INSTITUTO TECNOLÓGICO
DE
BUENOS AIRES

Trabajo Práctico N° 3

Teoría de Circuitos I
25.10

Grupo N° 3

Juan Bautista Correa Uranga	Legajo: 65016
Juan Ignacio Caorsi	Legajo: 65532
Rita Moschini	Legajo: 67026

27 de octubre de 2025

Resumen

Índice

1. Introducción

Este trabajo práctico aborda la descripción de redes de dos puertos o cuadripolos mediante sus distintos parámetros. Se buscó adquirir experiencia en la obtención de los mismos, verificar las ecuaciones de conversión, y predecir los parámetros de las redes de dos puertos resultantes de conectar de distintas maneras dos cuadripolos con parámetros obtenidos previamente.

1.1 Instrumental

En esta experiencia se utilizaron los siguientes instrumentos:

- Osciloscopio Keysight (Agilent) DSO6014A
- Generador de ondas con resistencia interna de 50Ω
- Cuadripolo 9603
- Cuadripolo 9609
- Resistencia de $4,7\Omega$
- Resistencia de $1K\Omega$

Para ambos cuadripolos, la tensión máxima de entrada es de 15 V, y la corriente máxima de entrada vale 50 mA.

1.2 Marco teórico

Muchos circuitos prácticos tienen solamente dos puertos de acceso, es decir, dos lugares donde las señales pueden entrar o salir. En particular, una red de cuatro terminales se denomina red de dos puertos cuando, para ambos pares de terminales, la corriente entrante a una terminal del par sale por la otra terminal del par.

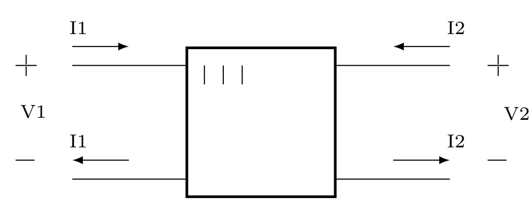

Figura 1: Red de dos puertos común.

Con el fin de describir este tipo de redes sin conocer o profundizar sobre su composición interna, es útil conocer las relaciones entre los voltajes y las corrientes de los puertos. Para eso, se definen los parámetros impedancia (Z), admitancia (Y) y transmisión (T) de la siguiente manera:

$$Z = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \qquad Y = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} \qquad T = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

tal que

$$\begin{cases} V_1 = I_1 \cdot Z_{11} + I_2 \cdot Z_{12} \\ V_2 = I_1 \cdot Z_{21} + I_2 \cdot Z_{22} \end{cases} \qquad \begin{cases} I_1 = V_1 \cdot Y_{11} + V_2 \cdot Y_{12} \\ I_2 = V_1 \cdot Y_{21} + V_2 \cdot Y_{22} \end{cases} \qquad \begin{cases} V_1 = V_2 \cdot A + (-I_2) \cdot B \\ I_1 = V_2 \cdot C + (-I_2) \cdot D \end{cases}$$

Si por ejemplo se quisiera obtener el parámetro Z_{11}, anulando I_2 y despejando en la ecuación $V_1 = I_1 \cdot Z_{11} + I_2 \cdot Z_{12}$ se tiene

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

Otro aspecto que se buscó estudiar es si un cuadripolo era simétrico o recíproco. Se dice que un cuadripolo es **simétrico** si que tiene la misma estructura vista desde cualquiera de sus dos puertos, esto es si se cumplen las siguientes ecuaciones en simultáneo:

$$Z_{11} = Z_{22} \quad \wedge \quad Y_{11} = Y_{22} \quad \wedge \quad A = D$$

Luego, un cuadripolo es **recíproco** si es simétrico y solo tiene elementos pasivos (resistencias, inductores o capacitores, no fuentes). En estos casos, se puede afirmar

$$Z_{12} = Z_{21} \quad \wedge \quad Y_{12} = Y_{21} \quad \wedge \quad AD - BC = 1$$

Por otro lado, la cátedra provee una tabla con ecuaciones que permiten obtener todos los parámetros a partir de cualquier otro. Los que serán utilizados en esta práctica son los siguientes:

$$Y = \begin{pmatrix} \frac{Z_{22}}{\Delta z} & \frac{-Z_{12}}{\Delta z} \\ \frac{-Z_{21}}{\Delta z} & \frac{-Z_{11}}{\Delta z} \end{pmatrix} \qquad T = \begin{pmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{\Delta z}{Z_{21}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{pmatrix}$$

Por último, se estudió la relación entre parámetros para los distintos conexionados entre cuadripolos que se presentan a continuación

Conexión Serie

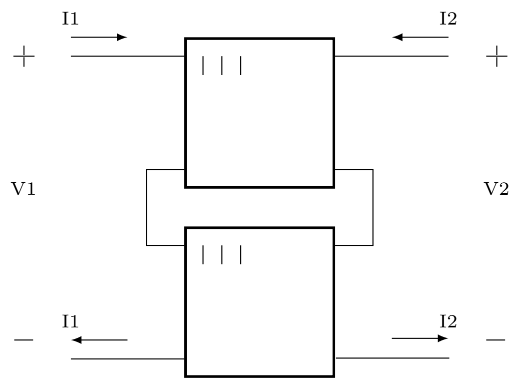

Figura 2: Dos cuadripolos conectados en serie.

En este conexionado, se cumple que la matriz impedancia Z resultante es

$$Z = Z_A + Z_B$$

siendo Z_A y Z_B las matrices impedancia de los respectivos cuadripolos.

Sin embargo, esto no sucede siempre, puesto que en algunos casos, el conexionado de los cuadripolos entre sí modifica los parámetros originales. Para saber si esto sucede o no, se realiza el **Test de Brune**.

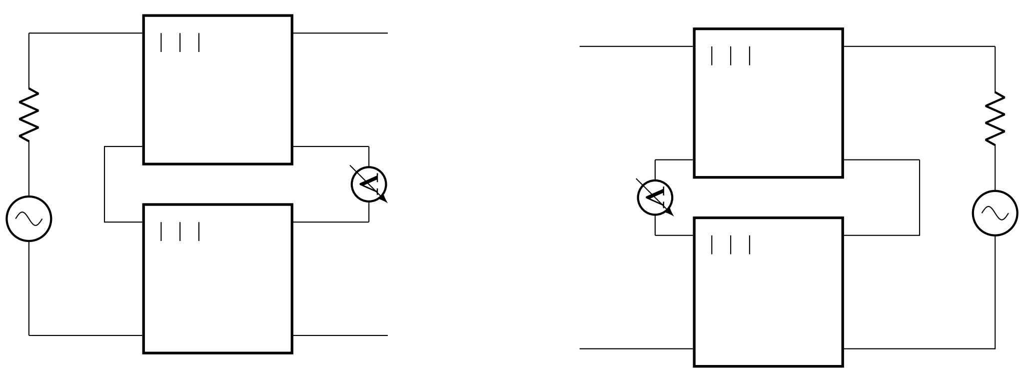

Figura 3: Test de Brune para el conexionado en Serie.

Si se cumple que la tensión del voltímetro es cero o cercana a cero en ambos casos, entonces se cumple la condición de Brune y se puede obtener la matriz Z de la manera explicada.

Conexión en Paralelo

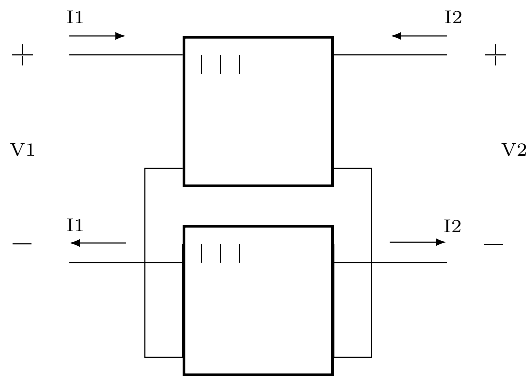

Figura 4: Dos cuadripolos conectados en paralelo.

En este conexionado, se cumple que la matriz admitancia Y resultante es

$$Y = Y_A + Y_B$$

siendo Y_A e Y_B las matrices admitancia de los respectivos cuadripolos.

De forma análoga al conexionado serie, no siempre se cumple esta relación. El esquema de conexionado del **Test de Brune** en este caso es

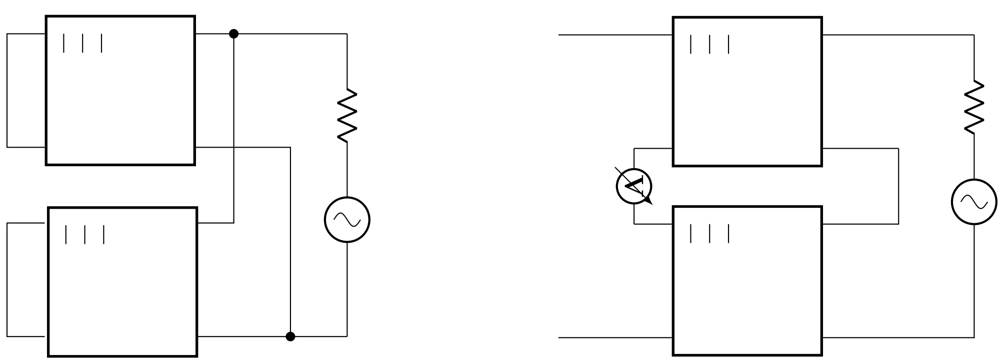

Figura 5: Test de Brune para el conexionado en Paralelo.

Si se cumple que la tensión del voltímetro es cero o cercana a cero en ambos casos, entonces se cumple la condición de Brune y se puede obtener la matriz Y de la manera explicada.

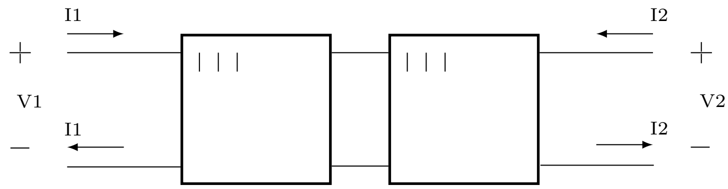

Figura 6: Dos cuadripolos conectados en cascada.

Conexión en Cascada

En este conexionado, se cumple que la matriz transmisión T resultante es

$$T = T_A \cdot T_B$$

siendo T_A e T_B las matrices de transmisión de los respectivos cuadripolos. Esta relación se cumple siempre para esta forma de conexionado.

2. Desarrollo

2.1 Procedimiento

Primero que nada, se configuró el generador de señales de manera que produjera una señal senoidal con offset nulo, 20 V de tensión pico a pico (es decir 10 V de máxima) y con 1 kHz de frecuencia. Los 20 V pico a pico fue elegidos considerando los 15 V de máxima que soportan los cuadripolos, de manera que el valor de la señal fuera lo suficientemente grande como para obtener una buena resolución en el osciloscopio pero a la vez lo suficientemente por debajo de la tensión máxima como para no arriesgar quemar los componentes.

Además, ambos cuadripolos poseían una corriente máxima de 50mA. Dada la configuración del generador de ondas, se obtiene que $R_{min} = \frac{10V}{50mA} = 200\Omega$. Para evitar trabajar en valores de corriente muy cercanos al límite, se optó por usar una resistencia de 1 $k\Omega$, de manera que $I = \frac{10V}{1k\Omega} = 10mA$ (muy por debajo de los 50 mA), asegurándonos así de no dañar los equipos. Al mismo tiempo, no se usó una resistencia más grande para evitar trabajar con corrientes muy pequeñas, las cuales podrían resultar en mayor ruido en las mediciones. Finalmente, una ventaja adicional de tomar ese valor de resistencia es que su amplia diferencia con la resistencia interna del generador de 50 Ω (dos órdenes de magnitud) implica una menor influencia de la resistencia interna del generador sobre las mediciones, y por lo tanto un comportamiento más cercano al ideal.

Dado que resultaba menos trabajoso conectar y desconectar los cuadripolos a la protoboard y entre sí que anular tensiones y corrientes, se realizaron las mediciones de manera tal que para cada valor anulado, se medían todos los demás valores con ambos cuadripolos y luego con las conexiones para las cuales dichas mediciones fueran útiles, antes de pasar a anular el siguiente valor. Por ejemplo, primero se anuló I_2 y se midieron I_1, V_1 y V_2 para el cuadripolo 9603, luego para el 9609 y luego con ambos conectados en serie y en cascada (nótese que para obtener las ecuaciones de la matriz admitancia, que es la estudiada en el conexionado en paralelo, solo anulan las tensiones V_1 y V_2, por lo que realizar las mediciones con I_2 anulada habría sido útil).

Por otra parte, la forma que elegimos de medir corriente usando el osciloscopio fue midiendo la caída de tensión en una resistencia (esto es, la tensión tanto antes como después), y dividiéndola por la impedancia de la misma. Para I_1 se uso la resistencia de $1k\Omega$, y para poder medir la corriente al realizar un cortocircuito en la salida, es decir al anular V_2, se usó una resistencia pequeña de 4,7 Ω (valor medido con el multímetro). Esta misma introdujo incertezas a las mediciones ya que en este caso uno no tendría tensión de salida igual a cero, sino que aproximadamente cero. Aun así se decidió usar este método, ya que de otra forma no era posible usar el osciloscopio para medir la corriente y su fase.

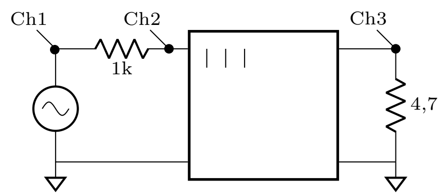

Figura 7: Conexionado de los canales del osciloscopio para medir $V_1, I_1 e I_2$ en simultáneo con $V_2 = 0$.

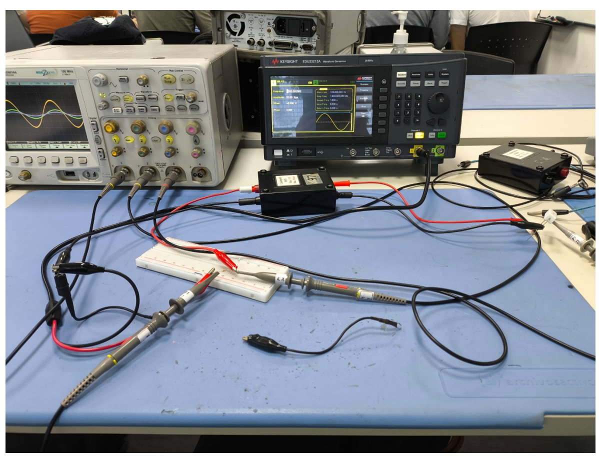

Figura 8: Foto de las conexiones para medir V_1, I_1 e I_2 en simultáneo con $V_2 = 0$.

2.2 Datos recolectados

En el laboratorio se recolectaron los siguientes datos para cada cuadripolo:

9603	$V_1 = 0$	$V_2 = 0$	$I_1 = 0$	$I_2 = 0$
V_1	0	0,85 V $\angle\, 0°$	0,95 V $\angle\, -41°$	1,39 V $\angle\, -22°$
V_2	0,65 V $\angle\, -24°$	0	1,14 V $\angle\, -43°$	0,865 V $\angle\, -46°$
I_1	5,147 mA $\angle\, -20°$	8,5 mA $\angle\, 0°$	0	8,5 mA $\angle\, 4°$
I_2	9,1 mA $\angle\, 0°$	7,941 mA $\angle\, 0°$	8,6 mA $\angle\, 6°$	0

Tabla 1: Mediciones de tensiones y corrientes cuadripolo 9603.

9609	$V_1 = 0$	$V_2 = 0$	$I_1 = 0$	$I_2 = 0$
V_1	0	1,8 V $\angle\, -16°$	1,18 V $\angle\, -58°$	1,875 V $\angle\, -30°$
V_2	2,5 V $\angle\, -4°$	0	2,625 V $\angle\, -17°$	1,25 V $\angle\, -58°$
I_1	6,617 mA $\angle\, -11°$	8 mA $\angle\, 4°$	0	8 mA $\angle\, 7°$
I_2	7,3 mA $\angle\, 0°$	3,676 mA $\angle\, -33°$	7,3 mA $\angle\, 6°$	0

Tabla 2: Mediciones de tensiones y corrientes cuadripolo 9609.

Cascada	$I_2 = 0$	$V_2 = 0$
V_1	1,2 V $\angle\, -16°$	1,22 V $\angle\, -12°$
V_2	0,435 V $\angle\, -70°$	0
I_1	8,6 mA $\angle\, 2°$	8,3 mA $\angle\, 0°$
I_2	0	1,985 mA $\angle\, -12°$

Tabla 3: Mediciones de tensiones y corrientes en conexión en cascada

Serie	$I_1 = 0$	$I_2 = 0$
V_1	2,34 V $\angle\, -32°$	2,64 V $\angle\, -25°$
V_2	2,53 V $\angle\, -30°$	2,265 V $\angle\, -36°$
I_1	0	7,5 mA $\angle\, 9°$
I_2	7,8 mA $\angle\, 11°$	0

Tabla 4: Mediciones de tensiones y corrientes en conexión en serie

Paralelo	$V_1 = 0$	$V_2 = 0$
V_1	0	0,64 V $\angle\, 0°$
V_2	0,58 V $\angle\, -20°$	0
I_1	5 mA $\angle\, -20°$	9 mA $\angle\, 0°$
I_2	8,5 mA $\angle\, 0°$	5,441 mA $\angle\, -4°$

Tabla 5: Mediciones de tensiones y corrientes en conexión en paralelo

2.3 Cálculos

Para el calculo de los parámetros Y, Z y T se usaron las ecuaciones detalladas en el marco teórico. Los resultados obtenidos fueron:

Cuadripolo 9603

Matriz de parámetros Y	
$10\,\text{mS}$	$(7{,}9 + 0{,}5523j)\,\text{mS}$
$9{,}342\,\text{mS}$	$(12{,}789 + 5{,}694j)\,\text{mS}$

Tabla 6: Matriz de parámetros Y correspondiente al cuadripolo 9603. Matriz calculada a partir de parámetros medidos.

Matriz de parámetros T	
$1{,}468$	$-107{,}04\,\Omega$
$6{,}316 \times 10^{-3}\,\text{S}$	$-1{,}07$

Tabla 7: Matriz de parámetros T correspondiente al cuadripolo 9603. Matriz calculada a partir de parámetros medidos.

Matriz de parámetros Z	
$(146{,}98 - 71{,}69j)\,\Omega$	$(75{,}33 - 80{,}79j)\,\Omega$
$(91{,}47 - 98{,}08j)\,\Omega$	$(86{,}97 - 100{,}04j)\,\Omega$

Tabla 8: Matriz de parámetros Z correspondiente al cuadripolo 9603. Matriz calculada a partir de parametros medidos

Luego, en base a la tabla 8 se calcularon los parametros Y y T de forma indirecta.

Matriz de parámetros Y (método indirecto)	
$(14{,}55 - 1{,}572j)\,\text{mS}$	$(-12{,}16 + 0{,}886j)\,\text{mS}$
$(-14{,}76 + 1{,}075j)\,\text{mS}$	$(17{,}277 + 5{,}227j)\,\text{mS}$

Tabla 9: Matriz de parámetros Y obtenida por el método indirecto para el cuadripolo 9603

Matriz de parámetros T (método indirecto)	
$(1{,}138 + 0{,}437j)$	$(67{,}37 + 4{,}91j)\,\Omega$
$(0{,}00509 + 0{,}00545j)\,\text{S}$	$(0{,}9878 - 0{,}0345j)$

Tabla 10: Matriz de parámetros T obtenida por el método indirecto para el cuadripolo 9603

Cuadripolo 9609

Matriz de parámetros Y	
$(4{,}176 + 1{,}520j)\,\mathrm{mS}$	$(2{,}627 - 0{,}323j)\,\mathrm{mS}$
$(1{,}953 - 0{,}597j)\,\mathrm{mS}$	$(2{,}913 + 0{,}204j)\,\mathrm{mS}$

Tabla 11: Matriz de parámetros Y correspondiente al cuadripolo 9609. Matriz calculada a partir de parámetros medidos.

Matriz de parámetros T	
$(1{,}324 + 0{,}704j)$	$(-468{,}21 - 143{,}15j)\,\Omega$
$(0{,}003 + 0{,}006j)\,\mathrm{S}$	$(-1{,}738 - 1{,}310j)$

Tabla 12: Matriz de parámetros T correspondiente al cuadripolo 9609. Matriz calculada a partir de parámetros medidos.

Matriz de parámetros Z	
$(187{,}18 - 141{,}05j)\,\Omega$	$(70{,}86 - 145{,}28j)\,\Omega$
$(299{,}76 - 133{,}46j)\,\Omega$	$(331{,}00 - 140{,}50j)\,\Omega$

Tabla 13: Matriz de parámetros Z correspondiente al cuadripolo 9609. Matriz calculada a partir de parámetros medidos.

Luego, en base a la tabla 13 se calcularon los parametros Y y T de forma indirecta.

Matriz de parámetros Y (método indirecto)	
$(7{,}982 + 0{,}471j)\,\mathrm{mS}$	$(-2{,}847 + 2{,}194j)\,\mathrm{mS}$
$(-7{,}290 - 0{,}303j)\,\mathrm{mS}$	$(5{,}122 - 0{,}961j)\,\mathrm{mS}$

Tabla 14: Matriz de parámetros Y obtenida por el método indirecto para el cuadripolo 9606

Matriz de parámetros T (método indirecto)	
$(0{,}696 - 0{,}161j)$	$(136{,}935 - 5{,}688j)\,\Omega$
$(0{,}003 + 0{,}001j)\,\mathrm{S}$	$(1{,}096 + 0{,}019j)$

Tabla 15: Matriz de parámetros T obtenida por el método indirecto para el cuadripolo 9609

Parametros combinados

Matriz de parámetros Z cuadripolos en serie	
$(334{,}16 - 212{,}74j)\,\Omega$	$(146{,}20 - 226{,}07j)\,\Omega$
$(391{,}23 - 231{,}55j)\,\Omega$	$(417{,}97 - 240{,}55j)\,\Omega$

Tabla 16: Matriz de parámetros Z equivalente correspondiente a la conexión en serie de los cuadripolos 9603 y 9609, calculada a partir de $Z_{9603} + Z_{9609}$.

Matriz de parámetros Z serie a partir de mediciones	
$(291{,}82 - 196{,}84j)\,\Omega$	$(219{,}41 - 204{,}60j)\,\Omega$
$(213{,}55 - 213{,}55j)\,\Omega$	$(244{,}80 - 212{,}80j)\,\Omega$

Tabla 17: Matriz de parámetros Z correspondiente a la conexión en serie directa de los cuadripolos 9603 y 9609, calculada a partir de los valores medidos en el laboratorio.

Matriz de parámetros T equivalente (conexión en cascada)	
$(1{,}9448 + 1{,}2786j)$	$(-407{,}76 - 375{,}99j)\,\Omega$
$(1{,}70 \times 10^{-4} + 8{,}21 \times 10^{-3}j)\,\mathrm{S}$	$(-0{,}0197 - 3{,}0269j)$

Tabla 18: Matriz de parámetros T equivalente correspondiente a la conexión en cascada de los cuadripolos 9603 y 9609, calculada mediante la multiplicación $T_{9603} \cdot T_{9609}$ conseguidas mediante los datos directos.

Matriz de parámetros T a partir de mediciones	
$(1{,}6214 + 2{,}2318j)$	$(-614{,}61)\,\Omega$
$(6{,}109 \times 10^{-3} + 0{,}0188j)\,\mathrm{S}$	$(-3{,}9421 - 0{,}8379j)$

Tabla 19: Matriz de parámetros T correspondiente a la conexión en cascada de los cuadripolos 9603 y 9609, obtenida directamente a partir de los valores medidos en el laboratorio.

Matriz de parámetros Y equivalente ($Y_{9603} + Y_{9609}$)	
$(0{,}014176 + 0{,}001520j)\,\mathrm{S}$	$(0{,}010527 + 0{,}000230j)\,\mathrm{S}$
$(0{,}011296 - 0{,}000598j)\,\mathrm{S}$	$(0{,}015703 + 0{,}005899j)\,\mathrm{S}$

Tabla 20: Matriz de parámetros Y equivalente correspondiente a la conexión en paralelo de los cuadripolos 9603 y 9609, calculada a partir de $Y_{9603} + Y_{9609}$.

Matriz de parámetros Y (medición directa)	
$(0{,}01406)\,\mathrm{S}$	$(8{,}62 \times 10^{-3})\,\mathrm{S}$
$(8{,}481 \times 10^{-3} - 5{,}930 \times 10^{-4}j)\,\mathrm{S}$	$(0{,}01377 + 5{,}012 \times 10^{-3}j)\,\mathrm{S}$

Tabla 21: Matriz de parámetros Y correspondiente a la conexión en paralelo de los cuadripolos 9603 y 9609, obtenida directamente a partir de los valores medidos en el laboratorio.

Matriz de parámetros Y equivalente (Y a partir de Z)	
$(0{,}02253 - 0{,}00110j)\,\mathrm{S}$	$(-0{,}01501 + 0{,}00381j)\,\mathrm{S}$
$(-0{,}02205 + 0{,}00077j)\,\mathrm{S}$	$(0{,}02240 + 0{,}00427j)\,\mathrm{S}$

Tabla 22: Matriz de parámetros Y equivalente correspondiente a la conexión en paralelo de los cuadripolos 9603 y 9609, calculada a partir de Z_{9603} y Z_{9609}.

Matriz de parámetros T equivalente ($T_{9603} \cdot T_{9609}$ a partir de Z)	
$(1{,}0439 + 0{,}2184j)$	$(232{,}09 + 60{,}03j)\,\Omega$
$(7{,}1225 \times 10^{-3} + 4{,}298 \times 10^{-3}j)\,\mathrm{S}$	$(1{,}8089 + 0{,}7745j)$

Tabla 23: Matriz de parámetros T equivalente correspondiente a la conexión en cascada de los cuadripolos 9603 y 9609, calculada a partir de los parámetros T derivados de Z.

2.4 Análisis

3. Conclusiones