

제5장: 세가지기본신경망II: CNN

Soyoung Park

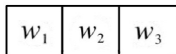
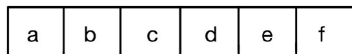
Pusan National University
Department of Statistics

`soyoung@pusan.ac.kr`

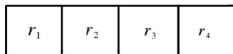
Convolutional Neural Network

- CNN모형의 설계는 MLP의 일반화 모형
-
- CNN도 MLP모형과 마찬가지로 입력층, 은닉층, 출력층을 연결하는 선형결합과 활성화함수로 구성됨
-
- 1D, 2D, 3D convolution은 1D, 2D, 3D 선형결합함수

1D convolution



(1,3) 커널



$$r_1 = w_1a + w_2b + w_3c,$$

$$r_2 = w_1b + w_2c + w_3d,$$

$$r_3 = w_1c + w_2d + w_3e,$$

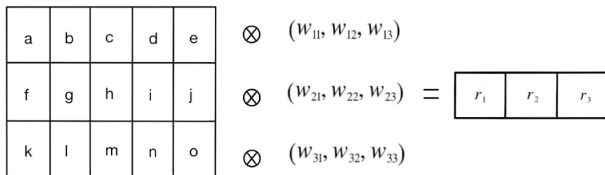
$$r_4 = w_1d + w_2e + w_3f$$

그림 2-6 (1,3) 커널에 의한 1D convolution

1D convolution

- $\{a, b, c, d, f, e\}$ 6개로 구성된 특성변수 입력
- 모수 w_1, w_2, w_3 로 구성된 (1,3) 커널을 한칸씩 오른쪽으로 움직이면서
- r_1, r_2, r_3, r_4 로 표기된 선형결합과 크기가 (1,4)인 1D텐서 출력
-
- 6개의 특성변수가 입력되었으므로, 출력도 6개로 만들고 싶다면 입력 양 끝에 0을 추가하면 크기가 (1,6)인 1D텐서를 출력 → padding

2D텐서에 1D convolution 적용



$$r_1 = w_{11}a + w_{12}b + w_{13}c + w_{21}f + w_{22}g + w_{23}h + w_{31}k + w_{32}l + w_{33}m$$

$$r_2 = w_{11}b + w_{12}c + w_{13}d + w_{21}g + w_{22}h + w_{23}i + w_{31}l + w_{32}m + w_{33}n$$

$$r_3 = w_{11}c + w_{12}d + w_{13}e + w_{21}h + w_{22}i + w_{23}j + w_{31}m + w_{32}n + w_{33}o$$

그림 2-7 2D텐서 자료에 대한 1D convolution의 적용

2D텐서에 1D convolution 적용

- $\{a, b, c, d, f, e, \dots, o\}$ (3,5)인 2D텐서 특성변수 입력
- 9개의 모수 $w_{11}, w_{12}, w_{13}, \dots, w_{33}$ 로 (1,3)커널 3개를 사용
- r_1, r_2, r_3 로 표기된 선형결합과 크기가 (1,4)인 1D텐서 출력
- MLP에서는 15개의 모수가 필요했지만, 1D convolution은 9개의 모수만 사용
- MLP모형에서 다음 layer의 노드수만큼 선형결합을 만들었던것 처럼, CNN에서도 1D커널을 노드수 만큼 정의하여 노드수만큼 1D텐서를 출력한다 → 결과적으로 2D텐서 출력
-

2D텐서에 1D convolution 적용

- 그림 2-7에서 필터수가 10개이면 크기가 (1,3)인 1D텐서를 10개 출력함. 따라서 9개의 모수가 총 10쌍이 필요하므로 총 90개의 모수가 필요함
- MLP였다면, 특성변수가 15개이므로 15개의 모수가 10쌍이 필요하여 총 150개의 모수가 필요하지만 1D convolution을 사용하여 모수 60개를 줄임.
- 최종적으로 (1,3) 1D텐서 r_1, r_2, r_3 에 bias b 를 더해주고, 활성화함수 적용한 후, 다음 layer로 이동

2D convolution

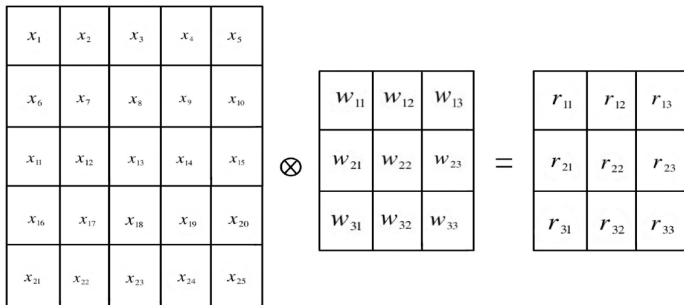


그림 2-8 (3,3) 커널을 이용한 2D convolution의 적용

$$r_{23} = w_{11}x_8 + w_{12}x_9 + w_{13}x_{10} + w_{21}x_{13} + w_{22}x_{14} + w_{23}x_{15} + w_{31}x_{18} + w_{32}x_{19} + w_{33}x_{20}$$

2D convolution

- 입력특성변수는 2D텐서이상, 출력은 2D텐서
- 그림 2-8은 입력특성변수가 5×5 2D텐서이고, (3,3) 커널을 적용한 예시
- 출력인 r_{ij} 는 5×5 텐서에 대해 좌에서 우로, 위에서 아래로 한칸씩 이동하면서 (3,3)커널을 곱해 산출한 선형 결합임
- 5×5 2D 입력텐서와 동일한 5×5 선형결합을 출력하기 위해 좌우 끝 열과 상하 끝 행에 0을 padding
- stride를 2로하여 2칸씩 이동하여 선형결합을 구하면, 2×2 2D텐서를 출력
- 일반적으로 $stride = m$ 을 쓰면 입력자료의 크기를 $1/m$ 으로 축소시키는 역할

2D convolution

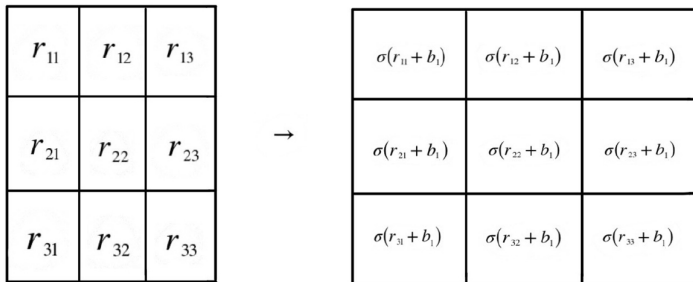


그림 2-9 <그림 2-8>의 출력

2D convolution

- 그림 2-8에서 필터를 10개 사용하면, (3,3) 커널이 10개 필요
- 그림 2-9와 같이 bias와 활성화함수를 적용한 3×3 2D텐서를 출력
- 이러한 출력이 10개 있으므로, (3,3,10)인 3D텐서가 출력되며 이 3D 텐서가 다음 층의 입력특성변수가 된다.
- 그림 2-8의 예제에서, MLP모형이라면 25개의 모수가 필요하고, 1D convolution은 15개, 2D convolution은 9개의 모수가 필요
- MLP는 하나의 선형결합, 1D convolution은 1D텐서, 2D convolution은 2D텐서를 출력하므로 정보의 압축정도는 텐서가 증가할수록 낮아지는 효과!

3D텐서자료에 대한 2D convolution의 적용

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline x_1^{(1)} & x_2^{(1)} & x_3^{(1)} & x_4^{(1)} & x_5^{(1)} \\ \hline x_6^{(1)} & x_7^{(1)} & x_8^{(1)} & x_9^{(1)} & x_{10}^{(1)} \\ \hline x_{11}^{(1)} & x_{12}^{(1)} & x_{13}^{(1)} & x_{14}^{(1)} & x_{15}^{(1)} \\ \hline x_{16}^{(1)} & x_{17}^{(1)} & x_{18}^{(1)} & x_{19}^{(1)} & x_{20}^{(1)} \\ \hline x_{21}^{(1)} & x_{22}^{(1)} & x_{23}^{(1)} & x_{24}^{(1)} & x_{25}^{(1)} \\ \hline \end{array}
 \otimes
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline w_{11}^{(1)} & w_{12}^{(1)} & w_{13}^{(1)} \\ \hline w_{21}^{(1)} & w_{22}^{(1)} & w_{23}^{(1)} \\ \hline w_{31}^{(1)} & w_{32}^{(1)} & w_{33}^{(1)} \\ \hline \end{array} \\
 \\
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline x_1^{(2)} & x_2^{(2)} & x_3^{(2)} & x_4^{(2)} & x_5^{(2)} \\ \hline x_6^{(2)} & x_7^{(2)} & x_8^{(2)} & x_9^{(2)} & x_{10}^{(2)} \\ \hline x_{11}^{(2)} & x_{12}^{(2)} & x_{13}^{(2)} & x_{14}^{(2)} & x_{15}^{(2)} \\ \hline x_{16}^{(2)} & x_{17}^{(2)} & x_{18}^{(2)} & x_{19}^{(2)} & x_{20}^{(2)} \\ \hline x_{21}^{(2)} & x_{22}^{(2)} & x_{23}^{(2)} & x_{24}^{(2)} & x_{25}^{(2)} \\ \hline \end{array}
 \otimes
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline w_{11}^{(2)} & w_{12}^{(2)} & w_{13}^{(2)} \\ \hline w_{21}^{(2)} & w_{22}^{(2)} & w_{23}^{(2)} \\ \hline w_{31}^{(2)} & w_{32}^{(2)} & w_{33}^{(2)} \\ \hline \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ \hline r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ \hline r_{31} & r_{32} & r_{33} \\ \hline \end{array} \\
 \\
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline x_1^{(3)} & x_2^{(3)} & x_3^{(3)} & x_4^{(3)} & x_5^{(3)} \\ \hline x_6^{(3)} & x_7^{(3)} & x_8^{(3)} & x_9^{(3)} & x_{10}^{(3)} \\ \hline x_{11}^{(3)} & x_{12}^{(3)} & x_{13}^{(3)} & x_{14}^{(3)} & x_{15}^{(3)} \\ \hline x_{16}^{(3)} & x_{17}^{(3)} & x_{18}^{(3)} & x_{19}^{(3)} & x_{20}^{(3)} \\ \hline x_{21}^{(3)} & x_{22}^{(3)} & x_{23}^{(3)} & x_{24}^{(3)} & x_{25}^{(3)} \\ \hline \end{array}
 \otimes
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline w_{11}^{(3)} & w_{12}^{(3)} & w_{13}^{(3)} \\ \hline w_{21}^{(3)} & w_{22}^{(3)} & w_{23}^{(3)} \\ \hline w_{31}^{(3)} & w_{32}^{(3)} & w_{33}^{(3)} \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

그림 2-10 3D텐서자료에 대한 2D convolution의 적용

3D텐서자료에 대한 2D convolution의 적용

- 입력자료가 컬러이미지와 같이 (h,w,3)인 3D텐서일 때, 2D convolution의 원리는 그림 2-10과 같음

$$r_{31} = \sum_{k=1}^3 (w_{11}^{(k)} x_{11} + w_{12}^{(k)} x_{12} + w_{13}^{(k)} x_{13} + w_{21}^{(k)} x_{16} + w_{22}^{(k)} x_{17} + w_{23}^{(k)} x_{18} + w_{31}^{(k)} x_{21} \\ + w_{32}^{(k)} x_{22} + w_{33}^{(k)} x_{23})$$

3D convolution

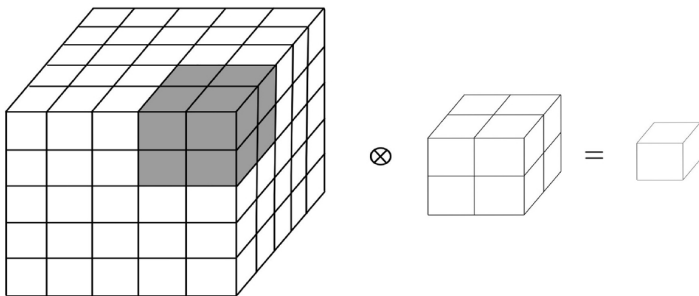


그림 2-12 3D텐서 입력자료에 대한 (2,2,2) 커널을 이용한 3D convolution

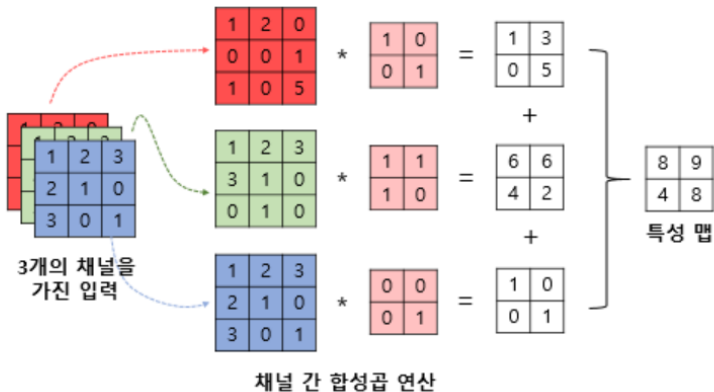
- 입력특성변수는 3D텐서 이상이며 이를 3D텐서 선형결합해야하므로 커널은 3D텐서 모수로 구성됨

3D convolution

- 입력자료가 컬러이미지와 같이 (h,w,3)인 3D텐서일 때, 2D convolution의 원리는 그림 2-10과 같음

$$r_{31} = \sum_{k=1}^3 (w_{11}^{(k)} x_{11} + w_{12}^{(k)} x_{12} + w_{13}^{(k)} x_{13} + w_{21}^{(k)} x_{16} + w_{22}^{(k)} x_{17} + w_{23}^{(k)} x_{18} + w_{31}^{(k)} x_{21} \\ + w_{32}^{(k)} x_{22} + w_{33}^{(k)} x_{23})$$

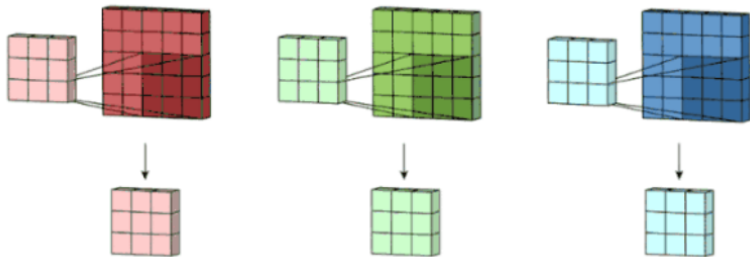
3D convolution



1

¹<https://blog.naver.com/neogates/222434251795>

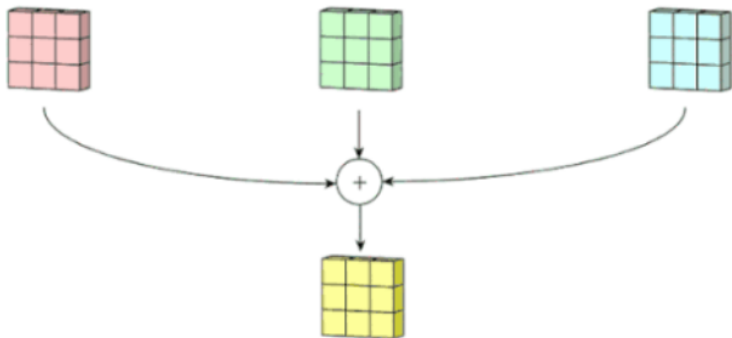
3D convolution



2

²<https://blog.naver.com/neogates/222434251795>

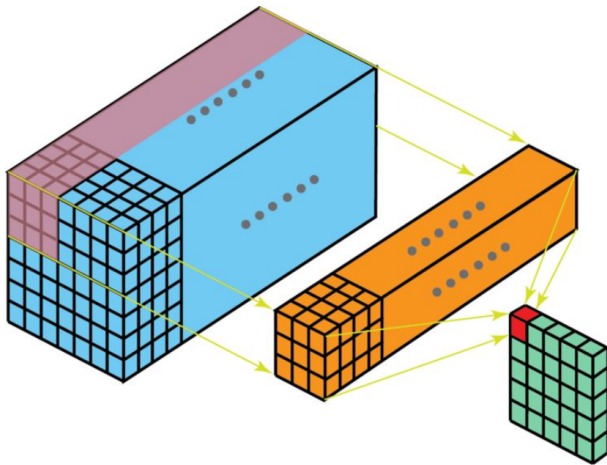
3D convolution



3

³<https://blog.naver.com/neogates/222434251795>

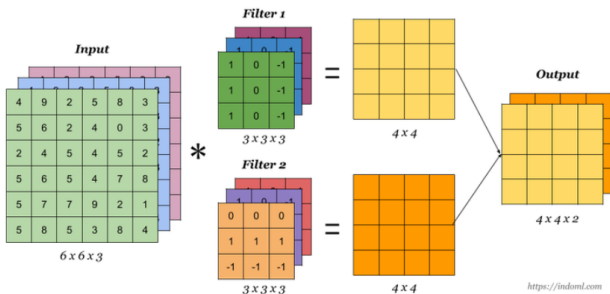
3D convolution



3D convolution

- 입력 데이터의 채널이 깊어지면 위의 그림과 같이 filter의 길이도 확장되어 convolution 연산을 하는데,

●



3D convolution

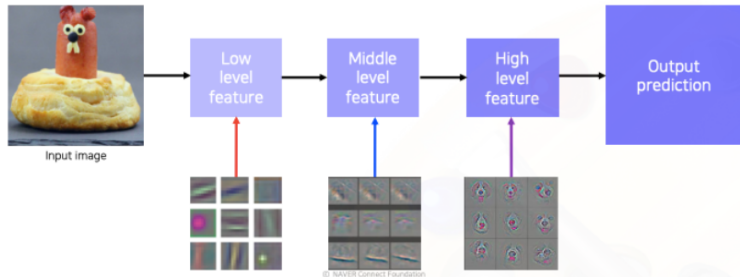
- 즉 N 개의 필터는 N 개의 채널을 가진 출력을 만든다. 각 채널의 연산은 독립적으로 이루어지며 그 결과도 독립적이지만, 그 결과물을 적층시켜 $W \times H \times C$ 형태의 3D Tensor 로 생성한다.



CNN 연산과정의 시각화

ZFNet example – the winner of ImageNet Challenge 2013

[Zeiler and Fergus, ECCV 2014]



7

⁷<https://blog.naver.com/neogates/222434251795>

CNN 연산과정의 시각화

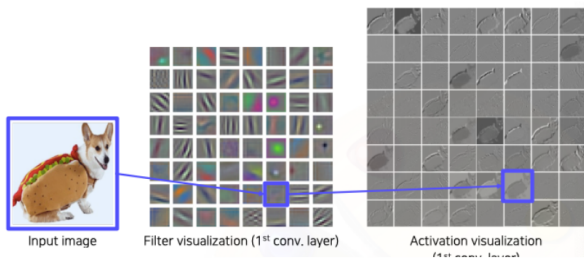
- 중간단계의 tensor를 convolution의 역연산인 deconvolution을 통해 시각화가 가능
-
- 중간계층과 더 나아가 높은 계층으로 갈수록 점점 high level에 의미가 있는 표현을 학습

8

⁸<https://blog.naver.com/neogates/222434251795>

Filter의 시각화

- Filter 역시 시각화 하여 사람이 직접 설계한 filter가 아닌 학습된 필터는 어떠한 형태로 생성되는지. 해당 필터는 입력 데이터의 어떤 특징을 끄집어 내는지도 확인이 가능



⁹<https://blog.naver.com/neogates/222434251795>

Filter 선택

- 알고리즘 설계자는 이 부분에서 채널의 사이즈를 적절하게 선정해야 하는데, 채널(필터의 갯수)을 너무 작게 잡으면 입력 데이터의 특징을 모두 잡아낼 수 없으며 채널을 너무 많이 잡으면 불필요한 연산을 하게 된다.
-
- convolution 연산에서는 filter의 사이즈를 receptive field (자극이 특정 감각뉴런의 반응으로 이어지는 영역)로 취급
- 3x3 크기의 filter를 사용한다면 딥러닝 모델을 3x3 크기만큼의 입력만을 이용하여 convolution 단위 연산을 수행

10

¹⁰<https://blog.naver.com/neogates/222434251795>

Filter의 선택

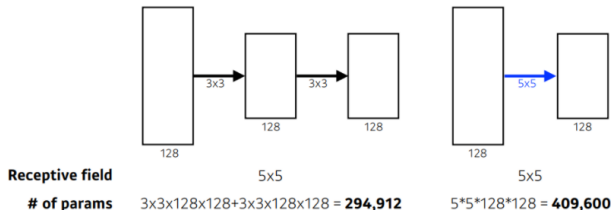
- 이러한 receptive field 는 공간적으로 인접한 정보들간의 관계를 필터를 이용하여 특징을 뽑아내는 크기 단위로도 볼 수 있다.

-

11

¹¹<https://blog.naver.com/neogates/222434251795>

Receptive field의 다양화



(1) filter size 를 다양하게 사용

- 다만 filter size가 커지면 그만큼 연산량이 exponential하게 늘어나 연산량과 시간, 자원 등을 사용해야 한다.

•

12

¹²<https://blog.naver.com/neogates/222434251795>

Receptive field의 다양화

- (2) 입력 데이터의 크기를 늘리고 줄여서 전체 입력 사이즈 대비 상대적인 receptive field 크기를 조절할 수 있다.
- 가장 일반적으로 사용하는 방법은 같은 filter size라도 커다란 해상도의 입력 데이터에서는 작은 receptive field로 취급될 수 있지만, 작은 해상도의 입력 데이터에서는 큰 receptive field로 작용할 수 있다.

13

¹³<https://blog.naver.com/neogates/222434251795>

Receptive field의 다양화

- convolution 연산을 거쳐 입력대비 출력 크기를 줄이거나 pooling 등으로 출력크기를 줄이면 filter size를 그대로 유지하더라도 다양한 receptive field를 적용하는 효과를 가져올 수 있다.



- 위의 그림에서 filter size는 3x3에서 2x2로 줄었지만, 입력 해상도가 줄어들었으므로 오히려 receptive field는 늘어난 것을 확인할 수 있다.
-

Padding and stride

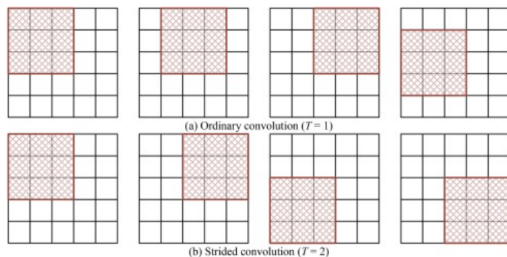
Padding

- 6개의 특성변수가 입력되었으므로, 출력도 6개로 만들고 싶다면 입력 양 끝에 0을 추가하면 크기가 (1,6)인 1D텐서를 출력 → padding

Stride

- 그림 2-6은 커널이 한칸씩 움직였지만, 3칸씩 움직인다면 $w_1a + w_2b + w_3c$ 와 $w_1d + w_2e + w_3f$ 2개의 선형결합을 출력함
- 이처럼 이동하는 칸수를 stride라고 한다.

Stride

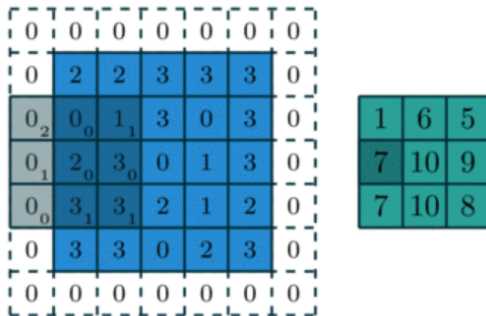


- stride를 2이상으로 잡으면 출력 tensor의 width와 height는 입력 tensor에 비해 2배이상으로 줄어든다.
- 심지어 stride를 1로 잡아도 입력 tensor보다 작아질 수 밖에 없는데. 입력 tensor의 width, height와 동일한 출력 tensor를 구해야 할때 입력 텐서의 외곽에 Padding 을 넣어 출력 tensor의 width, height를 보존할 수 있다.

15

¹⁵<https://blog.naver.com/neogates/222435500734>

Padding



16

¹⁶<https://blog.naver.com/neogates/222435500734>

Convolution 연산

- 입력 Tensor Width: W
- 입력 Tensor Height: H
- 필터 Width: FW
- 필터 Height: FH
- Stride: S
- Padding: P

$$OutputHeight = OH = \frac{(H + 2P - FH)}{S} + 1$$

$$OutputWidth = OW = \frac{(W + 2P - FW)}{S} + 1$$

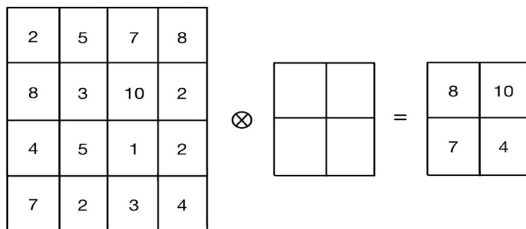
17

¹⁷<https://blog.naver.com/neogates/222435500734>

Pooling

- 이미지 자료의 특성을 좀 더 드러나게 하기 위한 커널
- 2D커널인 경우, stride= 2를 가진 (2,2) 또는 stride= 3를 가진 (3,3) pooling 커널을 사용
- stride와 pooling의 크기가 일치하는 이유는 pooling 커널 적용시 겹치는 부분이 없도록 하고, 원래 텐서의 크기를 $1/2$, $1/3$ 이 되도록 하기 위함
- pooling 커널은 모수의 수를 줄일 뿐만아니라, CNN의 성능을 향상시키는 역할
- pooling 커널은 선형결합이 아니므로 커널 자체의 모수는 없음

Max-pooling



$$8 = \max \left(\begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 5 \\ \hline 8 & 3 \\ \hline \end{array} \right) \quad 10 = \max \left(\begin{array}{|c|c|} \hline 7 & 8 \\ \hline 10 & 2 \\ \hline \end{array} \right)$$

$$7 = \max \left(\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 5 \\ \hline 7 & 2 \\ \hline \end{array} \right) \quad 4 = \max \left(\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 \\ \hline \end{array} \right)$$

그림 2-13 stride=2인 (2,2) max-pooling

Max-pooling

- 그림 2-13은 stride= 2인 max-pooling의 작동원리를 보여주고 있음
- 좌에서 우, 위에서 아래로 내려가면서 최댓값으로 8, 10, 7, 4를 구함
- (4,4)인 2D 입력텐서의 크기를 1/2로 줄여 (2,2)인 2D텐서가 됨
- 이미지 자료에서 픽셀의 숫자가 큰것은 밝은색(흰색)을 의미하므로, max-pooling 커널 안에서 가장 밝은 색을 추출하는 역할을 함
- 이미지의 edge를 추출하는 기능

4개의 히든층을 가진 CNN

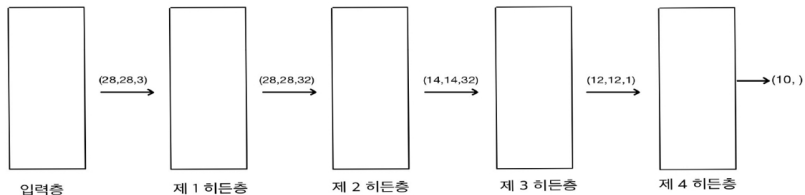


그림 2-14 4개의 히든층을 가진 CNN 아키텍처

4개의 히든층을 가진 CNN

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

4개의 히든층을 가진 CNN의 출력

- 입력층에서는
- 제1히든층에서는
- 제2히든층에서는
- 제3히든층에서는
- 제4히든층에서는

4개의 히든층을 가진 CNN의 모수의 개수

- 입력층 → 제1층:
- 제1층 → 제2층:
- 제2층 → 제3층:
- 제3층 → 제4층:
- 총