# Lógica Computacional 2025-1
# Boletín de Ejercicios.

Kevin Axel Prestegui Ramos
Carolina Stephanie Orea Romero
Eduardo Vargas Pérez

Agosto de 2024

**Indicaciones:**

1. Los ejercicios marcados con ⋆ deberán ser entregados como tarea en equipos de 4 integrantes en formato PDF. La entrega se realizará por Classroom. Aunque aún no hay fecha de entrega, les sugerimos que los realicen cuanto antes.

2. **Los ejercicios que no están marcados NO deben ser entregados, pero es ampliamente recomendable que los hagan.**

3. La tarea se subirá al Classroom del grupo en formato PDF (y sólo aceptaremos formato PDF). Tienen que asegurarse que el archivo que suban sea legible y presentable.

4. SOLO UN ÚNICO MIEMBRO DEL EQUIPO subirá el PDF de todo el equipo. No olviden escribir en el PDF todos los nombres de los miembros del equipo. Los otros miembros del equipo no deben enviar nada al classroom.

5. No se aceptan tareas después del plazo establecido. Si alguna tarea no fue entregada a más tardar en la fecha y hora de entrega, no se garantiza que será calificada.

**Este boletín se irá actualizando con los ejercicios de las demás secciones según vayamos avanzando con la teoría en clase.**

Recuerden que pueden solicitar asesorías con la/el ayudante o con el profesor, en horarios que acomoden a ambas partes para revisar de manera individual sus ideas para las tareas, la redacción de sus ejercicios o temas que no les queden claros. También pueden enviar, antes de las fechas de entrega de sus tareas regulares, su propuesta de algún ejercicio o de su tarea completa para que podamos revisarlos y hacerles sugerencias sobre su redacción, estructura e ideas de sus ejercicios y/o demostraciones.

**Forma de evaluación:**

La calificación será asignada mediante el porcentaje de ejercicios correctos entregados como se muestra en la siguiente tabla:

| **% de ejercicios correctos entregados** | **Calificación** |
|---|---|
| 90 % - 100 % | 11 |
| 80 % - 89,99 % | 10.5 |
| 0 % - 79,99 % | 0 - 10 |

Por ejemplo, si la tarea consta de 18 ejercicios marcados con $\star$ y se entregaron 15, pero solo 12 eran correctos, entonces se entregó un 66% de ejercicios correctos, con lo que la calificación otorgada sería $8,3$. Si se entregaran 18 ejercicios y 17 son correctos, entonces se entregó un 94% de ejercicios correctos, con lo que la calificación recibida sería 11.

# 1 Lógica proposicional

## 1.1 Sintaxis

1. Las fórmulas escritas debajo asumen la precedencia de los operadores discutida en clase. Asegúrate de entender esta convención al agregar tantos paréntesis como sea posible. Por ejemplo, dada la fórmula $p \wedge q \to r$, se deben agregar los paréntesis $((p \wedge q) \to r)$, puesto que el operador $\wedge$ tiene mayor precedencia que $\to$.

   (a) $\star$ $\neg p \wedge q \to r$.
   (b) $(p \to q) \wedge \neg(r \vee p \to q)$.
   (c) $\star$ $(p \to q) \to (r \to s \vee q)$.
   (d) $p \vee q \to \neg p \wedge r$.
   (e) $\star$ ¿Por qué la expresión $p \wedge q \vee r$ es problemática?

2. De manera contraria al ejercicio anterior, elimina los paréntesis innecesarios en las siguientes expresiones siguiendo la precedencia de los operadores:

   (a) $\star$ $(\neg(p \wedge (q \to r)) \leftrightarrow ((s \vee r) \to p)))$.
   (b) $(((((\neg q) \wedge p) \vee s) \to \neg p) \leftrightarrow s)$.
   (c) $\star$ $(\neg((\neg(p) \wedge t) \to (s \vee (\neg s))) \to (p \leftrightarrow s))$.

3. Define la función $conj\_ \,atom(\varphi)$ que devuelve el conjunto de fórmulas atómicas que aparecen en una expresión $\varphi$. ¿Quién es el dominio y el contradominio de $conj\_ \,atom$?

4. Demuestra, usando inducción estructural, que si $\varphi \in PROP$, entonces:

(a) $|conj\_ \, atom(\varphi)| \leqslant atom(\varphi)$.
*Hint: Recuerda que si $A$ y $B$ son dos conjuntos, entonces $|A \cup B| \leqslant |A| + |B|$.*

(b) $\star$ $atom(\varphi) \leqslant 2con(\varphi) + 1$.

5. Aplica las siguientes sustituciones y al finalizar elimina los paréntesis que sean redundantes. Muestra a detalle los pasos realizados.

   (a) $((p \to (s \to q)) \leftrightarrow (((\neg p) \vee q) \vee (\neg s)))\,[p, q := s \to p, s \vee r]$.

   (b) $\star$ $(p \vee q) \to ((\neg r) \leftrightarrow (p \leftrightarrow s))\,[r, p, q := p, p \wedge q, p \wedge q \wedge r]$.

   (c) $((p \wedge q)[p, q := p \wedge q, s] \vee (p \vee s))\,[s := q \vee r]$.

   (d) $\star$ $((q \wedge r)[q, p := \neg p, s] \to (r \wedge \neg(r \leftrightarrow p)))\,[r, p := \neg r, s \wedge p]$.

   (e) $((p \to q \to s)[q := \neg r \wedge q] \to ((p \to q) \leftrightarrow (p \wedge r)))\,[q, r, p := s, q \wedge p, (r \vee q)]$.

## 1.2 Semántica

1. Decide si los siguientes conjuntos de proposiciones son satisfacibles por medio de interpretaciones:

   a) $\star$ $\{p \to q,\ (s \vee p) \wedge \neg q,\ \neg s\}$

   b) $\{(p \to r) \vee (\neg s \wedge p),\ s \to (p \wedge r),\ r \vee \neg s\}$

   c) $\{p \vee (q \wedge s),\ (\neg r \vee s) \wedge (s \to t),\ \neg p \vee \neg t\}$

   d) $\{\neg s,\ p \to (q \vee r),\ q \to r,\ r \to s,\ \neg p\}$

   e) $\star$ $\{t \to \neg q,\ \neg q \wedge p,\ t \wedge p \to s,\ \neg s\}$

2. $\star$ Sea $\Gamma = \{A_1, \ldots, A_k\}$ un conjunto de fórmulas. Prueba que $\Gamma$ es insatisfacible si y solo si $A_1 \wedge \cdots \wedge A_k$ es una contradicción.

3. Demustra que la relación $\equiv$ sobre PROP es una relación de equivalencia.

4. Verifica si los siguientes argumentos son correctos. Si el argumeno no es correcto, de una interpretación que satisfaga las premisas, pero no la conclusión.

   (a) $p \to q,\, q \to p \wedge r,\, r \therefore p$

   (b) $\star$ $m \wedge \neg b \to j,\, f \vee s \to m,\, b \to t,\, f \to \neg t,\, \neg j \therefore \neg f$

   (c) $p \wedge r \to s,\, q \to p,\, \neg r \to \neg t,\, q,\, \neg s \therefore \neg t \vee w$

   (d) $\star$ $p \to q \vee \neg r,\, q \to p \wedge r \therefore p \to r$

   (e) $p \vee q,\, q \to r,\, p \wedge s \to t,\, \neg r,\, \neg q \to u \wedge s \therefore t$

   (f) $r \to p,\, \neg p \vee q,\, s \to p \wedge r,\, \neg p \wedge \neg r \to s \vee t,\, \neg q \therefore t$

   (g) $p \vee (q \wedge r),\, \neg(p \wedge q) \therefore r$

   (h) $p \vee q,\, p \to \neg q,\, p \to r \therefore r$

(i) $\neg p \vee q \to r,\ s \vee \neg q,\ \neg t,\ p \to t,\ \neg p \wedge r \to \neg s \therefore \neg q$

(j) $\neg(l \to d),\ d \to \neg h \wedge \neg b \therefore d \to \neg l$

5. Traduce los siguientes argumentos lógicos indicando el significado de las variables proposicionales usadas. Además, decide usando interpretaciones si los argumentos son lógicamente correctos o no (puedes usar el método directo o el método refutacional):

   (a) $\star$ Raúl está comiendo pastel. Si Raúl está comiendo pastel, no está jugando con su PS4. Si no está jugando con su PS4 entonces su padre no pagará el seguro de la casa. Por tanto el padre de Raúl no pagará el seguro de la casa.

   (b) Que el auditorio esté lleno es condición necesaria y suficiente para que la banda de rock toque. Si la banda de rock toca entonces todos están cantando. Nadie canta. Por tanto el auditorio no está lleno.

   (c) $\star$ No se me enfriará el café solo si llego pronto. No llego pronto a menos que el tránsito vaya bien, suene el despertador y no me quede dormido. Pero o no suena el despertador o estoy sordo. Oigo bien, luego se me enfía el café.

   *Hint: En general, el "A a menos que B" se traduce como: A, si no B. Es decir,* $\neg\ B \to A$.

   (d) Cuando el perro no ladra y el gallo canta, siempre bala la oveja. Sólo si canta la calandria, sucede que o ladra el perro o maúlla el gato. He visto que, o canta el gallo o canta la calandria, así que o bala la oveja o canta la calandria.