



INSTITUTO TECNOLÓGICO
DE
BUENOS AIRES

Trabajo Práctico N° 4

Teoría de Circuitos I
25.10

Grupo N° 2

Juan Bautista Correa Uranga
Juan Ignacio Caorsi
Rita Moschini

Legajo: 65016
Legajo: 65532
Legajo: 67026

2 de noviembre de 2025

Resumen

Este trabajo abordó el estudio de los parámetros de redes de dos puertos, la obtención de parámetros de una red a partir de otros, y la obtención de los parámetros de dos redes de dos puertos conectadas entre sí. En cuanto a conseguir los parámetros de una red a partir de otros, hubo una amplia diferencia entre los parámetros medidos y los calculados a partir de otros, es decir que los resultados fueron poco deseables. Luego, respecto a la utilización de los parámetros de dos redes separadas para conseguir los parámetros de la red resultante, los resultados fueron buenos para las conexiones en serie y en paralelo de las redes, pero no para la conexión en cascada. En todos los casos en los que los resultados no fueron favorables, se considera que esto podría haber sido por un factor de error humano al momento de tomar las mediciones.

Índice

1.. Introducción	3
1.1. Instrumental	3
1.2. Marco teórico	3
2.. Desarrollo	7
2.1. Procedimiento	7
2.2. Datos recolectados	8
2.3. Cálculos	10
a). Cuadripolo 9603	10
b). Cuadripolo 9609	11
c). Cuadripolos combinados	11
2.4. Análisis	12
a). Cuadripolos individuales	13
b). Cuadripolos combinados	13
3.. Conclusiones	14

1. Introducción

Este trabajo práctico aborda la descripción de redes de dos puertos o cuadripolos mediante sus distintos parámetros. Se buscó adquirir experiencia en la obtención de los mismos, verificar las ecuaciones de conversión, y predecir los parámetros de las redes de dos puertos resultantes de conectar de distintas maneras dos cuadripolos con parámetros obtenidos previamente.

1.1 Instrumental

En esta experiencia se utilizaron los siguientes instrumentos:

- Osciloscopio Keysight (Agilent) DSO6014A
- Generador de ondas con resistencia interna de 50Ω
- Cuadripolo 9603
- Cuadripolo 9609
- Resistencia de $4,7\Omega$ nominal.
- Resistencia de $1K\Omega$

Para ambos cuadripolos, la tensión máxima de entrada es de 15 V, y la corriente máxima de entrada vale 50 mA.

1.2 Marco teórico

Muchos circuitos prácticos tienen solamente dos puertos de acceso, es decir, dos lugares donde las señales pueden entrar o salir. En particular, una red de cuatro terminales se denomina red de dos puertos cuando, para ambos pares de terminales, la corriente entrante a una terminal del par sale por la otra terminal del par.

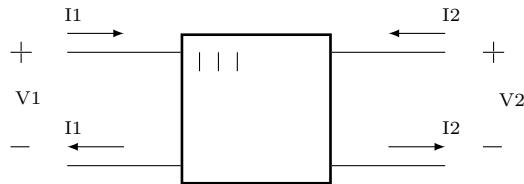


Figura 1: Red de dos puertos común.

Con el fin de describir este tipo de redes sin conocer o profundizar sobre su composición interna, es útil conocer las relaciones entre los voltajes y las corrientes de los puertos. Para eso, se definen los parámetros impedancia (Z), admitancia (Y) y transmisión (T) de la siguiente manera:

$$Z = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

tal que

$$\begin{cases} V_1 = I_1 \cdot Z_{11} + I_2 \cdot Z_{12} \\ V_2 = I_1 \cdot Z_{21} + I_2 \cdot Z_{22} \end{cases} \quad \begin{cases} I_1 = V_1 \cdot Y_{11} + V_2 \cdot Y_{12} \\ I_2 = V_1 \cdot Y_{21} + V_2 \cdot Y_{22} \end{cases} \quad \begin{cases} V_1 = V_2 \cdot A + (-I_2) \cdot B \\ I_1 = V_2 \cdot C + (-I_2) \cdot D \end{cases}$$

Si por ejemplo se quisiera obtener el parámetro Z_{11} , anulando I_2 y despejando en la ecuación $V_1 = I_1 \cdot Z_{11} + I_2 \cdot Z_{12}$ se tiene

$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{I_2=0}$$

Otro aspecto que se buscó estudiar es si un cuadripolo era simétrico o recíproco. Se dice que un cuadripolo es **simétrico** si al alimentarlo por el puerto 1 se obtiene, en el puerto 2, la misma respuesta que se obtendría en el puerto 1 si se alimentara por el puerto 2. Esto es si se cumplen las siguientes ecuaciones en simultáneo:

$$Z_{11} = Z_{22} \quad \wedge \quad Y_{11} = Y_{22} \quad \wedge \quad A = D$$

Luego, un cuadripolo es **recíproco** si es simétrico y solo tiene elementos pasivos (resistencias, inductores o capacitores). En estos casos, se puede afirmar

$$Z_{12} = Z_{21} \quad \wedge \quad Y_{12} = Y_{21} \quad \wedge \quad AD - BC = 1$$

Por otro lado, la cátedra provee una tabla con ecuaciones que permiten obtener todos los parámetros a partir de cualquier otro. Los que serán utilizados en esta práctica son los siguientes:

$$Y = \begin{pmatrix} \frac{Z_{22}}{\Delta z} & \frac{-Z_{12}}{\Delta z} \\ \frac{-Z_{21}}{\Delta z} & \frac{-Z_{11}}{\Delta z} \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{\Delta z}{Z_{21}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{pmatrix}$$

Por último, se estudió la relación entre parámetros para los distintos conexionados entre cuadripolos que se presentan a continuación

Conexión Serie

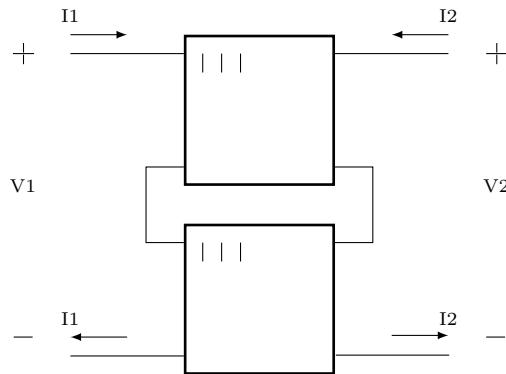


Figura 2: Dos cuadripolos conectados en serie.

En este conexionado, se cumple que la matriz impedancia Z resultante es

$$Z = Z_A + Z_B$$

siendo Z_A y Z_B las matrices impedancia de los respectivos cuadripolos.

Sin embargo, esto no sucede siempre, puesto que en algunos casos, el conexionado de los cuadripolos entre sí modifica los parámetros originales. Para saber si esto sucede o no, se realiza el **Test de Brune**.

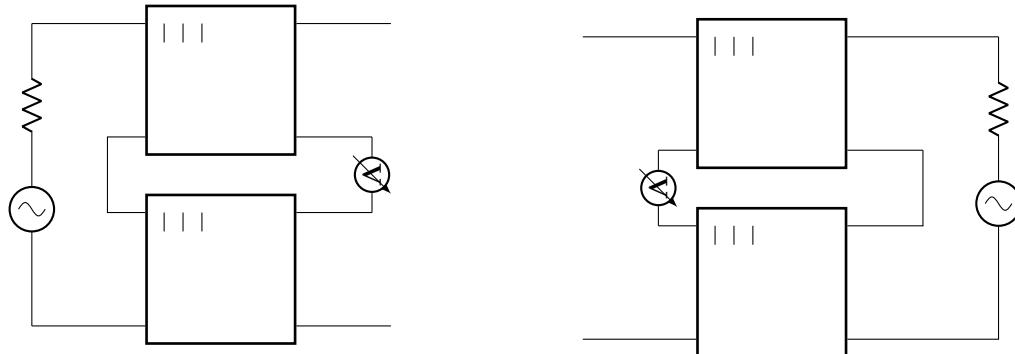


Figura 3: Test de Brune para el conexionado en Serie.

Si se cumple que la tensión del voltímetro es cero o cercana a cero en ambos casos, entonces se cumple la condición de puertos y se puede obtener la matriz Z de la manera explicada.

Conexión en Paralelo

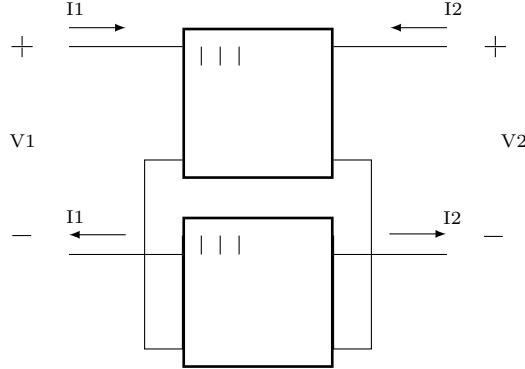


Figura 4: Dos cuadripolos conectados en paralelo.

En este conexionado, se cumple que la matriz admitancia Y resultante es

$$Y = Y_A + Y_B$$

siendo Y_A e Y_B las matrices admitancia de los respectivos cuadripolos.

De forma análoga al conexionado serie, no siempre se cumple esta relación. El esquema de conexionado del **Test de Brune** en este caso es

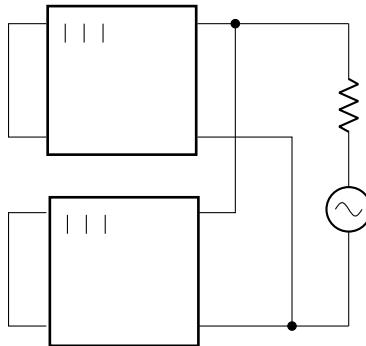


Figura 5: Test de Brune para el conexionado en Paralelo. Se mide la tensión entre los puertos cortocircuitados de la figura y se verifica si es cero. También se realiza el mismo procedimiento invirtiendo la conexión del generador y el cortocircuito.

Si se cumple que la tensión del voltímetro es cero o cercana a cero en ambos casos, entonces se cumple la condición de puertos y se puede obtener la matriz Y de la manera explicada.

Conexión en Cascada

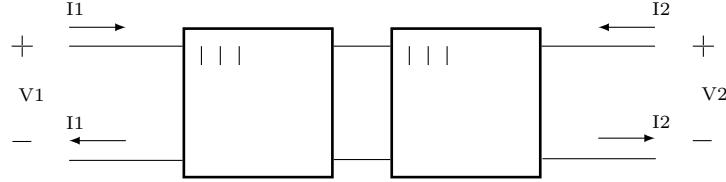


Figura 6: Dos cuadripolos conectados en cascada. A la izquierda está el cuadripolo A y a la derecha el cuadripolo B.

En este conexionado, se cumple que la matriz transmisión T resultante es

$$T = T_A \cdot T_B$$

siendo T_A e T_B las matrices de transmisión de los respectivos cuadripolos. Esta relación se cumple siempre para esta forma de conexionado.

2. Desarrollo

2.1 Procedimiento

Primero que nada, se configuró el generador de señales de manera que produjera una señal senoidal con offset nulo, 20 V de tensión pico a pico (es decir 10 V de máxima) y con 1 kHz de frecuencia. Los 20 V pico a pico fue elegido considerando los 15 V de máxima que soportan los cuadripolos, de manera que el valor de la señal fuera lo suficientemente grande como para obtener una buena resolución en el osciloscopio pero a la vez lo suficientemente por debajo de la tensión máxima como para no arriesgar quemar los componentes.

Además, ambos cuadripolos poseían una corriente máxima de 50 mA. Dada la configuración del generador de ondas, se obtiene que $R_{min} = \frac{10V}{50mA} = 200\Omega$. Para evitar trabajar en valores de corriente muy cercanos al límite, se optó por usar una resistencia de 1 kΩ, de manera que $I = \frac{10V}{1k\Omega} = 10mA$ (muy por debajo de los 50 mA), asegurándonos así de no dañar los equipos. Al mismo tiempo, no se usó una resistencia más grande para evitar trabajar con corrientes muy pequeñas, las cuales podrían resultar en mayor ruido en las mediciones.

Dado que resultaba menos trabajoso conectar y desconectar los cuadripolos a la protoboard y entre sí que anular tensiones y corrientes, se realizaron las mediciones de manera tal que para cada valor anulado, se medían todos los demás valores con ambos cuadripolos y luego con las conexiones para las cuales dichas mediciones fueran útiles, antes de pasar a anular el siguiente valor. Por ejemplo, primero se anuló I_2 y se midieron I_1 , V_1 y V_2 para el cuadripolo 9603, luego para el 9609 y luego con ambos conectados en serie y en cascada (nótese que para obtener las ecuaciones de la matriz admitancia, que

es la estudiada en el conexionado en paralelo, solo anulan las tensiones V_1 y V_2 , por lo que realizar las mediciones con I_2 anulada no habría sido útil).

Por otra parte, la forma que elegimos de medir corriente usando el osciloscopio fue midiendo la caída de tensión en una resistencia (esto es, la tensión tanto antes como después), y dividiéndola por la impedancia de la misma. Para I_1 se usó la resistencia de $1k\Omega$, y para poder medir la corriente al realizar un cortocircuito en la salida, es decir al anular V_2 , se usó una resistencia pequeña de $4,7 \Omega$ (valor medido con el multímetro). Esta misma introdujo incertezas a las mediciones ya que en este caso uno no tendría tensión de salida igual a cero, sino que aproximadamente cero. Aun así se decidió usar este método, ya que de otra forma no era posible usar el osciloscopio para medir la corriente y su fase.

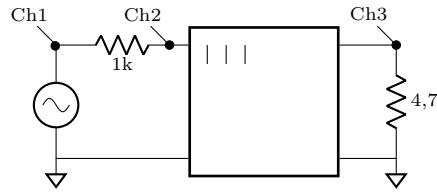


Figura 7: Conexionado de los canales del osciloscopio para medir V_1 , I_1 e I_2 en simultáneo con $V_2 = 0$.

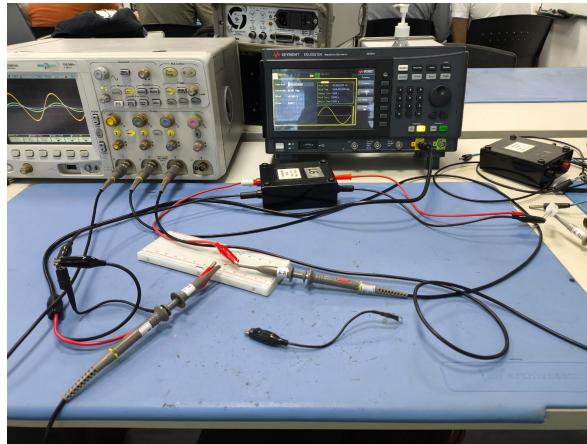


Figura 8: Foto de las conexiones para medir V_1 , I_1 e I_2 en simultáneo con $V_2 = 0$.

2.2 Datos recolectados

En el laboratorio se recolectaron los siguientes datos para cada cuadripolo:

9603	$V_1 = 0$	$V_2 = 0$	$I_1 = 0$	$I_2 = 0$
V_1	0	0,85 V $\angle 0^\circ$	0,95 V $\angle -41^\circ$	1,39 V $\angle -22^\circ$
V_2	0,65 V $\angle -24^\circ$	0	1,14 V $\angle -43^\circ$	0,865 V $\angle -46^\circ$
I_1	5,147 mA $\angle 160^\circ$	8,5 mA $\angle 0^\circ$	0	8,5 mA $\angle 4^\circ$
I_2	9,1 mA $\angle 0^\circ$	7,941 mA $\angle 180^\circ$	8,6 mA $\angle 6^\circ$	0

Tabla 1: Mediciones de tensiones y corrientes cuadripolo 9603.

9609	$V_1 = 0$	$V_2 = 0$	$I_1 = 0$	$I_2 = 0$
V_1	0	1,8 V $\angle -16^\circ$	1,18 V $\angle -58^\circ$	1,875 V $\angle -30^\circ$
V_2	2,5 V $\angle -4^\circ$	0	2,625 V $\angle -17^\circ$	1,25 V $\angle -58^\circ$
I_1	6,617 mA $\angle 169^\circ$	8 mA $\angle 4^\circ$	0	8 mA $\angle 7^\circ$
I_2	7,3 mA $\angle 0^\circ$	3,676 mA $\angle 147^\circ$	7,3 mA $\angle 6^\circ$	0

Tabla 2: Mediciones de tensiones y corrientes cuadripolo 9609.

Cascada	$I_2 = 0$	$V_2 = 0$
V_1	1,2 V $\angle -16^\circ$	1,22 V $\angle -12^\circ$
V_2	0,435 V $\angle -70^\circ$	0
I_1	8,6 mA $\angle 2^\circ$	8,3 mA $\angle 0^\circ$
I_2	0	1,985 mA $\angle 168^\circ$

Tabla 3: Mediciones de tensiones y corrientes en conexión en cascada de los cuadripolos 9603 y 9609 en ese orden.

Serie	$I_1 = 0$	$I_2 = 0$
V_1	2,34 V $\angle -32^\circ$	2,64 V $\angle -25^\circ$
V_2	2,53 V $\angle -30^\circ$	2,265 V $\angle -36^\circ$
I_1	0	7,5 mA $\angle 9^\circ$
I_2	7,8 mA $\angle 11^\circ$	0

Tabla 4: Mediciones de tensiones y corrientes en conexión en serie

Paralelo	$V_1 = 0$	$V_2 = 0$
V_1	0	0,64 V $\angle 0^\circ$
V_2	0,58 V $\angle -20^\circ$	0
I_1	5 mA $\angle 160^\circ$	9 mA $\angle 0^\circ$
I_2	8,5 mA $\angle 0^\circ$	5,441 mA $\angle 176^\circ$

Tabla 5: Mediciones de tensiones y corrientes en conexión en paralelo

	Medicion de la Condicion de Brune [V]
Serie	1,2
Paralelo	0

Tabla 6: Medicion de la Condicion de Brune acorde al conexionado de la figura de la derecha en 3 y a 5

2.3 Cálculos

Para el calculo de los parámetros Y, Z y T se usaron las ecuaciones detalladas en el marco teórico. Los resultados obtenidos fueron:

a) Cuadripolo 9603

Matriz de parámetros Y[mS]	
10	$-7,9 - 0,55j$
-9,34	$12,79 + 5,69j$

Tabla 7: Matriz de parámetros Y correspondiente al cuadripolo 9603. Matriz calculada a partir de valores medidos.

Matriz de parámetros T	
$1,47 + 0,65j$	$107,04 \Omega$
$6,31 + 7,53j$ mS	1,07

Tabla 8: Matriz de parámetros T correspondiente al cuadripolo 9603. Matriz calculada a partir de valores medidos.

Matriz de parámetros Z [Ω]	
$146,98 - 71,69j$	$75,33 - 80,79j$
$91,47 - 98,08j$	$86,97 - 100,04j$

Tabla 9: Matriz de parámetros Z correspondiente al cuadripolo 9603. Matriz calculada a partir de valores medidos

Luego, en base a la tabla 9 se calcularon los parametros Y y T de forma indirecta.

Matriz de parámetros Y (método indirecto)[mS]	
$14,55 - 1,57j$	$-12,16 + 0,89j$
$-14,76 + 1,07j$	$17,277 + 5,23j$

Tabla 10: Matriz de parámetros Y obtenida por conversión de parámetros para el cuadripolo 9603

Matriz de parámetros T (método indirecto)	
$1,14 + 0,44j$	$(67,37 + 4,91j) \Omega$
$(5,09 + 5,45j)S$	$0,99 - 0,03j$

Tabla 11: Matriz de parámetros T obtenida por conversión de parámetros para el cuadripolo 9603

b) Cuadripolo 9609

Matriz de parámetros Y [mS]	
$4,18 + 1,52j$	$-2,63 + 0,32j$
$-1,95 + 0,60j$	$2,91 + 0,20j$

Tabla 12: Matriz de parámetros Y correspondiente al cuadripolo 9609. Matriz calculada a partir de valores medidos.

Matriz de parámetros T	
$1,324 + 0,704j$	$(468,21 + 143,15j)\Omega$
$(2,7 + 5,8j)$ mS	$1,74 + 1,31j$

Tabla 13: Matriz de parámetros T correspondiente al cuadripolo 9609. Matriz calculada a partir de valores medidos.

Matriz de parámetros Z [Ω]	
$187,18 - 141,05j$	$70,86 - 145,28j$
$299,76 - 133,46j$	$331,00 - 140,50j$

Tabla 14: Matriz de parámetros Z correspondiente al cuadripolo 9609. Matriz calculada a partir de valores medidos.

Luego, en base a la tabla 14 se calcularon los parametros Y y T de forma indirecta.

Matriz de parámetros Y (método indirecto) [mS]	
$7,98 + 0,47j$	$-2,85 + 2,19j$
$-7,29 - 0,30j$	$5,12 - 0,96j$

Tabla 15: Matriz de parámetros Y obtenida por conversión de parámetros para el cuadripolo 9609

Matriz de parámetros T (método indirecto)	
$0,69 - 0,16j$	$136,93 - 5,69j\Omega$
$(2,78 + 1,24j)$ mS	$1,10 + 0,02j$

Tabla 16: Matriz de parámetros T obtenida por conversión de parámetros para el cuadripolo 9609

c) Cuadripolos combinados

Matriz de parámetros Z (conexión en serie) [Ω]	
$334,16 - 212,74j$	$146,20 - 226,07j$
$391,23 - 231,55j$	$417,97 - 240,55j$

Tabla 17: Matriz de parámetros Z equivalente correspondiente a la conexión en serie de los cuadripolos 9603 y 9609, calculada a partir de $Z_{9603} + Z_{9609}$.

Matriz de parámetros Z serie [Ω]	
$291,82 - 196,84j$	$219,41 - 204,60j$
$213,55 - 213,55j$	$244,80 - 212,80j$

Tabla 18: Matriz de parámetros Z correspondiente a la conexión en serie directa de los cuadripolos 9603 y 9609, calculada a partir de los valores medidos en el laboratorio.

Matriz de parámetros T equivalente (conexión en cascada)	
$1,77 + 2,52j$	$(779,81 + 656,27j) \Omega$
$(5,96 + 20,62j) \text{ mS}$	$3,74 + 5,83j$

Tabla 19: Matriz de parámetros T equivalente correspondiente a la conexión en cascada de los cuadripolos 9603 y 9609, calculada mediante la multiplicación $T_{9603} \cdot T_{9609}$ conseguidas mediante los valores medidos.

Matriz de parámetros T cascada	
$1,62 + 2,23j$	$614,61 \Omega$
$6,11 + 18,8j$	$4,09 + 0,869jj$

Tabla 20: Matriz de parámetros T correspondiente a la conexión en cascada de los cuadripolos 9603 y 9609, obtenida directamente a partir de los valores medidos en el laboratorio.

Matriz de parámetros Y (conexión en paralelo) [mS]	
$14,18 + 1,52j$	$-10,53 - 0,23j$
$-11,30 + 0,60j$	$15,70 + 5,9j$

Tabla 21: Matriz de parámetros Y equivalente correspondiente a la conexión en paralelo de los cuadripolos 9603 y 9609, calculada a partir de $Y_{9603} + Y_{9609}$.

Matriz de parámetros Y paralelo [mS]	
14,06	-8,62
$-8,47 + 0,59j$	$13,78 + 5,01j$

Tabla 22: Matriz de parámetros Y correspondiente a la conexión en paralelo de los cuadripolos 9603 y 9609, obtenida directamente a partir de los valores medidos en el laboratorio.

2.4 Análisis

Al comparar los datos calculados, se observaron grandes diferencias en los valores. Aun así se pudieron observar los siguientes rasgos en cada cuadripolo.

a) Cuadripolos individuales

Una de las primeras observaciones que se pueden hacer para el cuadripolo 9603 a partir de la tabla 9, es que todos los valores imaginarios de los parámetros son negativos. De aquí se puede deducir que el mismo cuenta con componentes predominantemente capacitivos y no inductivos. Otra conclusión que se puede obtener de esta tabla, es que este cuadripolo no cumple con las condiciones de simetría ni reciprocidad. Esto puesto a que $Z_{11} \neq Z_{22}$, por lo tanto no es simétrico; $Z_{12} \neq Z_{21}$ por lo tanto no es recíproco. Al repetir el procedimiento que se hizo en el cuadripolo anterior, en el cuadripolo 9609, al observar la matriz Z (tabla 14), también se puede deducir que el cuadripolo tiene componentes capacitivos, puesto a que la parte imaginaria de cada parámetro es negativa. También se puede observar que este cuadripolo no es ni simétrico ni recíproco.

Se comparan los valores medidos y los obtenidos por conversión para los parámetros Y y T. Al comparar las tablas 7 (medido) y 10 (calculado), se observa una discrepancia significativa en los valores fuera de la diagonal, lo que sugiere que el modelo de conversión no refleja adecuadamente el acoplamiento observado en la medición. El error relativo en la componente Y_{21} es:

$$\varepsilon_{rel} = \frac{|teórico - medido|}{|medido|} = \frac{|(-14,76 + 1,07j) + 9,34|}{|-9,34|} \approx 0,59$$

Este error relativo del 59 % indica una diferencia importante. Este mismo patrón se cumple con las otras componentes de las dos matrices. Algo parecido surge con el parámetro T. Al repetir la cuenta anterior pero comparando las tablas 8 (medido) y 11 (teórico), se llega a un error relativo de 24 % para el parámetro T_{11} y un error del 59 % para el parámetro T_{12} donde se nota una mayor diferencia al comparar un valor real con uno imaginario.

Al pasar a evaluar las diferencias en el cuadripolo 9609, se encuentran las mismas diferencias entre los valores. Al observar las matrices de las tablas 12 (medido) y 15 (teórica), en el parámetro Y_{21} se puede observar un error del 265 %. Algo muy parecido pasa con los otros parámetros.

Este gran error se puede explicar por varios motivos. El más importante es el error humano, puesto a que en esta experiencia se tuvieron que realizar muchas mediciones repetidas cambiando el conexiónado y usando varias funciones del osciloscopio. Sumado a esto, nuestro grupo no contaba con una gran experiencia en el manejo del osciloscopio, lo que dificultó la toma de mediciones. Otra causa considerada fue el ruido en las mediciones causado por el conexiónado.

b) Cuadripolos combinados

Como se puede observar en la tabla 6 de la medición del test de Brune en el conexiónado en serie se obtuvo un resultado de 1,6V, lejano a 0V, por lo que resulta esperable que la suma de las matrices de impedancia de un valor distinto de la matriz impedancia medida de los cuadripolos conectados en serie. Luego, con el conexiónado en paralelo, el test de Brune da 0V, por lo que es correcto afirmar que la suma de las matrices admitancia de ambos cuadripolos debería resultar en la matriz admitancia del conjunto.

En cuanto a los errores de las matrices, para el parámetro Z_{21} se tiene

$$\varepsilon_r = \frac{|(391,23 - 231,55j) - (213,55 - 213,55j)|}{|213,55 - 213,55j|} \approx 0,59$$

lo cual representa un error del 59 %. El error relativo en el coeficiente Y_{21} es

$$\varepsilon_r = \frac{|(-8,47 + 0,59j) - (-11,30 + 0,60j)|}{|-8,47 + 0,59j|} \approx 0,33$$

lo cual representa una discrepancia del 33 %.

Al analizar las matrices T se encontró un panorama muy distinto: aquí las matrices no fueron parecidas. Si uno lee las tablas 19 y 20, al comparar el parámetro T_{21} se puede ver que uno es completamente real, mientras que el otro es imaginario. Esto se considera erróneo, ya que la misma matriz surge a partir de dos cuadripolos que, según lo analizado en sus matrices Z, poseerían componentes capacitivos. Por tal motivo la presencia de números reales puros sugeriría errores de medición, como ya se mencionó en el apartado anterior de las matrices individuales.

3. Conclusiones

Los errores relativos observados en los parámetros obtenidos por conversión desde Z son significativos en varios casos, especialmente en las componentes de transferencia (Y_{21} , T_{12}). Esto sugiere que las mediciones directas ofrecen una representación más precisa del comportamiento de los cuadripolos en condiciones reales, y que los modelos de conversión deben ser revisados o ajustados para mejorar su fidelidad.

En el caso de los cuadripolos conectados entre sí, se observaron buenos resultados (aún así con error bastante grande) para los conexionados en serie y en paralelo, pero no para el conexionado en cascada. Se considera que esto probablemente se deba al error humano en las mediciones, entre otras cosas por la continua conexión y desconexión de componentes y la falta de experiencia del grupo de laboratorio.