

**EUF**

**Exame Unificado  
das Pós-graduações em Física**

Para ingresso no segundo semestre de 2020

01 de junho 2020

Prova online

---

Esta prova contém questões de mecânica clássica, física moderna, mecânica quântica e termodinâmica. Todas as questões têm o mesmo peso.

Informações úteis para a solução desta prova podem ser encontradas no formulário fornecido.

---

**Boa prova!**

## Mecânica Clássica

- Q1. Uma partícula de massa  $m$  se movimenta em uma dimensão sob a ação de uma força cuja energia potencial associada é dada por

$$U(x) = \frac{1}{2}ax^4 - bx^2,$$

onde  $a$  e  $b$  são constantes positivas. Um dos possíveis pontos de equilíbrio estável  $x_0$  do potencial  $U(x)$  e a correspondente frequência  $\omega$  de pequenas oscilações da partícula em torno desse ponto de equilíbrio são dados por:

(a)  $x_0 = +\sqrt{b/a}$  e  $\omega = \sqrt{4b/m}$  [C]

(b)  $x_0 = -\sqrt{b/a}$  e  $\omega = \sqrt{2b/m}$

(c)  $x_0 = 0$  e  $\omega = \sqrt{2b/m}$

(d)  $x_0 = +\sqrt{2b/a}$  e  $\omega = \sqrt{2b/m}$

(e)  $x_0 = -\sqrt{2b/a}$  e  $\omega = \sqrt{4b/m}$

- Q2. Uma partícula de massa  $m$  se movimenta em uma dimensão sob a ação de uma força constante  $\mathbf{F} = mb\hat{x}$  e de uma força dissipativa  $\mathbf{F}_R$  cuja magnitude é  $F_R = mkv$ , onde  $v$  é a velocidade da partícula e  $b$  e  $k$  são constantes positivas. Considere que no instante inicial a partícula estava em repouso na origem do sistema de coordenadas.

A velocidade  $v(t)$  da partícula em função do tempo é:

(a)  $v(t) = \frac{b}{k} (1 - e^{-kt})$  [C]

(b)  $v(t) = \frac{b}{k} (1 - e^{kt})$

(c)  $v(t) = \frac{2b}{k} (1 - e^{-kt})$

(d)  $v(t) = \frac{2b}{k} (1 - e^{kt})$

(e)  $v(t) = \frac{b}{2k} (1 - e^{-kt})$

- Q3. Uma partícula de massa  $m$  está restrita a se movimentar na superfície de uma esfera de raio  $R$  e sob a ação de um potencial. Em termos das coordenadas esféricas  $\theta$  e  $\varphi$ , verifica-se que a lagrangiana da partícula é dada por

$$L = \frac{1}{2}mR^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}mR^2\dot{\varphi}^2\sin^2\theta - aR\cos\theta,$$

onde  $a$  é uma constante. As equações de movimento da partícula são dadas por:

(a)  $mR\dot{\varphi}^2\sin\theta\cos\theta + a\sin\theta - mR\ddot{\theta} = 0$  e  $2\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\theta + \ddot{\varphi}\sin\theta = 0$  [C]

(b)  $mR\dot{\varphi}^2\sin\theta\cos\theta + a\sin\theta + mR\ddot{\theta} = 0$  e  $2\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\theta + \ddot{\varphi}\sin\theta = 0$

(c)  $mR\dot{\varphi}^2\sin\theta\cos\theta + a\sin\theta - mR\ddot{\theta} = 0$  e  $\ddot{\varphi}\sin^2\theta = 0$

(d)  $mR\dot{\varphi}^2\sin\theta\cos\theta + a\sin\theta + mR\ddot{\theta} = 0$  e  $\ddot{\varphi}\sin^2\theta = 0$

$$(e) \quad mR\dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta + a \sin \theta - mR\ddot{\theta} = 0 \quad \text{e} \quad \dot{\theta}\dot{\varphi} \cos \theta + \ddot{\varphi} \sin \theta = 0$$

Q4. Uma partícula de massa  $m$  se movimenta em duas dimensões (plano  $xy$ ) sob a ação de um potencial  $U_1(x,y) = axy$  e de uma força  $\mathbf{F}_2(r) = br^{-4}\hat{r}$ , onde  $a$  e  $b$  são constantes e  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

Em termos das coordenadas polares no plano  $r$  e  $\theta$ , a lagrangiana da partícula é dada por:

$$(a) \quad L = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2 - ar^2\sin \theta \cos \theta - \frac{b}{3r^3} \quad [\mathbf{C}]$$

$$(b) \quad L = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2 - ar^2\sin \theta \cos \theta + \frac{b}{3r^3}$$

$$(c) \quad L = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 - ar^2\sin \theta \cos \theta + \frac{b}{3r^3}$$

$$(d) \quad L = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2 - ar^2\sin \theta \cos \theta - \frac{b}{r^4}$$

$$(e) \quad L = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 - ar^2\sin \theta \cos \theta - \frac{b}{r^4}$$

Q5. Uma partícula de massa  $m$  se movimenta em três dimensões sob a ação do potencial central

$$U(r) = \frac{1}{4}kr^4,$$

onde  $k$  é uma constante positiva. Verifica-se que o movimento da partícula consiste em uma órbita circular estável de raio  $R$ . Nesse caso, (i) a frequência angular  $\omega_c$  do movimento circular da partícula e (ii) a energia total  $E_T$  da partícula são dados por:

(a)  $\omega_c = \sqrt{kR^2/m}$  e  $E_T = (3/4)kR^4$  [C]

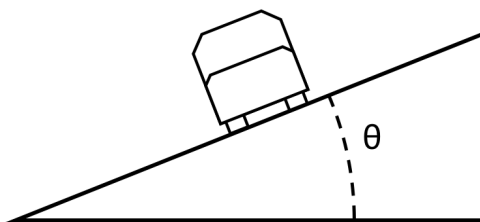
(b)  $\omega_c = \sqrt{kR^2/(2m)}$  e  $E_T = (1/4)kR^4$

(c)  $\omega_c = \sqrt{2kR^2/m}$  e  $E_T = (1/2)kR^4$

(d)  $\omega_c = \sqrt{kR^2/m}$  e  $E_T = (3/2)kR^4$

(e)  $\omega_c = \sqrt{kR^2/(4m)}$  e  $E_T = kR^4$

Q6. Um carro está fazendo uma curva em uma estrada inclinada com relação à horizontal como indicado na figura, que mostra o plano transversal ao movimento do carro. A trajetória descrita pelo carro é uma circunferência de raio  $R$ .



No caso em que o atrito pode ser desprezado, o módulo da velocidade com a qual o carro está fazendo a curva em função do raio de curvatura desta curva  $R$ , da aceleração da gravidade  $g$  e do ângulo de inclinação da estrada  $\theta$  é de:

(a)  $\sqrt{gR \tan \theta}$  [C]

(b)  $\sqrt{gR \sin \theta}$

(c)  $\sqrt{gR \cos \theta}$

(d)  $\sqrt{gR / \tan \theta}$

(e)  $\sqrt{2gR \tan \theta}$

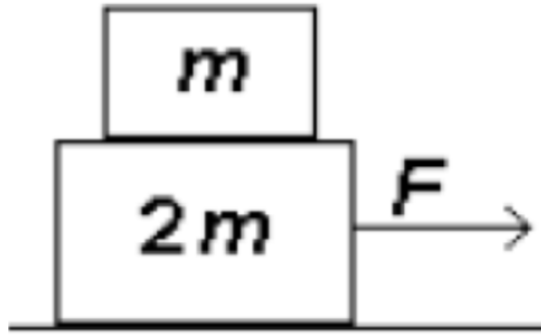
Q7. Uma massa pontual  $M$  executa um movimento circular de raio  $R$  sobre uma superfície horizontal em torno de um eixo vertical. A massa está presa ao eixo por um fio inextensível de massa desprezível que se estende horizontalmente. A magnitude da velocidade inicial da massa é  $v_0$ . Considere que o coeficiente de atrito cinético entre a superfície e a massa é  $\mu$ .

O **número  $n$  de voltas ao redor do eixo** que serão dadas antes da massa cessar seu movimento é de:

- (a)  $n = v_0^2 / (4\pi\mu gR)$  [C]
- (b)  $n = Rv_0^2 / (\mu g)$
- (c)  $n = v_0^2 / (4\pi\mu g)$
- (d)  $n = v_0^2 (2\mu g)$
- (e)  $n = v_0^2 / (4\pi gR)$

Q8. Uma caixa de massa  $m$  é colocada sobre uma caixa maior de massa  $2m$  como mostrado na figura abaixo. Quando uma força de módulo  $F$  é aplicada na caixa de massa  $2m$ , ambas as caixas se movem para a direita com a mesma aceleração.

Supondo que o coeficiente de atrito estático entre as caixas seja  $\mu$  e que não haja atrito entre a caixa maior e o chão, qual é o módulo da força atuando na massa menor?



- (a)  $F - 3mg\mu$
- (b)  $F/3 - mg\mu$
- (c)  $mg\mu$
- (d)  $F/3$  [C]
- (e)  $(F - mg\mu) / 3$

Q9. Uma partícula de massa  $m$  está restrita a se movimentar na superfície de uma esfera de raio  $R$  e sob a ação de um potencial. Em termos das coordenadas esféricas  $\theta$  e  $\varphi$ , verifica-se que a lagrangiana da partícula é dada por

$$L = \frac{1}{2}mR^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}mR^2\sin^2\theta\dot{\varphi}^2 - aR\cos\theta,$$

onde  $a$  é uma constante. Uma das possíveis equações de movimento da partícula e um de seus momentos canonicamente conjugados são dados por:

- (a)  $2\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\theta + \ddot{\varphi}\sin\theta = 0$  e  $p_\theta = mR^2\dot{\theta}$  [C]
- (b)  $mR\dot{\varphi}^2\sin\theta\cos\theta + a\sin\theta + mR\ddot{\theta} = 0$  e  $p_\varphi = mR^2\dot{\varphi}\sin^2\theta$
- (c)  $\ddot{\varphi}\sin^2\theta = 0$  e  $p_\theta = mR^2\dot{\theta}$

- (d)  $\ddot{\varphi} \sin^2 \theta = 0$  e  $p_{\varphi} = mR^2 \dot{\varphi} \sin^2 \theta$   
 (e)  $mR\dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta - a \sin \theta - mR\ddot{\theta} = 0$  e  $p_{\theta} = mR^2 \dot{\theta}$

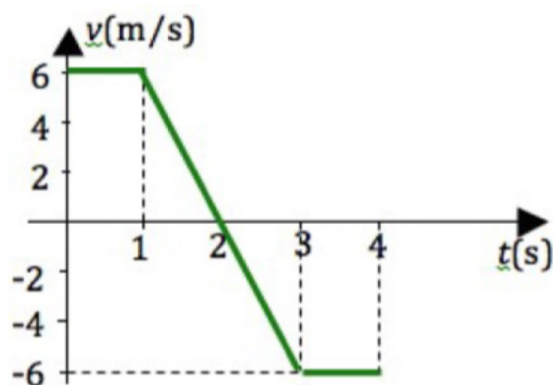
Q10. Uma bola de bilhar de massa  $M$  e raio  $R$  está sobre uma mesa horizontal e recebe uma tacada horizontal na altura do seu centro de massa. Imediatamente após a tacada a bola adquire uma velocidade inicial de translação do centro de massa  $v_0$ . Suponha que o coeficiente de atrito cinético e estático entre a bola e a mesa sejam  $\mu_c$  e  $\mu_e$ , respectivamente, e o momento de inércia de uma esfera sólida é  $(2/5)MR^2$ . O tempo decorrido entre o instante da tacada e o instante em que a fase inicial de deslizamento cessa e a bola passa a rolar sem deslizar é de:

- (a)  $2v_0/(7\mu_c g)$  [C]  
 (b)  $v_0/(\mu_c g)$   
 (c)  $2v_0/(5\mu_c g)$   
 (d)  $2v_0/(7\mu_e g)$   
 (e)  $2v_0/(5\mu_e g)$

Q11. Com base nas leis de Newton é correto afirmar que:

- (a) as forças peso e normal agindo sobre um mesmo objeto formam um par ação-reação.  
 (b) um objeto em queda livre tem sempre aceleração igual em módulo à da gravidade ( $g$ ), exceto quando atinge o ponto de altura máxima e sua velocidade é nula.  
 (c) o fato de um corpo estar sendo acelerado é consequência da ação de uma força ou conjunto de forças de resultante diferente de zero agindo sobre o corpo. [C]  
 (d) a resultante das forças agindo sobre um corpo precisa ser nula para ele mudar seu estado de movimento.  
 (e) é possível um corpo manter-se em movimento retilíneo uniforme mesmo tendo a resultante das forças não nula agindo sobre ele.

Q12. Uma partícula move-se ao longo do eixo  $x$ . No instante  $t = 0$  s, sua posição é  $x = 0$  m. A figura abaixo mostra como varia a velocidade  $v$  da partícula em função do tempo. A velocidade média entre  $t = 1$  s e  $t = 4$  s será:



- (a) -2 m/s [C]
- (b) 2 m/s
- (c) -6 m/s
- (d) 6 m/s
- (e) 0 m/s

## Mecânica Quântica

Q1. Considere uma partícula de energia total  $E$  incidindo sobre uma barreira de potencial dada por

$$V(x) = \begin{cases} |V_0|, & \text{para } 0 < x < a. \\ 0, & \text{para } x < 0 \text{ ou } x > a. \end{cases}$$

Analise as três afirmações seguintes sobre este caso físico e escolha abaixo a alternativa correta.

- I. A partícula tem probabilidade um de ser refletida pela barreira para qualquer valor de energia que seja menor do que a altura da barreira ( $E < |V_0|$ ).
  - II. A partícula tem probabilidade um de ser transmitida através da barreira para qualquer valor de energia maior do que a altura da barreira ( $E > |V_0|$ ).
  - III. Quando  $E > |V_0|$ , observa-se que há valores específicos de energia para os quais a partícula tem probabilidade zero de ser refletida.
- (a) Apenas a afirmação I está correta.
  - (b) Apenas a afirmação II está correta.
  - (c) Apenas a afirmação III está correta. [C]
  - (d) Apenas as afirmações I e II estão corretas.
  - (e) Nenhuma das afirmações está correta.

Q2. Considere um conjunto de operadores  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$  com representação matricial em uma mesma base dada por

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \hat{C} = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix},$$

onde  $i = \sqrt{-1}$ . Indique a afirmação correta:

- (a) Esses operadores comutam entre si.
- (b) O operador  $\hat{A}$  é hermitiano.
- (c) O operador  $\hat{B}$  tem autovalores degenerados.
- (d) O operador  $\hat{C}$  pode representar um observável físico. [C]
- (e) Os operadores  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$  têm os mesmos autovetores.

Q3. Suponha que o hamiltoniano de um sistema físico, com espaço de Hilbert tridimensional, tenha a equação de autovalores dada por

$$\hat{H} |E_n\rangle = E_n |E_n\rangle, \text{ com } E_1 = -\hbar\omega, E_2 = 0, \text{ e } E_3 = \hbar\omega.$$



Sabe-se também que um outro observável físico  $\hat{B}$  do sistema tem autovalores  $b_+, b_-$  e  $b_z$ , com autovetores dados respectivamente por

$$|b_{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|E_1\rangle \pm |E_3\rangle), \text{ e } |b_z\rangle = |E_2\rangle.$$

Se o vetor de estado inicial do sistema for

$$|\psi(t=0)\rangle = \frac{1}{2}(|E_1\rangle + |E_3\rangle) + \frac{1}{\sqrt{2}}|E_2\rangle,$$

Verifique qual afirmação abaixo está correta com relação aos possíveis resultados de uma medida do observável  $\hat{B}$  ou ao seu valor médio em função do tempo:

- (a) A probabilidade máxima de obtenção do autovalor  $b_+$  é  $1/4$ , ocorrendo nos instantes  $t = n\pi/\omega$ , onde  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$
- (b) A probabilidade máxima de obtenção do autovalor  $b_-$  é  $1/2$ , ocorrendo nos instantes  $t = (2n+1)\pi/(2\omega)$ , onde  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ . [C]
- (c) A probabilidade máxima de obtenção do autovalor  $b_+$  é  $1$ , ocorrendo nos instantes  $t = 2\pi n/\omega$ , onde  $n = 0, 2, 4, \dots$
- (d) A probabilidade máxima de obtenção do autovalor  $b_-$  é  $1$ , ocorrendo nos instantes  $t = n\pi/\omega$ , onde  $n = 0, 2, 4, \dots$
- (e) O valor médio do observável  $\hat{B}$  é uma constante de movimento.

Q4. Suponha que a função de onda de uma partícula livre de massa  $m$  no instante  $t = 0$  seja dada por

$$\psi(x) = \left(\frac{1}{\pi\Delta^2}\right)^{1/4} e^{ip_0x/\hbar} e^{-(x-a)^2/(2\Delta^2)},$$

onde  $a$  e  $p_0$  são constantes físicas reais, e  $i = \sqrt{-1}$ .

Indique a afirmação correta:

- (a) O valor médio da posição da partícula em  $t = 0$  é  $\langle x \rangle = 0$ , com incerteza  $\Delta/\sqrt{2}$ .
- (b) O valor médio do momento linear da partícula em  $t = 0$  é  $\langle p \rangle = p_0$ , com incerteza  $\hbar/(\Delta\sqrt{2})$ . [C]
- (c) A função de onda da partícula no instante  $t$  é dada por  $\Psi(x, t) = e^{-iEt/\hbar}\psi(x)$ , onde  $E = p_0^2/2m$ .
- (d) A probabilidade de se encontrar a partícula entre as posições  $x$  e  $x + dx$  em  $t = 0$  é dada por  $\left(\frac{e^{ip_0x/\hbar} e^{-(x-a)^2/(2\Delta^2)}}{(\pi\Delta^2)^{1/4}}\right)^2 dx$ .
- (e) O princípio da incerteza de Heisenberg não é satisfeito neste caso pois a partícula é livre.

Q5. Uma partícula quântica move-se ao longo de uma linha reta, sendo a sua posição identificada pela variável  $x$ . A partícula está sujeita ao potencial

$$V(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ \frac{1}{2}m\omega^2 x^2, & x > 0. \end{cases}$$

Analise as três afirmações seguintes sobre as energias dos estados estacionários do sistema e escolha abaixo a alternativa correta.

- I. As energias são  $E_n = \hbar\omega (n + 1/2)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$
- II. As energias são  $E_n = \hbar\omega (n + 1/2)$ ,  $n = 1, 3, 5, \dots$
- III. As energias são  $E_n = \hbar\omega (n + 1/2)$ ,  $n = 0, 2, 4, \dots$

- (a) Apenas a afirmação I está correta.
- (b) Apenas a afirmação II está correta. [C]
- (c) Apenas a afirmação III está correta.
- (d) Todas as afirmações são equivalentes.
- (e) Nenhuma das afirmações está correta.

Q6. Resolvendo-se a equação de autovalores do hamiltoniano de um certo sistema quântico, observa-se que ela pode ser escrita na forma  $\hat{H} |n\rangle = n E_o |n\rangle$ , onde  $n = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $E_o$  é uma energia característica do sistema e os autovetores  $\{|n\rangle\}$  definem uma base ortonormal. Supondo que esse sistema possa ser preparado no estado

$$|\psi\rangle = 3 |1\rangle + |2\rangle - |3\rangle + 7 |4\rangle.$$

Qual o valor esperado da energia?

- (a)  $21/20 E_o$
- (b)  $7/2 E_o$  [C]
- (c)  $5/2 E_o$
- (d)  $3 E_o$
- (e)  $E_o$

Q7. Suponha que o operador Hamiltoniano de um certo sistema quântico, quando expresso na sua base ortonormal, tenha o seguinte comportamento:

$$\begin{aligned} \hat{H} |1\rangle &= E_o |1\rangle \\ \hat{H} |2\rangle &= E_o |2\rangle \\ \hat{H} |3\rangle &= 2E_o |3\rangle \\ \hat{H} |4\rangle &= 4E_o |4\rangle. \end{aligned}$$

Supondo que esse sistema possa ser preparado no estado

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}|1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|2\rangle + \frac{1}{2}|3\rangle + \frac{1}{\sqrt{12}}|4\rangle,$$

se uma medida da energia for feita e encontrar o valor  $E_o$ , qual será o estado do sistema imediatamente após a medida?

- (a)  $\frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|2\rangle$
- (b)  $\frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|2\rangle$
- (c)  $\frac{3}{\sqrt{2}}|1\rangle - \frac{1}{2}|2\rangle$
- (d)  $\frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle + \frac{1}{2}|2\rangle$
- (e)  $\frac{1}{2}|1\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|2\rangle$  [C]

Q8. Considere uma partícula de carga  $q$ , sem spin, na presença de um potencial Coulombiano. Sendo  $\hat{H}$  o Hamiltoniano do sistema,  $\hat{L}_x$ ,  $\hat{L}_y$  e  $\hat{L}_z$  as componentes do operador momentum angular total, com  $\hat{L}^2 = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2$  e  $\hat{L}_{\pm} = \hat{L}_x \pm i\hat{L}_y$ , escolha abaixo a alternativa correta.

- (a) O espectro de energia deste sistema apresenta apenas valores discretos.
- (b) O momentum angular total deste sistema só se conserva quando a partícula está em um estado ligado.
- (c) A solução da equação de Schrödinger revela que nos estados estacionários a partícula descreve órbitas circulares ou elípticas bem definidas.
- (d) A simetria esférica do potencial Coulombiano implica que o Hamiltoniano do sistema tem invariância rotacional e, portanto, que  $[\hat{H}, \hat{L}^2] = 0$ . [C]
- (e) O fato de que  $[\hat{L}_{\pm}, \hat{L}^2] = 0$  permite dizer que os operadores  $\hat{L}_+$ ,  $\hat{L}_-$  e  $L^2$  são observáveis compatíveis.

Q9. Seja o hamiltoniano de um sistema quântico de dois níveis dado por:

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \omega_1 & \omega_2 \\ \omega_2 & \omega_1 \end{pmatrix}, \quad \text{na base } |0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

As auto-energias  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$  deste sistema são:

- (a)  $\epsilon_1 = \omega_1$  ,  $\epsilon_2 = \omega_2$
- (b)  $\epsilon_1 = \omega_1 + \omega_2$  ,  $\epsilon_2 = \omega_2 - \omega_1$
- (c)  $\epsilon_1 = \omega_1 + \omega_2$  ,  $\epsilon_2 = \omega_1 - \omega_2$  [C]
- (d)  $\epsilon_1 = (\omega_1 + \omega_2)/2$  ,  $\epsilon_2 = 2(\omega_1 - \omega_2)$
- (e)  $\epsilon_1 = 2(\omega_1 + \omega_2)$  ,  $\epsilon_2 = (\omega_2 - \omega_1)/2$

## Eletromagnetismo

Q1. Um isolante cilíndrico infinitamente longo, de raio  $R$ , possui uma carga distribuída uniformemente através de seu volume. Sendo  $\rho$  a densidade volumétrica da carga, os campos elétricos nas regiões  $r < R$  e  $r > R$  são, respectivamente:

(a)  $\vec{E} = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} \hat{r}$  e  $\vec{E} = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r} \hat{r}$ . [C]

(b)  $\vec{E} = \frac{\rho r}{\epsilon_0} \hat{r}$  e  $\vec{E} = \frac{\rho R^2}{\epsilon_0 r} \hat{r}$ .

(c)  $\vec{E} = \frac{\rho r}{\epsilon_0} \hat{r}$  e  $\vec{E} = \frac{\rho R^3}{\epsilon_0 r^2} \hat{r}$ .

(d)  $\vec{E} = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} \hat{r}$  e  $\vec{E} = \frac{2\rho R^2}{\epsilon_0 r} \hat{r}$ .

(e)  $\vec{E} = \frac{\rho r^2}{\epsilon_0 R} \hat{r}$  e  $\vec{E} = \frac{\rho R^3}{\epsilon_0 r^2} \hat{r}$ .

Q2. Considere um capacitor de capacitância  $C$  totalmente carregado com uma carga  $Q_0$ . A energia total armazenada no capacitor é  $U_0$ . Num determinado instante o capacitor começa a descarregar através de um resistor de resistência  $R$ . Em termos da constante de tempo  $\tau = RC$ , em quais instantes  $t_Q$  e  $t_U$  o capacitor terá, respectivamente, um terço de sua carga  $Q_0$  e um terço de sua energia  $U_0$ ?

(a)  $t_Q = \ln(3)\tau$  e  $t_U = \frac{\ln(3)}{2}\tau$ . [C]

(b)  $t_Q = 3\tau$  e  $t_U = \frac{\ln(3)}{2}\tau$ .

(c)  $t_Q = e^\tau$  e  $t_U = 3\tau$ .

(d)  $t_Q = \ln(3)\tau$  e  $t_U = \ln(3)\tau$ .

(e)  $t_Q = e^\tau$  e  $t_U = \ln(3)\tau$ .

Q3. Um solenóide longo de  $n$  voltas por unidade de comprimento conduz uma corrente  $i = i_0 \cos(\omega t)$ . No seu interior introduzimos uma espira circular de área  $A$ , cujo eixo está na mesma direção do eixo do solenóide. Qual a fem  $\mathcal{E}$  induzida na espira?

(a)  $\mathcal{E} = A\omega\mu_0 i_0 n \sin(\omega t)$ . [C]

(b)  $\mathcal{E} = A\omega\mu_0 i_0 n \cos(\omega t)$ .

(c)  $\mathcal{E} = A\omega\mu_0 i_0 n^2 \sin(\omega t)$ .

(d)  $\mathcal{E} = A\omega\mu_0 i_0 n^2 \cos(\omega t)$ .

(e)  $\mathcal{E} = A\omega\mu_0 i_0 n \cos^2(\omega t)$ .

Q4. Uma esfera não-condutora de raio  $a$  possui uma carga total positiva  $Q$ . A densidade volumétrica de carga no interior da esfera é dada por

$$\rho(r) = \rho_0 \left(1 - \frac{r}{a}\right),$$

onde  $\rho_0$  é uma constante e  $r$  é a distância ao centro da esfera. O campo elétrico  $\vec{E}(r)$  no **interior** da esfera ( $0 < r < a$ ) e o potencial elétrico  $V(r)$  no **centro** da esfera ( $r = 0$ ) são, respectivamente:

(a)  $\vec{E}(r) = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \left( \frac{r}{3} - \frac{r^2}{4a} \right) \hat{r}$  e  $V(0) = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \frac{a^2}{6}$ . [C]

(b)  $\vec{E}(r) = -\frac{\rho_0}{\epsilon_0} \frac{r^2}{4a} \hat{r}$  e  $V(0) = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \frac{a^2}{6}$ .

(c)  $\vec{E}(r) = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \frac{r^3}{2a^2} \hat{r}$  e  $V(0) = -\frac{\rho_0}{\epsilon_0} \frac{a^3}{3R}$ .

(d)  $\vec{E}(r) = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \frac{r^3}{2a^2} \hat{r}$  e  $V(0) = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \frac{a^3}{3R}$ .

(e)  $\vec{E}(r) = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \left( \frac{r}{3} - \frac{r^2}{4a} \right) \hat{r}$  e  $V(0) = -\frac{\rho_0}{\epsilon_0} \frac{a^2}{6}$ .

Q5. Um condutor, inicialmente neutro, é posto em contato com um segundo condutor que está inicialmente carregado com carga  $Q$  e potencial elétrico  $V$ . Após o contato ser estabelecido entre eles, verifica-se que o primeiro condutor adquire carga  $q$ . A capacitância do primeiro condutor é:

(a)  $\left( \frac{q}{Q-q} \right) \frac{Q}{V}$  [C]

(b)  $\left( \frac{q}{Q+q} \right) \frac{q}{V}$

(c)  $\left( \frac{Q+q}{q-Q} \right) \frac{Q}{V}$

(d)  $\left( \frac{Q}{Q+q} \right) \frac{q}{V}$

(e)  $\left( \frac{Q-q}{q} \right) \frac{q}{V}$

Q6. Um placa condutora plana aterrada de dimensões infinitas se encontra no plano  $yz$  de um sistema de coordenadas. Se uma partícula de carga  $Q$  se encontra na posição  $r\hat{x}$  sendo  $r > 0$ , a força eletrostática sobre a carga é

(a)  $-\frac{Q^2}{16\pi\epsilon_0 r^2} \hat{x}$  [C]

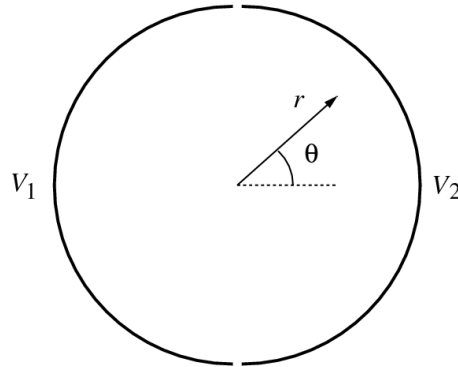
(b)  $\frac{Q^2}{16\pi\epsilon_0 r^2} \hat{x}$

(c)  $\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{x}$

(d)  $-\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{x}$

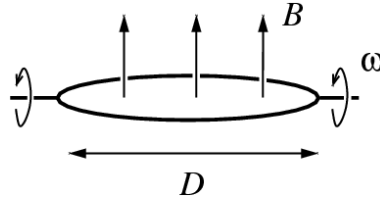
(e) 0. Não há interação porque a placa está aterrada.

Q7. Um cilindro condutor oco muito fino de raio  $R$  e muito longo é dividido em duas partes iguais que são mantidas separadas por uma distância desprezivelmente pequena como ilustra a figura. Se as duas metades são mantidas em potenciais distintos  $V_1 = \bar{V} + \frac{1}{2}\delta V$  e  $V_2 = \bar{V} - \frac{1}{2}\delta V$  (com  $\delta V > 0$ ), verifica-se que o potencial elétrico dentro do condutor é  $\bar{V} + \delta V \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \left(\frac{r}{R}\right)^{2n-1} \cos((2n-1)\theta)$ . Dentre as alternativas abaixo, qual delas melhor representa as linhas equipotenciais e o vetor campo elétrico, respectivamente?



- (a) e [C]
- (b) e
- (c) e
- (d) e
- (e) e

- Q8. Um anel metálico muito fino e de diâmetro  $D = 10$  cm é posto a girar com frequência de  $50$  Hz em uma região do espaço onde há um campo magnético uniforme de magnitude  $B = 20 \times 10^{-3} T$  (vide figura). Verifica-se que a resistência elétrica no anel é de  $49$  m $\Omega$ . Qual é a amplitude e a frequência da corrente alternada que se estabelece no anel?



- (a)  $1,0 \times 10^{-1}$  A e  $50$  Hz [C]  
 (b)  $5,0 \times 10^{-2}$  A e  $25$  Hz  
 (c)  $1,0 \times 10^{-1}$  A e  $25$  Hz  
 (d)  $5,0 \times 10^{-2}$  A e  $10$  Hz  
 (e)  $1,0 \times 10^{-1}$  A e  $10$  Hz
- Q9. Considere um capacitor de placas paralelas composto por placas circulares de raio  $R$  separadas por uma distância  $d$ . O capacitor tem suas placas perpendiculares à direção  $z$  e um potencial elétrico entre elas dado por  $V = V_0 \cos(\omega t)$ . Sendo  $r$  a menor distância ao segmento de reta que liga os centros das placas,  $R \gg d$  e no limite quasi-estático  $\omega R \ll c$ , os campos elétrico e magnético entre as placas serão, respectivamente:
- (a)  $\vec{E} = -\frac{V_0}{d} \cos(\omega t) \hat{z}$  e  $\vec{B} = \frac{1}{2} \frac{r}{d} \mu_0 \epsilon_0 V_0 \omega \sin(\omega t) \hat{\phi}$ . [C]  
 (b)  $\vec{E} = \frac{1}{2} \frac{V_0}{r} \sin(\omega t) \hat{z}$  e  $\vec{B} = -\frac{d}{r} \mu_0 \epsilon_0 V_0 \omega \sin(\omega t) \hat{\phi}$ .  
 (c)  $\vec{E} = \frac{1}{2} \frac{V_0}{r} \cos(\omega t) \hat{z}$  e  $\vec{B} = -\frac{d}{r} \mu_0 \epsilon_0 V_0 \omega \sin(\omega t) \hat{\phi}$ .  
 (d)  $\vec{E} = -\frac{1}{2} \frac{V_0}{r} \cos(\omega t) \hat{z}$  e  $\vec{B} = \frac{d}{r} \mu_0 \epsilon_0 V_0 \omega \sin(\omega t) \hat{\phi}$ .  
 (e)  $\vec{E} = -\frac{V_0}{d} \cos(\omega t) \hat{z}$  e  $\vec{B} = -\frac{1}{2} \frac{r}{d} \mu_0 \epsilon_0 V_0 \omega \sin(\omega t) \hat{\phi}$ .
- Q10. Em uma região livre de cargas e correntes (onde  $k = \frac{\omega}{c}$ ), temos um campo magnético dado por  $\vec{B} = B_0 e^{\alpha y} \sin(kz - \omega t) \hat{x}$ . Neste caso as componentes dependentes do tempo do campo elétrico e do vetor de Poynting serão, respectivamente:

- (a)  $(0, -\frac{\omega}{k} B_0 e^{\alpha y} \sin(kz - \omega t), -\frac{\omega \alpha}{k^2} B_0 e^{\alpha y} \cos(kz - \omega t))$  e  $(0, -\frac{\omega \alpha}{\mu_0 k^2} B_0^2 e^{2\alpha y} \sin(kz - \omega t) \cos(kz - \omega t), \frac{\omega}{\mu_0 k} B_0^2 e^{2\alpha y} \sin^2(kz - \omega t))$ . [C]  
 (b)  $(\frac{\omega \alpha}{k^2} B_0 e^{\sqrt{\alpha} y/2} \sin(kz - \omega t), 0, 0)$  e  $(0, -\frac{\omega \alpha}{\mu_0 k^2} B_0^2 e^{2\alpha y} \sin(kz - \omega t) \cos(kz - \omega t), \frac{\omega}{\mu_0 k} B_0^2 e^{2\alpha y} \sin^2(kz - \omega t))$ .  
 (c)  $(-\frac{\omega \alpha}{k^2} B_0 e^{\sqrt{\alpha} y/2} \sin(kz - \omega t), 0, 0)$  e  $(\frac{\omega \alpha}{\mu_0 k^2} B_0^2 e^{\alpha y} \sin(kz - \omega t) \cos(kz - \omega t), 0, \frac{\omega}{\mu_0 k} B_0^2 e^{\alpha y} \cos^2(kz - \omega t))$ .

- (d)  $\left(-\frac{\omega\alpha}{k^2}B_0 e^{\sqrt{\alpha}y/2} \sin(kz - \omega t), 0, 0\right)$  e  $\left(\frac{\omega\alpha}{\mu_0 k^2}B_0^2 e^{\alpha y} \sin(kz - \omega t) \cos(kz - \omega t), 0, \frac{\omega}{\mu_0 k}B_0^2 e^{\alpha y} \cos^2(kz - \omega t)\right)$ .
- (e)  $\left(0, -\frac{\omega}{k}B_0 e^{\alpha y} \sin(kz - \omega t), -\frac{\omega\alpha}{k^2}B_0 e^{\alpha y} \cos(kz - \omega t)\right)$  e  $\left(0, \frac{\omega\alpha}{\mu_0 k^2}B_0^2 e^{\alpha y} \sin^2(kz - \omega t), 0\right)$ .

Q11. A auto-indutância de uma espira circular muito fina é medida em duas situações distintas:

(A) A espira se encontra em um meio de permeabilidade magnética constante e igual a  $x\mu_0$  onde  $x$  é uma constante adimensional e  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo.

(B) A espira se encontra em um meio de permeabilidade magnética constante e igual a  $x^2\mu_0$ .

A razão  $L_A/L_B$  entre as auto-indutâncias medidas nas situações (A) e (B) é

- (a)  $x^{-1}$  [C]  
 (b)  $x$   
 (c)  $x^2$   
 (d)  $x^2 - x$   
 (e)  $x^{-2}$



## Física Moderna

Q1. Sendo  $m_e$  a massa do elétron e  $c$  a velocidade da luz no vácuo, qual é o máximo comprimento de onda que um fóton isolado pode ter para permitir a ocorrência de um processo de criação espontânea de um par elétron-pósitron?

- (a)  $\frac{h}{4m_e c}$
- (b)  $\frac{h}{2m_e c}$  [C]
- (c)  $\frac{h}{m_e c}$
- (d)  $\frac{2h}{m_e c}$
- (e)  $\frac{4h}{m_e c}$

Q2. Uma partícula puntiforme de massa  $m$ , movendo-se inicialmente com velocidade  $v = \frac{4}{5}c$ , medida no referencial do laboratório, colide com outra partícula idêntica, inicialmente em repouso no mesmo referencial. Como resultado da colisão, que não envolve perdas de energia total, as duas partículas combinam-se para formar uma única partícula de massa  $M$ . Tratando relativisticamente o problema, assinale a alternativa correta a respeito da velocidade  $v'$  do conjunto após a colisão.

- (a)  $v' = \frac{3}{5}v$
- (b)  $v' = \frac{3}{8}v$
- (c)  $v' = \frac{5}{8}v$  [C]
- (d)  $v' = v$
- (e) Não se pode determinar a velocidade  $v'$  sem conhecer a massa  $M$ .

Q3. Em um arranjo experimental, dois feixes de luz de mesma intensidade incidem sobre amostras metálicas idênticas, feitas do mesmo material. No primeiro feixe, a luz tem comprimento de onda de 400 nm, enquanto no segundo feixe o comprimento de onda é de 300 nm. Em ambos os casos, quando a luz incide sobre a amostra observa-se um fluxo de elétrons emergindo do metal. Considere as seguintes afirmações sobre esse arranjo experimental.

- I. Mais elétrons são emitidos por unidade de tempo sob a luz de 300 nm do que sob a luz de 400 nm.
- II. Os elétrons emitidos sob a luz de 300 nm têm mais energia do que aqueles emitidos sob a luz de 400 nm.
- III. Se a intensidade da luz de cada feixe é dobrada, mais elétrons são emitidos por ambas as amostras do que nas condições originais.
- IV. Se a intensidade da luz de cada feixe é dobrada, os elétrons emitidos por ambas as amostras têm mais energia do que nas condições originais.

A respeito dessas afirmações, assinale a alternativa correta.

- (a) Nenhuma das afirmações é verdadeira.
- (b) Somente as afirmações I e II são verdadeiras.
- (c) Somente as afirmações II e III são verdadeiras. [C]
- (d) Somente as afirmações III e IV são verdadeiras.
- (e) Todas as afirmações são verdadeiras.

Q4. Um próton de massa  $m$  e carga elétrica  $e$  está em repouso na origem de um referencial  $S$ . Em um dado momento aciona-se um campo elétrico constante e uniforme de intensidade  $E$ . Desprezando perdas por radiação, qual será a energia desse próton um tempo  $T$  após o acionamento do campo elétrico, segundo a teoria especial da relatividade de Einstein?

- (a)  $\frac{mc^2}{1 + \left(\frac{eE}{mc}T\right)^2}$
- (b)  $\frac{mc^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{eE}{mc}T\right)^2}}$
- (c)  $mc^2$
- (d)  $\sqrt{1 + \left(\frac{eE}{mc}T\right)^2} mc^2$  [C]
- (e)  $\left[1 + \left(\frac{eE}{mc}T\right)^2\right] mc^2$

Q5. Um *átomo muônico* é um átomo exótico formado por um próton e um múon negativo orbitando em sua volta. O múon, entretanto, é mais massivo que o elétron. Para fins de simplificação, considere que a massa do múon seja 200 vezes maior que a massa do elétron  $m_0$ , e que o próton tenha massa  $m_p \approx 1800m_0$ . Em termos do raio de Bohr  $a_0$  de um átomo de hidrogênio, o raio de Bohr do átomo muônico é :

- (a)  $a_0/180$  [C]
- (b)  $a_0/200$
- (c)  $180 a_0$
- (d)  $200 a_0$
- (e)  $a_0$

Q6. Considere o espalhamento Compton entre um elétron livre de massa  $m_0$  e um fóton de comprimento de onda  $\lambda = h/(2m_0c)$ , onde  $h$  é a constante de Planck e  $c$  é a velocidade da luz. Após o espalhamento, a energia do fóton é  $1/3$  de sua energia inicial. O ângulo de espalhamento para este fóton é de:

- (a)  $0^\circ$
- (b)  $45^\circ$
- (c)  $90^\circ$  [C]
- (d)  $135^\circ$
- (e)  $180^\circ$

Q7. Considere uma partícula de massa  $m$  confinada a uma região unidimensional  $0 \leq x \leq a$  em um poço quadrado com barreiras de altura infinita em  $x = 0$  e  $x = a$ . Seja  $\Delta E_n = E_{n+1} - E_n > 0$  a separação de energia entre níveis consecutivos. Considere também a probabilidade  $P_n$  de que a partícula no  $n$ -ésimo autoestado de energia se encontre no intervalo  $a/4 \leq x \leq 3a/4$ , ou seja, na metade central do poço. Em relação à separação de energia relativa  $\Delta E_n/E_n$  e a probabilidade  $P_n$ , é correto afirmar que no limite de valores muito grandes de  $n$ :

- (a)  $\Delta E_n/E_n$  diverge e  $P_n$  converge para  $1/2$ .
- (b)  $\Delta E_n/E_n$  diverge e  $P_n$  converge para 1.
- (c)  $\Delta E_n/E_n$  tende para 1 e  $P_n$  converge para zero.
- (d)  $\Delta E_n/E_n$  tende para zero e  $P_n$  converge para  $1/2$ . [C]
- (e)  $\Delta E_n/E_n$  tende para zero e  $P_n$  converge para 1.

Q8. Em condições propícias, um padrão de difração pode ser obtido quando um feixe eletrônico incide sobre a superfície de um cristal. Qual é a ordem de grandeza da energia cinética aproximada dos elétrons para que este padrão seja observável? Considere um espaçamento atômico da ordem de  $0,4 \text{ nm}$ .

- (a) 0,1 eV
- (b) 1 eV
- (c) 10 eV [C]
- (d) 100 eV
- (e) 1000 eV

Q9. Considere um corpo negro esférico de raio  $r$  colocado em órbita circular em torno do Sol. O raio da órbita é igual à distância média Terra-Sol  $d$ . Sabendo que a temperatura na superfície do Sol é  $T_{\odot}$ , e que o raio do Sol é  $R_{\odot}$ , qual é a temperatura em que o corpo negro entra em equilíbrio com a radiação solar? (Suponha que, no equilíbrio, todos os pontos do corpo negro estejam à mesma temperatura.)

- (a)  $\frac{r}{2d}T_{\odot}$
- (b)  $\sqrt{\frac{r}{2d}}T_{\odot}$
- (c)  $T_{\odot}$
- (d)  $\sqrt{\frac{R_{\odot}}{2d}}T_{\odot}$  [C]
- (e)  $\frac{R_{\odot}}{2d}T_{\odot}$

Q10. Quando um feixe de luz de comprimento de onda de 400 nm incide sobre uma certa superfície metálica, a medida da energia cinética máxima dos fotoelétrons emitidos é 1,0 eV. Qual é o valor mais aproximado da energia cinética máxima dos fotoelétrons quando um feixe de luz de comprimento de onda de 300 nm incide sobre a mesma superfície?

- (a) 0,02 eV
- (b) 0,2 eV
- (c) 2 eV [C]
- (d) 20 eV
- (e) 200 eV

## Termodinâmica e Física Estatística

Q1. Considere as afirmativas abaixo:

- i. Um reservatório térmico é uma entidade física com capacidade térmica tão grande que praticamente não apresenta mudança de temperatura quando cede ou recebe calor de um sistema com o qual interage. Um mesmo sistema físico pode ser considerado um reservatório térmico em um determinado experimento, mas não em outros.
- ii. Variáveis termodinâmicas que escalam com o tamanho do sistema termodinâmico são denominadas variáveis extensivas.
- iii. O número de graus de liberdade de um sistema termodinâmico é igual ao número de termos na expressão para a energia total deste sistema.
- iv. Qualquer gás físico pode se comportar como gás ideal ou como gás não-ideal, dependendo das condições a que estiver submetido.
- v. A 1ª lei da termodinâmica é uma expressão da conservação de energia e descreve como o transporte de calor se dá em um sistema termodinâmico.

As afirmativas (i) a (v), nesta ordem, estão (“C” para “certa” e “E” para “errada”):

- (a) C, C, C, E, C
- (b) E, C, E, E, C
- (c) C, C, C, E, E
- (d) C, C, E, C, E [C]
- (e) E, C, E, C, E

Q2. Um aparelho de ar-condicionado ideal opera um ciclo de Carnot, absorvendo uma quantidade de calor  $Q_2$  de um cômodo em uma casa, à temperatura  $T_2$ , entregando uma quantidade de calor  $Q_1$  ao exterior, à temperatura  $T_1$ , consumindo uma energia elétrica  $W$ . A casa recebe calor do meio exterior através de suas paredes, janelas, portas, frestas, etc., segundo a lei de aquecimento de Newton,  $Q = A(T_1 - T_2)$ . A expressão correta para  $T_2$  em função de  $T_1$ ,  $W$  e  $A$  para a operação contínua desta máquina térmica em estado estacionário é:

- (a)  $T_2 = T_1 - W/2A \pm \sqrt{(W/2A)^2 - (WT_1/A)}$
- (b)  $T_2 = T_1 - W/2A \pm \sqrt{(W/2A)^2 + (WT_1/A)}$
- (c)  $T_2 = T_1 + W/2A \pm \sqrt{(W/2A)^2 - (WT_1/A)}$
- (d)  $T_2 = T_1 + W/2A \pm \sqrt{(W/2A)^2 + (WT_1/A)}$  [C]
- (e)  $T_2 = T_1 \pm \sqrt{(W/2A)^2 - (WT_1/A)}$

Q3. Dois cilindros idênticos termicamente isolados,  $A$  e  $B$ , equipados com pistões ideais (sem atrito), são conectados por uma válvula. Inicialmente, esta válvula encontra-se fechada, o cilindro  $A$  está com seu pistão totalmente puxado e contém um gás ideal monoatômico a uma temperatura  $T_i$ , e o cilindro  $B$  está com seu pistão totalmente inserido e, portanto, sem gás. A válvula é

então totalmente aberta e gás é lentamente sugado para dentro do cilindro  $B$ , puxando-se o respectivo pistão até o final de seu curso, enquanto o pistão do cilindro  $A$  é mantido estacionário. Ignorando a capacidade térmica dos cilindros e pistões, a temperatura  $T_f$  do gás ao final deste processo é:

- (a)  $T_f = 2^{-2/3} \cdot T_i$  [C]
- (b)  $T_f = 2^{2/3} \cdot T_i$
- (c)  $T_f = 2^{-3/2} \cdot T_i$
- (d)  $T_f = 2^{3/2} \cdot T_i$
- (e)  $T_f = 2^{-1/2} \cdot T_i$

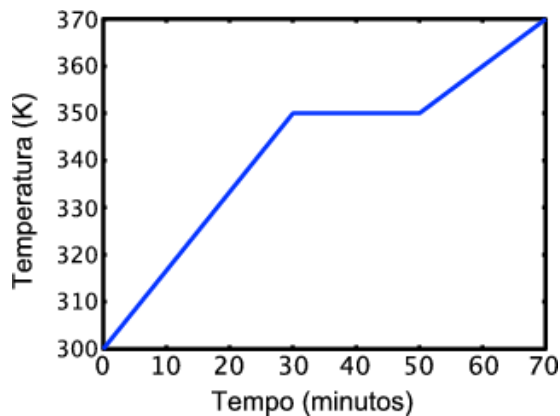
Q4. Considere as afirmativas abaixo:

- i. Uma forma de traduzir em palavras o significado da 1a. lei da termodinâmica é “num processo termodinâmico, a energia é conservada e o calor é uma certa quantidade de energia trocada entre sistemas físicos”.
- ii. Para um sistema termodinâmico, uma função (ou variável) de estado é qualquer quantidade física que tem um valor bem definido para um dado estado de equilíbrio do sistema. Exemplos são energia interna, temperatura e pressão.
- iii. De acordo com a 2a. lei da termodinâmica, a entropia de um sistema físico não pode diminuir quando um processo termodinâmico ocorre, mas ela pode se manter constante ou aumentar em decorrência deste processo.
- iv. Em processos termodinâmicos reversíveis, calor pode ser gerado ou absorvido pelo sistema.
- v. Num diagrama  $T \times S$ , um ciclo de Carnot qualquer é representado pela figura de um retângulo, formado por duas linhas correspondendo a processos isotérmicos e duas linhas correspondendo a processos isoentrópicos.

As afirmativas (i) a (v), nesta ordem, estão (“C” para “certa” e “E” para “errada”):

- (a) C, C, C, E, E
- (b) C, E, E, E, C
- (c) C, C, E, C, C [C]
- (d) C, C, E, E, E
- (e) E, C, E, E, C

- Q5. Uma amostra com 0,2 kg de uma substância desconhecida é colocada em um forno que fornece 1,0 kJ/min para a substância. A figura mostra como a temperatura da amostra varia com o tempo.



- i) Calcule o valor do calor de transformação de fase da amostra.
- ii) Determine o valor do maior calor específico da amostra, dentre aqueles dos estados monofásicos em que a substância pode se apresentar.
- (a)  $1,0 \times 10^2$  J/(g.K) e 5,0 kJ/(kg.K)
- (b)  $1,0 \times 10^2$  J/g e  $3,0 \times 10^3$  J/(kg.K)
- (c)  $1,0 \times 10^2$  J/g e  $3,0 \times 10^3$  J/(g.K)
- (d)  $1,0 \times 10^2$  J/g e  $5,0 \times 10^3$  J/(kg.K) [C]
- (e)  $1,0 \times 10^2$  J/(g.K) e 5,0 kJ/kg

Q6. Considere um sistema formado por dois íons magnéticos de spin 1 interagindo com o campo externo  $h$ , cujo Hamiltoniano então é dado por

$$H = -g\mu_B h(m_1 + m_2) ,$$

onde  $m_i$  são variáveis que indexam as projeções dos spins dos íons magnéticos:  $m_i = 0, \pm 1$ . O sistema está isolado e possui energia total fixa  $E = -g\mu_B h$ .

Usando o postulado fundamental da mecânica estatística, podemos dizer que o número total de estados microscópicos acessíveis do sistema com essa energia e a probabilidade de ocorrência de qualquer particular configuração dentre estas são, respectivamente:

- (a) 2 e  $1/2$  [C]
- (b) 4 e  $1/4$
- (c) 4 e  $1/2$
- (d) 9 e  $1/9$
- (e) 9 e  $2/9$



Q7. Considere um gás ideal de  $N$  moléculas que está em equilíbrio dentro de um recipiente de volume  $V_0$ . Denote por  $n$  o número de moléculas localizadas dentro de um subvolume  $V$  do recipiente. A probabilidade  $p$  de que uma dada molécula esteja localizada neste volume é então dada por  $p = V/V_0$ . Desta forma podemos encontrar o valor médio de moléculas  $\langle n \rangle$  e o seu desvio padrão  $\Delta n = \langle (n - \langle n \rangle)^2 \rangle^{1/2}$ .

Assinale entre as alternativas abaixo a expressão para a razão  $\Delta n / \langle n \rangle$  que expressa o comportamento das flutuações no volume  $V$ .

**Sugestão:** Utilize as expressões:  $\sum_{k=0}^l k \frac{l!}{k!(l-k)!} p^k q^{l-k} = lp$  e  $\sum_{k=0}^l k^2 \frac{l!}{k!(l-k)!} p^k q^{l-k} = lpq + l^2 p^2$  onde  $p + q = 1$ .

- (a) 0
- (b)  $\left(\frac{V_0}{V}\right)^N$
- (c) 1
- (d)  $N^{-1/2} \sqrt{\left(\frac{V_0}{V} - 1\right)}$  [C]
- (e)  $N \frac{V_0}{V}$

Q8. Um sistema unidimensional clássico de  $N$  osciladores independentes em contato com um reservatório térmico a uma temperatura  $T$  é governado pelo Hamiltoniano:

$$H = \sum_{i=1}^N \left( \frac{p_i^2}{2m} + \alpha x_i^n \right),$$

onde  $n$  é um número par e  $\alpha$  é uma constante positiva. Por exemplo, para  $n = 2$  tem-se o habitual oscilador harmônico. Nesta questão, denote  $c_n = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-z^n} dz$ .

A energia interna deste sistema é dada por:

- (a)  $U = \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{2}\right) N k_B T$  [C]
- (b)  $U = \frac{3}{2} N c_n k_B T$
- (c)  $U = \frac{3}{2} N k_B T$
- (d)  $U = \left(n + \frac{1}{2}\right) N k_B T$
- (e)  $U = N k_B T$

Q9. Dois cilindros idênticos termicamente isolados,  $A$  e  $B$ , equipados com pistões ideais (sem atrito), são conectados por uma válvula. Inicialmente, esta válvula encontra-se fechada, o cilindro  $A$  está com seu pistão totalmente puxado e contém um gás ideal **diatômico** a uma temperatura  $T_i$ , e o cilindro  $B$  está com seu pistão totalmente inserido e, portanto, sem gás. A válvula é então totalmente aberta e gás é lentamente sugado para dentro do cilindro  $B$ , puxando-se o respectivo pistão até o final de seu curso, enquanto o pistão do cilindro  $A$  é mantido estacionário. Ignorando a capacidade térmica dos cilindros e pistões, a temperatura  $T_f$  do gás ao final deste processo é:

- (a)  $T_f = 2^{-2/5} \cdot T_i$  [C]
- (b)  $T_f = 2^{2/5} \cdot T_i$
- (c)  $T_f = 2^{-5/2} \cdot T_i$
- (d)  $T_f = 2^{5/2} \cdot T_i$
- (e)  $T_f = 2^{-2/3} \cdot T_i$

Q10. Considere um oscilador unidimensional clássico descrito pelo hamiltoniano

$$H = \frac{p^2}{2m} + bx^2 + cx^4$$

onde  $x$  é a coordenada de deslocamento em relação à posição de equilíbrio,  $p$  é o respectivo momento canônico conjugado e  $b$  e  $c$  são constantes positivas. O sistema está em equilíbrio térmico com um reservatório a uma temperatura  $T$ .

O valor da energia cinética média  $\langle p^2/2m \rangle$  do sistema é:

- (a)  $k_B T$
- (b)  $\frac{1}{4} k_B T$
- (c)  $\frac{b^2}{c}$
- (d)  $\frac{1}{2} k_B T$  [C]
- (e)  $\frac{3}{2} k_B T$