

# Reto\_Aula\_Expandida\_2024\_2

October 2, 2024

## 1 Reto aula expandida (10%) - 2024-2

Universidad Pontificia Bolivariana (UPB) - Institución Universitaria de Envigado (IUE)

Profesores: - *Julián Mauricio Granados (IUE)*, jmgranados@correo.iue.edu.co - *Raúl Adolfo Valencia (UPB)*, raul.valencia@upb.edu.co - *Carlos Andrés Bustamante (UPB)*, carlos.bustamante@upb.edu.co

Carácter: Grupal (máx. 3 personas)

### 1.1 Planteamiento

Resuelva el siguiente problema de valores en la frontera dado por la ecuación de Biocalor, empleando el **método de colocación** con funciones de base radial (RBF) y una RBF **distinta a la Multicuádrica**, de acuerdo con los niveles de complejidad dados. Suponga un valor coherente para los parámetros no dados (diferente de cero y uno):

$$k \left( \frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\omega}{x} \frac{dT}{dx} \right) + c(x)(T_s - T) + Q_m(x) = 0, \quad 0 < x_a < x < x_b$$

#### 1.1.1 Nivel 0 (sesión presencial)

- $k$  constante [W/m/K], se refiere al valor de la conductividad térmica.
- $\omega = 0$
- $c(x) = c_c$ ,  $c_c$  constante [W/m<sup>3</sup>/K]. Se refiere al valor de la perfusión  $c = \rho_s \omega_s C_{p_s}$ , calculado con base en la densidad ( $\rho_s$ ) y la capacidad calorífica ( $C_{p_s}$ ) de la sangre y una constante de flujo ( $\omega_s$ ).
- $Q_m(x) = Q_{m_c}$ ,  $Q_{m_c}$  constante [W/m<sup>3</sup>]. Se refiere al calor metabólico del tejido por unidad de volumen.
- $T_s = T_{s_c}$ ,  $T_{s_c}$  constante [°C o K]. Se refiere a la temperatura promedio de la sangre en el tejido.
- $T(x_a) = T_a$ ,  $T_a$  constante [°C o K].
- $\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=x_b} = q_b$ ,  $q_b$  constante [K/m].

#### 1.1.2 Nivel 1 (máxima nota 3.5)

- $k$  constante [W/m/K].
- $\omega = 0$
- $c(x) = c_c$ ,  $c_c$  constante [W/m<sup>3</sup>/K].

- $Q_m(x) = Q_{m_c}$ ,  $Q_{m_c}$  constante [W/m<sup>3</sup>].
- $T_s = T_{s_c}$ ,  $T_{s_c}$  constante [°C o K].
- $T(x_a) = T_a$ ,  $T_a$  constante [°C o K].
- $T(x_b) = T_b$ ,  $T_b$  constante [°C o K].

### 1.1.3 Nivel 2 (máxima nota 4.0)

- $k$  constante [W/m/K].
- $\omega = 1$
- $c(x) = c_c$ ,  $c_c$  constante [W/m<sup>3</sup>/K].
- $Q_m(x) = Q_{m_c}$ ,  $Q_{m_c}$  constante [W/m<sup>3</sup>].
- $T_s = T_{s_c}$ ,  $T_{s_c}$  constante [°C o K].
- $T(x_a) = T_a$ ,  $T_a$  constante [°C o K].
- $\frac{dT}{dx}\big|_{x=x_b} = q_b$ ,  $q_b$  constante [K/m]

### 1.1.4 Nivel 3 (máxima nota 4.5)

- $k$  constante [W/m/K].
- $\omega = 1$
- $c(x) = c_c$ ,  $c_c$  constante [W/m<sup>3</sup>/K].
- $Q_m(x) = m \sin\left(p \frac{x-x_a}{x_b-x_a}\right)$ ,  $m$  y  $p$  constantes.
- $T_s = T_{s_c}$ ,  $T_{s_c}$  constante [°C o K].
- $\frac{dT}{dx}\big|_{x=x_a} = q_a$ ,  $q_a$  constante [K/m].
- $\frac{dT}{dx}\big|_{x=x_b} = q_b$ ,  $q_b$  constante [K/m].

### 1.1.5 Nivel 4 (máxima nota 5.0)

- $k$  constante [W/m/K].
- $\omega = 1$
- $c(x) = a \tanh\left(b \left(\frac{x-x_a}{x_b-x_a}\right)^2\right)$ ,  $a$  y  $b$  constantes.
- $Q_m(x) = mT + p$ ,  $m$  y  $n$  constantes.
- $T_s = T_{s_c}$ ,  $T_{s_c}$  constante [°C o K].
- $\frac{dT}{dx}\big|_{x=x_a} = q_a$ ,  $q_a$  constante [K/m].
- $T(x_b) - \gamma \frac{dT}{dx}\big|_{x=x_b} = r_b$ ,  $r_b$  y  $\gamma$  constantes.

## 1.2 Entregables

Entregue **informe**, **código** en Python y **video** explicativo. En el caso de utilizar Jupyter Notebook, puede entregar un solo archivo .ipynb incluyendo informe y código. El video debe tener una duración máxima de 10 minutos y debe contener el desarrollo de la solución con las partes del código. El informe debe incluir:

- **Proceso analítico** de obtención de los operadores interno y de frontera en función de la distancia euclidiana  $r$ .
- **Figura 1:** solución numérica para cuatro valores del parámetro de forma y solución de referencia (analítica y/o obtenida con `scipy.integrate.solve_bvp`). Fije un número de nodos. En el caso que la RBF elegida no tenga parámetro de forma, obtenga la solución para diferentes números de nodos.

- **Figura 2:** error local de la solución con colocación para cuatro valores del parámetro de forma con respecto a la solución de referencia. En el caso que la RBF elegida no tenga parámetro de forma, obtenga el error local para diferentes números de nodos.
- **Figura 3:** norma del error  $L2$  o  $rms$  en función de parámetro de forma (o número de nodos, en el caso que la RBF no tenga parámetro de forma).
- **Párrafo de análisis:** discusión de la variación de la solución y su error en términos de los parámetros numéricos.