

Índice

1. Resumen.

Se maneja de manera experimental el concepto de capacitor, además se hace un incapié en el principio de funcionamiento de ciertos sistemas eléctricos como el puente de impedancias. Se observa la relación entre el voltaje y la capacitancia y finalmente se encuentran expresiones generales para diversos materiales en unas placas paralelas y así variando distintas propiedades encontrar una relación característica del material.

Palabras clave: voltaje, diferencia de potencial o voltaje, puente de impedancias.

2. Objetivo.

a) Comprender el funcionamiento del puente de impedancias, su uso y manejo en la medición de resistencias, capacitancias e inductancias.

b) Estudiar la capacitancia en función del voltaje aplicado a las placas del capacitor.

c) Estudiar la capacitancia de los capacitores de placas planas y paralelas en función del área de las placas (A) y la distancia de separación de las placas (d).

d) Con ayuda del capacitor de placas planas y paralelas, obtener la constante dieléctrica de distintos materiales.

3. Metodología.

Un capacitor es un dispositivo eléctrico, formado por dos conductores aislados entre si, que al aplicarles una diferencia de potencial V , se reacomoda su carga eléctrica, uno queda con carga $+Q$ y el otro con carga $-Q$ de esta forma se dice que el capacitor esta cargado.

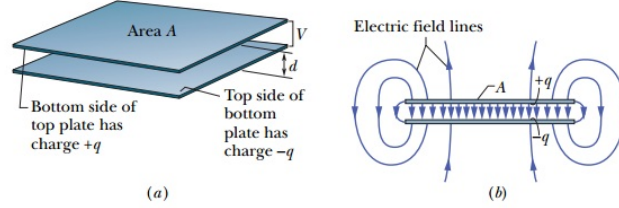


Figura 1: (A) Un capacitor de placas paralelas, hecho apartir de dos platos de área A separados por una distancia d . La carga que yace sobre la supercifie del plato tienen la misma magnitud q pero de signos opuestos. (b) Así como las líneas de campo muestra el campo eléctrico debido a los platos cargados es uniforme en la región central entre los platos. El campo no es uniforme en las esquinas de las placas como indica el borde de las líneas campo allí.

Un primer paso en nuestra discusión de los capaciores es determinar qué tanta carga puede ser alamacenada. Este tanto es llamasa capacitancia. Un capacitor cargado puede activar un circuito eléctrico. Se define la capacitancia de un capacitor como.

$$C = \frac{Q}{V} \quad (1)$$

La unidad de capacitancia es:

$$C = \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}} = \text{Farad} \quad (2)$$

Para un capacitor de placas planas y paralelas se tiene:

$$C = \epsilon \frac{A}{d} \quad (2)$$

Donde $\epsilon = (\epsilon_0)(\epsilon_T)$ y ϵ_T es la constaánte dieléctrica. Además $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \frac{F}{m}$.

Puente de impedancias. Es un dispositivo que se emplea en la medición de resistencias, capacitancias e inductancias. El principio de funcionamiento esta en relación al diagrama de la siguiente figura. El puente de impedancias tiene un galvanómetro de alta sensibilidad como dispositivo indicador, cuatro elementos conectados como se indica en la figura y una fuente de voltaje de C.D. El galvanómetro sirve de indicador a cero y pone de manifiesto la condición de equilibrio. Este diagrama representa al tipo más común, llamado puente de Wheatstone. En principio, la medición se basa en la condición de equilibrio del puente, la cual se cumple cuando entre los puntos b y d no circula corriente y por lo tanto se debe cumplir que:

$$I_1 X_2 = I_2 X_1 \quad (3)$$

$$I_1 X_3 = I_2 X_4 \quad (4)$$

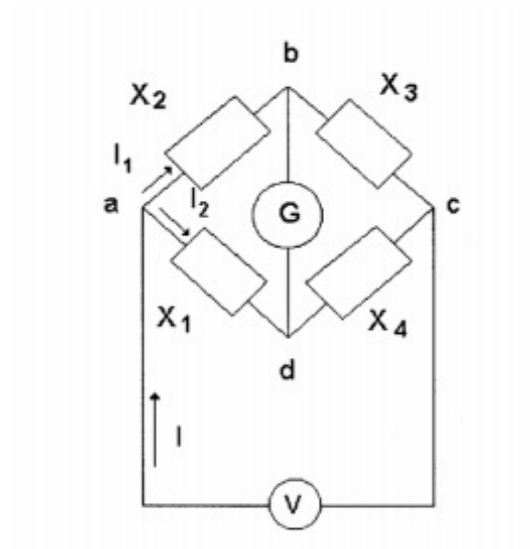


Figura 2: Puente de impedancias.

De (3)

$$I_1 = \frac{I_2 X_1}{X_2} \quad (5)$$

Sustituyendo en (4)

$$\frac{I_2 X_1 X_3}{X_2} = I_2 X_4 \quad (6)$$

Por lo que:

$$X_3 X_1 = X_2 X_4 \quad (7)$$

Siendo las X resistencias, capacitores o inductores (bobinas), por lo tanto conociendo tres elementos es posible calcular el cuarto elemento. Si se desconoce X_4 se puede calibrar el puente para que una variación de X_4 corresponda al factor:

$$\frac{X_4 X_1}{X_2} \quad (8)$$

Y se pueda medir directamente en la escala el valor de X_4

4. Instrumentación.

- 1- Amplificador Lineal.
- 2- Multímetro.
- 3- Capacitor de placas planas.
- 4- Capacitores y resistencias.
5. Fuente de alto voltaje.
6. Placas de distintos materiales de las mismas dimensiones.
7. Flexómetro.

5. Datos y Resultados.

PARTE 1.

En esta parte se da una introducción a los métodos de medición de parámetros eléctricos como lo es la capacitancia y la resistencia, así como el voltaje y la corriente, aquí se dio una breve explicación del funcionamiento del instrumento de medición multímetro basado en el puente de impedancias visto previamente. En este caso sólo se cambia el parámetro de medición con el giro del dial en el símbolo deseado y la medida se muestra en la pantalla. Como se muestra en la figura:

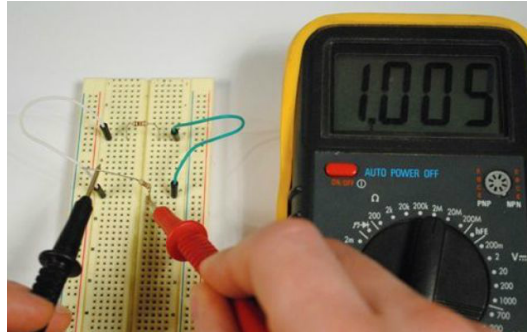


Figura 3: Medición de resistencia con el multímetro.

PARTE 2.

Se conectó e equipo como se muestra en la figura. Posteriormente se separó las placas del capacitor a 2mm y con ayuda del tornillo micrométrico, luego se aplicó por medio de la fuente de alto voltaje de C.D. voltajes de 10 en 10 hasta 100V y medimos por medio del amplificador lineal la carga de una de las placas para cada voltaje aplicado.

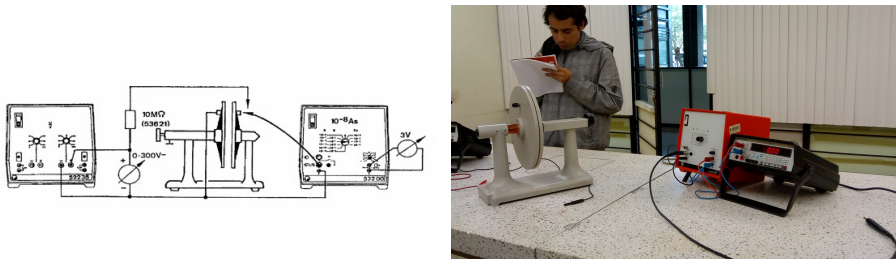


Figura 4: Areglo experimental.

Después con los datos obtenidos se contruyó la siguiente tabla.

n	V (v)	Q (C)
1	110	2.22E-08
23	100	2.05E-08
4	90	1.93E-08
5	80	1.83E-08
6	70	1.61E-08
7	60	1.39E-08
8	50	1.16E-08
9	40	9.30E-09
10	30	6.90E-09
11	20	4.50E-09
12	10	2.30E-09
13	5	1.10E-09

Figura 5: Tabulación de datos.

Para después obtener a siguiente gráfico de dispersión.

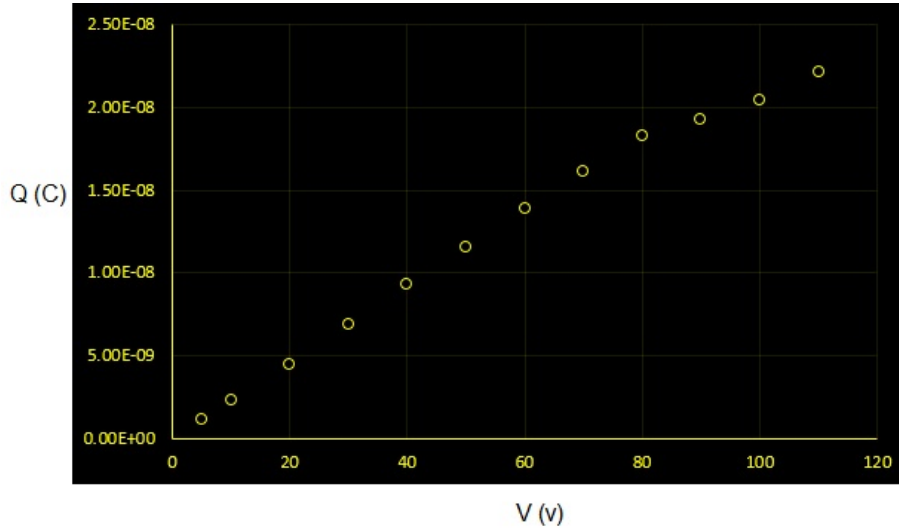


Figura 6: Gráfico de dispersión.

Ajuste de datos. Ahora podemos hacer el respectivo ajuste por el método de mínimos cuadrados para encontrar un modelo lineal $Y = ax + b$ tales tales que $(x_i, y_i) \rightarrow (V(v), Q(C))$ de los datos del experimento, cuya tablas de entrada y modelo es el siguiente:

Tabla de entrada.

n	$\sum_{i=1}^n x_i(V)$	$\sum_{i=1}^n y_i(C)$	$\sum_{i=1}^n y_i x_i(V \cdot C)$	$\sum_{i=1}^n x_i^2(V^2)$
13	$6,65 \times 10^2$	$1,46 \times 10^{-7}$	$1,09 \times 10^{-5}$	$5,0625 \times 10^4$

De donde:

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \quad y \quad b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i y_i \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}.$$

Sustituyendo los valores queda:

$$a = \frac{(7 \times 1,09 \times 10^{-5} [VC]) - (6,65 \times 10^2 \times 1,46 \times 10^{-7} [VC])}{(13 \times 5,0625 \times 10^4 [V^2]) - (6,65 \times 10^2 [V])^2} = 2,04231 \times 10^{-10} [Farad].$$

$$b = \frac{(5,0625 \times 10^4 \times 1,46 \times 10^{-7} [CV^2]) - (1,09 \times 10^{-5} \times 6,65 \times 10^2 [CV^2])}{(13 \times 5,0625 \times 10^4 [V^2]) - (6,65 \times 10^2 [V])^2} = 7 \times 10^{-10} [C].$$

Finalmente queda el modelos propuesto:

$$C(V) = 2,04231 \times 10^{-10}(V) + 7 \times 10^{-10} \rightarrow (9)$$

De (9) podemos graficar sus correspondientes líneas de tendencia, a continuación vamos a graficar su modelo y a tratarlo con más detalle.

Luego de (1) podemos obtener la capacitancia de las placas paralelas:

$$Capacitancia = 2,04231 \times 10^{-10} [Farad]$$

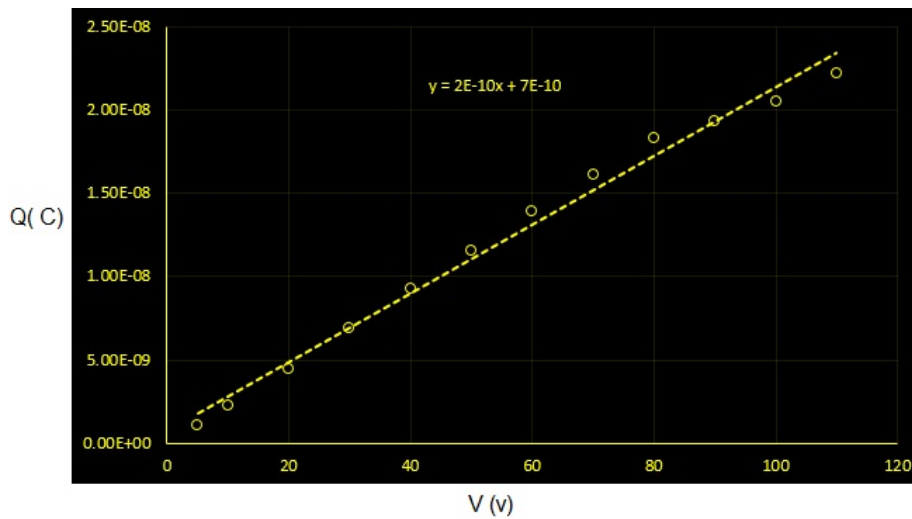


Figura 7: Linea de tendencia y ecuación de la misma.

Error porcentual.

Apartir de este resultado, con el multímetro procedimos a medir directamente la capacitancia de las placas paralelas y fue de $C_m = 2,07 \times 10^{-10}$ y así obtenemos el siguiente error porcentual:

$$Error \text{ Porcentual} = 1,337 \%$$

Discusión.

En esta parte del desarrollo experimental podemos decir que con las herramientas matemáticas con las que contamos hasta ahora obtuvimos una expresión para la capacitancia bastante aceptable y con un error muy pequeño, podemos concluir que esta parte se realizó de una manera adecuada ya que era muy sencilla las mediciones y la expresión que encontramos entre la diferencia de potencial y la carga que era la pendiente de esta función lineal relacionaba a todos los puntos de una manera muy aproximada con el método de mínimos cuadrados y así encontramos la propiedad llamada capacitancia.

PARTE 3.

Nuevamente con el capacitor de placas planas paralelas y con el multímetro medimos la capacitancia para diferentes distancias entre las placas, iniciando en 2 mm y cambiando de 2 en 2 hasta 20 mm. Y así obtuvimos la siguiente tabla de datos:

n	d (m)	C (f)
1	2.00E-03	2.10E-10
2	4.00E-03	1.17E-10
3	6.00E-03	8.50E-11
4	8.00E-03	6.90E-11
5	1.00E-02	6.00E-11
6	1.20E-02	5.30E-11
7	1.40E-02	4.80E-11
8	1.60E-02	4.00E-11
9	1.80E-02	3.50E-11
10	2.00E-02	3.00E-11

Figura 8: Tabla de datos.

Y así se construye la siguiente gráfica de dispersión obtenida de la tabla de datos.

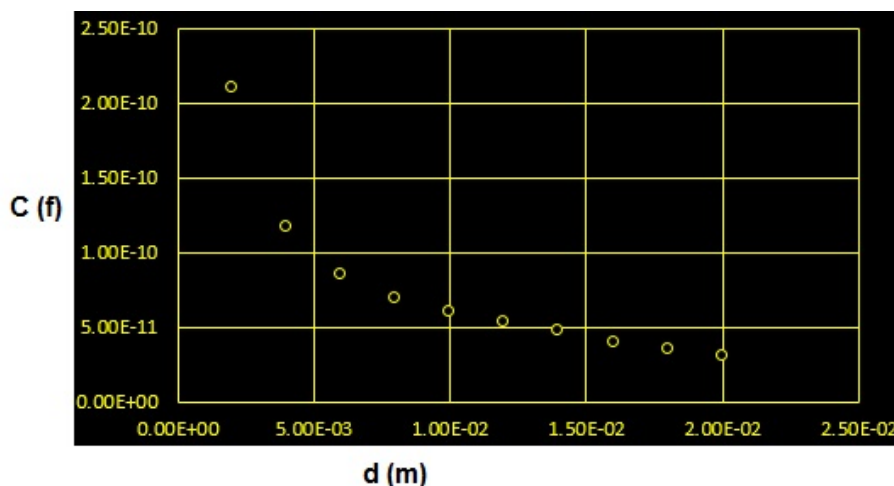


Figura 9: Gráfico de dispersión.

Ajuste de datos. Se observa que los puntos experimentales siguen un patrón alineal, entonces para ajustarlo a la mejor ecuación ocuparemos un modelo exponencial ajustado por mínimos cuadrados, esto es:

$$y = bx^a$$

Donde b y a son los parámetros buscados dados por:

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i \ln y_i - \sum_{i=1}^n \ln y_i \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}$$

$$\ln(b) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \ln(y_i) - \sum_{i=1}^n \ln(y_i) \sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}$$

Tabla de entrada 1.

n	$\sum_{i=1}^n x_i (m)$	$\sum_{i=1}^n \ln y_i (F)$	$\sum_{i=1}^n \ln y_i x_i (Fm)$	$\sum_{i=1}^n x_i^2 (m^2)$
10	$1,1 \times 10^{-1}$	-234.943	-281.985	$1,54 \times 10^{-3}$

Sustituyendo los valores queda:

$$a = \frac{(10 \times -281,95 [Fm]) - (-234,943 [F] \times 1,1 \times 10^{-1} [m])}{(10 \times 1,54 \times 10^{-3}) [m^2] - ((1,1 \times 10^{-1})^2) [m^2]} = -8,03 \times 10^{-1} [F/m] .$$

$$\ln(b) = \frac{(-281,985) [Fm] - ((-234,943)(1,1 \times 10^{-1})) [Fm]}{(1,54 \times 10^{-3}) [m^2] - ((1,1 \times 10^{-1})^2) [m^2]} = -27,63102 [N/m] .$$

Y entonces

$$b = 1,0567 \times 10^{-12} [N/m] .$$

Finalmente queda el modelos propuesto:

$$C(d) = 1,0567 \times 10^{-12} d^{-0,803} \rightarrow (1)$$

Luego de (2) podemos obtener la permitividad del medio en el vacío usando suponiendo que está en el vacío, además de la expresión anterior deducimos que $b = (\epsilon_0)(A)$ donde A es el área de las placas paralelas, tenemos que el diámetro es de $D = 256 \times 10^{-3}(m)$, luego el área es de $A = 5,147 \times 10^{-2} [m^2]$:

$$\epsilon_0 = 2,031474 \times 10^{-11} [F/m]$$

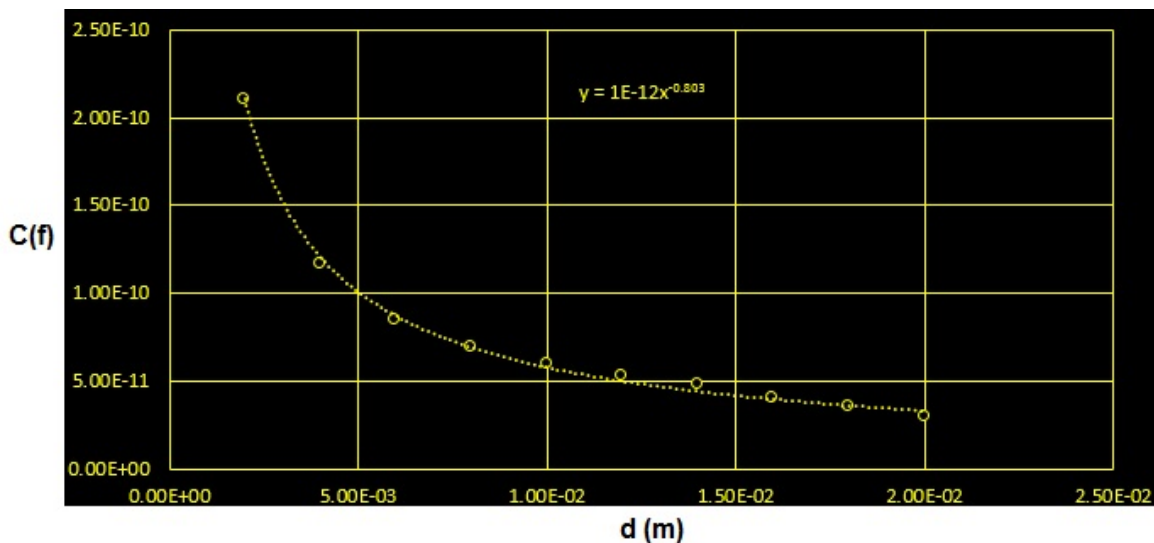


Figura 10: Línea de tendencia y ecuación de la misma.

Error porcentual.

Apartir de este resultado, con el multímetro procedimos a medir directamente la capacitancia de las placas paralelas y fue de $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}(F/m)$ y así obtenemos el siguiente error porcentual:

$$Error \text{ Porcentual} = 56,437 \%$$

Discusión.

En esta parte tuvimos problemas y se ve reflejado en nuestro error porcentual, por las condiciones del laboratorio no podemos saber el dieléctrico del aire en ese momento, por lo que tuvimos que suponer nuestros cálculos como si estuviésemos en el vacío y así obtener la permitividad del vacío con un error muy grande como para volver usarlo, como veremos después esto nos causará problemas.

PARTE 4.

Se puso entre las placas del capacitor de placas planas y paralelas, uno de los dieléctricos que se nos proporcionó, luego juntamos las placas justamente al espesor del material y se midió esta distancia de separación en el vernier del capacitor y anótela. Posteriormente se conectó el puente de impedancias y medimos la capacitancia C_d , para contruir una tabla de datos. Sacamos el dieléctrico del capacitor y pusimos la distancia entre placas igual a la que se midió cuando tenía el dieléctrico, medimos con el puente de impedancias la capacitancia C_a . Todo esto se repitió para los materiales restantes y llenamos la siguiente tabla.

Figura 11: Tabla de datos con distintos materiales.

Material	Espesor (m)	C_d (F)	C_a (F)	ϵ_t
vidrio	4.70E-03	4.90E-10	1.04E-10	2.12E-01
serolón	3.40E-03	7.45E-10	1.30E-10	1.74E-01
Asbesto	7.38E-03	6.60E-10	7.40E-11	1.12E-01
Madera	6.40E-03	2.43E-10	8.30E-11	3.42E-01
Acrílico	6.54E-03	1.88E-10	8.00E-11	4.26E-01

Error Porcentual.

Através de estos datos obtenidos y con los valores reales de los materiales sacados de la bibliografía podemos calcular el error porcentual de cada uno, es decir:

Error porcentual del vidrio= 96,07 %, Error porcentual del serolón= 95,02 %, Error porcentual del Asbesto= 97,2 %, Error porcentual de la madera= 94,3 %, Error porcentual del acrílico= 81,3 %.

Discusión.

Aquí podemos ver que era necesario poner de referencia la capacitancia inicial en el vacío ya que el cambio entre esta y la del aire era muy grande y así las constantes dieléctricas resultaron muy distintas a las esperadas o las reales proporcionadas en la bibliografía, sin embargo sabemos que esto fue un error de la parte anterior por ignorar la permitividad en el vacío, también podemos decir que factores externos como el rozamiento con otros materiales sobre los dieléctrico afectaba directamente a la medida de la capacitancia en el multímetro.

6. Conclusiones.

En esta práctica aprendimos a usar el puente de impedancias en su forma de multímetro, también aprendimos a medir las capacitancias y la resistencia de diversos materiales. Calculamos la constante dieléctrica del serolón, vidrio, acrílico, asbesto, madera los cuales fueron comparados con los datos de la bibliografía. Por otra lado se observó que la carga es directamente proporcional al producto de la capacitancia con el voltaje. Se encontró que la capacitancia aumenta por el factor de la constante dieléctrica cuando todo el espacio donde existe está lleno completamente de un dieléctrico. Vimos también que la constante dieléctrica es una propiedad fundamental del material dieléctrico y es independiente del tamaño o la forma del conductor.

7. Bibliografía.

- 1.-<http://guasa.ya.com/elektron/electropedia.html>
- 2.-<https://es.wikipedia.org/wiki/Multímetro>.
- 3.-<https://sites.google.com/site/lab enriqu esalgadoruiz/home/politecnico-1/fisica-iii> .
- 4.-Resnick/Halliday/Krane. Fundamentos de Física. Volumen 2. Edición 6, extendida. CESA
- 5.- https://es.wikipedia.org/wiki/Campo_electr ico.