



## Actividad Individual

**FECHA DE ENTREGA** : 13/12/2024

**NOMBRE** : ESTEBAN SANTOS

**ASIGNATURA** : ESTADISTICA

**NRC** : 1270

### TEMA:

#### Variable de Estudio

En los últimos seis meses, ¿cuántas veces aproximadamente ha usado ChatGPT?  
(valor entero Ej: 20)



**SANGOLQUI-ECUADOR**

**2024.**



## Medidas de Tendencia Central

### Datos no Agrupados

#### Media

$$Media = \frac{\sum x}{n}$$

$$Media = \frac{16220}{135} = 120.1$$

#### Mediana

$$Me = \frac{n + 1}{2}$$

$$Me = \frac{135 + 1}{2} = 68$$

$$Me = 40$$

$$Moda = 20$$

### Datos Agrupados

#### Media

$$Media = \frac{Fx}{n}$$

$$Media = \frac{33613.5}{135} = 248.98$$

#### Mediana

$$Me = Li \frac{(\frac{n}{2} - F)}{f} * Ai$$

$$Me = 3 \frac{(\frac{135}{2} - 0)}{127} * 375$$

$$Me = 202.31$$

Moda

$$Mo = L + \left[ \frac{d1}{(d1 + d2)} * Ai \right]$$
$$Mo = 3 + \left[ \frac{127}{(127 + 123)} * 375 \right]$$
$$Mo = 193.5$$

## Medidas de Dispersión

Datos Agrupados

Amplitud

$$Amplitud = V_{mayor} - V_{menor}$$
$$Amplitud = 3000 - 4 = 2996$$

Varianza

$$s^2 = \frac{\sum f(xi - x)^2}{n - 1}$$
$$s^2 = \frac{33513.5}{134} = 91230.62$$

Desviación Estándar

$$s = \sqrt{\frac{\sum f(xi - x)^2}{n - 1}}$$
$$s = \sqrt{91230.62} = 302.04$$

## Cuartiles

$$Q_1 = \frac{(n+1)(1)}{4}$$

$$Q_1 = \frac{(135+1)(1)}{4} = 102.64$$

$$Q_2 = \frac{(n+1)(2)}{4}$$

$$Q_2 = \frac{(135+1)(2)}{4} = 202.31$$

$$Q_3 = \frac{(n+1)(3)}{4}$$

$$Q_3 = \frac{(135+1)(3)}{4} = 302.01$$

## Curtosis

$$CA = \frac{3(X - Me)}{s}$$

$$CA = \frac{1032.778}{135}$$

$$CA = 7.65$$



## Reglas de Probabilidad

De un total de 135 estudiantes que usan ChatGPT, tenemos la siguiente distribución:

- 40 estudiantes son de Biotecnología.
- 60 estudiantes son de Software.
- 10 estudiantes son de Mercadotecnia.
- 10 estudiantes son de Software y Mercadotecnia.
- 25 estudiantes son de Biotecnología y Software.

**Pregunta: Determine la probabilidad de que, al escoger una persona al azar, ésta sea de Software o de Biotecnología y use ChatGPT.**

**Define los eventos:**

- B: Ser estudiante de Biotecnología.
- S: Ser estudiante de Software.
- M: Ser estudiante de Mercadotecnia.

$$P(B) = \frac{40}{135}$$

$$P(S) = \frac{60}{135}$$

$$P(M) = \frac{10}{135}$$

$$P(SoM) = \frac{10}{135}$$

$$P(BoS) = \frac{25}{135}$$

**Calcule la probabilidad de que un estudiante sea de Software o Biotecnología:**

$$P(BoS) = P(B) + P(S) - P(BoS)$$

$$P(BoS) = \frac{40}{135} + \frac{60}{135} - \frac{25}{135}$$

$$P(BoS) = \frac{75}{135} \approx 0.5556 \approx 55.56\%$$

**Respuesta :**

La probabilidad de que, al escoger una persona al azar, ésta sea de Software o de Biotecnología y use ChatGPT es aproximadamente **0.5556** o **55.56%**.

### Teorema de Bayes

En la Universidad, se sabe que el 40% de los estudiantes que usan ChatGPT son de Biotecnología, el 60% son de Software, y el 10% son de Mercadotecnia. Además:

- El 80% de los estudiantes de Software han hecho preguntas técnicas en ChatGPT.
- El 50% de los estudiantes de Biotecnología han hecho preguntas técnicas en ChatGPT.
- El 30% de los estudiantes de Mercadotecnia han hecho preguntas técnicas en ChatGPT.

Si se selecciona un estudiante al azar que ha hecho una pregunta técnica en ChatGPT, ¿cuál es la probabilidad de que pertenezca al departamento de Biotecnología?

### Datos:

- $P(B) = 0.40$  (Probabilidad de que un estudiante sea de Biotecnología)
- $P(S) = 0.60$  (Probabilidad de que un estudiante sea de Software)
- $P(M) = 0.10$  (Probabilidad de que un estudiante sea de Mercadotecnia)
- $P(T|S) = 0.80$  (Probabilidad de hacer una pregunta técnica dado que el estudiante es de Software)
- $P(T|B) = 0.50$  (Probabilidad de hacer una pregunta técnica dado que el estudiante es de Biotecnología)
- $P(T|M) = 0.30$  (Probabilidad de hacer una pregunta técnica dado que el estudiante es de Mercadotecnia)

### Fórmula del teorema de Bayes:

$$P(B | T) = \frac{P(T | B) \cdot P(B)}{P(T)}$$

$$P(T) = P(T | S) \cdot P(S) + P(T | B) \cdot P(B) + P(T | M) \cdot P(M)$$

$$P(T) = (0.80 \cdot 0.60) + (0.50 \cdot 0.40) + (0.30 \cdot 0.10) = 0.48 + 0.20 + 0.03 = 0.71$$

$$P(B | T) = \frac{0.50 \cdot 0.40}{0.71} = 0.2817 \approx 28.17\%$$

### Respuesta

La probabilidad de que un estudiante que ha hecho una pregunta técnica en ChatGPT pertenezca al departamento de Biotecnología es aproximadamente **28.17%**.



## Distribuciones Probabilísticas

### Distribución Binomial

Supongamos que el 60% de los estudiantes de Software hacen preguntas técnicas en ChatGPT. Se selecciona una muestra de 8 estudiantes de Software al azar. Queremos calcular la probabilidad de que exactamente 5 de estos estudiantes hayan hecho preguntas técnicas en ChatGPT.

#### Datos:

- **Número de ensayos (n):** 8
- **Probabilidad de éxito (p):** 0.60
- **Número de éxitos (k):** 5

La distribución binomial se describe por la fórmula:

$$p(k) = C_K^n p^k q^{(n-k)}$$
$$p(x = 5) = C_5^8 0.60^5 0.40^{(3)}$$

$$P(x = 5) = 56 \cdot 0.07776 \cdot 0.064$$
$$P(x = 5) = 0.2787 \approx 27.87\%$$

#### Respuesta

La probabilidad de que exactamente 5 de los 8 estudiantes de Software seleccionados hayan hecho preguntas técnicas en ChatGPT es **27.87%**.

### Distribución de Poisson

Supongamos que el número promedio de preguntas técnicas que los estudiantes de Software hacen en ChatGPT en un día es 8. Queremos calcular la probabilidad de que exactamente 3 estudiantes de Software hagan preguntas técnicas en ChatGPT en un día específico.

#### Datos:

- **Número promedio de eventos (u):** 8
- **Número de eventos deseados (x):** 3

La fórmula de la distribución de Poisson es:

$$P(x) = \frac{u^x e^{-u}}{x!}$$

$$P(x = 3) = \frac{8^3 e^{-8}}{3!}$$

$$P(X = 3) = \frac{512 \cdot 0.00033546}{6} = 0.0286$$

#### Resultado:

La probabilidad de que exactamente 3 estudiantes de Software hagan preguntas técnicas en ChatGPT en un día específico es **2.86%**.

### Distribución Hipergeométrica

Supongamos que en una clase hay un total de 20 estudiantes de Software, 15 de Biotecnología y 5 de Mercadotecnia, y todos usan ChatGPT. Si seleccionamos una muestra de 8 estudiantes al azar, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 4 de ellos sean de Software?

#### Datos:

- **Total de estudiantes (N):** 20 (Software) + 15 (Biotecnología) + 5 (Mercadotecnia) = 40
- **Número de estudiantes de Software (K):** 20
- **Tamaño de la muestra (n):** 8
- **Número de éxitos en la muestra (k):** 4

La distribución hipergeométrica se describe por la fórmula:

$$P(x) = \frac{n - sC_{n-x} * sC_x}{Nc_n}$$

$$P(x = 4) = \frac{C_4^{20} * C_4^{20}}{C_8^{40}}$$

$$P(x = 4) = \frac{4845 \times 4845}{76,904,685} = 0.305$$

Respuesta

La probabilidad de que exactamente 4 de los 8 estudiantes seleccionados al azar sean de Software es **30.5%**.

### Distribución Continua Uniforme

Supongamos que el número de preguntas técnicas que los estudiantes de Software hacen en ChatGPT en un día sigue una distribución uniforme continua en el intervalo de 1 a 10 preguntas. Queremos calcular la probabilidad de que un estudiante de Software haga entre 3 y 8 preguntas técnicas en un día.

#### Datos:

- **Límite inferior (a):** 1
- **Límite superior (b):** 10
- **Intervalo de interés:** de 3 a 8

La distribución uniforme discreta se describe por la fórmula de probabilidad:





$$P(x) = \frac{d - c}{b - a}$$

$$P(3 \leq X \leq 8) = \frac{8 - 3}{10 - 1} = 0.5556$$

Respuesta

La probabilidad de que un estudiante de Software haga entre 3 y 8 preguntas técnicas en ChatGPT en un día es **55.56%**.

### Distribución continua Normal

Supongamos que el número de preguntas técnicas que los estudiantes de Software hacen en ChatGPT en un día sigue una distribución normal con una media ( $\mu$ ) de 8 preguntas y una desviación estándar ( $\sigma$ ) de 2 preguntas. Queremos calcular la probabilidad de que un estudiante de Software haga entre 6 y 10 preguntas técnicas en un día.

### Datos:

- **Media ( $\mu$ ):** 8
- **Desviación estándar ( $\sigma$ ):** 2
- **Intervalo de interés:** de 6 a 10

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$z_1 = \frac{6 - 8}{2} = -1$$

$$z_2 = \frac{10 - 8}{2} = 1$$

Buscamos las probabilidades en la tabla de la distribución normal estándar:

$$P(Z < -1)P(Z < -1) = 0.1587$$

$$P(Z < 1) = 0.8413$$

Calculamos la probabilidad de estar entre 6 y 10:

$$P(6 \leq X \leq 10) = P(Z < 1) - P(Z < -1) = 0.8413 - 0.1587 = 0.6826$$

Respuesta

La probabilidad de que un estudiante de Software haga entre 6 y 10 preguntas técnicas en ChatGPT en un día es **68.26%**.

### Distribución continua Exponencial

Supongamos que el tiempo entre preguntas técnicas que los estudiantes de Software hacen en ChatGPT sigue una distribución exponencial con una tasa de  $\lambda=0.5$  preguntas por minuto. Queremos calcular la probabilidad de que el tiempo entre preguntas técnicas sea menor o igual a 3 minutos.

#### Datos:

- **Tasa ( $\lambda$ ):** 0.5 preguntas por minuto
- **Tiempo (t):** 3 minutos

La distribución exponencial se describe por la fórmula de probabilidad acumulada:

$$P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$P(T \leq t) = 1 - e^{-0.5 \cdot 3}$$

$$P(T \leq t) = 1 - e^{-1.5}$$

$$P(T \leq t) = 1 - 0.2231 = 0.7769$$

#### Respuesta

La probabilidad de que el tiempo entre preguntas técnicas de los estudiantes de Software en ChatGPT sea menor o igual a 3 minutos es **77.69%**.