Actividad 10

Julio César Cons Calderón

Introducción

Vivimos en un mundo en constante cambio. La posición de la Tierra cambia con el tiempo; la velocidad de un objeto en caída libre cambia con la distancia; el área de un círculo cambia según el tamaño de su *radio*; la trayectoria de un proyectil cambia según la velocidad y el ángulo de disparo. Al intentar modelar matemáticamente cualquiera de estos fenómenos, veremos que generalmente adoptan la forma de una o más Ecuaciones diferenciales.

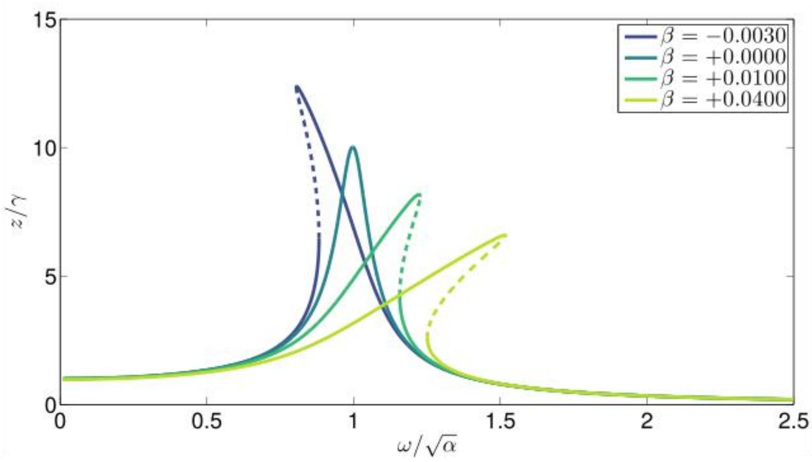
Desarrollo

Se llama ecuación de Duffing a la ecuación diferencial:

$$\ddot{x} + \delta \dot{x} + \alpha x + \beta x^3 = \gamma \cos(\omega t)$$

que refleja las oscilaciones de un resorte no lineal, sometido a la acción de una fuerza periódica de frecuencia ω e intensidad γ.

Modelo ideal seria:



La ecuación de Duffing es un ejemplo de un sistema dinámico que muestra un comportamiento caótico . Además, el sistema Duffing presenta en la respuesta de frecuencia el fenómeno de resonancia de salto que es una especie de comportamiento de histéresis de frecuencia.

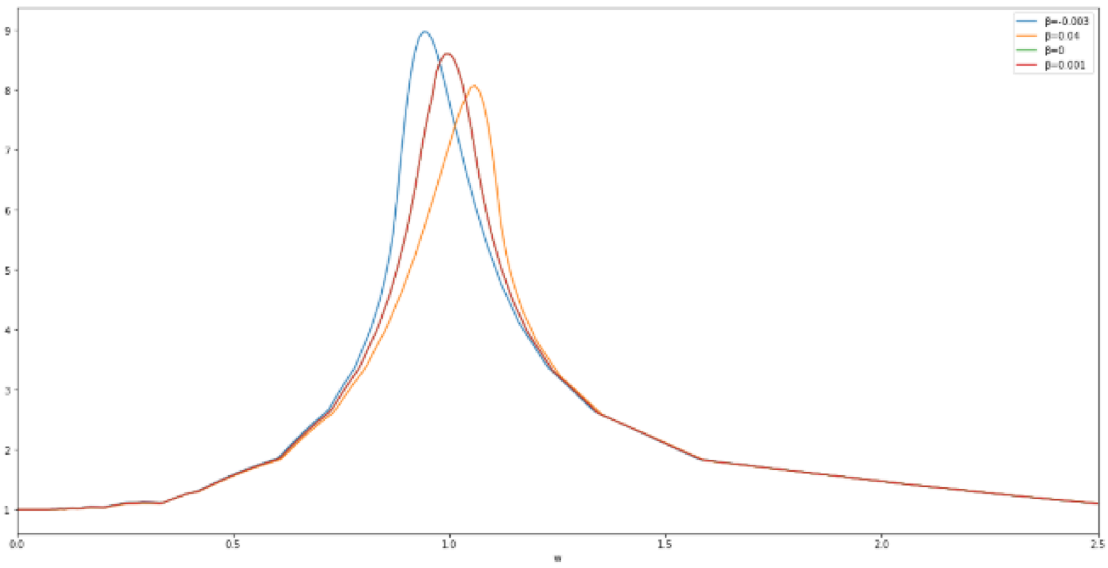
En general, la ecuación de Duffing no admite una solución simbólica exacta. Sin embargo, muchos métodos aproximados funcionan bien:

- La expansión en una serie de Fourier puede proporcionar una ecuación de movimiento a una precisión arbitraria.

- los térmíno, también llamado el *término Duffing* , puede ser aproximado como pequeño y el sistema tratado como un oscilador armónico simple perturbado .
- El método de Frobenius produce una solución compleja pero viable.
- Se puede usar cualquiera de los diversos métodos numéricos , como el método de Euler y Runge-Kutta .
- El método de análisis de homotopía (HAM) también se ha informado para obtener soluciones aproximadas de la ecuación de Duffing, también para la no linealidad fuerte.

En el caso especial de los no amortiguados y sin conducir. En la ecuación de Duffing, se puede obtener una solución exacta utilizando las funciones elípticas de Jacobi .

Resultados



Podemos ver que el sistema es congruente con la imagen ideal.

Conclusión

El oscilador de Duffing describe las oscilaciones de una masa unida a un resorte no lineal y un amortiguador lineal. Aquí la fuerza restauradora dada por el resorte no lineal es $\alpha x + \beta x^3$.

Cuando $\alpha > 0$ y $\beta > 0$ el resorte es llamado *resorte de endurecimiento*; cuando $\beta < 0$ es llamado *resorte de reblandecimiento*. Por otra parte, si $\beta = 0$, el oscilador se comporta como un oscilador simple amortiguado e impulsado.

Este comportamiento es el observado en la respuesta de frecuencia de la primera gráfica, lo cual puede explicar por qué conforme incrementa el valor de β las oscilaciones parecen ser de menor amplitud.