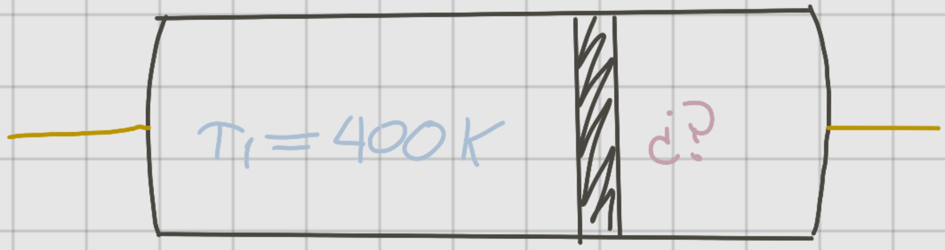
Termodinamica



$K = 389{,}6$

$A = 0{,}01 m^2$

$L = 0{,}30 m$

a) Encuentre la temperatura de equilibrio de la sección derecha antes de conectar el alambre de cobre ($T_0^2 = 200\ K$).

$PV = NRT$

$V = A \cdot L$

→ Primera seccion, $V_1 = A \cdot \frac{2L}{3}$

→ Segunda sección $V_2 = A \cdot \frac{L}{3}$

$P_1 = P_2$

$$\frac{\cancel{NR}T_1}{V_1} = \frac{\cancel{NR}T_2}{V_2}$$

$$\frac{T_1}{\frac{\cancel{A}\cdot 2\cancel{L}}{\cancel{3}}} = \frac{T_2}{\frac{\cancel{A}\cdot \cancel{L}}{\cancel{3}}}$$

$$\frac{T_1}{2} = T_2$$

$$200 K = T_2$$

b) Considerando que no se realiza trabajo y que el proceso es lo suficientemente lento, use la primera ley de la termodinámica y la ley de transferencia de Fourier para encontrar:

$$
\begin{aligned}
nc_v \frac{dT_1}{dt} &= -\frac{kA}{l}(T_1 - T_2) \\
nc_v \frac{dT_2}{dt} &= \frac{kA}{l}(T_1 - T_2), \qquad (6)
\end{aligned}
$$

Primera ley de la termodinamica

$$\Delta U = Q - W$$

$$du = dQ - \cancel{dw}^{\,0}$$

$$du = dQ$$

$$nC_v\frac{dT}{dt} \qquad\qquad -\frac{KA}{l}\Delta T$$

Cinetica $\qquad$ Calor discreto

$$\frac{nC_v dT}{dt} = -\frac{KA}{l}\Delta T$$

→ Seccion 1

$$\frac{nC_v dT_1}{dt} = -\frac{KA}{l}(T_1 - T_2)$$

→ Seccion 2

$$\frac{nC_v dT_2}{dt} = \frac{KA}{l}(T_1 - T_2)$$

donde podemos definir $C = \frac{kA}{nc_v l}$ y $c_v = 3/2R$. Dadas estas ecuaciones, las condiciones iniciales de la derivadas están bien definidas.

$$\left.\frac{dT_1}{dt}\right|_{t=0} = -C(T_1^0 - T_2^0)$$
$$\left.\frac{dT_2}{dt}\right|_{t=0} = C(T_1^0 - T_2^0) \quad (7)$$

$$\left.\frac{dT_1}{dt}\right|_{t=0} = -C(200K)$$

$$\left.\frac{dT_2}{dt}\right|_{t=0} = C(200K)$$

c) Encuentre analíticamente la solución del sistema de ecuaciones.

d) Encuentre numéricamente (con algún método visto) la solución del sistema de ecuaciones.

$$nC_v\frac{dT_1}{dt} + \frac{KA}{l}T_1 - \frac{KA}{l}T_2 = 0 \quad (1)$$
$$nC_v\frac{dT_2}{dt} + \frac{KA}{l}T_2 - \frac{KA}{l}T_1 = 0 \quad (2)$$

$$T_1\left(nC_v\nabla' + \frac{KA}{l}\right) - T_2\left(\frac{KA}{l}\right) = 0 \quad (1)$$
$$T_2\left(nC_v\nabla' + \frac{KA}{l}\right) - T_1\left(\frac{KA}{l}\right) = 0 \quad (2)$$

$$\mu = \frac{KA}{l} \qquad \theta = nC_v$$

$$T_1(\theta\nabla' + \mu) - T_2(\mu) = 0 \quad (1)$$

$$T_2(\theta\nabla' + \mu) - T_1(\mu) = 0 \quad (2)$$

$$\begin{pmatrix} \theta\nabla' + \mu & -\mu \\ -\mu & \theta\nabla' + \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \end{pmatrix} = 0$$

$$\det\begin{pmatrix} \theta\nabla' + \mu & -\mu \\ -\mu & \theta\nabla' + \mu \end{pmatrix} = \theta\nabla'^2 + 2\theta\nabla'\mu$$

$$(\theta\nabla'^2 + 2\theta\nabla'\mu)T_1 = 0$$

$$(\theta\nabla'^2 + 2\theta\nabla'\mu)T_2 = 0$$

$$\theta\frac{d^2}{dt^2}T_1 + 2\theta\mu\frac{d}{dt}T_1 = 0$$

$$\theta\frac{d^2T_2}{dt_2} + 2\theta\mu\frac{dT_2}{dt} = 0$$

$$T_1''\theta + 2\theta\mu T_1' = 0$$

$$T_2''\theta + 2\theta\mu T_2' = 0$$

$$\gamma_1^2 + 2\mu\gamma_1 = 0$$

$$\gamma_2^2 + 2\mu\gamma_2 = 0$$

$$T_1 = C_1 + C_2 e^{-2\mu t}$$
$$T_2 = D_1 + D_2 e^{-2\mu t}$$

$$C_2 = -D_2$$

$$T_1 = C_1 + e^{-2\frac{KA}{C}t}$$

$$T_2 = D_1 - e^{-2\frac{KA}{C}}$$