



INSTITUTO TECNOLÓGICO
DE
BUENOS AIRES

Trabajo Práctico N° 6

Teoría de Circuitos I
25.10

Grupo N° 2

Juan Bautista Correa Uranga
Juan Ignacio Caorsi
Rita Moschini

Legajo: 65016
Legajo: 65532
Legajo: 67026

16 de noviembre de 2025

Resumen

Índice

1.. Introducción	3
1.1. Instrumental	3
1.2. Marco teórico	3
2.. Desarrollo	6
2.1. Procedimiento	6
2.2. Datos recolectados	8
2.3. Cálculos	10
3.. Análisis	12
4.. Conclusiones	13

1. Introducción

1.1 Instrumental

En esta experiencia se utilizaron los siguientes instrumentos:

- Osciloscopio Keysight (Agilent) DSO6014A
- Generador de ondas con resistencia interna de 50Ω
- Analizador de impedancias LCR.
- Resistencia de 100Ω (nominal y medido).
- Capacitor de $2,2 \text{ nF}$.
- Inductor de inductancia entre $0,5 \text{ mH}$ y 2 mH

1.2 Marco teórico

El modelo de transformador estudiado a lo largo de este trabajo práctico consiste en dos bobinados alrededor de un núcleo. Si se conecta uno de estos bobinados a una fuente de alterna, el campo magnético variable debido al carácter alterno de la excitación genera un flujo de campo magnético variable a través del mismo, y el cual induce una corriente en el núcleo. Dicha corriente se llama **corriente de Eddy** o corriente de Foucault, y se obtiene mediante la ecuación

$$I = I_1 \cdot N_1 + I_2 \cdot N_2 = \frac{\phi l}{A\mu}$$

donde N_1 y N_2 representan el número de vueltas del bobinado primario y el secundario respectivamente, I_1, I_2 las corrientes que circulan por los mismos, A la sección transversal del núcleo, l la longitud del mismo y ϕ el flujo de campo magnético a través del mismo. En base a esto, se define la reluctancia R como

$$R = \frac{l}{A\mu}$$

La corriente de Eddy es un efecto no deseable de la configuración física del transformador, ya que disipa potencia que no es aprovechada. Es por esto que se busca que μ sea muy grande, ya que en ese caso $I=0$ y

$$0 = I_1 \cdot N_1 + I_2 \cdot N_2 = \frac{\phi l}{A\mu} \Rightarrow I_2 = \frac{-N_1}{N_2} I_1$$

Los materiales que tienen μ grande se denominan materiales mu-magnéticos.

Defino la constante $n = \frac{N_2}{N_1}$ que establece una relación entre el número de vueltas de ambos bobinados. Las 3 relaciones de transformación para un transformador ideal son:

$$V_2 = nV_1 \quad I_2 = \frac{-I_1}{n} \quad S_2 = -S_1 \quad n = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

Nótese que si $N_2 > N_1 \Rightarrow n > 1 \Rightarrow V_2 > V_1 \wedge I_2 < -I_1$ es decir, si el bobinado secundario tiene mayor cantidad de vueltas que el primario, la caída de tensión en el secundario es mayor que en el primario, y lo contrario sucede con la corriente. Al bobinado que tiene mayor tensión se le dice **reductor**, ya que si se conecta una tensión de alimentación al mismo, la tensión en el otro bobinado se verá reducida; de manera análoga, al bobinado con menor tensión se lo denomina **elevador**.

Un transformador ideal no tiene efecto inductivo entre las bobinas. Sin embargo, el campo magnético generado por la corriente I_1 también atraviesa el bobinado secundario, y viceversa. Esto resulta en la presencia de la inductancia mutua M , de manera que se considera el siguiente modelo

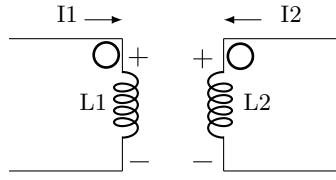


Figura 1: Modelo de transformador sin corrientes de Eddy, con inductancia mutua, ambas corrientes “entrando por el punto”.

la ubicación de los puntos indica el signo del término con M ; si en un inductor la corriente entra por el punto \circlearrowleft en el otro “sale por el punto”, entonces el signo del término con M es contrario al del término sin M en la tensión dada. En el caso de la figura 1, las ecuaciones son

$$\begin{cases} V_1 = L_1 \frac{dI_1}{dt} + M \frac{dI_2}{dt} \\ V_2 = M \frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt} \end{cases} \quad (1)$$

en cambio, en la figura 2

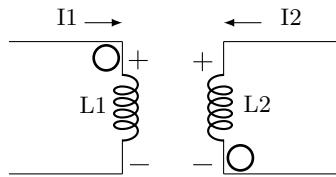


Figura 2: Modelo de transformador sin corrientes de Eddy, con inductancia mutua, una corriente “entrando por el punto” y la otra “saliendo”.

las ecuaciones de las tensiones son

$$\begin{cases} V_1 = L_1 \frac{dI_1}{dt} - M \frac{dI_2}{dt} \\ V_2 = -M \frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt} \end{cases}$$

en este trabajo práctico, se utilizó el modelo de la figura 1.

Un factor que influye en la inductancia mutua M es el acoplamiento de las bobinas. Se puede despejar a partir de las ecuaciones ya dadas la ecuación $M = \sqrt{L_1 L_2}$; sin embargo, en la práctica se observa que $M \leq \sqrt{L_1 L_2}$, pues no todo el campo magnético generado por cada bobinado pasa también por el otro. Esto sucede por la no idealidad de los materiales, y porque es imposible asegurar que ambos bobinados se mantengan perfectamente alineados. Para describir que tanto se acercan las condiciones del experimento a las ideales, se define el acoplamiento K

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (2)$$

Como $M \leq \sqrt{L_1 L_2} \Rightarrow 0 \leq K \leq 1$. Las condiciones ideales en las que $K = 1$ se denominan **acoplamiento perfecto**. En la práctica, las relaciones de transformación son

$$V_2 = nkV_1 \quad (3)$$

$$I_2 = \frac{-I_1}{nk} \quad (4)$$

$$S_2 = -S_1 \quad (5)$$

$$n = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \quad (6)$$

Una ventaja escencial del uso de transformadores es el aislamiento eléctrico. Esto quiere decir que si por ejemplo en la figura 3 se quema la resistencia R_1 , esto no afectaría a R_2 , sino que simplemente dejaría de circular corriente a traves del transformador.

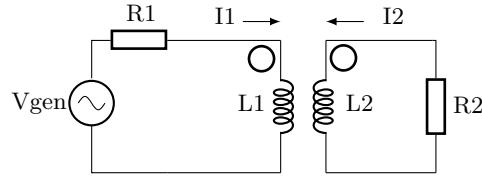


Figura 3: Ejemplo de circuito con cargas conectadas a ambos bobinados.

Otra característica de los transformadores es que si se agrega un offset a la señal que alimenta el bobinado primario del esquema, como el offset es escencialmente una señal que continua que se

superpone con la alterna, y los inductores se comportan como cortocircuitos en régimen de continua, esa tensión adicional no afecta al acoplamiento, y no se transmite al bobinado secundario.

Finalmente, vale la pena aclarar que, si se modela el transformador de la figura 3 (con las corrientes I_1 e I_2 entrantes al mismo, V_1 la tensión que cae en L_1 y V_2 la tensión que cae en L_2) se pueden obtener las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} V_{gen} - I_1 \cdot R_1 - V_1 = 0 \\ V_2 = nKV_1 \\ V_2 = -i_2 R_2 \\ I_2 = \frac{-I_1}{nK} \end{cases}$$

de donde se obtiene el circuito equivalente

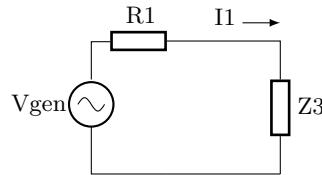


Figura 4: Circuito equivalente reducido.

$$\text{donde } Z_3 = \frac{R_2}{n^2} \cdot K^2$$

2. Desarrollo

2.1 Procedimiento

El procedimiento de este TP se dividió en 3 secciones:

- En la primera sección se midieron los parámetros del inductor. Para ello, primero se midieron los valores de inductancia de ambos lados del inductor. Eso realizó mediante el medidor LRC configurándolo a 50kHz. Seguido a eso, se conectó un generador de señal senoidal de 1,5 V pico a una frecuencia de 50 kHz a un bobinado y se midió la caída de tensión en ambos bobinados, para luego volver a realizar estas mediciones con el generador conectado al otro bobinado (observar figuras 5 y 6).

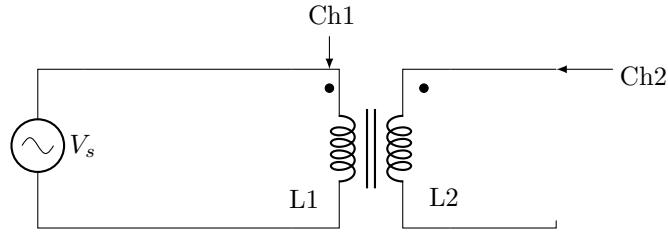


Figura 5: Generador conectado a L1

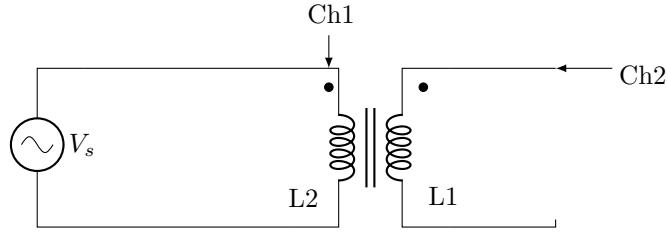


Figura 6: Generador conectado a L2

- En la segunda parte se conectó una resistencia adicional $R_m = 47 \Omega$ entre el generador y la entrada del transformador del lado elevador conocido en la primera parte de la práctica. Seguidamente, se varió el offset (se tomaron valores de -5v a 5v) de la señal usada en la primera sección y se midió la tensión de salida. La salida se consideró como circuito abierto.

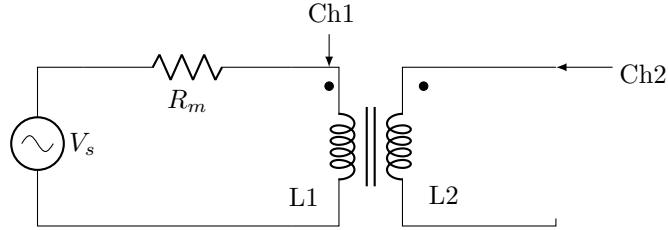


Figura 7: Conexionado segunda parte

- En la tercera parte se estudió la impedancia reflejada por el transformador. Para ello, manteniendo la resistencia adicional (R_m) de 47Ω en el entrada del transformado y manteniendo la señal original sin offset, se añadió una resistencia de carga (R_L) a la salida del transformador de $1 k\Omega$ (Observar figura 8). Con esto, se midió la caída de tensión sobre la resistencia de 47Ω y se calculó la corriente del generador. Con el cociente de la tensión de la fuente y la corriente, se

obtuvo la impedancia vista por la fuente. Se repitió el mismo procedimiento, pero conectado al segundo bobinado (Observar figura 9).

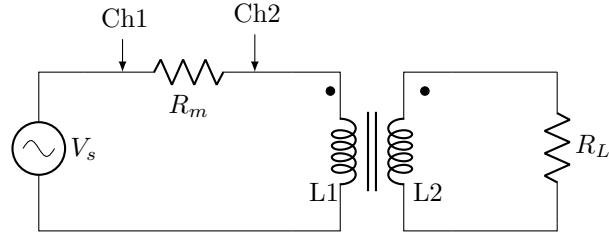


Figura 8: Generador conectado a L1

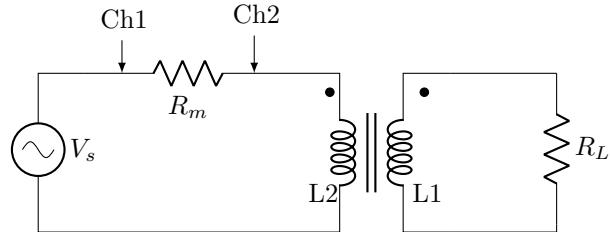


Figura 9: Generador conectado a L2

2.2 Datos recolectados

Parametros del inductor

En primer lugar se obtuvieron los siguientes valores de inductancia a 50kHz con el medidor LRC.

- $L_1 = 0,135 \text{ mH}$
- $L_2 = 1,931 \text{ mH}$

Luego, con el generador de ondas configurado con una onda senoidal de 3 V_{pp} a 50kHz con offset nulo, se midieron los siguientes valores (Observar tabla 1)

	$V_{L1}[\text{V}]$	$V_{L2}[\text{V}]$
Generador conectado a L1	$2,10 \angle 0^\circ$	$4,34 \angle 182^\circ$
Generador conectado a L2	$3,10 \angle 0^\circ$	$0,45 \angle 181^\circ$

Tabla 1: Tensiones pico a pico medidas en cada bobina con sus respectivas fases.

Fuente de tensión con offset

En la segunda parte al analizar variar el offset, se obtuvieron las siguientes mediciones variando el offset a la señal usada en el apartado anterior:

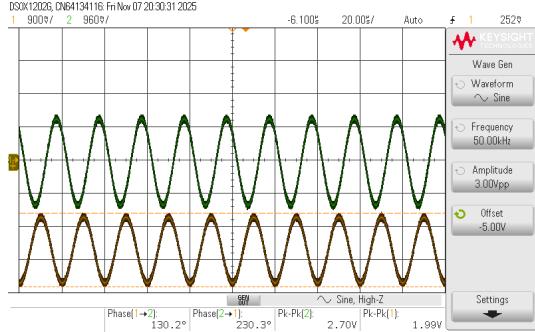


Figura 10: Fuente con offset de -5 V.

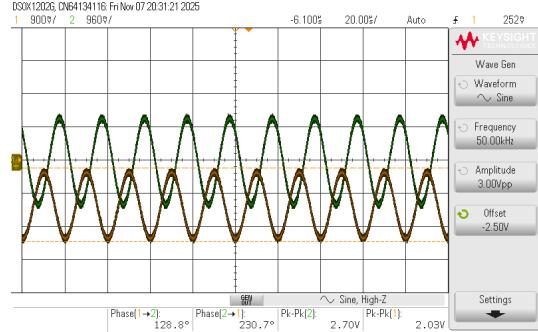


Figura 11: Fuente con offset de -2,5 V.

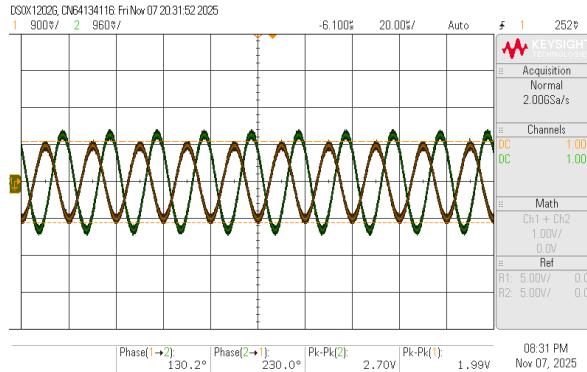


Figura 12: Fuente con offset de 0 V.

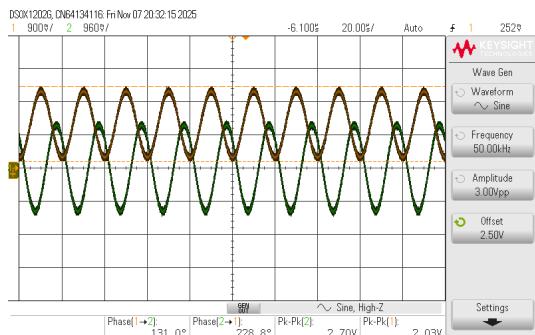


Figura 13: Fuente con offset de 2,5 V.

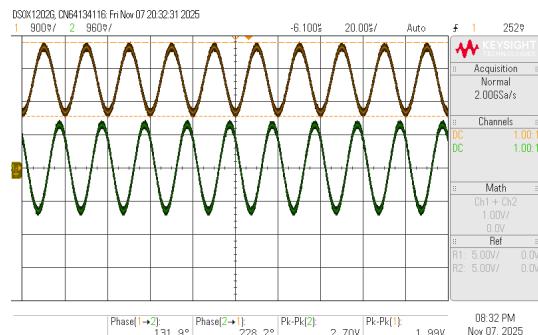


Figura 14: Fuente con offset de 5 V.

En las imágenes se puede observar las dos señales (entrada y salida). La señal marrón es la señal

capturada en la entrada del transformador. La señal verde es la salida del transformador.

Impedancia de entrada con carga

En esta sección se realizaron estas dos mediciones.

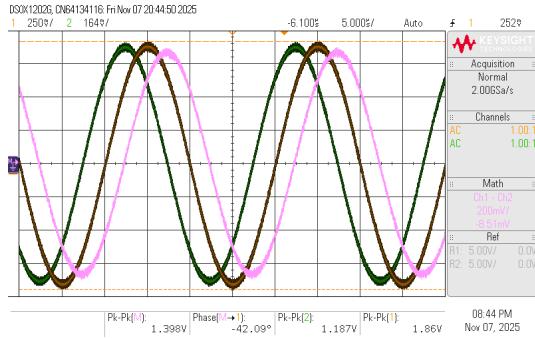


Figura 15: Caída de tensión medida sobre R_m .
Conexión lado elevador

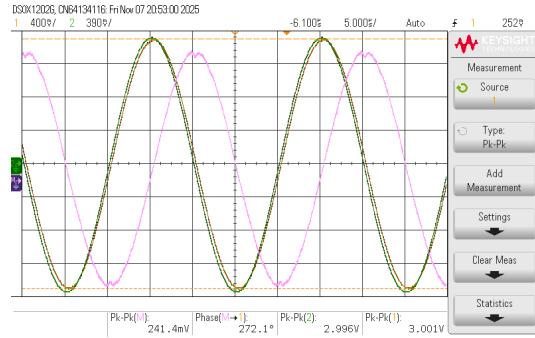


Figura 16: Caída de tensión medida sobre R_m .
Conexión lado reductor

Tanto en la figura 15 como en la 16, el Ch1 (marrón) es la señal de la fuente, Ch2 (verde oscuro) es la señal a la salida de la resistencia R_m y M es diferencia de tensión entre Ch1 y Ch2.

En el caso del generador conectado al lado elevador de tensión (L1), se obtuvieron los siguientes valores de tensión (Observar figura 15):

- Caída de tensión sobre R_m : $1,398V_{pp}\angle -42^\circ$

En el caso del generador conectado al lado reductor de tensión (L2), se obtuvieron los siguientes valores de tensión (Observar figura 16):

- Caída de tensión sobre R_m : $241,4mV_{pp}\angle 272^\circ$

2.3 Cálculos

Parametros del transformador

Para la obtención de M, se partió del sistema de ecuaciones 1 y se despejaron las siguientes ecuaciones, considerando que $I_2 = 0$:

$$V_{in} - R_{Lin} \cdot I_{in} - j\omega L_{in} I_{in} = 0$$

$$V_{out} = j \cdot \omega \cdot M \cdot I_{in}$$

Al despejar y hacer el cociente de ambas, se puede llegar a:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{j\omega M}{R_{Lin} + j\omega L_{in}}$$

Finalmente, como la resistencia del inductor es muy chica a comparación de $j\cdot\omega$ (con $f = 50$ kHz), se desprecia R llegando a la ecuación final:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} \cdot L_{in} = M \quad (7)$$

con L_{in} el valor del bobinado conectado al generador, V_{in} la tensión en la entrada del transformador y V_{out} la tensión de la salida.

A partir de esta última ecuación se puede conseguir, mediante la fase, el signo de M, y al tomar el modulo, se puede despejar K mediante la ecuación 2.

Con esto en cuenta se llegaron a los siguientes resultados:

- $M = 0,279mH\angle -178^\circ \approx -0,279$ mH
- $K = 0,546$

A partir de conectar V_{l1} al generador.

- $M = 0,28mH\angle -179^\circ \approx -0,28$ mH
- $K = 0,549$

A partir de conectar V_{L2} al generador.

Otro valor que se trabajo fue el factor de relación de vueltas para un transformador ideal. Aquí se calculó el n de varias formas:

- Mediante la ecuación 3 con V_1 la entrada de L_1 : $n = 3,78$
- Mediante la ecuacion 3 con V_2 la entrada de L_2 : $\frac{1}{n} = 0,2658 \implies n = 6,89$
- Mediante la ecuación 6 : $n = 3,78$

Impedancia de entrada con carga

Mediante la ley de Ohm se consiguieron los siguientes valores de impedancia:

- Con R_L conectada a L2: $I_s = 14,87$ mA $\angle -42^\circ \implies Z_s = 101,35 \Omega \angle 42^\circ$
- Con R_L conectada a L1: $I_s = 2,568$ mA $\angle -88^\circ \implies Z_s = 584,112 \Omega \angle 88^\circ$

3. Análisis

Parametros del transformador

En la primera parte se midieron los parametros y comportamiento del transformador. Al observar la tabla 1, se puede observar que el transformador poseía una entrada elevadora en la bobina L1 y reductora en L2.

El primer valor calculado fue M y se calculó a partir de las dos mediciones indicadas en la tabla 1. En ambos casos, se llegó a un M casi idéntico, el cuyos módulo difiere en 0,001 mH. Esto concuerda con la teoría, puesto a que el coeficiente de inductancia mutua, debe ser el mismo para ambos bobinados. Al mismo tiempo, esto sugiere que las mediciones de tensión fueron bastante confiables.

Otro aspecto observado en los resultados obtenidos de M, fue que el valor de la constante fue negativo. Aun así, esto no debería ser un problema, ya que estaría ligado al sistema de referencia usado para despejar las ecuaciones. En este caso se usó el indicado en la figura 1.

A partir del módulo de M y los valores de inductancia obtenidos se consiguió la constante de acoplamiento k. Este dió un valor bajo de aproximadamente 0,55. Esto indica que las bobinas del transformador no estaban idealmente acopladas. Más aun, al querer estimar la relación de vueltas del transformador, se observó que dos de los valores obtenidos eran idénticos entre sí, mientras que el tercero difería ampliamente en un 92 %, probablemente como resultado de mediciones mal realizadas. El n=3,78 permitiría indicar que este transformador tendría una relación aproximada de 1:3 o 1:4 vueltas.

Fuente de tensión con offset

En esta parte, al observar las figuras 10 a la 14, se pudo observar que la tensión de salida no varió al modificar el offset. Esto se puede explicar de la siguiente manera. Al añadir un offset a una señal, se añade una corriente continua a la misma. Debido a que el transformador funciona como un filtro pasa altos, el mismo filtra la señal dc del offset dejando solo la señal senoidal original. Todo esto sin importar el valor del offset.

Por tal motivo, al observar las mediciones en todos los casos, se puede observar que la salida es la misma para todos los casos y concuerda con la señal original sin offset agregado.

Carga en la salida del transformador

Finalmente en esta parte, al trabajar con el transformador conectado al lado elevador, se conectó una carga de $1\text{ k}\Omega$ a la salida y se midió una impedancia en la fuente de $101,35\text{ }\Omega \angle 42^\circ$. Por otro lado, al trabajar la carga de lado reductor, se observó una impedancia de $584,112\text{ }\Omega \angle 88^\circ$.

Lo observado aquí difiere totalmente de lo que se esperaría de un inductor ideal. En un inductor ideal, al trabajar en modo elevador, uno esperaría que la carga cumpla $Z_s = \frac{Z_l}{n^2}$, mientras que uno esperaría $Z_s = Z_l \cdot n$ para el lado reductor.

Si bien esto se podría explicar mencionando errores en las mediciones (las cuales se pueden apreciar en los picos de la función math en la figura 16), también se podría explicar de la siguiente manera. Al conectar el generador a la entrada reductora implica que la fuente está conectada al bobinado que posee mayor inductancia, por lo que habrá una mayor carga inductiva. Esto es apreciable ya que la fase vista en la impedancia es de 88 grados, lo que concuerda con una predominancia inductiva.

Por el lado contrario al trabajar con el lado elevador, el generador se encuentra conectado al bobinado más pequeño con menor carga inductiva, de aquí a que se vea una fase de 42 grados, donde muestra una impedancia inductiva y resistiva.

4. Conclusiones