección de la propagación de la onda (es decir, izquierda y derecha), con la misma amplitud A y periodo T que el pistón.

Las partículas mostradas con los dos puntos rojos de la figura 5 están separadas una longitud de onda, por lo que oscilan en fase entre sí.

Al igual que la onda transversal senoidal de la figura 4 en un periodo T la onda longitudinal de la figura 5 viaja una longitud de onda λ a la derecha. Por lo tanto, la ecuación fundamental v= λ f se cumple para las ondas longitudinales igual que para las transversales y, de hecho, para todos los tipos de ondas periódicas. Como haremos con las ondas transversales, en este capítulo y en el siguiente, sólo consideraremos las situaciones en que la rapidez de las ondas longitudinales no dependa de la frecuencia.

Figura 5. Uso de un pistón que oscila para hacer una onda longitudinal senoidal en un fluido.



Descripción matemática de una onda:

Muchas características de las ondas periódicas pueden describirse usando los conceptos de rapidez de onda, amplitud, periodo, frecuencia y longitud de onda; sin embargo, es común que necesitemos una descripción más detallada de las posiciones y los movimientos de las partículas individuales del medio en instantes específicos durante la propagación de una onda. Para esta descripción, necesitamos el concepto de función de onda, una función que describe la posición de cualquier partícula en el medio en cualquier instante. Nos concentraremos en las ondas senoidales, en las que cada partícula tiene un MAS alrededor de su posición de equilibrio. Como ejemplo específico, examinemos las ondas en una cuerda estirada.

Si despreciamos el pandeo de la cuerda por la gravedad, su posición de equilibrio es en una línea recta, la cual tomamos como el eje x de un sistema de coordenadas. Las ondas en una cuerda son transversales; durante el movimiento ondulatorio una partícula con posición de equilibrio x se desplaza cierta distancia y en la dirección perpendicular al eje x. El valor de y depende de cuál partícula estamos considerando (es decir, y depende de x) y también del instante t en que la consideramos. Así, y es función tanto de x como de t; y= y(x, t). Llamamos a y(x, t) la función de onda que describe la onda. Si conocemos esta función para cierto movimiento ondulatorio, podemos usarla para calcular el desplazamiento (con respecto al equilibrio) de cualquier partícula en cualquier instante. Con esto podemos calcular la velocidad y la aceleración de cualquier partícula, la forma de la cuerda y todo lo que nos interese acerca del comportamiento de la cuerda en cualquier instante.

Velocidad y aceleración de partículas en una onda senoidal:

De la función de onda podemos obtener una expresión para la velocidad transversal de cualquier partícula en una onda transversal, que llamaremos v_y para distinguirla de la rapidez de propagación de la onda, v. Para calcular v_y en un punto x dado, derivamos la función de onda y(x, t) con respecto a t, manteniendo x constante. Si la función de onda es:

$$y(x,t)=A\cos(kx-\omega t)$$

entonces,

$$v_y = \frac{\partial}{\partial t} Y(x, t)=A\omega \mathrm{sen}(kx-\omega t) \qquad (2)$$

En esta expresión, ∂ es una d modificada para recordarnos que y(x, t) es una función de dos variables y que sólo estamos permitiendo que una de ellas (t) varíe. La otra (x) es constante porque estamos examinando un punto dado de la cuerda. Ésta es una derivada parcial. La ecuación (2) muestra que la velocidad transversal de una partícula varía con el tiempo, lo esperado en movimiento armónico simple. La rapidez máxima de una partícula es ωA; ésta puede ser mayor, menor o igual que la rapidez de onda v, dependiendo de la amplitud y la frecuencia de la onda. La aceleración de cualquier partícula es la segunda derivada parcial de y(x, t) con respecto a t:

$$a_y(x,t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x,t) = -\omega^2 A\cos(kx-\omega t) = -\omega^2 y(x,t) \quad (3)$$

La aceleración de una partícula es igual a $-\omega^2$ por su desplazamiento, que es el resultado que obtuvimos para el movimiento armónico simple. También podemos calcular derivadas parciales de y(x, t) con respecto a x, manteniendo t constante. Esto equivale a estudiar la forma de la cuerda en un momento dado, como una fotografía instantánea. La primera derivada $\partial\, y(x,t)/\partial t$ es la pendiente de la cuerda en cualquier punto. La segunda derivada parcial con respecto a x es la curvatura de la cuerda:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x,t) = -k^2 A\cos(kx-\omega t) = -k^2 y(x,t) \quad (4)$$

Por las ecuaciones (3) y (4), y la relación ω=vk, vemos que:

$$\frac{\partial^2 y(x,t)/\partial t^2}{\partial^2 y(x,t)/\partial x^2} = \frac{\omega^2}{k^2} = v^2 \quad (5)$$

Y así:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x,t) = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x,t) \qquad \text{(Ecuación de onda)}$$

INTERFERENCIA Y DIFRACCIÓN:

Los fenómenos que distinguen las ondas de las partículas son los de interferencia y de difracción. La interferencia es la combinación por suposición de dos o más frentes de onda que se encuentran en un punto del espacio. La difracción es la desviación que sufren las ondas alrededor de los bordes que se produce cuando un frente de onda (ya sea sonora, material o electromagnética) es obstruido por algún obstáculo. No hay una distinción física significativa entre interferencia y difracción. El esquema de la onda resultante puede calcularse considerando cada punto del frente de la onda original como una fuente puntual de acuerdo con el principio de Huygens y calculando el diagrama de interferencia que resulta de considerar todas las fuentes. El principio de Huygens dice que cada punto en el frente de una onda sirve de fuente de onda esféricas secundarias tales que la forma del frente de onda primario un instante de tiempo más tarde es la envolvente de esas ondas secundarias. Además, estas ondas secundarias avanzan en cada punto del espacio con una rapidez y frecuencia igual a la de la onda primaria.

El principio de Huygens no puede explicar el proceso de difracción. Las ondas de sonido se «doblan» fácilmente alrededor de objetos grandes como los postes de teléfono y los árboles, los cuales por el contrario forman sombras muy definidas cuando se iluminan con luz. Sin embargo, el principio de Huygens es independiente de cualquier consideración de longitud de onda y predecirá las mismas configuraciones de onda en ambas situaciones. Esta dificultad fue resuelta por Fresnel con su adición del concepto de interferencia. El principio de Huygens-Fresnel establece que cada punto sin obstrucción de un frente de onda, en un instante de tiempo dado, sirve como una fuente de ondas secundarias esféricas (de la misma frecuencia de la onda primaria).

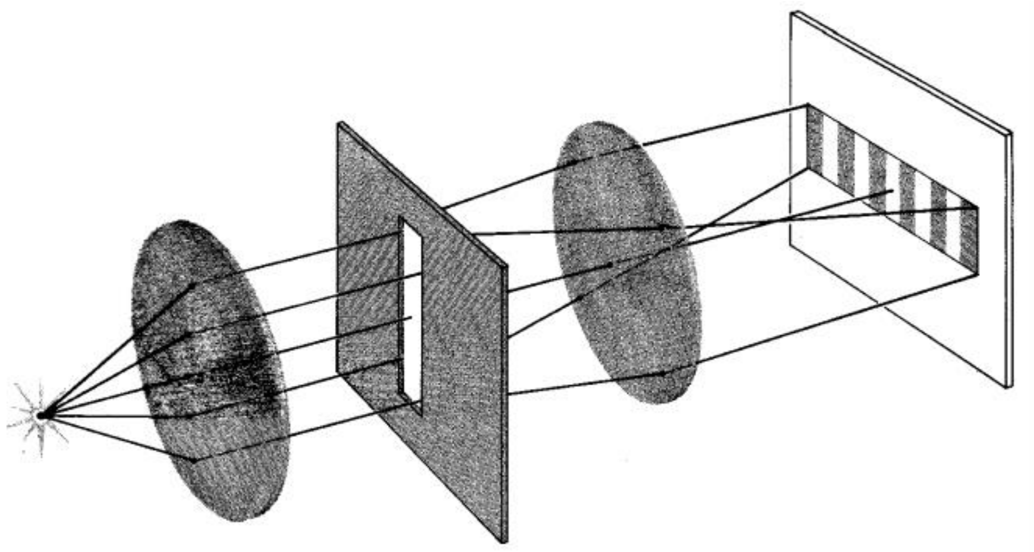
La amplitud del campo óptico en cualquier punto adelante es la superposición de todas estas ondas considerando sus amplitudes y fases relativas. Cuando se combinan dos ondas armónicas procedentes de dos focos de la misma frecuencia y longitud, pero de diferente fase, la onda resultante es una onda armónica cuya amplitud depende de la diferencia de fase. Si la diferencia de fase es cero o un número entero de veces 360º (2π radianes) las ondas están en fase y la interferencia es constructiva. La amplitud resultante es igual a la suma de amplitudes individuales y la intensidad (que es proporcional al cuadrado de la amplitud) es máxima.

Si la diferencia de fase es 180º (π radianes) o un número entero impar de veces 180º (π radianes) las ondas están desfasadas y la interferencia es destructiva. En este caso la amplitud resultante es igual a la diferencia entre las amplitudes individuales y la intensidad es un mínimo. Si las amplitudes individuales son iguales, la intensidad máxima es cuatro veces la intensidad de cada uno de los focos y la intensidad mínima es cero. En general, una diferencia de trayectos de Δr contribuye a una diferencia de fase δ dada por:

$$\delta = 2\pi\ \lambda\ \Delta r/\lambda$$

DIFRACCIÓN DE FRESNEL Y DIFRACCIÓN DE FRAUNHOFER.

Consideremos un blindaje opaco, y un frente de ondas procedente de una fuente puntual

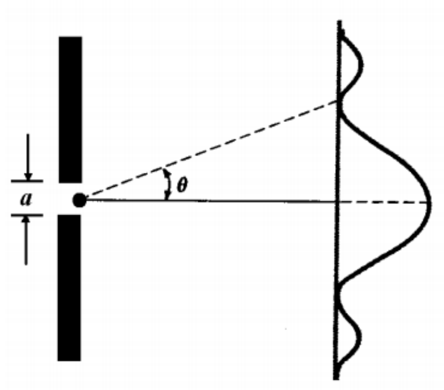


Cuando colocamos una pantalla frente a la ranura podemos observar dos situaciones límite:

La pantalla este cercana a la ranura. Se observa una imagen que corresponde a la Difracción de Campo Cercano o Difracción de Fresnel. La pantalla este alejada de la ranura. Se observa una imagen que corresponde a la Difracción de Campo Lejano o Difracción de Fraunhofer. Estos dos fenómenos son manifestaciones de un mismo proceso, la interferencia. Analizaremos el proceso de campo lejano porque permite un tratamiento matemático más simple.

DIFRACCIÓN DE FRAUNHOFER.

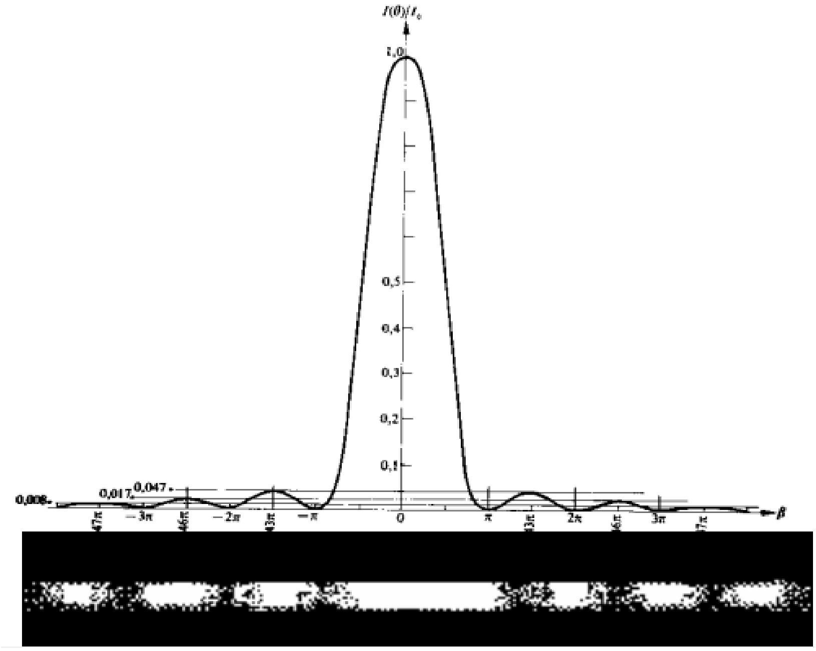
Consideremos la difracción de Fraunhofer con una rendija única de anchura a. Supondremos que se divide en N intervalos la rendija de anchura a y que existe un foco puntual de ondas en el punto medio de cada intervalo. Si la distancia entre dos fuentes adyacentes es l y a es la anchura de la abertura tenemos que $l = a/N$.



Como la pantalla está muy alejada, los rayos procedentes de las fuentes puntuales y que llegan a un punto P de dicha pantalla son aproximadamente paralelos. La diferencia de los trayectos entre dos fuentes cualesquiera adyacentes es entonces l sen θ y la diferencia de fases es:

$$\delta = (2\ \pi/\ \lambda)\ l \text{ sen } \theta$$

Si A es la amplitud de una sola fuente, la amplitud en el punto máximo central en donde θ = 0 y todas las ondas están en fase, es A máx= NA. El valor de la intensidad en otro punto cualquiera en un cierto ángulo q se obtiene sumando las ondas armónicas y se obtiene:



$$I = I_0 \left(\frac{sen\varphi}{\varphi}\right)^2$$

donde I_0 es la intensidad del punto central que es máxima y f es la semidiferencia de fase entre la primera y última onda y vale:

$$\varphi = \frac{\pi}{\lambda} asen\theta$$

Los extremos de I (θ) se presentan para valores que hacen que dI /dφ sea cero, esto es:

$$\frac{dI}{d\varphi} = I_0 \frac{2sen\varphi(\varphi cos\varphi + sen\varphi)}{\varphi^3} = 0$$

Cuando se tienen dos o más rendijas, el diagrama de intensidad obtenido en una pantalla lejana es una combinación del diagrama de difracción de una sola rendija y el diagrama de interferencia de varias rendijas. La intensidad obtenida para este caso es:

$$I = 4I_0 \left(\frac{sen\varphi}{\varphi}\right)^2 cos^2 \chi$$

donde I_0 es la intensidad del punto central que es máxima y φ es la semidiferencia de fase entre la primera (parte superior) y última onda (parte inferior) de una misma rendija de anchura a y vale:

$$\varphi = \frac{\pi}{\lambda} asen\theta$$

y χ es la semidiferencia de fase entre los rayos que proceden de los centros de las dos rendijas, que se relaciona con la separación d de las rendijas por:

$$\chi = \frac{\pi}{\lambda} dsen\theta$$

Si ahora analizamos la expresión completa, esta puede considerarse como un término de interferencia, modulado por uno de difracción:

$$I = 4I_0 \underbrace{\left(\frac{sen\varphi}{\varphi}\right)^2}_{\text{Difracción}} \underbrace{cos^2 \chi}_{\text{Interferencia}}$$

Es posible obtener ahora los máximos y mínimos de ambas funciones; la función de difracción presenta mínimos en los valores mostrados anteriormente. En cuanto a la función de interferencia, esta presenta mínimos a los siguientes valores de χ:

$$\chi = \frac{(2\,\mathrm{k}-1)}{2}\,\pi \qquad\qquad \mathrm{k} \in \mathrm{Z}$$

Los máximos de la función de interferencia aparecen a los siguientes valores de χ:

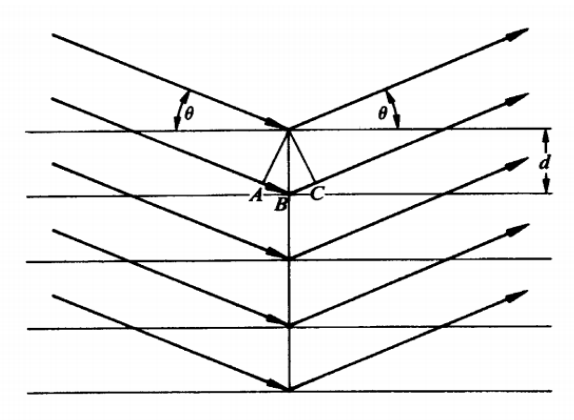
$$\chi = k\pi \qquad\qquad k \in Z$$

Es inmediato comprobar que los máximos tienen lugar cuando d sen k θ = λ. Y los mínimos cuando d sen θ = (k+1/2)λ . Para n rendijas la intensidad viene dada por la expresión:

$$I = n^2 I_0 \left(\frac{sen\varphi}{\varphi}\right)^2 \left(\frac{\mathrm{sen\ n}\chi}{sen\,\chi}\right)^2$$

LEY DE BRAGG.

Supongamos un haz incidente sobre una familia de estos planos. Este haz forma un ángulo θ con ese conjunto de planos. El haz reflejado forma también un ángulo θ con los planos de ese conjunto. Se deduce que el ángulo entre ambos haces es 2 θ. Los rayos-X tienen un gran poder de penetración en la materia, por lo que este fenómeno no se limita a los planos superficiales exclusivamente.



Puesto que hay muchos planos paralelos implicados en la dispersión de los rayos-X, las reflexiones procedentes de los sucesivos planos interferirán entre sí, y habrá una interferencia constructiva sólo cuando la diferencia de longitud de camino entre los rayos procedentes de planos sucesivos es igual a un número entero de veces la longitud de onda. Echando un vistazo al dibujo, se observa que el rayo incidente sobre el segundo plano recorre una distancia AB +BC mayor que la del que incide sobre el primer plano. Estos dos rayos estarán en fase si:

$$AB + BC = n\lambda \qquad n \in Z$$

Por consiguiente:

$$\mathbf{2d\ sen\ \theta = n\lambda \qquad n \in Z}$$

donde d es la distancia entre dos planos consecutivos y n es un entero que llamaremos orden de la reflexión. A esta ecuación se la conoce como la ley de Bragg. Conviene en este momento aclarar una cuestión referente a los índices de Miller. Desde el punto de vista de la difracción de rayos-X, no existe diferencia entre la reflexión de orden n de la familia de planos (h, k, l) y la reflexión de primer orden del conjunto de planos (nh, nk, nl); ahora bien, éstos últimos hemos visto que son un conjunto de planos ficticios y no tienen sentido dentro de la cristalografía clásica. Es conveniente evitar referirse a órdenes diferentes de reflexión y absorber el factor n de la ecuación de Bragg en los índices de Miller. Utilizaremos, por tanto, la ley de Bragg en la forma siguiente**:**

2 d sen θ = λ   Sin tener en cuenta si los planos tienen o no existencia física.