TERMINVS

Imágenes del módulo de Cinemática

Imagen 32 **Motor**

Imagen 33 **Sistemas de referencia y tiro parabólico**

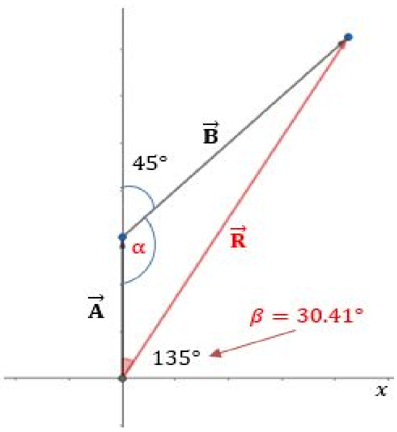
Ejemplo 13

Un auto viaja 15 km al norte y luego a 30 km en una dirección 45° al noreste, como se representa en la siguiente figura. Encuentre la magnitud y dirección del desplazamiento resultante del automóvil.

Los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ en el diagrama representa desplazamientos. Se requiere hacer una suma de estos vectores para hallar la respuesta.

Imagen 1

Desplazamiento de un automóvil



El vector $\vec{R}$ corresponde al tercer lado del triángulo mostrado en el segundo diagrama. La magnitud R del vector resultante $\vec{R}$ se obtiene a partir de la ley de cosenos, que se muestra a continuación.

$$R^2 = A^2 + B^2 - 2AB\ cos\ \alpha$$

Recuerda que aquí A y B también son las magnitudes de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$. Despejamos R y obtenemos:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB cos\ \alpha}$$

Donde el ángulo α es aquel que está opuesto al vector $\vec{R}$. Observa que $\alpha = 180° - 45° = 135°$. Es hora de sustituir todos los valores en la expresión recién despejada:

$$R = \sqrt{(15\ km)^2 + (30\ km)^2 - 2\,(15\ km)\,(30\ km)\cos cos\ (135°)} = 41.9\ km$$

El procedimiento para encontrar la dirección del vector resultante es el siguiente. Aplicamos al triángulo la ley de senos para encontrar la dirección de $\vec{R}$ medida desde la dirección norte. La ley de senos dice que, para un triángulo oblicuángulo, como el del diagrama, se tiene la siguiente igualdad:

$$\frac{sen\ \beta}{B} = \frac{sen\ \alpha}{R}$$

Simplemente despejamos el valor del ángulo β y sustituimos los valores que tenemos.

$$sen\ \beta = B\frac{sen\ \alpha}{R}$$

$$\beta = sin^{-1}\left(B\frac{sen\ \alpha}{R}\right)$$

$$\beta = sin^{-1}\left[(30\ km)\,\frac{sen\ (135°)}{(41.9\ km)}\right] = 30.41°$$

Concluimos que el desplazamiento resultante del auto es de 41.9 km con una dirección de 30.41° dirección al noreste (respecto a la vertical).

Ejemplo 16

Sumemos los siguientes vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ que se hallan en un plano. Luego hallamos la magnitud del vector resultante y su dirección. Aquí “u” significa simplemente unidades de longitud.

$$\vec{A} = \left(5\hat{i} + 2\hat{j}\right)u\ , \quad \vec{B} = \left(4\hat{i} - 3\hat{j}\right)u$$

El vector resultante se obtiene al sumar las componentes por separado de cada vector.

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = \left(5\hat{i} + 2\hat{j}\right)u + \left(4\hat{i} - 3\hat{j}\right)u$$

$$\vec{R} = 5u\,\hat{i} + 2u\,\hat{j} + 4u\,\hat{i} - 3u\,\hat{j}$$

$$\vec{R} = 5u\,\hat{i} + 4u\,\hat{i} + 2u\,\hat{j} - 3u\,\hat{j} = 9u\,\hat{i} - 1u\,\hat{j}$$

El resultado se lee "9 unidades en la dirección i, menos una unida en la dirección j". Entonces las componentes del vector $\vec{R}$ son $R_x = 9\ u$, $R_x =- 1\ u$. La magnitud de $\vec{R}$ se calcula de la siguiente manera:

$$R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2} = \sqrt{(9\ u)^2 + (-1\ u)^2} = \sqrt{82\ u^2} = 9.05\ u$$

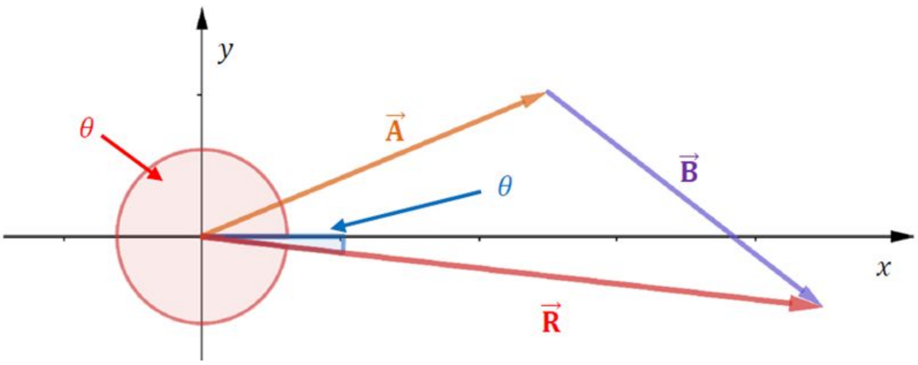
La dirección del vector la hallamos con la siguiente ecuación:

$$tan\ \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-1\ u}{9\ u} = \frac{-1}{9}$$

$$\theta = tan^{-1}\ \left(\frac{-1}{9}\right) =- 6.34°$$

Imagen 2

Suma de dos vectores



Esta respuesta negativa es correcta ya que los ángulos se miden en sentido contrario a las manecillas del reloj a partir del eje x positivo. A lo largo de varios ejercicios, obtendrás resultados negativos y para escribirlo en forma positiva solo basta hacer una simple resta.

$$\theta = 360° - 6.34° = 353.6°$$

Siempre apóyate de un diagrama realizado en un plano cartesiano, pues te puede dar idea de la magnitud de los vectores tratados, así como de los ángulos mencionados.

Ejemplo 17

Un ave realiza los tres desplazamientos siguientes $\vec{D}_1 = \left(40\hat{i} + 10\hat{j} + 100\hat{k}\right)m$, $\vec{D}_2 = \left(-55\hat{i} + 60\hat{j} + 200\hat{k}\right)m$, y $\vec{D}_3 = \left(-70\hat{i} - 80\hat{j} - 250\hat{k}\right)m$. Hallemos la magnitud y las componentes del desplazamiento resultante.

$$\vec{R} = \vec{D}_1 + \vec{D}_2 + \vec{D}_3$$

$$\vec{R} = \left(40\hat{i} + 10\hat{j} + 100\hat{k}\right)m + \left(-55\hat{i} + 60\hat{j} + 200\hat{k}\right)m + \left(-70\hat{i} - 80\hat{j} - 250\hat{k}\right)m$$

$$\vec{R} = 40m\,\hat{i} + 10m\,\hat{j} + 100m\,\hat{k} - 55m\,\hat{i} + 60m\,\hat{j} + 200m\,\hat{k} - 70m\,\hat{i} - 80m\,\hat{j} - 250m\,\hat{k}$$

Ordenamos por términos semejantes, es decir, aquellos que tengan los mismos vectores unitarios:

$$\vec{R} = 40m\,\hat{i} - 55m\,\hat{i} - 70m\,\hat{i} + 10m\,\hat{j} + 60m\,\hat{j} - 80m\,\hat{j} + 100m\,\hat{k} + 200m\,\hat{k} - 250m\,\hat{k}$$

Podemos simplificar al sumar los términos que tienen en común los mismos vectores unitarios:

$$\vec{R} = -85m\,\hat{i} - 10m\,\hat{j} + 50m\,\hat{k}$$

Por último, factorizamos las unidades de longitud y habremos llegado al desplazamiento resultante. El resultado se lee "85 metros en la dirección i negativa, sumados a 10 metros en la dirección j negativa, más 50 metros en la dirección k positiva".

$$\vec{R} = \left(-85\,\hat{i} - 10\,\hat{j} + 50\,\hat{k}\right)m$$

Para hallar la magnitud de ese vector resultante aplicamos la ecuación.

$$R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2 + (R_z)^2} = \sqrt{(-85m)^2 + (-10m)^2 + (50m)^2} = \sqrt{9825\ m^2}$$

$$R = 99.1\ m$$

Imagen 3

Desplazamiento de un ave

Ejemplo 15

Una manera de estudiar el movimiento de un cuerpo, digamos un auto, es mediante una tabla en la que se presentan la distancia recorrida del auto d, en metros, desde el punto de partida, y el tiempo t en minutos, medido desde que empieza el movimiento. El primer renglón de la tabla, representa la distancia cero y el tiempo cero. Después de dos minutos, se alejó del origen; pero algo sucedió entre los 3 y los 5 minutos, tal vez se detuvo en un semáforo. Luego se empieza a mover otra vez y recorre 3500 metros al término de seis minutos, 4600 metros al término de siete minutos, y 5500 metros en ocho minutos; en el último minuto el auto no avanzó más que 100 metros.

Imagen 4
Tabla Posición-tiempo

Velocidad y rapidez

Una relación muy útil y que usaremos muchas veces, es la que llamamos velocidad promedio. La **velocidad promedio** $(\bar{v})$ de una partícula se define como el desplazamiento de la partícula dividido entre el intervalo de tiempo durante el que ocurre dicho desplazamiento.

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (2)$$

La velocidad promedio tiene dimensiones de longitud dividida entre dimensiones de tiempo, o *metros por segundo* en unidades del SI.

Nota que Δt es una cantidad siempre positiva (de lo contrario nos indicaría que viajó al pasado) entonces el signo de $(\bar{v})$ depende completamente de Δx.
Si Δx es positivo, entonces v es positiva, si en cambio Δx es negativa, entonces v es negativa.

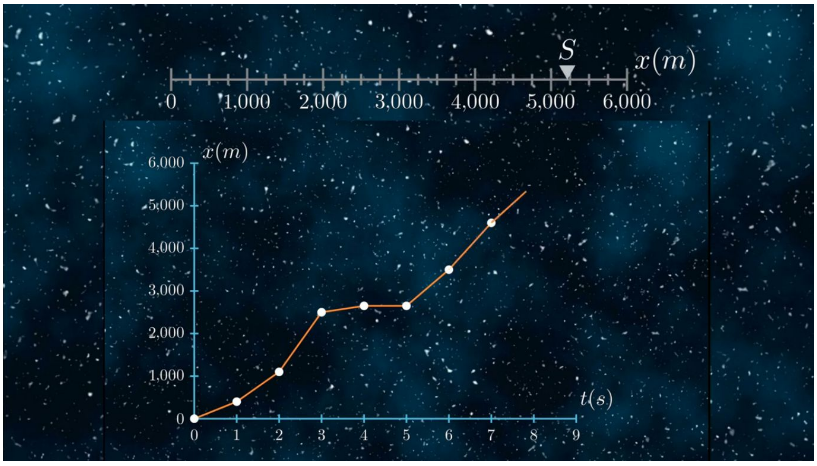


Imagen 5
Velocidad promedio

La velocidad promedio se interpreta geométricamente al dibujar una línea recta entre dos puntos en la gráfica posición-tiempo. Esta recta forma la hipotenusa de un triángulo rectángulo donde la altura es un desplazamiento y la base un intervalo de tiempo. La **pendiente** de esta línea es la proporción que se definió como velocidad promedio. Por ejemplo, la línea entre la segunda y tercera (imagen superior) posiciones tiene una pendiente que es igual a la velocidad promedio del auto entre dichos tiempos:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

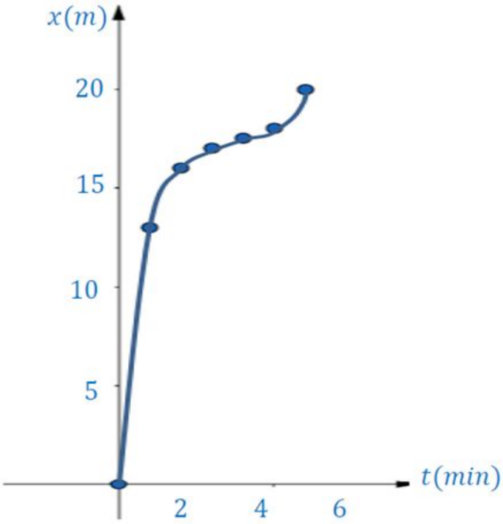
De igual manera como se hizo con el desplazamiento, vamos a recalcar el signo correspondiente de la velocidad promedio, pues debes recordar que se trata de una magnitud vectorial. Aquí su naturaleza vectorial, le viene heredada del desplazamiento, que se encuentra en el corazón de su fórmula, y que ya hemos visto que es una magnitud vectorial.

Ejemplo 17

El movimiento de un vehículo viene dado por las posiciones en sus respectivos tiempos y se muestran en la tabla. La gráfica ofrece también una descripción del movimiento.

Imagen 6
Tabla y gráfica

T (min)	x(m)
0	0
1	13
2	16
3	17
4	17.5
5	18
6	20



colocar en la imagen el triángulo rectángulo y los segmentos

¿Cuál es la velocidad promedio en los siguientes intervalos de tiempo?
De 0 a 1 minuto, de 5 a 6 minutos y de 1 a 2 minutos.

La velocidad promedio en el primer intervalo se determina con la fórmula (2):

$$\bar{v} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{13\,m - 0\,m}{1\,s - 0\,s} = \frac{13\,m}{1\,s} = +\,13\,\frac{m}{s}$$

De manera similar, las velocidades promedio en los otros dos intervalos son las siguientes. Hemos recalcado el sentido de esta magnitud vectorial en el resultado:

$$\bar{v} = \frac{20\,m - 18\,m}{6\,s - 5\,s} = \frac{2\,m}{1\,s} = +\,2\,\frac{m}{s}$$

$$\bar{v} = \frac{16\,m - 13\,m}{2\,s - 1\,s} = \frac{3\,m}{1\,s} = +\,3\,\frac{m}{s}$$

La velocidad promedio en el intervalo comprendido entre el minuto 1 y el minuto 2, se interpreta geométricamente como la pendiente de la línea entre la segunda (B) y tercera posición (C). En el diagrama esa línea se muestra en color rojo.

Ejemplo 18

A un estudiante le toma 50 segundos andar 100 metros por la banqueta de una calle. Después de los 100 metros se da cuenta de que pasó una librería. Regresa 25 metros y lo hace en 10 segundos.

Consideramos el origen del sistema en el sitio donde inicia la caminata y la dirección a donde se dirige la consideramos como la dirección positiva.

Ya sabemos calcular el desplazamiento. Lo hacemos considerando solamente las posiciones final e inicial. Entonces la magnitud de su velocidad promedio es:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(+75m - 0m)}{(60s - 0s)} = \frac{+75m}{60s} = +\ 1.25\frac{m}{s}$$

La rapidez promedio para su viaje se consigue calculando primero la distancia recorrida, entonces la fórmula queda de la siguiente manera:

$$\bar{r} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{125m}{(60s - 0s)} = \frac{125m}{60s} = 2.08\frac{m}{s}$$

Imagen 7
Recorrido por la calle

Ejemplo 19

De acuerdo con la tabla 1 al inicio del capítulo, vamos a hallar el desplazamiento, velocidad promedio y rapidez promedio entre las posiciones correspondientes al minuto 4 y 5 del automóvil. *(volver a poner la tabla aqui)*

Notamos que la posición a la que se encuentra el auto a los 4 segundos es igual a 2600 m y a los 5 segundos su posición se encuentra a 2650 m. La ecuación (2) nos sirve para obtener la velocidad promedio:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{(2650m - 2600m)}{(5min - 4min)} = \frac{+50m}{1min} = +\ 50\frac{m}{min}$$

Ahora, si suponemos que los detalles de la posición del auto se describen mediante la curva de la figura, la distancia recorrida es 50 m. Aplicamos la ecuación (3) para determinar la rapidez promedio:

$$\bar{v} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{50m}{(5min - 4min)} = \frac{50m}{1min} = 50\frac{m}{min}$$

Observa que, en este caso, las magnitudes de la velocidad promedio y de la rapidez promedio coinciden. Sin embargo, no es así para muchos otros casos.

Imagen 8

Velocidad promedio y rapidez promedio

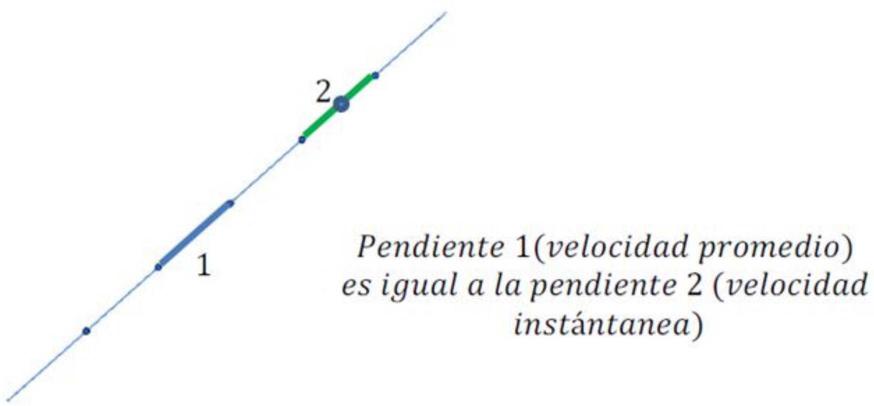
Ejemplo 20

¿Existen algunos puntos en el movimiento de siguientes objetos donde la velocidad instantánea tenga el mismo valor que la velocidad promedio durante todo el movimiento?

a) Una sonda espacial navega por el espacio con velocidad constante. Puesto que la sonda navega con velocidad constante, su velocidad instantánea en cualquier tiempo y su velocidad promedio en cualquier intervalo de tiempo son iguales. El tipo de gráfica que se obtiene de un movimiento con velocidad constante es una recta.

Imagen 9

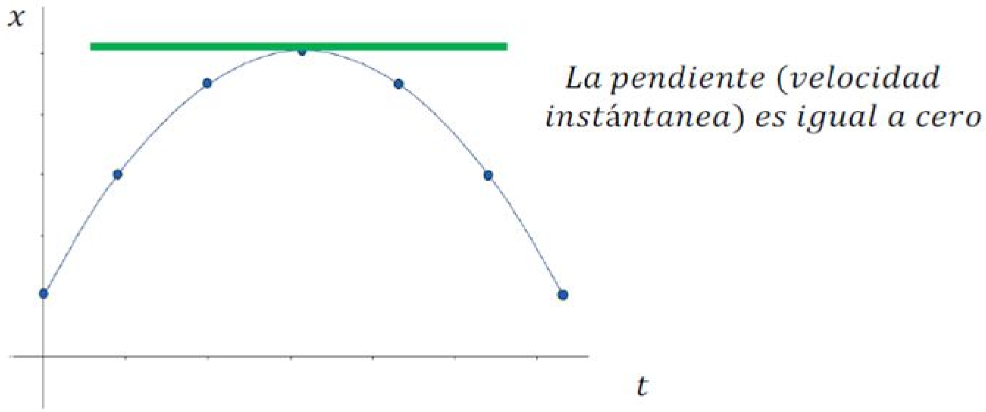
Velocidad constante



b) Una pelota lanzada directamente hacia arriba llega al punto más alto y cae de vuelta hacia la mano del lanzador. La velocidad promedio para la bola lanzada es cero porque la bola regresa al punto de partida; por lo tanto, su desplazamiento es cero. Además, hay un punto donde la velocidad instantánea es cero: en lo alto del movimiento.

Imagen 10

Velocidad instantánea cero

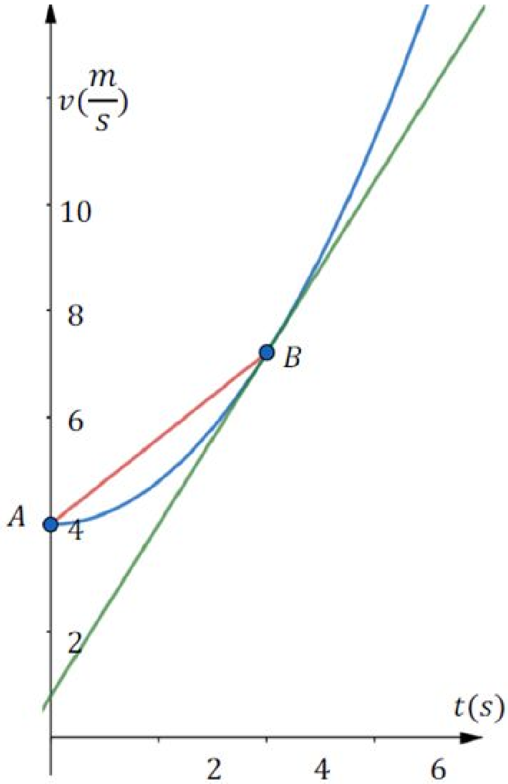


Tenga en mente que la partícula no se mueve en una trayectoria curva en el espacio, como la que muestra la curva azul en la gráfica. La partícula sólo se mueve en una dimensión, en una sola línea que va de arriba hacia abajo, recuerde que se trata de una pelota lanzada directamente hacia arriba.

Ejemplo 21
La velocidad de una partícula que se mueve a lo largo del eje x varía de acuerdo con la expresión $v = \left(4 + \frac{1}{5}t^2\right) \frac{m}{s}$ donde t está en segundos.

Imagen 11

Velocidad de acuerdo a una expresión



a) Encuentre la aceleración promedio en el intervalo de tiempo $t = 0$ a $t = 4\ s$.

Vamos a hallar primero las velocidades en $t_i = 0$ y $t_f = 4\ s$ al sustituir estos valores de t en la expresión para la velocidad:

$$v_i = \left(4 + \frac{1}{5}t^2\right)\frac{m}{s} = \left[4 + \frac{1}{5}(0)^2\right]\frac{m}{s} =+ 4\frac{m}{s}$$

$$v_f = \left(4 + \frac{1}{5}t^2\right)\frac{m}{s} = \left[4 + \frac{1}{5}(4)^2\right]\frac{m}{s} =+ 7.2\frac{m}{s}$$

Ahora vamos a calcular la aceleración promedio en el intervalo de tiempo que se pide :

$$a_{prom} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{(7.2-4)\frac{m}{s}}{(4-0)s} =+ 0.8\frac{m}{s^2}$$

b) Determinar la aceleración en $t = 4s$.

Vamos a calcular la aceleración de la partícula en un instante determinado con esa poderosa herramienta de la que hemos hablado tanto: el cálculo. En el corazón del cálculo se halla la derivada.
Para hallar la aceleración vamos a derivar la función velocidad:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d\left(4+\frac{1}{5}t^2\right)}{dt} == \frac{d(4)}{dt} + \frac{d\left(\frac{1}{5}t^2\right)}{dt}$$

Entonces

$$a = 0 + \frac{2}{5}t = \frac{2}{5}t$$

Ya podemos conocer la aceleración en cualquier instante. En nuestro caso, $t = 4\ s$.

$$a = \frac{2}{5}(4) = \frac{8}{5} = +\ 1.6\frac{m}{s^2}$$

Puesto que la velocidad de la partícula es positiva y la aceleración también lo es, en este instante, la velocidad aumenta su magnitud.

Recuerda, además, que la aceleración promedio en a) es la pendiente de la recta roja que en la figura conecta los puntos A y B. La aceleración instantánea en b) es la pendiente de la curva verde tangente a la curva en el punto B.

Ejemplo 22

Un objeto se mueve a lo largo de una línea recta con velocidad constante. Se activa el cronómetro cuando el objeto pasa por un punto conocido y lo detiene después de que el objeto pasa por otro punto a $50\ m$ de distancia. El intervalo de tiempo que indica el cronómetro es de $10\ s$.

Imagen 12

Objeto que se mueve en línea recta

¿Cuál es la velocidad instantánea del objeto a los 8 segundos de activarse el cronómetro?

El objeto se mueve con velocidad constante, por lo tanto, la velocidad instantánea siempre es igual que la velocidad promedio. Entonces ocupamos la ecuación (5) para hallar la velocidad instantánea, y el resultado vale para cualquier instante del intervalo a tratar, incluido el de los 8 segundos:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{\Delta t} = \frac{50\ m - 0\ m}{10\ s} = +\ 5\frac{m}{s}$$

Si el objeto continúa su movimiento, ¿cuál es su posición después de 25 segundos de haber tocado $x_i = 0$?

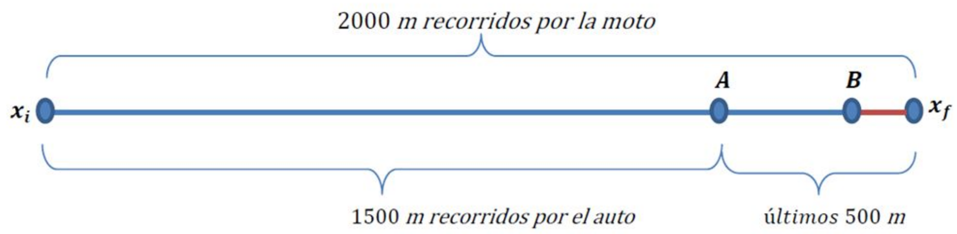
Aplicamos la ecuación (5) y ocupamos la velocidad recién hallada para descubrir la posición de la partícula en el tiempo $t = 25\ s$ ·

$$x_f = x_i + vt = 0\ m + \left(5\tfrac{m}{s}\right)(25\ s) = 125\ m$$

Ejemplo 23

Dos conductores, uno de auto y otro de moto, planean recorrer un tramo recto de 2 km para llegar a un puente, y parten de un mismo sitio. La moto viaja de manera constante con una velocidad de $5\frac{m}{s}$ · El auto viaja de manera constante con una velocidad de $15\frac{m}{s}$ durante $1500\ m$ por una falla del motor. Mientras tanto la moto sigue su viaje y se acerca a la meta. ¿Qué tan cerca de la meta deberá estar la moto cuando el auto reinicia su viaje para que los dos lleguen a la meta al mismo tiempo?
Para este problema vamos a utilizar la ecuación (5) porque la velocidad instantánea de ambos cuerpos es constante.

Imagen 13 gráfica



Vamos a escoger como sistema de referencia el que tiene como origen al punto A y dirección positiva la dirección de la meta y vamos a tomar el tiempo t = 0 cuando el auto reanude la marcha. Vamos a obtener el tiempo en que el auto tarda en recorrer los últimos 500 m, entonces en la ecuación 5, $x_i = 0$, $x_f = 500\ m$. Vamos a despejar el tiempo y luego sustituir:

$$x_f = 0 + vt = vt, \quad \frac{x_f}{v} = t$$

$$\frac{500\ m}{15\frac{m}{s}} = t, \quad t = 33.33\ s$$

Ahora cuando el carro reanude la marcha, la moto tendrá una posición xi desconocida (es la respuesta al problema) y una posición final de 500 m (habrá llegado a la meta), y debe de tomarle el mismo tiempo en llegar que al auto. Entonces podemos escribir la ecuación (5) como sigue:

$$500 \ = \ x_i \ + \ 5\ (33.33)$$

Y despejar xi:

$$x_i = 500 - 5(33.33) = 333.33$$

Ejemplo 24

Determina la velocidad que tendrá una partícula después de 4 segundos, si comienza a moverse con una velocidad de $v_i = 2\frac{m}{s}$, y con una aceleración constante de $a = 2\frac{m}{s^2}$.

Sustituimos los datos en la fórmula (12) para finalmente hallar la velocidad que tendrá una partícula a los 4 segundos.

$$v_f = v_i + at = \left(2\frac{m}{s}\right) + \left(2\frac{m}{s^2}\right)(4\ s)$$

$$v_f = 2\frac{m}{s} + 8\frac{m}{s} = 10\frac{m}{s}$$

Imagen 14

Gráfica velocidad-tiempo

Ejemplo 25

Calcular la posición a la que se encontrará un cuerpo en el tiempo $t = 8\ s$, y que inicia su movimiento con la velocidad $10\frac{m}{s}$, y con una aceleración de $5\frac{m}{s^2}$. Para este ejemplo, suponemos que parte del origen, es decir $x_i = 0$.

La ecuación (13) proporciona la posición final de la partícula en el tiempo t en términos de la velocidad inicial y la aceleración constante. Sustituimos ahora los datos que ya conocemos:

$$x_f = (0\ m) + \left(10\frac{m}{s}\right)(8\ s) + \frac{1}{2}\left(5\frac{m}{s^2}\right)(8\ s)^2$$

A la hora de simplificar llegamos al resultado:

$$x_f = 80\ m + \left(\frac{5}{2}\frac{m}{s^2}\right)64\ s^2$$

$$x_f = 80\ m + 160\ m = 240\ m$$

A continuación, se muestran las gráficas correspondientes al movimiento del ejemplo.

Imagen 15

Posición de un cuerpo

Ejemplo 26

Calcular la posición a la que se encontrará un cuerpo en el tiempo $t = 5\ s$, y que inicia su movimiento con la velocidad de $3\frac{m}{s}$, y lo termina con una velocidad de $8\frac{m}{s}$.

Podemos ver que tanto en la ecuación 9 como la 10 necesitamos conocer la aceleración que es un dato con el cual no contamos. Sin embargo en la ecuación (10) hay dos datos que no conocemos, la posición final y la aceleración, por lo que de momento esa ecuación no nos será útil, en cambio en la ecuación (9) únicamente nos hace falta la aceleración, por lo que podemos despejarla de (9) y sustituirla en (10).

$$v(t) = vi + at \quad (9)$$

$$v(t) - vi = at$$

$$(v(t) - vi)/t = a$$

$$x(t) = xi + vit + 1/2at^2 \quad (10)$$

$$x(t) = xi + vit + 1/2((vf - vi)/t)t^2$$

$$x(t) = xi + vit + 1/2vf\,t - 1/2vi\,t$$

$$x(t) = xi + 1/2vf\,t + 1/2vi\,t$$

$$x(t) = x_i + \frac{1}{2}\left(v_i + v_f\right)t \qquad (11)$$

Esta ecuación proporciona la posición final de la partícula en el tiempo t en términos de las velocidades inicial y final.

$$x_f = (0) + \frac{1}{2}\left(\left(3\frac{m}{s}\right) + \left(8\frac{m}{s}\right)\right)(5\ s) = \frac{1}{2}\left(11\frac{m}{s}\right)(5\ s) = 27.5\ m$$

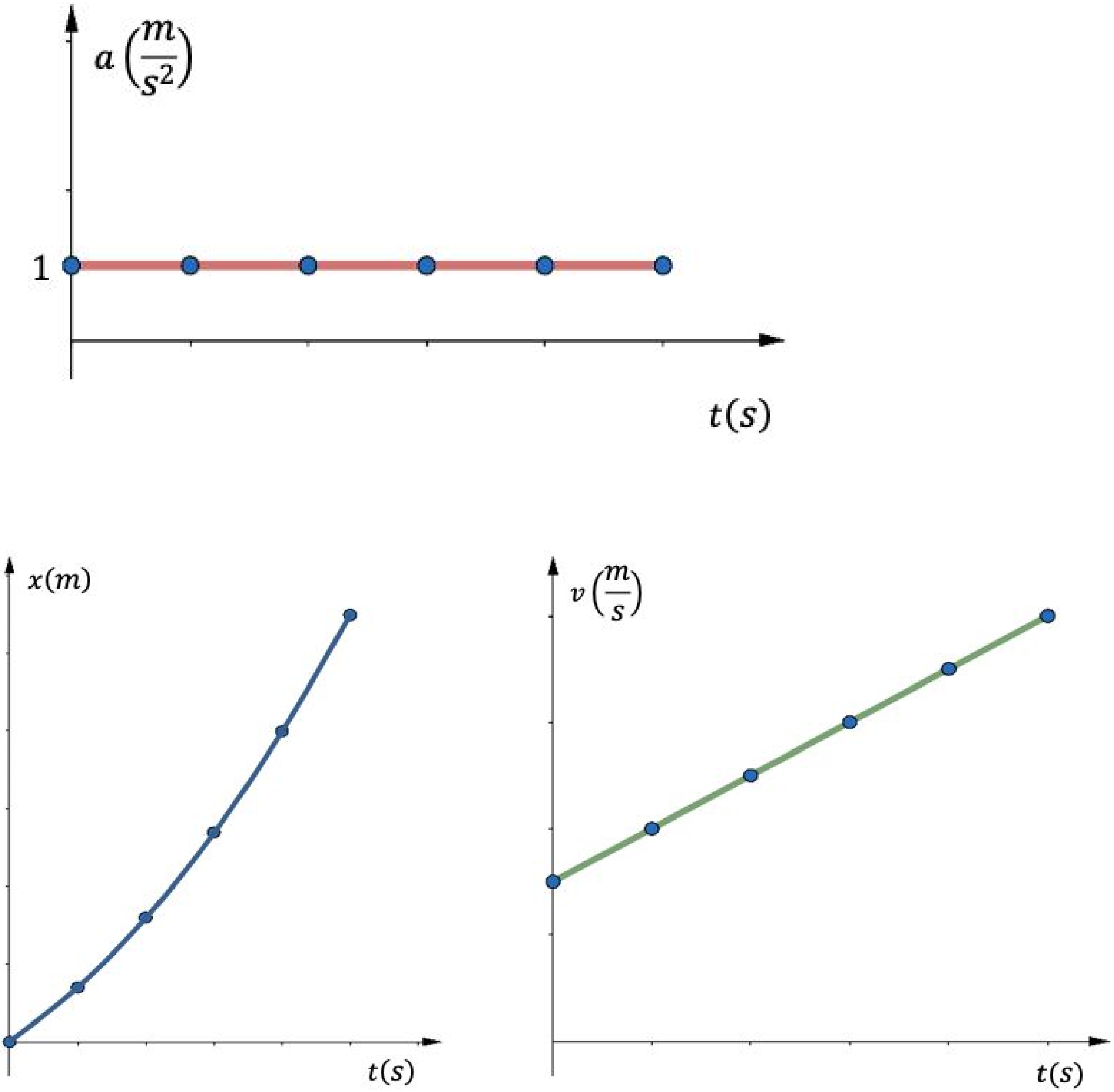


Imagen 16
3 gráficas

Las tres gráficas mostradas arriba ayudan a tener una mejor comprensión del ejemplo. Observa en la gráfica (v vs t) que la velocidad aumenta una unidad cada segundo, debido a que existe una aceleración de $1\frac{m}{s^2}$ (el cual es fácil calcular a partir de (12), cosa que se hizo en el desarrollo anterior).
Podemos corroborar el resultado de la posición final en la gráfica (x vs t), construida mediante la ecuación (13). También podemos corroborar la posición correspondiente a los demás tiempos. Además, notamos la diferencia entre la gráfica recién mostrada y la del movimiento rectilíneo uniforme.

Ejemplo 27
Hallemos la velocidad final de un objeto cuyo movimiento tiene aceleración constante de $-0.5\frac{m}{s^2}$, pero sin conocer el tiempo que le toma llegar a esa velocidad final. Sabemos que su posición inicial es $x_i = 50\ m$ y su posición final $x_f = 185\ m$, además, su velocidad inicial es $v_i = 6\frac{m}{s}$.

El problema se soluciona sustituyendo t por otra expresión de manera que podamos hallar la velocidad final sin conocer el tiempo. Podemos despejar el tiempo de la (9):

$$v_f = at + v_i$$

$$v_f - v_i = at$$

$$\frac{v_f - v_i}{a} = t$$

Sustituimos en la (13) ecuación el valor de t recién despejado:

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}\left(v_i + v_f\right)\left(\frac{v_f - v_i}{a}\right)$$

Ahora nos dedicamos a simplificar la ecuación y luego despejar la velocidad inicial.

$$x_f = x_i + \frac{1}{2a}\left(v_i + v_f\right)\left(v_f - v_i\right)$$

$$x_f = x_i + \frac{1}{2a}\left(v_i v_f - {v_i}^2 + {v_f}^2 - v_f v_i\right)$$

$$x_f = x_i + \frac{1}{2a}\left({v_f}^2 - {v_i}^2\right)$$

$$x_f - x_i = \frac{1}{2a}\left({v_f}^2 - {v_i}^2\right)$$

$$2a(x_f - x_i) = {v_f}^2 - {v_i}^2 \qquad (12)$$

La ecuación (12) describe el movimiento del objeto sin necesidad del tiempo. Podemos despejar de (12) la velocidad final para obtener el resultado.

$$2a(x_f - x_i) + {v_i}^2 = {v_f}^2$$

$$ {v_f}^2 = 2a(x_f - x_i) + {v_i}^2$$

$$v_f = \sqrt{2a(x_f - x_i) + v_i^{\,2}}$$

Esta ecuación proporciona la velocidad final en términos de la velocidad inicial, la aceleración constante y la posición de la partícula. Sustituimos los datos para finalmente hallar velocidad.

$$v_f = \sqrt{2\left(-0.5\tfrac{m}{s^2}\right)(85\ m - 50\ m) + \left(6\tfrac{m}{s}\right)^2}$$

$$v_f = \sqrt{\left(-1\tfrac{m}{s^2}\right)(35\ m) + 36\tfrac{m^2}{s^2}}$$

$$v_f = \sqrt{-35\ \tfrac{m^2}{s^2} + 36\tfrac{m^2}{s^2}} = \sqrt{-35\ \tfrac{m^2}{s^2} + 36\tfrac{m^2}{s^2}} = \sqrt{1\tfrac{m^2}{s^2}} = 1\tfrac{m}{s}$$

Imagen 17

Gráfica, Objeto con aceleración constante

Ejemplo 28

Un auto que viaja en una autopista entra a una salida de emergencia a 100 kilómetros por hora.
Después de 15 segundos se detiene debido al terreno.

a) ¿Cuál es la aceleración constante que se aplicó al auto?

Para este problema tomamos al auto como si fuera una partícula. Esto nos permite simplificar el problema. Conocemos la velocidad inicial, también sabemos que la velocidad final es cero. La ecuación (12) es la única que no involucra la posición, de modo que se le usa para encontrar la aceleración del auto. Despejamos entonces la aceleración.

$$v_f = at + v_i$$

$$v_f - v_i = at$$

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

Ahora sustituimos los datos correspondientes. Tú decides las unidades que tendrá el resultado. Aquí elegimos las unidades de $\frac{m}{s^2}$ en lugar de $\frac{km}{h^2}$ ya que podemos tener una mejor idea de cómo actúa la aceleración debido a la pequeña distancia implicada en el frenado. Entonces convertimos primero:

$$100\frac{km}{h} \quad \frac{1\ h}{60\ min} \quad \frac{1\ min}{60\ s} \quad \frac{1000\ m}{1\ km} = 27.7\frac{m}{s}$$

Ya podemos utilizar la ecuación:

$$a = \frac{0-27.7\frac{m}{s}}{15\ s} = \frac{-27.7\frac{m}{s}}{15\ s} =- 1.8\frac{m}{s^2}$$

b) Consideremos el sitio donde comienza la salida como la posición $x_i = 0$ ¿Cuál es su posición final?

Vamos a aplicar la ecuación (10) para resolver la posición final:

$$x(t) = xi + vit + 1/2at^2$$

$$x_f = 0 + (27.7)\,(15\ s) + \ 1/2\ (-\ 1.8)(15)2 = 207.7\ m$$

Imagen 18

Auto que frena

Ejemplo 30

La cabeza de una víbora de cascabel puede acelerar a 50 m/s^2 al atacar a su víctima. Si un automóvil pudiera acelerar de la misma manera ¿Cuánto tardaría en alcanzar una rapidez de 100 km/h partiendo del reposo?

Convertimos las unidades:

$$100\ \frac{km}{h} = 100\ (\frac{km}{h})(\frac{h}{3600s})(\frac{1000m}{km}) = 27.8\frac{m}{s}$$

Luego, de la ecuación (9) despejamos el tiempo y sustituimos :

$$t = \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{27.8-0}{50} = 0.56\ s$$

Como referencia, considera que un Tesla modelo S va de 0 a 100 km/h en 2.5s

Imagen 19

Cabeza de víbora

Ejemplo 32

Un explorador quiere descender un barranco, pero para ello necesita conocer la altura del barranco para saber cuánta cuerda necesita. Para conseguir esa información deja caer una piedra desde el borde del barranco. 1.7 segundos después escucha la piedra golpear contra el suelo.

a) ¿Cuál es la altura del barranco?.

Solución:

Para este ejercicio vamos a considerar el origen del sistema de referencia el borde superior del barranco y como dirección positiva la del movimiento (hacia abajo), de esta forma la ecuación (10) queda:

$y = 1/2\ g\ t^2$

recuerda que al partir del reposo la velocidad inicial es 0. Al sustituir el tiempo tenemos la altura del barranco:

$y = 1/2\ (9.81) * (1.7)^2 = 14.20\ m$

El resultado nos da una idea de la importancia de elegir el origen del sistema de referencia en el cual vamos a trabajar.

Imagen 20

Altura de un barranco

Ejemplo 33

Se dispara una flecha directamente hacia arriba y de regreso cae al suelo con una rapidez de 79.24 m/s, enterrándose 22.86 cm. Calcule

a) El tiempo que tarda el suelo en desacelerar la flecha hasta el reposo, (suponga aceleración constante).

De la ecuación (11) despejamos el tiempo y evaluamos. Tomaremos la posición inicial como 0 y la final como 22.86 cm:

$$t = \frac{x_f}{\frac{1}{2}(v_i + v_f)} = \frac{0.2286}{\frac{1}{2}(79.24+0)} = 5.8x10^{-3}s$$

b) Calcule la aceleración necesaria para detener la flecha en el tiempo del inciso a.

Usamos la ecuación (9) para obtener la aceleración y sustituimos los datos del inciso anterior:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} = \frac{0-79.24}{5.8x10^{-3}} = 13.7\ \frac{km}{s^2}$$

Imagen 21

Flecha

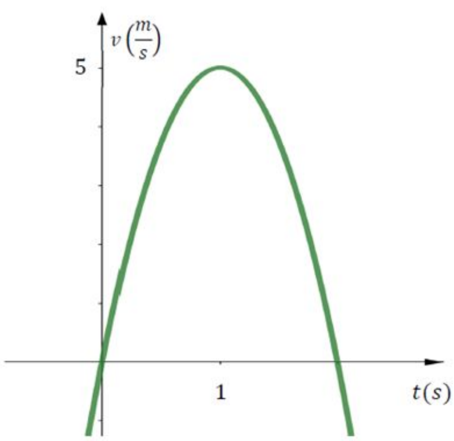
Nota de bitácora: extender el ejemplo de la flecha en el tema de Impulso

Ejemplo 34

La velocidad de una partícula está determinada por la función $v(t) = -5t^2 + 10t$, y cuya gráfica se muestra a continuación.

Imagen 22

Función Velocidad



a) ¿Cuánto vale la aceleración de la partícula en el tiempo t=1 s?

Vamos a derivar la función de la velocidad:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d\left(-5t^2+10t\right)}{dt} = \frac{d\left(-5t^2\right)}{dt} + \frac{d(10t)}{dt} = -10t + 10$$

$$a =- 10t + 10$$

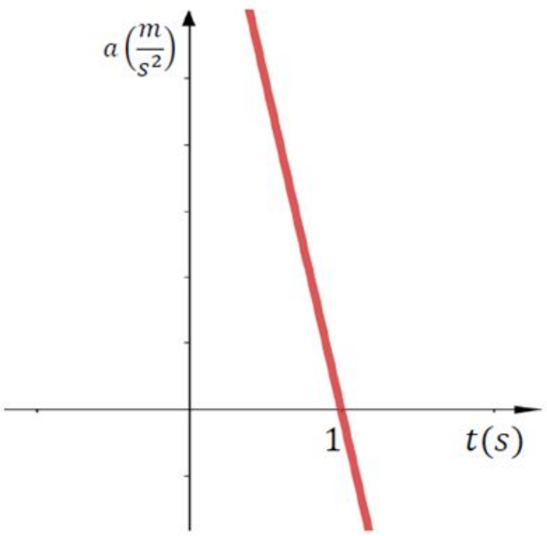
Sustituimos el tiempo en el que se nos pide hallar la aceleración:

$$a =- 10\,(1) + 10 =- 10 + 10 = 0$$

Si graficamos la aceleración durante todo el movimiento llegaremos a una gráfica como la siguiente, en la que se observa que la aceleración no es constante, de hecho, se reduce conforme pasa el tiempo.

Imagen 23

Aceleración



Si deseamos conocer la gráfica posición vs tiempo, de este movimiento, entonces integramos la función de la velocidad.

$$\int (v)\, dt = \int_0^t \left(-5t^2 + 10t\right) dt$$

$$\int_0^t \left(-5t^2\right) dt + \int_0^t (10t)\, dt = \frac{-5t^3}{3} + 5t^2 = x(t)$$

Podemos poner a prueba esa función. Hallemos la posición de la partícula en el tiempo t=2 s.

$$x\,(2) = \frac{-5(2)^3}{3} + 5(2)^2 = \frac{-5(8)}{3} + 5\,(4) =- \frac{40}{3} + 20 = 6.6\ m$$

Resultado que podemos verificar al observar la gráfica posición-tiempo correspondiente a este caso.

Imagen 24

Posición

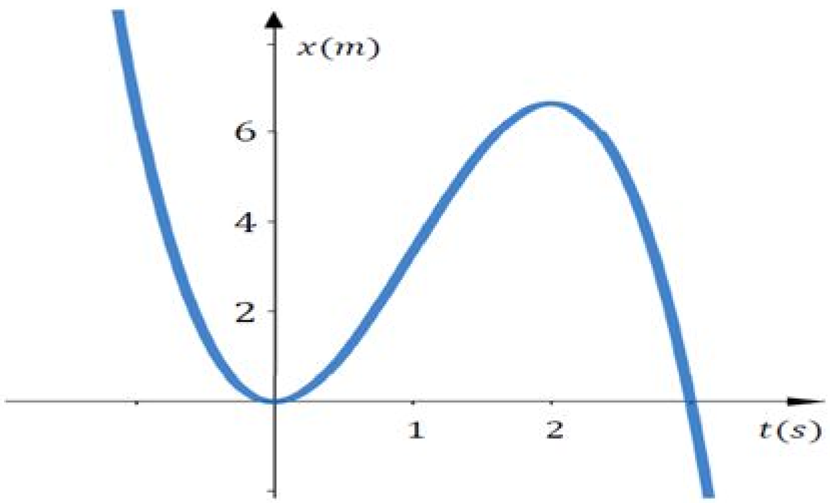


Imagen 25

Triángulo rectángulo inscrito

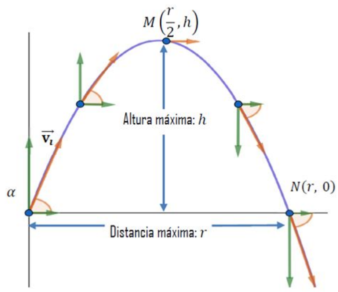


Diagrama con el triángulo rectángulo inscrito al plano xy y con la hipotenusa como el vector velocidad.

Ejemplo 35

Una pelota de béisbol es lanzada hacia arriba desde lo alto de las gradas hacia la cancha. Se lanza a un ángulo de $25°$ con la horizontal, y con una velocidad inicial de magnitud $15\frac{m}{s}$. La altura del asiento desde donde se lanza la pelota es de $22\ m$.

a) ¿Cuánto tarda la pelota en llegar a la cancha?

Hacemos las siguientes observaciones sobre el movimiento parabólico de la pelota. La pelota se mueve con aceleración constante en la dirección y y bajo velocidad constante en la dirección x.

Las posiciones iniciales las elegimos como siguen: $x_i = y_i = 0$. Así, la posición final en y será $y_f = -22\ m$. Observa que el valor de y_f es negativo porque se eligió como origen de nuestro sistema el lugar de donde se lanza la pelota y como dirección positiva hacia arriba. La aceleración que actúa de manera vertical es la siguiente $a_y = -g$.

Vamos a encontrar las componentes iniciales de velocidad de la pelota:

$$v_{xi} = v_i cos\ \alpha = \left(15\frac{m}{s}\right) cos\ 25° = 13.59\frac{m}{s}$$

$$v_{yi} = v_i\ sen\ \alpha = \left(15\frac{m}{s}\right) sen\ 25° = 6.33\frac{m}{s}$$

La componente vertical de la velocidad inicial nos servirá para encontrar la posición vertical de la pelota. A partir de la componente vertical de la ecuación (14):

$$y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

Dicha ecuación nos permitirá luego hallar el tiempo en que llega a la cancha. Sustituimos entonces los valores correspondientes:

$$-22\ m = 0 + \left(6.33\frac{m}{s}\right)t + \frac{1}{2}\left(-9.8\frac{m}{s^2}\right)t^2$$

$$\frac{1}{2}\left(-9.8\frac{m}{s^2}\right)t^2 + \left(6.33\frac{m}{s}\right)t + 22\ m = 0$$

Resolvemos la **ecuación cuadrática** para t:

$$t = \frac{-6.3\frac{m}{s} \pm 21.7\frac{m}{s}}{-9.8\frac{m}{s^2}}$$

$$t = \frac{-6.3\frac{m}{s} + 21.7\frac{m}{s}}{-9.8\frac{m}{s^2}} = \frac{15.4\frac{m}{s}}{-9.8\frac{m}{s^2}} = -1.57\ s$$

$$t = \frac{-6.3\frac{m}{s} - 21.7\frac{m}{s}}{-9.8\frac{m}{s^2}} = \frac{-28\frac{m}{s}}{-9.8\frac{m}{s^2}} = 2.85\ s$$

b) ¿Cuál es la velocidad de la pelota justo antes de tocar la cancha?

Vamos a usar la componente vertical de la ecuación (16) para obtener la componente y de la velocidad de la pelota justo antes de golpear el suelo es:

$$v_{yf} = v_{yi} + a_y t$$

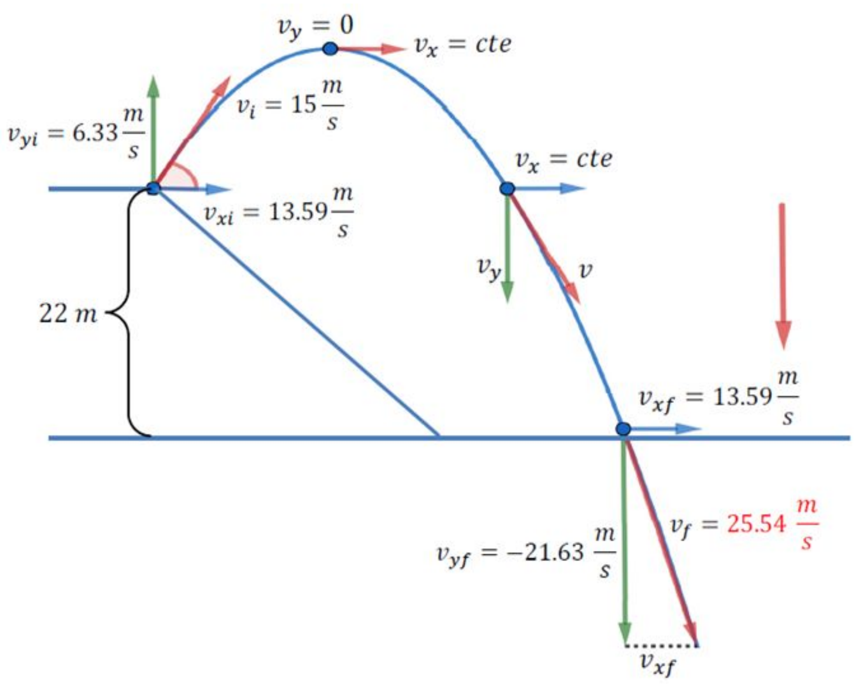
$$v_{yf} = \left(6.3\,\tfrac{m}{s}\right) + \left(-9.8\,\tfrac{m}{s^2}\right)(2.85\ s) = -21.63\ \tfrac{m}{s}$$

Como la componente x no cambia y la conocemos, ahora ya tenemos las dos componentes de la velocidad final y podemos usar el teorema de Pitágoras para calcular su magnitud:

$$v_f = \sqrt{v_{xf}^2 + v_{yf}^2} = \sqrt{\left(13.59\,\tfrac{m}{s}\right)^2 + \left(-21.63\,\tfrac{m}{s}\right)^2} = 25.54\ \tfrac{m}{s}$$

$$v_{yf} = -21.63\ \tfrac{m}{s}$$

Imagen 26
Pelota en la cancha



Ejemplo 36

Un esquiador deja la rampa y se desliza en la dirección horizontal con una velocidad de $30\frac{m}{s}$. El plano de aterrizaje bajo él cae con una pendiente de $25°$. ¿Dónde aterrizará en ese plano? Considera las coordenadas iniciales como el origen del movimiento, es decir $x_i = y_i = 0$.

Ya que se nos indica que el esquiador se desliza horizontalmente antes de dejar la rampa la velocidad inicial es $v_i = (30\ \frac{m}{s},\ 0)$.
Vamos a expresar las coordenadas del esquiador como función del tiempo. Para ello usamos las componentes de la ecuación 14:

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}axt^2,\ \ y_f = y_i + v_{yi}t + \tfrac{1}{2}ayt^2$$

$$x_f = 0 + v_{xi}t + 0 = v_{xi}t = 30\ t\ \tfrac{m}{s}$$

$$y_f = 0 + 0 + \tfrac{1}{2}at^2 = + \tfrac{1}{2}\left(-9.8\tfrac{m}{s^2}\right)t^2 = \ -4.9\ t^2$$

Vamos a hallar otra manera de escribir esas coordenadas. Observa en el diagrama que colocamos el ángulo de 25° abajo. Eso se puede hacer ya que esos dos ángulos son alternos internos, y valen lo mismo. Del triángulo rectángulo, vemos que las razones trigonométricas para el ángulo que se forma son las siguientes (recuerda dónde está el origen).

$$cos\ 25° \ = \tfrac{x_f}{d}$$

$$sen\ 25° \ = \tfrac{-y_f}{d}$$

Al realizar los despejes, se ve que las coordenadas x y y del esquiador en el punto de aterrizaje se conocen mediante $x_f = d\ cos\ 25°$ y $y_f = \ -d\ sen\ 25°$.

Sustituimos los valores x_f y y_f en el punto de aterrizaje, por las coordenadas antes obtenidas y resolvemos el sistema de ecuaciones:

$$d\,cos\,25° = \left(30\tfrac{m}{s}\right) t \;\; (i)$$

$$-d\,sen\,25° = \tfrac{1}{2}\left(-9.8\tfrac{m}{s^2}\right) t^2 (ii)$$

Despejamos de la ecuación (i) el valor de t:

$$d\,cos\,25° = \left(30\tfrac{m}{s}\right) t$$

$$\frac{d\,cos\,25°}{30\frac{m}{s}} = t$$

Y sustituimos el resultado en la ecuación (ii):

$$-d\,sen\,25° = -\tfrac{1}{2}\left(9.8\tfrac{m}{s^2}\right)\left(\frac{d\,cos\,25°}{30\frac{m}{s}}\right)^2$$

Ahora, despejamos el valor de d:

$$d\,sen\,25° = \tfrac{1}{2}\left(9.8\tfrac{m}{s^2}\right)\frac{d^2(cos\,25°)^2}{(30\frac{m}{s})^2}$$

$$\frac{25°}{\left(9.8\frac{m}{s^2}\right)} = \frac{d^2(cos\,25°)^2}{d(30\frac{m}{s})^2}$$

$$\frac{25°\,(30\frac{m}{s})^2}{\left(9.8\frac{m}{s^2}\right)(cos\,25°)^2} = d$$

$$d = 94.5$$

Calculamos finalmente las coordenadas x y y del punto en el que aterriza:

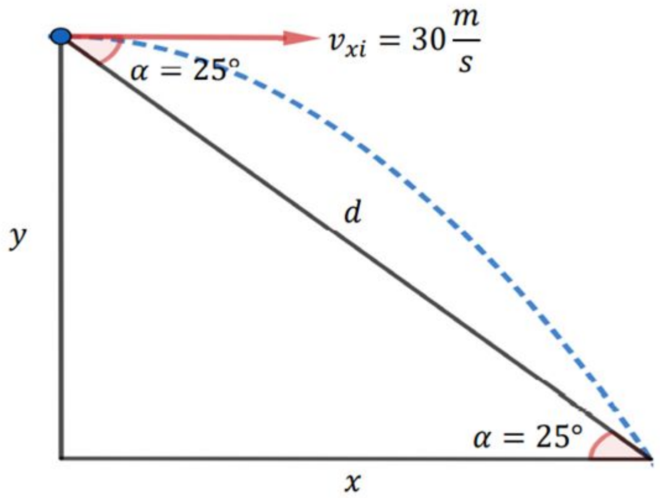
$$x_f = dcos\,25° = (94.5\,m)\,cos\,25° = 85.6\,m$$

$$y_f =- dsen5° =- (94.5\,m)\,sen25° =- 39.9\,m$$

Como esperábamos, la altura final es negativa, es decir que el esquiador cayó por debajo de la altura del origen.

Imagen 27

Esquiador



Ejemplo 37

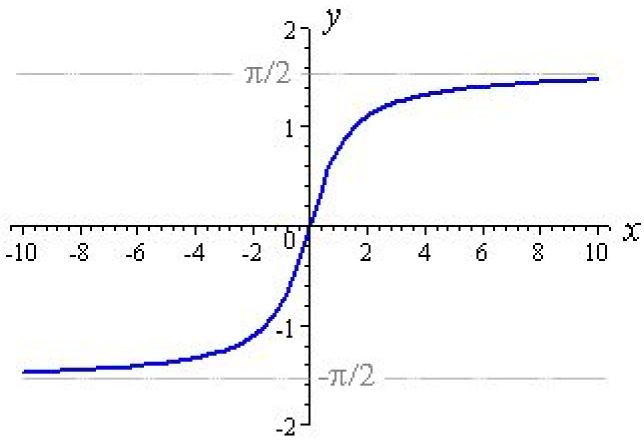
Una granada es lanzada verticalmente por un soldado de modo que alcanza una altura máxima h. La metralla es disparada en todas las direcciones pero cada esquirla con la misma rapidez v. Suponiendo que la metralla cae sin resistencia del aire, encuentre el ángulo más pequeño que forma con la horizontal la velocidad final de un fragmento.

Imagen 28

Fragmentos

Para el ángulo de impacto se tiene

$$\theta = tan^{-1}(\frac{v_{yf}}{v_{xf}})$$



(sustituir y por theta)

Como la función $\tan^{-1}$ **para valores positivos se hace más pequeña** conforme el argumento se hace pequeño, buscamos minimizar v_{yf} y maximizar v_{xf} la cual es igual a v_{xi} ya que se trata de un tiro parabólico. Para v_{yf} se tiene de la ecuación (12):

$$v^2{}_{yf} = v^2{}_{yi} + 2a(y_f - y_i)$$

$$v^2{}_{yf} = v^2{}_{yi} + 2gh$$

Debido a que el término 2gh es constante y ya que $v^2{}_{yi}$ es siempre no negativo, el valor mínimo para v_{yf} lo encontramos con $v_{yi} = 0$ con lo que $v_{xi}=v$. Esto quiere decir que las esquirlas para las que la función es óptima tienen la mayor velocidad horizontal posible siendo bajo la hipótesis de que la rapidez es la misma para todas.

Podemos reducir la ecuación a la siguiente forma:

$$min(v_{yf}) = \sqrt{2gh}$$

Podemos comprobar este argumento usando el conocido **criterio de la derivada** para encontrar extremos, el cual nos dice que los extremos se encuentran al derivar e igual a cero la función:

$$v_{yf} = \sqrt{v^2{}_{yi} + 2gh}$$

$$\frac{dv_{yf}}{dv_{yi}} = \frac{v_{yi}}{\sqrt{v^2{}_{yi} + 2gh}}$$

$$0 = \frac{v_{yi}}{\sqrt{v^2{}_{yi} + 2gh}}$$

$$0 = v_{yi}$$

Podemos ver que la derivada de v_{yf} se hace 0 cuando el numerador se hace 0, es decir en $v_{yi} = 0$, y llegamos al mismo resultado:

$$min(v_{yf}) = \sqrt{(0)^2 + 2gh}$$
$$min(v_{yf}) = \sqrt{2gh}$$

Finalmente, usando este valor, el ángulo mínimo será

$$min(\theta) = tan^{-1}(\frac{\sqrt{2gh}}{v})$$

Note que el valor mínimo para el ángulo es dependiente sólo de los datos del problema.

Nota bitácora: Extender posiblemente este problema , multiplicadores de Lagrange. Y mediante conservación de energía.

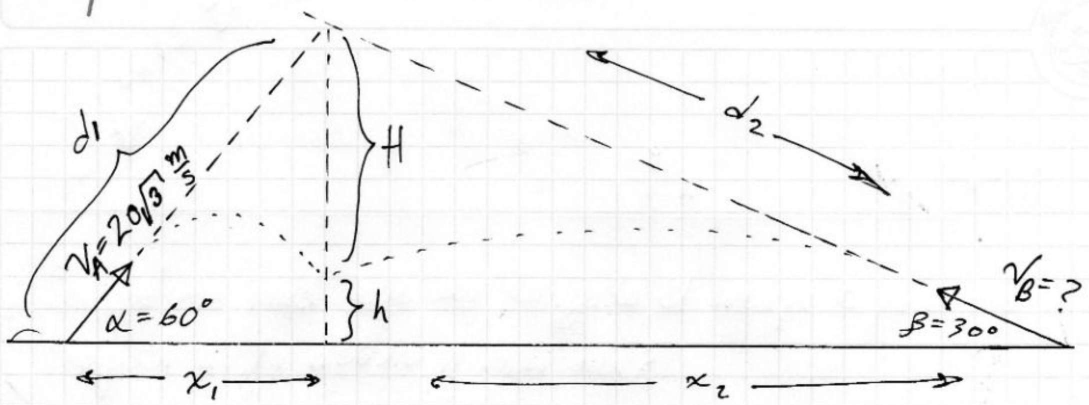
Ejemplo 38 (pendiente)

¿Con qué velocidad debe ser lanzado el cuerpo B para que ambos cuerpos mostrados choquen a la misma altura?

Imagen 29

Choque de dos cuerpos

¿Con qué velocidad debe ser lanzado B para que ambos cuerpos choquen a la altura h indicada?



$$\operatorname{Sen}\alpha = \frac{H+h}{d_1} \qquad \operatorname{sen}\beta = \frac{H+h}{d_2}$$

$$d_1 \operatorname{sen}\alpha = H+h \qquad d_2 \operatorname{sen}\beta = H+h$$

$$d_1 \operatorname{sen}\alpha = d_2 \operatorname{sen}\beta$$

$$v_A t \operatorname{sen}\alpha = v_B t \operatorname{sen}\beta$$

$$v_A \operatorname{sen}\alpha = v_B \operatorname{sen}\beta$$

$$v_B = v_A \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\beta}$$

$$v_B = 20\sqrt{3}\ \frac{\operatorname{Sen} 60^\circ}{\operatorname{sen} 30^\circ}$$

$$v_B = 20\sqrt{3}\ \frac{\operatorname{Sen} 60^\circ}{0.5}$$

$$v_B = 20\sqrt{3}\ \sqrt{3}$$

$$v_B = 60\ \frac{m}{s}$$

Ejemplo 39

Un jugador de fútbol ve su oportunidad para tirar a puerta, hace el tiro y el balón sale con una velocidad de 17 m/s y a un ángulo de 12° con respecto a la horizontal. Teniendo en cuenta que la portería está a 30m y que la altura del travesaño es de 2.44 m, y suponiendo que el portero no interviene, ¿Será gol?

Imagen 30

Tiro a gol

Vamos a elegir como origen del sistema el punto de donde sale el balón, por lo que tendremos x0 = y0 = 0. Recuerda que

$$v_{0x} = v_0 cos\theta \quad y \quad v_{0y} = v_0 sen\theta$$

Así las ecuaciones para el movimiento del balón quedan de la siguiente manera:

$x = v_{0x}t$

$y = v_{0y}t - 1/2\, g\, t^2$

Como sabemos que la portería está a 30 m horizontales de donde tira el jugador, vamos a sustituir este valor en la ecuación de la posición en x y vamos a despejar el tiempo que le toma llegar hasta ahí.

$t = v_{0x}/x = v_0 cos(\theta) / x = 0.55\ s$

Ahora sustituimos este valor en la posición en y, para saber si es gol o pasa por encima de la portería:

$y = v_{0y}t - 1/2\, g\, t^2 = 0.45m$

Como el balón pasa por debajo de los dos metros del travesaño, es gol!!.

Ejemplo 43

Un cazador hace girar una piedra atada con una cuerda (honda) de longitud 0.5 m de modo que en un segundo pasa justo 2 veces por el mismo punto.

a) Si se suelta la honda sin acelerarla, ¿con qué rapidez sale disparada?

Nota que cuando se rompe el contacto con la partícula, esta deja su trayectoria circular, en efecto, después de soltar la honda esta seguirá un movimiento parabólico. Sin embargo no analizaremos este movimiento para este caso, solo ten en cuenta que después de esto la partícula sigue la dirección de su última velocidad tangencial.

Si su frecuencia es de 2 rev/s se tiene que su periodo es

$$T = \frac{1}{f} = 0.5s$$

Además observa que

$$v = R\omega = \frac{2\pi}{T}R$$

$$v = \frac{2\pi}{0.5s}0.5m = 6.28\ m/s$$

b) Calcule su aceleración centrípeta

De (21)

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

$$a_c = \frac{(6.28m/s)^2}{0.5m} = 78.95\frac{m}{s^2}$$

Imagen 31

Honda

Ejemplo
Un motor eléctrico cambia su velocidad angular ω de 50 $\frac{rads}{s}$ a 220 $\frac{rads}{s}$ en 0.04 s. Encuentra su desplazamiento angular y su aceleración angular suponiendo que es constante:

Si la aceleración angular es constante está dada por:

$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = 188.9\ \frac{rads}{s}$
Ahora, suponiendo $\theta_0 = 0$ podemos conocer el desplazamiento angular por (25)

$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 121.5\ rad$

Suponiendo que el eje del motor está sujeto a una rueda de 15 cm de radio, ¿qué distancia habrá recorrido suponiendo que no se desliza ni derrapa?

Como hemos visto en ejercicios anteriores, debido a la condición de rodadura la distancia recorrida es:

$x = r\theta = (0.15m)(121.5\ rad) = 18.20\ m$

Imagen 32

Motor

Ejemplo

En un crucero que viaja con velocidad V, un pasajero lanza una pelota hacia arriba con una velocidad inicial v0. ¿Cuales son las ecuaciones que describen el movimiento de esa pelota vista por un observador en el puerto?

Al observador en el puerto lo denominaremos sistema S, y al crucero S', el vector de posición de la pelota vista en S' (en el crucero) es:

$$\vec{r}' = (0,\ v_0 t - \tfrac{1}{2}gt^2)$$

Que como recordarás describe un tiro vertical. Ahora apliquemos la ecuación (27-b)

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}\,' = (Vt,\ 0) + (0,\ v_0 t - \tfrac{1}{2}gt^2) = (Vt,\ v_0 t - \tfrac{1}{2}gt^2)$$

Esto suponiendo que el crucero avanza en la dirección positiva de S. Puedes notar que este vector de posición corresponde a un cuerpo que describe un tiro parabólico.

Ejemplo

Un tren lleva una velocidad constante de 90 km/h. Un viajero camina por el vagón, en el mismo sentido del movimiento del tren, a una velocidad de 0,5 m/s. En el otro extremo otro pasajero camina en sentido contrario a una velocidad de 0,68 m/s. Calcula:

a) La velocidad del primer viajero respecto de un observador situado fuera del tren.

Según (28) esto es

$$v_p = V_t + v_p' = (90\ \tfrac{km}{h})(\tfrac{1000\ m}{1\ km})(\tfrac{1\ h}{3600\ s}) + 0.5\ \tfrac{m}{s} = 25\ \tfrac{m}{s} + 0.5\ \tfrac{m}{s} = 25.5\ \tfrac{m}{s}$$

Recordando que v'_p es la velocidad del pasajero vista en el tren.

b) La velocidad del segundo viajero respecto del primero.

Aquí el pasajero 1 será el sistema S' y el tren es sistema S. Sabemos la velocidad del pasajero 2 respecto a S (respecto al tren), así usando de nuevo (28):

$$v'_{p2} = v_{p1} - v_{p2} = 0.5\ \tfrac{m}{s} - (-0.68\ \tfrac{m}{s}) = 1.18\ \tfrac{m}{s}$$

Nota que la velocidad del pasajero 2 respecto al tren la elegimos negativa, pues se mueve en la dirección contraria del tren.

c) La velocidad del primer viajero con respecto al segundo.

Recuerda que según el principio de relatividad los dos observadores deben observar cosas equivalentes, es decir si el observador 1 ve que el observador 2 se acerca a él con una rapidez v, el observador 2 tiene que ver que el observador 1 se acerca a él con una rapidez v. Entonces el observador 2 ve al observador 1 acercarse a él con una rapidez:

$$v'_{p1} = 1.18\ \frac{m}{s}$$

Imagen 33

Sistemas de referencia y tiro parabólico