

Busca em Largura

Zenilton Patrocínio

Busca em Largura – Introdução

Uma busca é dita em largura quando o critério de escolha de vértice marcado for:

“entre todos os vértices marcados e incidentes a alguma aresta ainda não explorada, escolher aquele **menos recentemente** alcançado na busca”.

Como na busca em profundidade, a escolha de vértice marcado torna-se única e sem ambiguidade.

Porém ainda são arbitrárias a escolha da raiz da busca, bem como a escolha da aresta a ser explorada a partir do vértice marcado.

Busca em Largura

Durante a busca, diversos atributos são definidos para os vértices:

- Cada vértice tem um valor de tempo associado a ele: **índice ou $L[v]$** que indica quando ele é visitado pela primeira vez – semelhante ao tempo de descoberta na busca em profundidade.

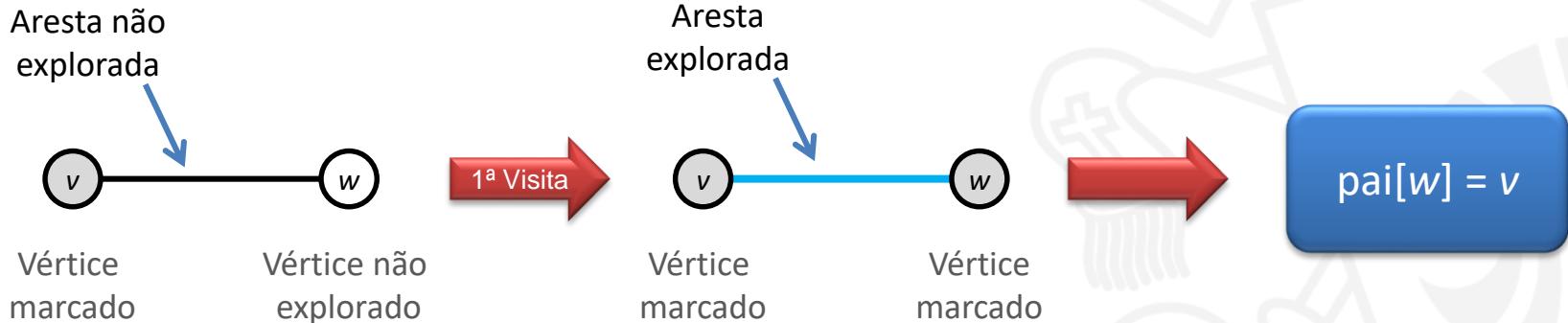
	v_1	v_2	v_2	...	v_{n-1}	v_n
Índice $\equiv L[]$						

- Necessita-se de um **contador global** que seja incrementado cada vez que um novo vértice é descoberto.

Busca em Largura

Durante a busca, diversos atributos são definidos para os vértices:

- Quando um vértice w for descoberto a partir de um vértice v , o predecessor (ou pai) do vértice w na busca será o vértice v , ou ainda, $\text{pai}[w] = v$ (idêntico a busca em profundidade).



Busca em Largura

Durante a busca, diversos atributos são definidos para os vértices:

- Cada vértice tem um valor indicando a distância entre ele a raiz da busca em número de arcos: **nível[v]**.

	v_1	v_2	v_2	...	v_{n-1}	v_n
Nível						

- Define o **nível da raiz da busca** como zero e os demais são obtidos a partir da raiz fazendo-se o nível de um vértice ser igual ao nível de seu pai acrescido de uma unidade, ou ainda, **nível[v] = nível[pai[v]] + 1**.

Busca em Largura em Grafo Não Direcionado



Busca em Largura – Grafo Não Direcionado

Durante uma busca em largura em um grafo não direcionado, a aresta $\{v, w\}$ pode ser rotulada de uma das seguintes quatro formas:

- Aresta de **árvore ou pai**: quando a aresta $\{v, w\}$ é usada para visitar w pela 1^a vez, isto é, caso $\text{nível}[w] = \text{nível}[v] + 1$ e $\text{pai}[w] = v$;
- Aresta de **tio**: caso $\text{nível}[w] = \text{nível}[v] + 1$ e $\text{pai}[w] \neq v$;
- Aresta de **irmão**: caso $\text{nível}[w] = \text{nível}[v]$ e $\text{pai}[w] = \text{pai}[v]$; e
- Aresta de **primo**: caso $\text{nível}[w] = \text{nível}[v]$ e $\text{pai}[w] \neq \text{pai}[v]$.

Busca em Largura – Algoritmo

Inicialização / Chamada inicial

1. $t \leftarrow 0; \quad \text{Fila} \leftarrow \emptyset;$ // Inicializar tempo e fila
2. para todo vértice $v \in V(G)$ faz
 - a. $L[v] \leftarrow 0;$ // Inicializar índice
 - b. $\text{nível}[v] \leftarrow 0;$ // Inicializar nível
 - c. $\text{pai}[v] \leftarrow \text{null};$ // Inicializar predecessor ou pai
3. enquanto existir algum vértice v tal que $L[v] = 0$ efetuar
 - a. $t \leftarrow t + 1; \quad L[v] \leftarrow t;$ // Atualizar nível da raiz
 - b. Fila.Insere(v); // Inserir a raiz na fila
 - c. Executar Busca_Largura(); // Executar busca para raiz v

Busca em Largura – Algoritmo

Busca_Largura()

enquanto not Fila.Vazia() efetuar

1. $v \leftarrow \text{Fila.Remove}();$

// Remover 1º elemento da fila

2. para todo vértice $w \in \Gamma(v)$ faça

// Para toda a vizinhança de v

a. se $L[w] = 0$ então

// Se w é visitado pela 1ª vez

 Visitar aresta de **árvore ou pai** $\{v, w\}$; $\text{pai}[w] \leftarrow v$;

$\text{nível}[w] \leftarrow \text{nível}[v] + 1$; $t \leftarrow t + 1$; $L[w] \leftarrow t$; $\text{Fila.Insere}(w)$;

b. senão se $\text{nível}[w] = \text{nível}[v] + 1$ então

 Visitar aresta **tio** $\{v, w\}$;

c. senão se $\text{nível}[w] = \text{nível}[v]$ e $\text{pai}[v] = \text{pai}[w]$ e $L[w] > L[v]$ então

 Visitar aresta **irmão** $\{v, w\}$;

d. senão se $\text{nível}[w] = \text{nível}[v]$ e $\text{pai}[v] \neq \text{pai}[w]$ e $L[w] > L[v]$ então

 Visitar aresta **primo** $\{v, w\}$;

Busca em Largura – Algoritmo

Busca_Largura()

enquanto not Fila.Vazia() efetuar

1. $v \leftarrow \text{Fila.Remove}();$

2. para todo vértice w vizinhos de v

a. se $L[w] = 0$

 Visitar

 nível[w] \leftarrow nível[v] + 1;

 Condição necessária
 para que aresta seja
 explorada uma única vez

 // Remover 1º elemento da fila

 // Para toda a vizinhança de v

 // Se w é visitado pela 1ª vez

$v \leftarrow v;$

 t; Fila.Insere(w);

b. senão se $\text{nível}[w] = \text{nível}[v] + 1$ entao

 Visitar aresta **tio** {v, w};

c. senão se $\text{nível}[w] = \text{nível}[v] \wedge \text{pai}[v] = \text{pai}[w] \wedge L[w] > L[v]$ entao

 Visitar aresta **irmão** {v, w};

d. senão se $\text{nível}[w] = \text{nível}[v] \wedge \text{pai}[v] \neq \text{pai}[w] \wedge L[w] > L[v]$ entao

 Visitar aresta **primo** {v, w};

Busca em Largura – Algoritmo

Busca_Largura()

enquanto not Fila.Vazia() efetuar

1. $v \leftarrow \text{Fila.Remove}();$

// Remover 1º elemento da fila

2. para todos os vértices

a.

Custo da busca é $O(n + m)$,

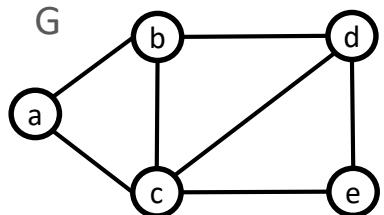
b. em que $n = |V(G)|$ e $m = |E(G)|$

c.

Visitar aresta **irmão** $\{v, w\}$;

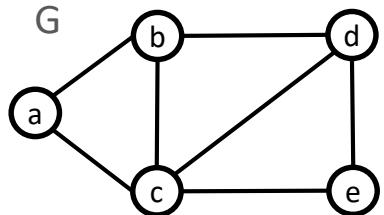
d. senão se $\text{nível}[w] = \text{nível}[v]$ e $\text{pai}[v] \neq \text{pai}[w]$ e $L[w] > L[v]$ então
Visitar aresta **primo** $\{v, w\}$;

Busca em Largura – Exemplo



- | | | |
|-----------------------|-----------------|-------------------|
| Vértice não explorado | Vértice marcado | Vértice explorado |
| Aresta não explorada | Aresta pai | Aresta irmão |
| | Aresta tio | Aresta primo |

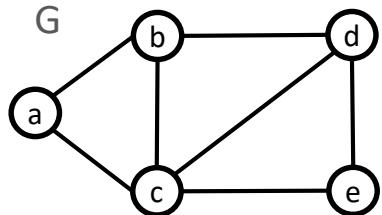
Busca em Largura – Exemplo



$$\begin{aligned} \Gamma(c) &= \{ a, d, e, b \} \\ \Gamma(a) &= \{ b, c \} & \Gamma(d) &= \{ e, b, c \} \\ \Gamma(b) &= \{ d, c, a \} & \Gamma(e) &= \{ c, d \} \end{aligned}$$

- | | | |
|-----------------------|-----------------|-------------------|
| Vértice não explorado | Vértice marcado | Vértice explorado |
| Aresta não explorada | Aresta pai | Aresta irmão |
| | Aresta tio | Aresta primo |

Busca em Largura – Exemplo

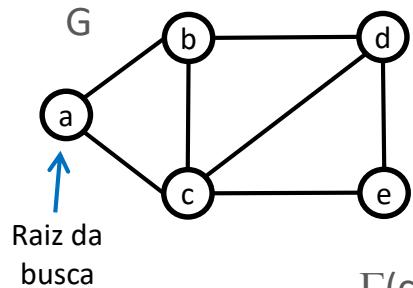


	a	b	c	d	e
L	0	0	0	0	0
nível	0	0	0	0	0
pai	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset

$$\begin{array}{ll}\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \} \\ \Gamma(a) = \{ b, c \} & \Gamma(d) = \{ e, b, c \} \\ \Gamma(b) = \{ d, c, a \} & \Gamma(e) = \{ c, d \}\end{array}$$

- Vértice não explorado
- Aresta não explorada
- Vértice explorado
- Aresta pai
- Aresta irmão
- Aresta tio
- Aresta primo

Busca em Largura – Exemplo

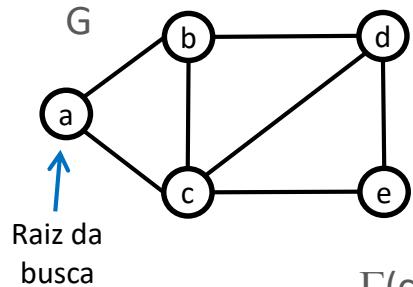


	a	b	c	d	e
L	0	0	0	0	0
nível	0	0	0	0	0
pai	∅	∅	∅	∅	∅

$$\begin{array}{ll}\Gamma(a) = \{ b, c \} & \Gamma(d) = \{ e, b, c \} \\ \Gamma(b) = \{ d, c, a \} & \Gamma(e) = \{ c, d \}\end{array}$$

- Vértice não explorado
- Aresta não explorada
- Vértice explorado
- Aresta pai
- Aresta irmão
- Aresta tio
- Aresta primo

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	0	0	0	0
nível	0	0	0	0	0
pai	∅	∅	∅	∅	∅

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

Fila: a

$$\Gamma(b) = \{ d, c, a \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

○ Vértice não explorado

○ Vértice marcado

● Vértice explorado

— Aresta não explorada

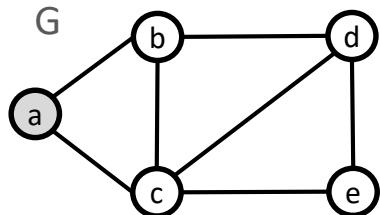
— Aresta pai

— Aresta irmão

··· Aresta tio

··· Aresta primo

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	0	0	0	0
nível	0	0	0	0	0
pai	∅	∅	∅	∅	∅

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, a \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~
v: a

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta pai

● Vértice explorado

··· Aresta irmão

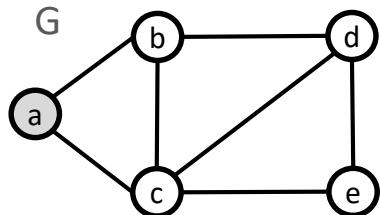
···· Aresta tio

····· Aresta primo

Representação da busca



Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	0	0	0	0
nível	0	0	0	0	0
pai	∅	∅	∅	∅	∅

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, a \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~

v: a w: b

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

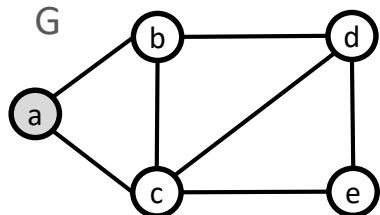
···· Aresta tio

···· Aresta primo

Representação da busca



Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	0	0	0
nível	0	1	0	0	0
pai	∅	a	∅	∅	∅

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, a \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~

v: a w: b

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

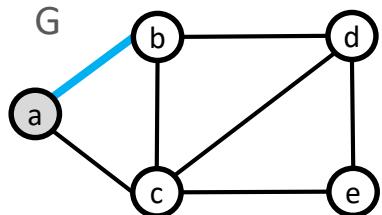
···· Aresta tio

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	0	0	0
nível	0	1	0	0	0
pai	\emptyset	a	\emptyset	\emptyset	\emptyset

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, a \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~

v: a w: b

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

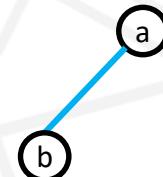
— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

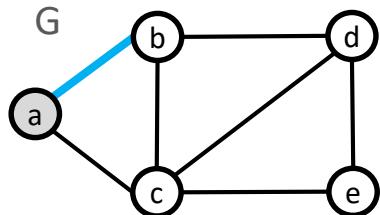
···· Aresta tio

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	0	0	0
nível	0	1	0	0	0
pai	\emptyset	a	\emptyset	\emptyset	\emptyset

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, a \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ b

v: a w: b

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

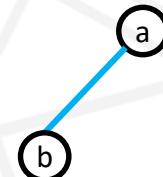
— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

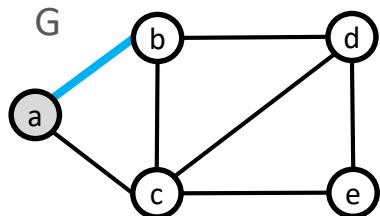
···· Aresta tio

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	0	0	0
nível	0	1	0	0	0
pai	\emptyset	a	\emptyset	\emptyset	\emptyset

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, a \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ b

v: a w: c

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

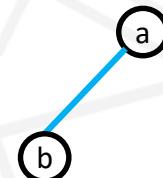
— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

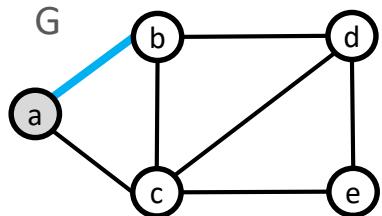
···· Aresta tio

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	0	0
nível	0	1	1	0	0
pai	\emptyset	a	a	\emptyset	\emptyset

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, a \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ b

v: a w: c

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

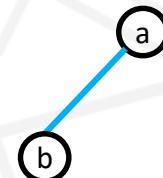
— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

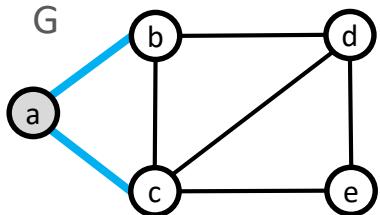
···· Aresta tio

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	0	0
nível	0	1	1	0	0
pai	\emptyset	a	a	\emptyset	\emptyset

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, a \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ b

v: a w: c

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

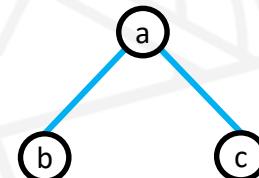
— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

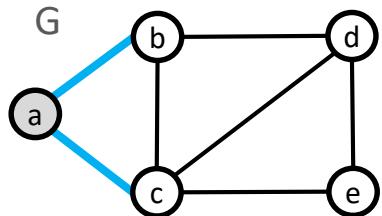
···· Aresta tio

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	0	0
nível	0	1	1	0	0
pai	\emptyset	a	a	\emptyset	\emptyset

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, a \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ b c

v: a w: c

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

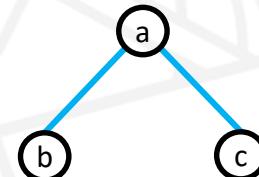
— Aresta pai

● Vértice explorado

····· Aresta irmão

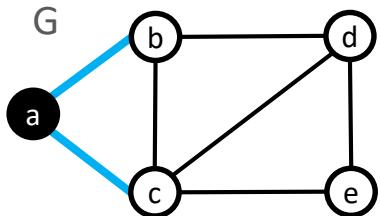
····· Aresta tio

····· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	0	0
nível	0	1	1	0	0
pai	\emptyset	a	a	\emptyset	\emptyset

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, a \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ b c

v: a w: —

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

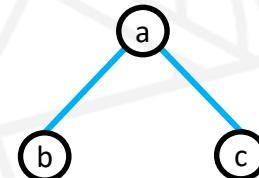
— Aresta pai

● Vértice explorado

····· Aresta irmão

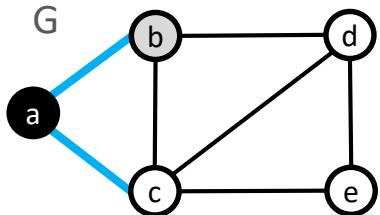
····· Aresta tio

····· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	0	0
nível	0	1	1	0	0
pai	\emptyset	a	a	\emptyset	\emptyset

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, a \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ c
 $v:$ b $w:$ –

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

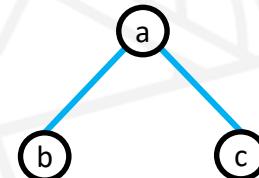
— Aresta pai

● Vértice explorado

····· Aresta irmão

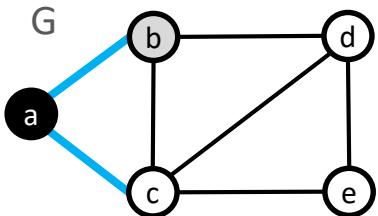
····· Aresta tio

····· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	0	0
nível	0	1	1	0	0
pai	\emptyset	a	a	\emptyset	\emptyset

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, a \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ c
 $v: b$ $w: d$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

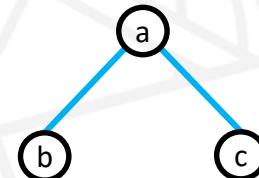
— Aresta pai

● Vértice explorado

····· Aresta irmão

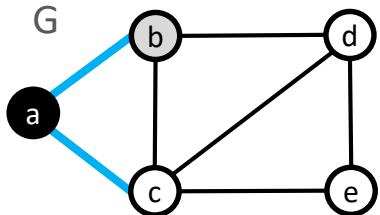
····· Aresta tio

····· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	0
nível	0	1	1	2	0
pai	\emptyset	a	a	b	\emptyset

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, a \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ c

v: b w: d

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

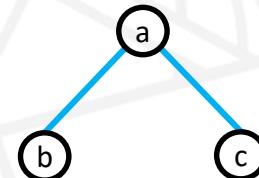
— Aresta pai

● Vértice explorado

····· Aresta irmão

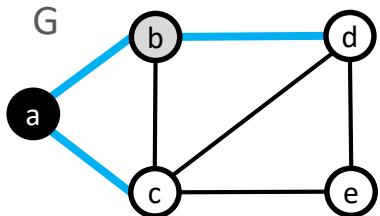
····· Aresta tio

····· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	0
nível	0	1	1	2	0
pai	\emptyset	a	a	b	\emptyset

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, a \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ c

v: b w: d

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

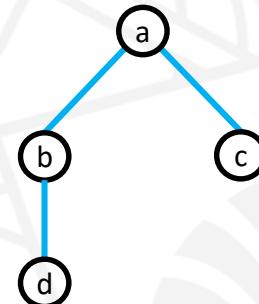
— Aresta pai

● Vértice explorado

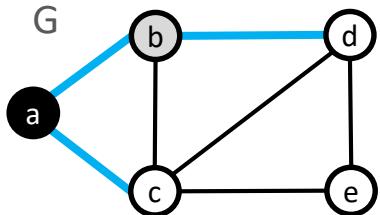
····· Aresta irmão

····· Aresta tio

····· Aresta primo



Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	0
nível	0	1	1	2	0
pai	\emptyset	a	a	b	\emptyset

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, a \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ c d
 $v: b$ $w: d$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

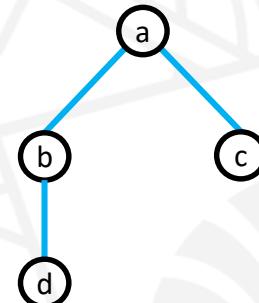
— Aresta pai

● Vértice explorado

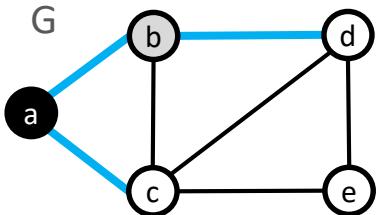
····· Aresta irmão

····· Aresta tio

····· Aresta primo



Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	0
nível	0	1	1	2	0
pai	\emptyset	a	a	b	\emptyset

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, a \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ c d

v: b w: c

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

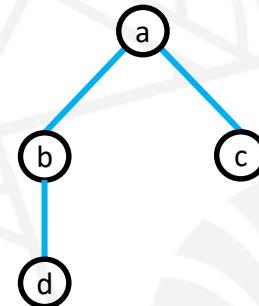
— Aresta pai

● Vértice explorado

····· Aresta irmão

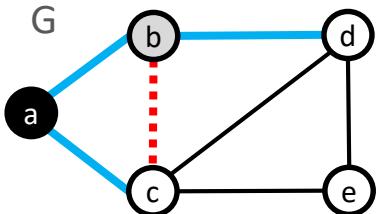
····· Aresta tio

····· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	0
nível	0	1	1	2	0
pai	∅	a	a	b	∅

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, a \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ c d

v: b w: c

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

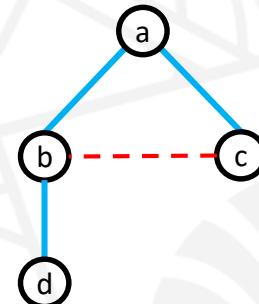
— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

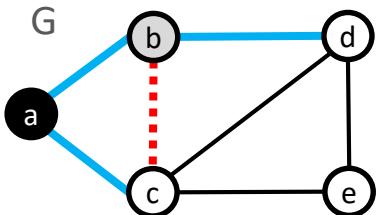
···· Aresta tio

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	0
nível	0	1	1	2	0
pai	∅	a	a	b	∅

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, \cancel{a} \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ c d

v: b w: a

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

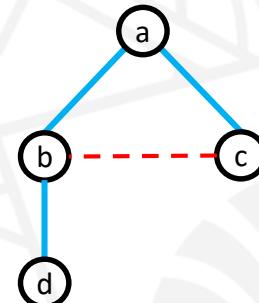
— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

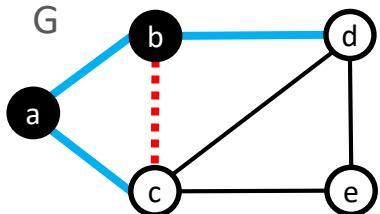
···· Aresta tio

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	0
nível	0	1	1	2	0
pai	∅	a	a	b	∅

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, \cancel{a} \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ c d

v: b w: —

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

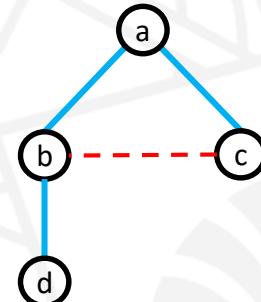
— Aresta pai

··· Aresta tio

● Vértice explorado

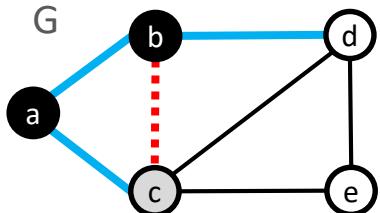
··· Aresta irmão

··· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



G	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	0
nível	0	1	1	2	0
pai	∅	a	a	b	∅

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, \cancel{a} \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ ~~d~~

v: c w: —

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

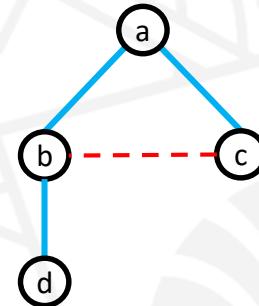
— Aresta pai

···· Aresta tio

● Vértice explorado

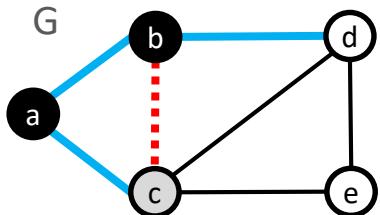
···· Aresta irmão

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo

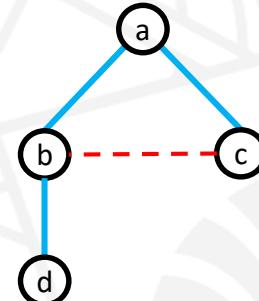


	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	0
nível	0	1	1	2	0
pai	∅	a	a	b	∅

$$\begin{aligned}\Gamma(a) &= \{ b, c \} & \Gamma(d) &= \{ e, b, c \} \\ \Gamma(b) &= \{ d, c, \cancel{a} \} & \Gamma(e) &= \{ c, d \}\end{aligned}$$

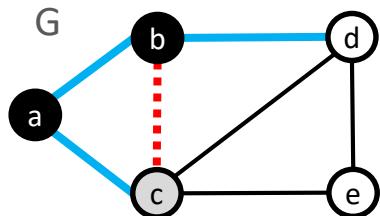
Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ ~~d~~
 $v: c$ $w: a$

- Vértice não explorado
- Aresta não explorada
- Aresta pai
- Aresta tio
- Vértice explorado
- Aresta irmão
- Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, \cancel{e} \}$$

$$\Gamma(c) = \{ a, d, e, b \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	0
nível	0	1	1	2	0
pai	\emptyset	a	a	b	\emptyset

Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ ~~d~~

v: c w: d

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

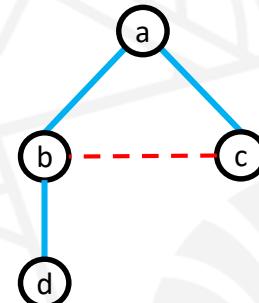
— Aresta pai

··· Aresta tio

● Vértice explorado

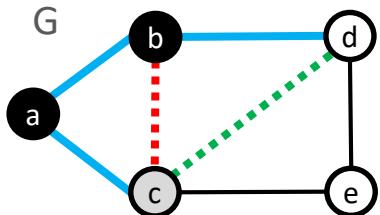
··· Aresta irmão

··· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	0
nível	0	1	1	2	0
pai	\emptyset	a	a	b	\emptyset

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, \cancel{a} \}$$

$$\Gamma(c) = \{ a, \cancel{d}, e, b \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ \cancel{d}

$v:$ c $w:$ d

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

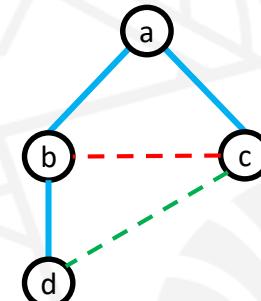
— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

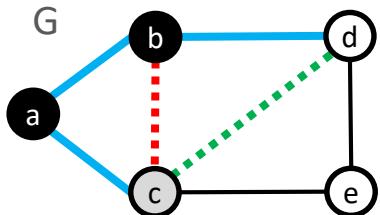
···· Aresta tio

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	0
nível	0	1	1	2	0
pai	∅	a	a	b	∅

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, \cancel{a} \}$$

$$\Gamma(c) = \{ a, \cancel{d}, e, b \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ ~~d~~

v: c w: e

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

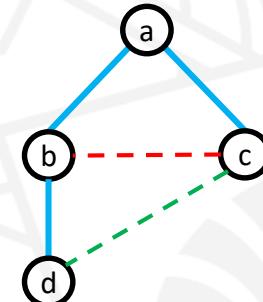
— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

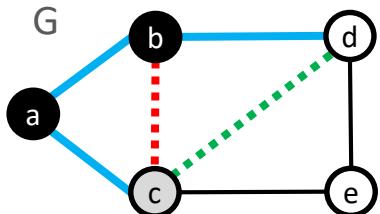
···· Aresta tio

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	5
nível	0	1	1	2	2
pai	∅	a	a	b	c

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, \cancel{a} \}$$

$$\Gamma(c) = \{ a, \cancel{d}, e, b \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ ~~d~~

v: c w: e

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

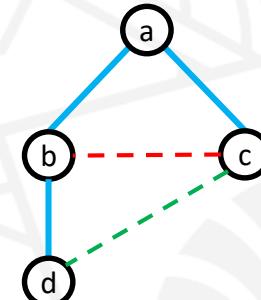
— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

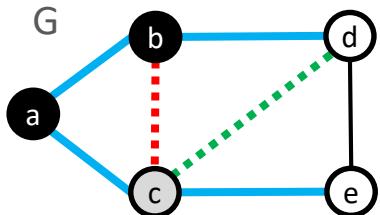
···· Aresta tio

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	5
nível	0	1	1	2	2
pai	∅	a	a	b	c

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

~~$$\Gamma(b) = \{ d, c, \cancel{a} \}$$~~

$$\Gamma(c) = \{ a, \cancel{d}, \cancel{e}, b \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ ~~d~~

v: c w: e

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

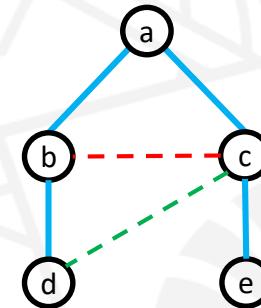
— Aresta pai

● Vértice explorado

····· Aresta irmão

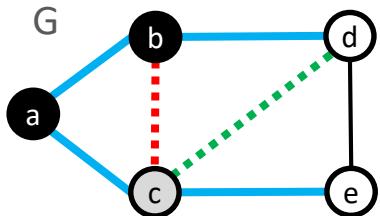
····· Aresta tio

····· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	5
nível	0	1	1	2	2
pai	∅	a	a	b	c

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, \cancel{e} \}$$

$$\Gamma(c) = \{ a, \cancel{d}, \cancel{e}, b \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ d e
v: c w: e

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

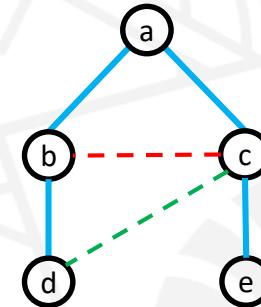
— Aresta pai

● Vértice explorado

····· Aresta irmão

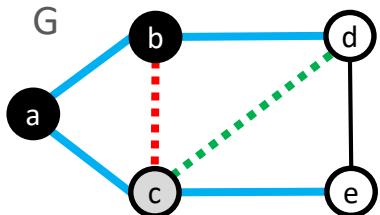
····· Aresta tio

····· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

~~$$\Gamma(b) = \{ d, c, \cancel{a} \}$$~~

~~$$\Gamma(c) = \{ a, \cancel{d}, \cancel{e}, \cancel{b} \}$$~~

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	5
nível	0	1	1	2	2
pai	\emptyset	a	a	b	c

Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ d e

v: c w: b

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

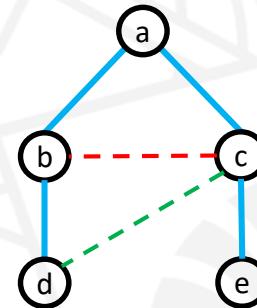
— Aresta pai

— Aresta tio

● Vértice explorado

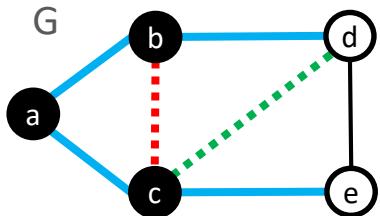
— Aresta irmão

— Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	5
nível	0	1	1	2	2
pai	∅	a	a	b	c

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, \cancel{a} \}$$

$$\Gamma(c) = \{ a, \cancel{d}, \cancel{e}, \cancel{b} \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ d e

v: c w: —

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

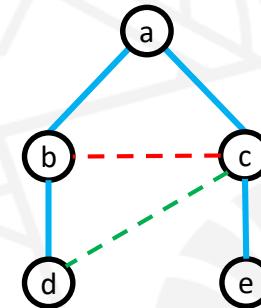
— Aresta pai

● Vértice explorado

····· Aresta irmão

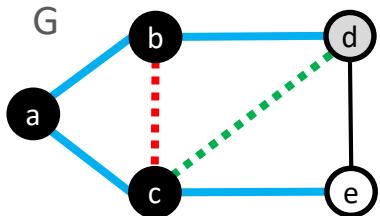
····· Aresta tio

····· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	5
nível	0	1	1	2	2
pai	∅	a	a	b	c

$\Gamma(a) = \{ b, c \}$

$\Gamma(b) = \{ d, c, \cancel{a} \}$

$\Gamma(c) = \{ \cancel{a}, \cancel{d}, \cancel{e}, b \}$

$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$

$\Gamma(e) = \{ c, d \}$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ ~~d~~ e
v: d w: —

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

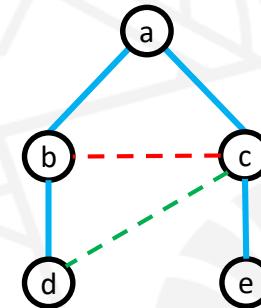
— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

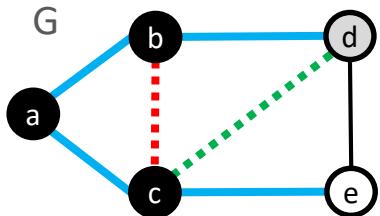
···· Aresta tio

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, \cancel{e} \}$$

$$\Gamma(c) = \{ \cancel{a}, \cancel{d}, \cancel{e}, b \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	5
nível	0	1	1	2	2
pai	\emptyset	a	a	b	c

Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ ~~d~~ ~~e~~
 $v:$ d $w:$ e

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

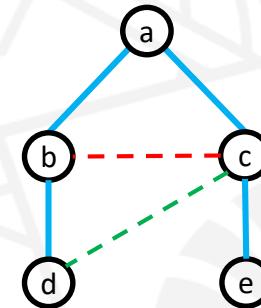
— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

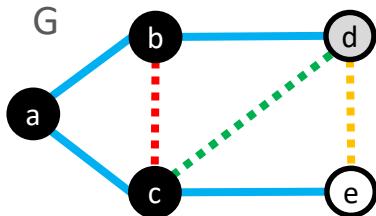
···· Aresta tio

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	5
nível	0	1	1	2	2
pai	∅	a	a	b	c

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, \cancel{a} \}$$

$$\Gamma(c) = \{ \cancel{a}, \cancel{d}, \cancel{e}, b \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, c \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ ~~d~~ e
v: d w: e

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

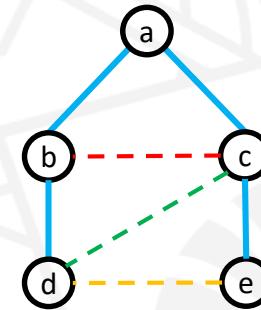
— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

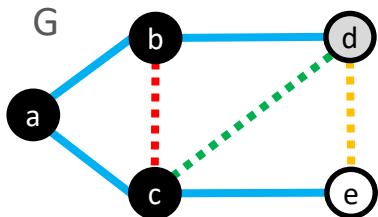
···· Aresta tio

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	5
nível	0	1	1	2	2
pai	∅	a	a	b	c

$$\Gamma(a) = \{b, c\}$$

$$\Gamma(b) = \{d, c, \cancel{e}\}$$

$$\Gamma(c) = \{a, \cancel{d}, \cancel{e}, \cancel{b}\}$$

$$\Gamma(d) = \{e, b, c\}$$

$$\Gamma(e) = \{c, d\}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ ~~d~~ ~~e~~
 $v:$ d $w:$ b

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

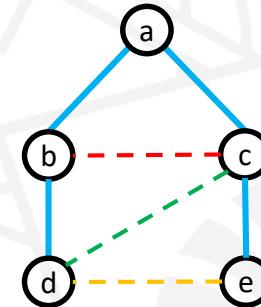
— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

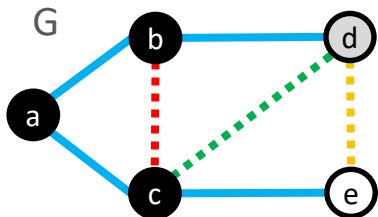
···· Aresta tio

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	5
nível	0	1	1	2	2
pai	∅	a	a	b	c

$$\Gamma(a) = \{b, c\}$$

$$\Gamma(b) = \{d, c, \cancel{e}\}$$

$$\Gamma(c) = \{a, \cancel{d}, \cancel{e}, b\}$$

$$\Gamma(d) = \{e, b, \cancel{c}\}$$

$$\Gamma(e) = \{c, d\}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ ~~d~~ ~~e~~
 $v: d$ $w: c$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

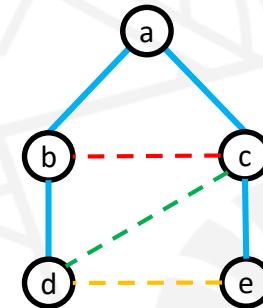
— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

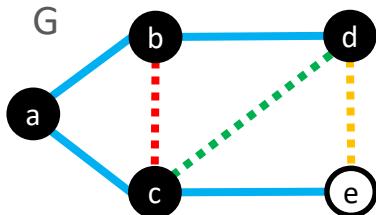
···· Aresta tio

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	5
nível	0	1	1	2	2
pai	∅	a	a	b	c

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, \cancel{a} \}$$

$$\Gamma(c) = \{ a, \cancel{d}, \cancel{e}, b \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, \cancel{c} \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ ~~d~~ e

v: d w: —

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

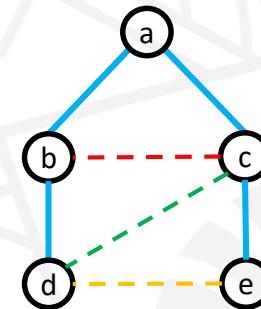
— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

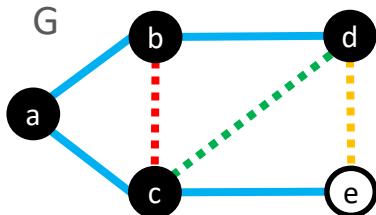
···· Aresta tio

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	5
nível	0	1	1	2	2
pai	∅	a	a	b	c

$$\Gamma(a) = \{ b, c \}$$

$$\Gamma(b) = \{ d, c, \cancel{e} \}$$

$$\Gamma(c) = \{ a, \cancel{d}, \cancel{e}, b \}$$

$$\Gamma(d) = \{ e, b, \cancel{c} \}$$

$$\Gamma(e) = \{ c, d \}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ ~~d~~ ~~e~~

v: e w: —

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

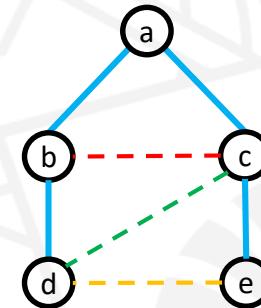
— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

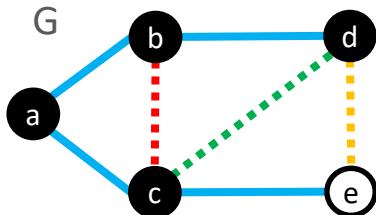
···· Aresta tio

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	5
nível	0	1	1	2	2
pai	∅	a	a	b	c

$\Gamma(a) = \{ b, c \}$

$\Gamma(b) = \{ d, c, \cancel{e} \}$

$\Gamma(c) = \{ a, \cancel{d}, \cancel{e}, b \}$

$\Gamma(d) = \{ e, b, \cancel{c} \}$

$\Gamma(e) = \{ c, d \}$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ ~~d~~ ~~e~~

v: e w: c

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

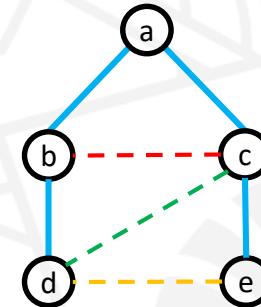
— Aresta pai

● Vértice explorado

····· Aresta irmão

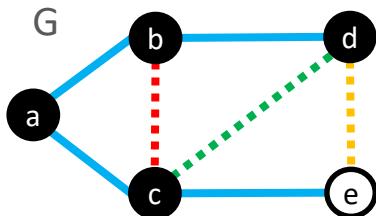
····· Aresta tio

····· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	5
nível	0	1	1	2	2
pai	∅	a	a	b	c

$$\Gamma(a) = \{b, c\}$$

$$\Gamma(b) = \{d, c, \cancel{e}\}$$

$$\Gamma(c) = \{a, \cancel{d}, \cancel{e}, b\}$$

$$\Gamma(d) = \{e, b, \cancel{c}\}$$

$$\Gamma(e) = \{c, \cancel{d}\}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ ~~d~~ ~~e~~

v: e w: d

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

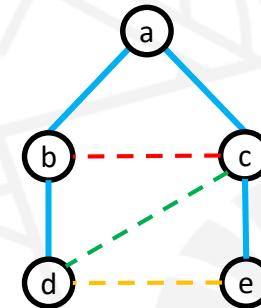
— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

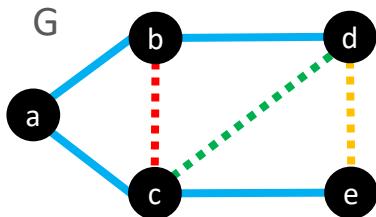
···· Aresta tio

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



$$\Gamma(a) = \{b, c\}$$

$$\Gamma(b) = \{d, c, \cancel{e}\}$$

$$\Gamma(c) = \{a, \cancel{d}, \cancel{e}, b\}$$

$$\Gamma(d) = \{e, b, \cancel{c}\}$$

$$\Gamma(e) = \{c, \cancel{d}\}$$

	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	5
nível	0	1	1	2	2
pai	\emptyset	a	a	b	c

Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ ~~d~~ ~~e~~
 $v:$ e $w:$ —

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

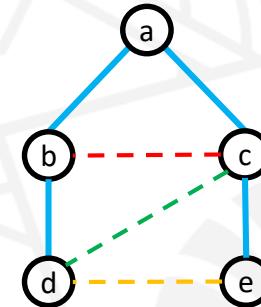
— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

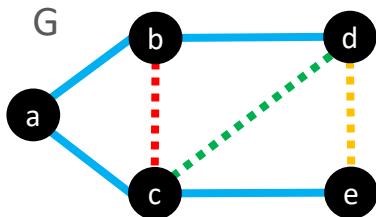
···· Aresta tio

···· Aresta primo



Representação da busca

Busca em Largura – Exemplo



	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	5
nível	0	1	1	2	2
pai	∅	a	a	b	c

$$\Gamma(a) = \{b, c\}$$

$$\Gamma(b) = \{d, c, \cancel{e}\}$$

$$\Gamma(c) = \{a, \cancel{d}, \cancel{e}, b\}$$

$$\Gamma(d) = \{e, b, \cancel{c}\}$$

$$\Gamma(e) = \{c, \cancel{d}\}$$

Fila: ~~a~~ ~~b~~ ~~c~~ ~~d~~ ~~e~~

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

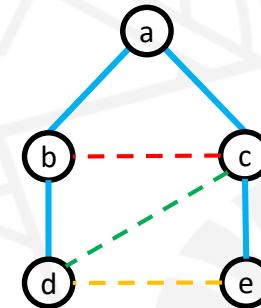
— Aresta pai

● Vértice explorado

···· Aresta irmão

···· Aresta tio

···· Aresta primo

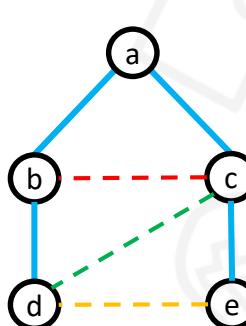


Representação da busca

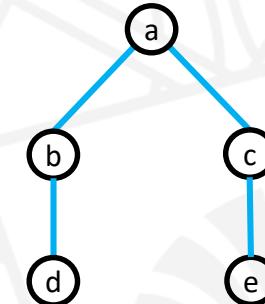
Busca em Largura – Propriedades

A representação formada por todos os vértices e apenas as arestas de árvore ou pai formam uma árvore de largura.

Caso o grafo seja desconexo, a busca irá produzir várias árvores de largura.



Representação completa



Árvore de largura

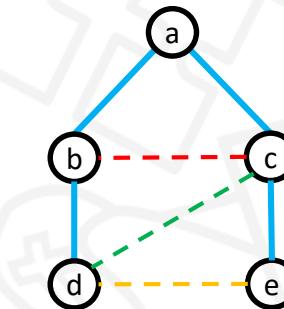
Classificação de Arestas

	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	5
nível	0	1	1	2	2
pai	\emptyset	a	a	b	c

$\{v, w\}$ é aresta **pai**



$\text{nível}(w) = \text{nível}(v) + 1$ e
 $L[w] = 0$ no momento da visita



ou ainda, v é pai de w

Classificação de Arestas

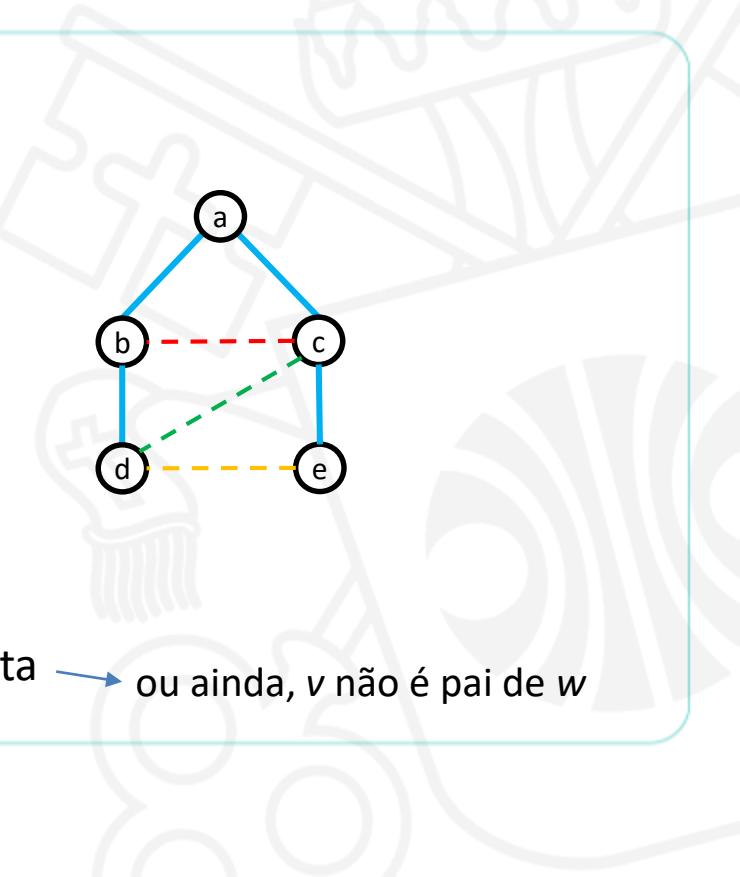
	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	5
nível	0	1	1	2	2
pai	\emptyset	a	a	b	c

$\{v, w\}$ é aresta **tio**



$\text{nível}(w) = \text{nível}(v) + 1$ e
 $L[w] \neq 0$ no momento da visita

ou ainda, v não é pai de w



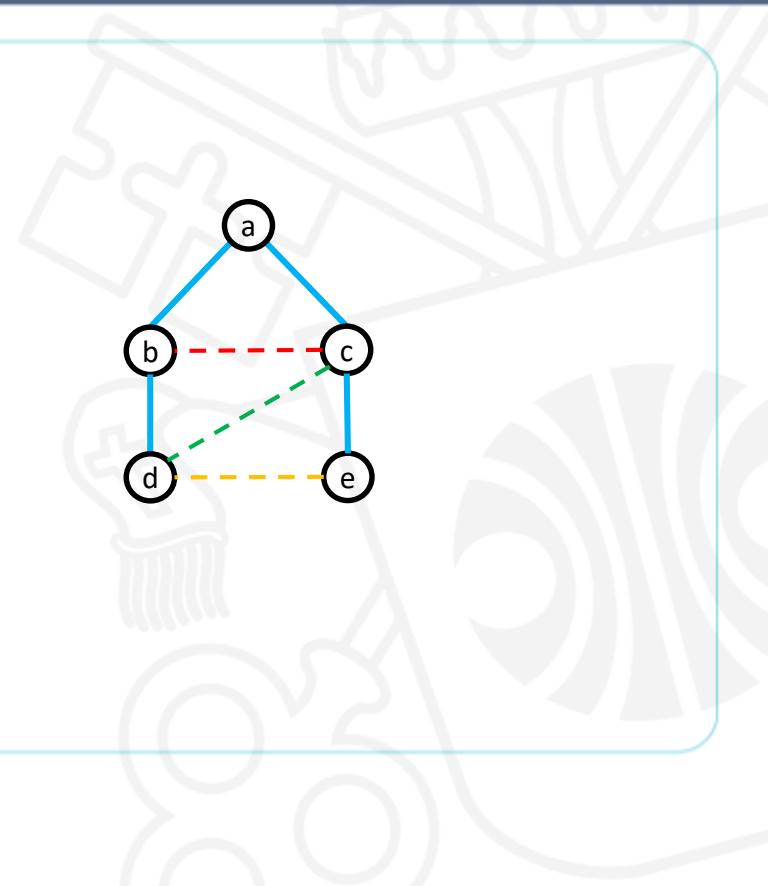
Classificação de Arestas

	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	5
nível	0	1	1	2	2
pai	\emptyset	a	a	b	c

$\{v, w\}$ é aresta **irmão**



$\text{nível}(w) = \text{nível}(v)$
e $\text{pai}[v] = \text{pai}[w]$



Classificação de Arestas

	a	b	c	d	e
L	1	2	3	4	5
nível	0	1	1	2	2
pai	\emptyset	a	a	b	c

$\{v, w\}$ é aresta **primo**



$\text{nível}(w) = \text{nível}(v)$
e $\text{pai}[v] \neq \text{pai}[w]$

