



INSTITUTO TECNOLÓGICO
DE
BUENOS AIRES

Trabajo Práctico N° 3

Teoría de Circuitos I
25.10

Grupo N° 3

Juan Bautista Correa Uranga
Juan Ignacio Caorsi
Rita Moschini

Legajo: 65016
Legajo: 65532
Legajo: 67026

16 de octubre de 2025

Resumen

En este trabajo se estudió un circuito que contaba con una resistencia de valor fijo, una resistencia variable, una bobina y un capacitor conectados en serie; todo esto alimentado por un generador de señales que producía una excitación cuadrada. El objetivo de las mediciones fue aplicar lo estudiado sobre la respuesta transitoria ante distintos valores de resistencia, inductancia y capacitancia.

Se pudo observar como, ante una menor capacitancia, la resistencia variable debía tomar mayores valores para que el amortiguamiento fuera crítico. El tiempo de respuesta transitoria difirió del esperado debido a la histéresis del inductor.

Índice

1.. Introducción	3
1.1. Instrumental	3
1.2. Marco teórico	3
2.. Desarrollo	5
2.1. Procedimiento	5
2.2. Mediciones	5
2.3. Cálculos	6
2.4. Análisis	7
3.. Conclusiones	10

1. Introducción

Este trabajo práctico aborda la respuesta transitoria en circuitos RLC serie. Se busca aplicar conceptos teóricos mediante mediciones reales, utilizando generador de señales y osciloscopio. Se analiza cómo varían las respuestas al modificar resistencia, inductancia y capacitancia, observando casos de subamortiguamiento, sobreamortiguamiento y amortiguamiento crítico. El objetivo es comprender la dinámica temporal de circuitos RLC y validar modelos teóricos con datos experimentales.

1.1 Instrumental

En esta experiencia se utilizaron los siguientes instrumentos:

- Osciloscopio Keysight DSOX 1202G con generador de ondas integrado y resistencia interna de 50Ω .
- Capacitores de 47 pF y 470 pF .
- Resistencias de $220\ \Omega$ nominal y potenciómetro de $10\text{ k}\Omega$ nominal.
- Inductor de resistencia indefinida, con inductancia aproximada de 1 mH .
- Multímetro UNI-T, Standar Digital multimeter, modelo: UT39C.

1.2 Marco teórico

Un circuito RLC serie está compuesto por una resistencia (R), un inductor de inductancia (L) y un capacitor de capacitancia (C) conectadas en serie. Dependiendo de estos tres valores, la respuesta transitoria puede ser subamortiguada, sobreamortiguada o críticamente amortiguada. La ecuación diferencial que describe la respuesta del circuito RLC serie es:

$$L\frac{d^2i(t)}{dt^2} + R\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}i(t) = V_{in}(t) \quad (1)$$

y su solución general es la suma de la respuesta natural y la respuesta forzada: Para la respuesta natural ($V_{in}(t) = 0$), se define:

$$\alpha = \frac{R}{2L}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \Delta = \alpha^2 - \omega_0^2 \quad (2)$$

La solución general depende del valor de Δ :

- **Sobreamortiguado** ($\Delta > 0$):

$$i(t) = Ae^{(-\alpha+\sqrt{\Delta})t} + Be^{(-\alpha-\sqrt{\Delta})t} \quad (3)$$

- **Críticamente amortiguado** ($\Delta = 0$):

$$i(t) = (A + Bt)e^{-\alpha t} \quad (4)$$

■ **Subamortiguado** ($\Delta < 0$):

$$i(t) = e^{-\alpha t} (A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)) \quad (5)$$

$$\text{donde } \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}.$$

Otro valor estudiado a lo largo del tp fue el tiempo de respuesta transitoria, el cual se define como el tiempo que tarda el sistema en estabilizarse. La constante τ describe el tiempo en el que el sistema tarda en llegar 63,2 % del cambio total del sistema. Al evaluar el tiempo 5τ en el sistema, se puede observar que el sistema alcanza un 99,3 % del cambio total del sistema. Por tal motivo, en un sistema de primer orden puede considerarse, a fines prácticos, que el tiempo de transitorio se aproxima adecuadamente utilizando 5τ . Pese a ello, al analizar un sistema de segundo orden, uno debe tener más cuidado al usar esta aproximación, ya que no existe una definición de τ , sino que algunas aproximaciones del mismo.

En una de las configuraciones se observó que la respuesta fue sobreamortiguada con coeficientes de módulos muy dispares, es decir con una diferencia de orden mayor a uno, notándose en que uno de los términos de la respuesta pesó o influyó mucho más que el otro (puesto que decrece más lento); es por esto que se consideró que, en ese caso, se podía aproximar el sistema a uno de primer orden, y buscamos el τ acorde a esto. Así, tras un desarrollo de la ecuación diferencial obtenida, se llegó a que

$$V_c(t) = V_s(1 - e^{st})$$

donde s es la solución predominante de la EDO. Para buscar τ , buscamos t tal que $st=-1$, de manera que

$$V_c(t) = V_s(1 - e^{-1}) \approx V_s \cdot 0,63212$$

Si para $t = \tau$ se consigue una respuesta de $V_s \cdot 0,63212$, se considera que $V_c \approx V_s$ en $t = 5\tau$. Para $V_s = 5V$, $V_c(t) = V_s(1 - e^{-1}) = 3,16V$

Luego, con el fin de facilitar la comparación de los tiempos de respuesta para las otras configuraciones, se tomó que el tiempo de respuesta era igual a 5τ aun cuando no se podía realizar la aproximación a primer orden. En estos casos, se tomó como tiempo de respuesta 5τ el instante en que la salida era igual a $V_s \pm 5\%$, y a partir de eso se despejó τ . Sumado a esto, para poder aproximar un valor teórico de τ , se tomó $\tau = \frac{1}{\alpha}$.

2. Desarrollo

2.1 Procedimiento

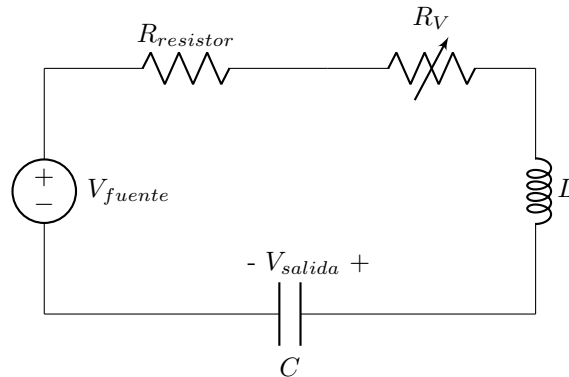


Figura 1: Circuito analizado. V_{salida} indica el conexionado del osciloscopio

La parte experimental se realizó en una serie de 4 pasos:

1. Primero se armó el circuito en serie (observar figura 1) usando el capacitor de 470 pF. Luego, se determinó de manera aproximada, observando la salida en el osciloscopio, el valor de la resistencia variable que producía un amortiguamiento crítico.
2. En esta parte, se ajustó la resistencia R_V a su valor máximo. Posteriormente, se colocó uno de los cursores horizontales del osciloscopio en $V_{salida} = 0$ V, y el otro en $V_{salida} = 3,16$ V y medimos el Δt entre esos valores, tomándolo como el τ del sistema.
3. A continuación, se remplazo el capacitor por uno de 47pF, y se repitió la medición de la resistencia variable tal que el amortiguamiento fuera crítico. Luego, se puso R_V en su valor mínimo, y se calculó el tiempo del transitorio tomándolo como el valor mínimo de tiempo tal que la respuesta fuera $V_s \pm 5\%$. También se obtuvo la frecuencia midiendo la distancia temporal entre los primeros tres picos, y promediándola para obtener un período aproximado, de manera que la frecuencia fuera la inversa de dicho período. Por último, se obtuvo el valor de sobrepico midiendo la tensión máxima de la respuesta, y haciendo $\Delta V = V_{max} - V_s = V_{max} - 5V$.
4. Finalmente, se cortocircuitaron las resistencias y se analizó el tiempo de respuesta transitoria nuevamente.

2.2 Mediciones

- $R_{resistor} = 215\Omega$

- $R_{V_{max}} = 9980\Omega$
- $R_{V_{min}} = 2\Omega$
- $R_L = 0,8\Omega$

Capacitor de C = 470 pF

- Resistencia variable tal que el amortiguamiento fue crítico: $R_{critico} = 1,9k\Omega$
- Tiempo τ en que la salida llegó a 3,16 V con R_V en su valor máximo: $\tau = 5,75\mu s$
- Salida cuando $t = 5\tau$ con R_V en su valor máximo: $V_{5\tau} = 5$ V

Capacitor de C = 47 pF

- Resistencia variable tal que el amortiguamiento fue crítico: $R_{critico} = 3,47k\Omega$
- Tiempo en que la salida llegó a 3,16 V con $R_V = R_{critico}$: $t = 2,20\mu s$
- Tiempo en que la salida llegó a 5,24 V ($V_s \pm 5\%$) con $R_V = R_{V_{min}}$: $t = 14,30\mu s$
- Sobrepico para $R_V = R_{V_{min}}$: $\Delta V = 3,196V$
- Tiempo en que la salida llegó a 4,982 V ($V_s \pm 5\%$) con las resistencias cortocircuitadas: $t = 11\mu s$
- Frecuencia para $R_V = R_{V_{min}}$:

$$f = 102,45kHz$$

2.3 Cálculos

Ecuaciones utilizadas

Cálculo de la inductancia

Tomando la resistencia variable tal que el amortiguamiento resultase crítico, $R = \frac{2L}{\sqrt{LC}} = 2\frac{\sqrt{L}}{\sqrt{C}}$

$$L = \frac{C \cdot R_{eq}^2}{4} = \frac{C \cdot (R_v + R_{fuente} + R_L + R_{resistor})^2}{4} \quad (6)$$

Cálculo del la resistencia variable tal que el amortiguamiento fuera crítico

$$\alpha_{serie} = \omega_0 \Rightarrow \frac{R_{eq}}{2L} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow R_{eq} = \frac{2L}{\sqrt{LC}} = R_f + R_v + R_L$$

$$R_v = \frac{2L}{\sqrt{LC}} - R_{fuente} - R_L - R_{resistor} \quad (7)$$

Cálculo de la τ para la respuesta sobreamortiguada aproximable a primer orden

Debido a lo explicado en el marco teórico, el τ esperada en este caso fue

$$\tau = \left| \frac{1}{s} \right| = \left| \frac{1}{-\alpha - \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}} \right|$$

Resultados

Capacitor de $C = 470 \text{ pF}$

Inductancia L (a partir del $R_{critico}$ medido):

$$L = \frac{(1,9 \cdot 10^3 + 215 + 0,8 + 50)^2 \cdot 470 \cdot 10^{-12}}{4} = 0,551 mH$$

Resistencia variable tal que el amortiguamiento fuera crítico:

$$R_{critico} = 1,9 k\Omega$$

Valor τ con $R_V = R_{V_{max}} = 9980\Omega$:

$$\tau = 4,76 \mu s$$

Capacitor de $C = 47 \text{ pF}$

Resistencia variable tal que el amortiguamiento fuera crítico:

$$R_{critico} = 6,58 k\Omega$$

τ para $R_V = R_{V_{min}}$:

$$\tau = 4,11 \mu s$$

τ para $R = R_L$ (resistencias cortocircuitadas):

$$\tau = 1,315 ms$$

2.4 Análisis

Luego de recolectar los datos, se pudieron observar los siguientes comportamientos.

Es importante mencionar que en este trabajo, no se contó con un valor de referencia de la inductancia; esta debió ser aproximada mediante el valor de la resistencia del amortiguamiento crítico obtenida con el capacitor de 470 pF . Consecuentemente, los datos teóricos también pueden contener errores asociados.

Capacitor 470 pF

Se observó que la respuesta se volvía sobreamortiguada al aumentar la resistencia por encima de $1,9 k\Omega$ y que la misma se volvía subamortiguada al disminuir la misma por debajo de ese valor. Esto concuerda con las ecuaciones descriptas en el apartado teórico, puesto a que al aumentar R , α aumentaba.

Otras de las áreas analizadas fue la del valor de τ . Esta se aproximó despejando el tiempo el cual llevaba a una respuesta de $3,16 V$. Se observó que el mismo fue de $5,75 \mu s$, un valor el cual posee un error relativo del $21,3 \%$, con respecto al valor teórico $4,76 \mu s$. Dicho τ teórico se consiguió mediante una aproximación, usando la raíz de la ecuación característica más pequeña y descartando la otra.

Es probable que el error que vemos se deba a la disipación de energía en el núcleo del inductor como también a corrientes parásitas, pero no lo podemos asegurar.

Finalmente, se observó que el transitorio en 5τ el valor de la respuesta estaba entre los valores de 4,75 V y 5,25 V. Esto demuestra que la aproximación de 5τ como tiempo de transitorio, es efectiva. Cabe aclarar que se elige el valor de V_{salida} igual a $V_s \pm 5\%$ pues consideramos que a partir de ese punto el sistema ya se encuentra en estado estacionario y es más fácil de apreciar en un sistema subamortiguado.

CHEQUEAR ESTO ULTIMO

Capacitor 47 pF

En esta parte, se analizó el efecto de la reducción de la capacitancia. Primero se observó que la resistencia del valor crítico aumentaba en comparación con el capacitor de 470 pF. Consecuentemente, esto aumentó el margen de valores de las resistencias en los cuales el sistema se mantiene como un subamortiguado.

Al mismo tiempo, también se midió un valor de resistencia que causaba un amortiguamiento crítico. Ese valor fue de $3,47k\Omega$, el cual muestra un error relativo del 46,4 %. Este gran error asociado a la medición se debe a que el valor fue obtenido de manera aproximada, sin un ajuste riguroso.

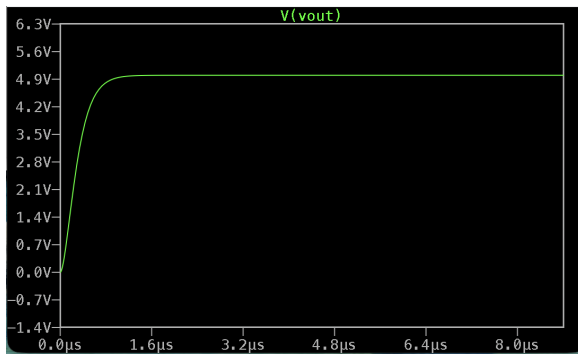


Figura 2: Capacitor 47pF, con $R_v = 6,58 k\Omega$

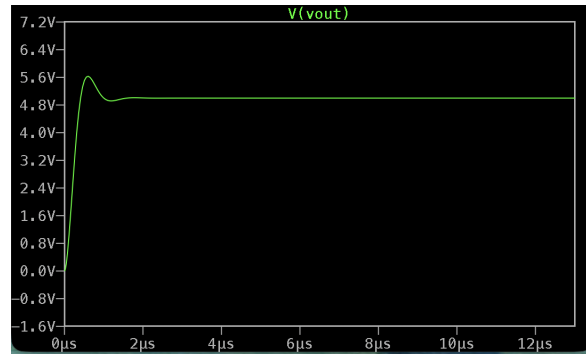


Figura 3: Capacitor 47pF, con $R_v = 3,47 k\Omega$

Por este motivo, se recurrió a la simulación del mismo usando el valor de L. Es importante volver a mencionar que el mismo ya asocia una gran incertidumbre en su cálculo. Al observar las figuras 2 y 3, se puede observar que el valor calculado mediante el osciloscopio, es un valor subamortiguado.

Por otra parte, al analizar el tiempo de transitorio del sistema, con la resistencia variable configurada en su valor mínimo, se obtuvieron los datos a continuación. El tiempo de respuesta transitoria obtenido experimentalmente (como se explicó en la sección 2.1) fue de $14,30 \mu s$, un valor muy lejano al que se consigue con la aproximación teórica de $5\tau = 20,55 \mu s$ (usando $\tau = 4,11 \mu s$).

Al observar las dos gráficas (observar figuras 4 y 5), se puede observar que el gráfico teórico difiere en gran medida con el medido por el osciloscopio. Las dos diferencias más grandes que se observa son: 1) La señal medida por el osciloscopio posee un decaimiento exponencial mucho más rápido que la simulada. 2) La señal simulada posee una frecuencia angular mucho más rápida que la medida por el osciloscopio.

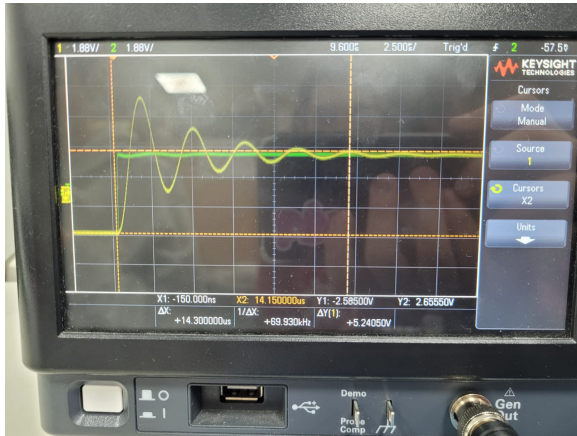


Figura 4: Foto de medición de 5τ con la resistencia mínima.

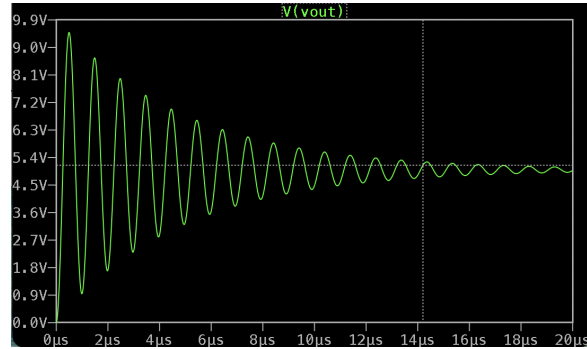


Figura 5: Capacitor 47pF, con R_v mínimo. Aquí la línea marca el valor de 5τ .

Esta diferencia podría deberse al efecto de histéresis en el inductor. Si bien el núcleo del inductor es de ferrite, un material el cual no cuenta con perdidas a causa de corrientes eddy, el mismo cuenta con perdidas de histéresis al cambiar la orientación del campo magnético. Esto se debe a que la corriente en este momento no es continua, sino que varía con el tiempo cambiando la dirección del campo magnético. Esto termina afectando la energía del sistema no ideal, causando las diferencias observadas con los valores teóricos.

Por tal motivo, se pudo concluir que en este caso los cálculos teóricos no se aproximan correctamente a los valores observados en el sistema real. Esto se debe a que las ecuaciones no contemplan el efecto de pérdida causado por la histéresis. Es más, este modelo se podría aproximar usando una resistencia en serie o una resistencia en paralelo. Aunque la misma conserva una forma parecida, la misma cuenta con diferencias marcadas en el tiempo de transitorio, por lo que no se consideró pertinente su comparación con los valores experimentales. Todo esto explicaría el error relativo del 68 % entre el tiempo del transitorio teórico y el experimental.

Al analizar la frecuencia, se registró $f = 102,45$ kHz. En cambio, en la simulación se obtuvo una frecuencia de 1012,4 kHz, una frecuencia mucho más grande. También, el valor de sobrepico obtenido en la experiencia fue de 3,196 V, mientras que en el simulado fue de 4,745 V. Aquí se ve un error relativo del 32,64 %, el cual se puede atribuir a las pérdidas de energía ocasionadas en el núcleo del inductor.

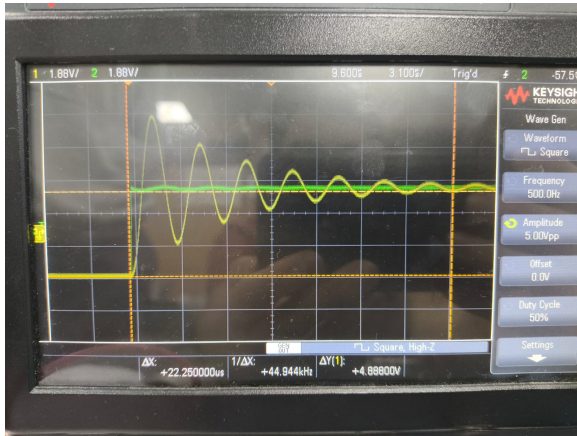


Figura 6: Foto de medición del osciloscopio con las resistencias cortocircuitadas.

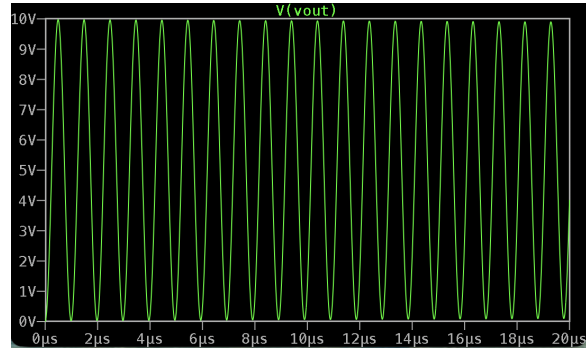


Figura 7: Simulación del sistema con las resistencias cortocircuitadas.

En última instancia se cortocircuitaron la resistencia de 215Ω y la resistencia variable. Al comparar ambos gráficos (observar figuras 6 y 7), se puede observar una gran diferencia entre los datos obtenidos teóricamente y los datos empíricos. Mientras que según lo teórico se puede observar lo que es un oscilador casi ideal, en la experiencia de laboratorio se observó un sistema que no oscila indefinidamente. Esto se puede ver en los datos, puesto a que el tiempo de transitorio obtenido en el osciloscopio es de $t = 11 \mu s$, mientras que el teórico es de $5\tau = 6,58 \text{ ms}$. Esto es una diferencia de 3 ordenes de magnitud.

Esta diferencia vuelve a ser explicada por la pérdida de histéresis en el inductor. En el modelo teórico se considera que el único elemento que pierde energía es la resistencia asociada al inductor. No obstante en la realidad, el sistema no solo pierde energía por la resistencia del inductor, sino que también por la histéresis al cambiar la orientación del campo magnético.

3. Conclusiones

A lo largo del informe se pudo observar las diferentes respuestas del sistema al cambiar los valores de sus componentes. En este caso se pudo observar que al aumentar la capacitancia, se reduce el valor de la resistencia que causa un amortiguamiento crítico. Algo predicho por las ecuaciones mencionadas en el marco teórico.

Aun así, es importante mencionar que al trabajar con los datos del capacitor de 47 pF encontramos muchas diferencias con lo esperado según la teoría. Si bien se pudo ver un margen de error en los datos del capacitor de 470 pF , el error se hizo mucho más notable en el segundo capacitor.

Algunas de las causas que se pueden asociar a ello son: 1) La inductancia fue calculada en base a datos del primer capacitor. 2) La pérdida de energía por parte de la histéresis causó una gran error en las mediciones frente a los valores teóricos. 3) Cargas parasitarias introducidas por los elementos de medición.

En particular, en este trabajo se hace hincapié en que la segunda causa afectó mucho más a las mediciones. En el régimen subamortiguado la energía se disipa gradualmente a lo largo de varias

oscilaciones, mientras que en el sobreamortiguado se disipa de manera monótona sin oscilaciones. Por tal motivo, al sumar factores que favorecen la disipación de energía, su respuesta se ve afectada en mayor medida que en los sistemas sobreamortiguados.

Esto se aprecia en las figuras 6 y 7, al comparar el caso de las resistencias cortocircuitadas. En dicho caso, según la teoría, el sistema debería seguir un comportamiento de un oscilador ideal al no poseer una resistencia R , la cual disipe energía. No obstante, en la práctica hay varios factores que generan pérdidas de energía. Algunos de ellos son la resistencia asociada al inductor y la disipación por histéresis. Por ende, el sistema no cumplió con lo predicho en la teoría.

Por último, al trabajar con un valor mucho más pequeño de capacitancia y resistencias, el sistema se volvió mucho más sensible a las cargas parasitarias causadas por el generador de ondas y el osciloscopio.

Se concluye que las ecuaciones teóricas presentan una buena correlación con los datos analizados, ya que permiten predecir la respuesta del sistema; sin embargo, mantienen un margen de incertidumbre al calcular valores aproximados, dado que no contemplan los efectos parasitarios presentes en el sistema.