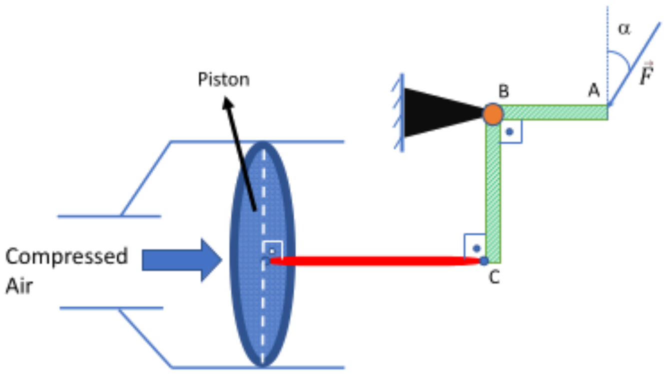
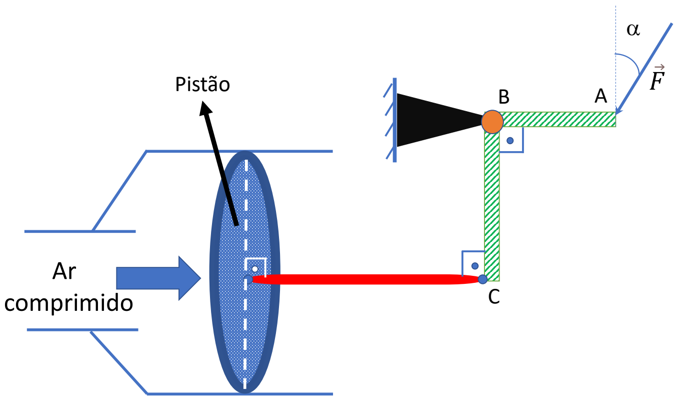
**Question 1** [mc1a] The figure below shows a disk-shaped piston of radius $r$ that can move inside a cylinder, fitting closely with its walls and without any friction. It is connected at point $C$ with the rigid body $ABC$ (the hatched L-shaped part). The point $B$ is fixed but has a pivot around which the rigid body can rotate in the plane of the figure. Compressed air is injected into the cylinder under pressure $P = p_0 + p$, where $p_0$ is the atmospheric pressure, so that the net pressure on the piston is $p$. A force $\vec{F}$ is applied on point $A$, making an angle $\alpha$ with the vertical direction, as shown in the figure. Denoting the lengths $\overline{AB} = x$ and $\overline{BC} = y$, the magnitude of $F$ so that the rigid body $ABC$ is in mechanical equilibrium is:




- ■ $\frac{p\pi r^2 y}{x\cos\alpha}$
- B $\frac{p\pi r^2 x}{4y\cos\alpha}$
- C $\frac{p\pi r^2}{4\cos\alpha}$
- D $\frac{p\pi r^2 y^2}{x^2\cos\alpha}$
- E $\frac{p\pi r^2 x^2}{3y^2\cos\alpha}$

**Questão 2 [mc1b]** A figura abaixo mostra um pistão que se movimenta dentro de um cilindro, sem folga nas paredes e sem atrito com elas. O pistão consiste de um disco de raio $r$. O pistão conecta-se no ponto $C$ à peça rígida $ABC$ (peça hachurada em forma de L). O ponto $B$ é fixo, mas possui uma rótula através da qual a peça pode pode girar no plano da figura. No cilindro aplica-se ar comprimido a uma pressão $P = p_0 + p$, onde $p_0$ é a pressão atmosférica, de forma que a pressão resultante sobre o pistão seja $p$. Sobre o ponto $A$ é aplicada uma força $\vec{F}$, que faz um ângulo $\alpha$ com a vertical, como indicado na figura. Dados os comprimentos $\overline{AB} = y$ e $\overline{BC} = x$, o módulo de $\vec{F}$ para que a peça $ABC$ esteja em equilíbrio mecânico é:




■ $\frac{p\pi r^2 x}{y\cos\alpha}$

B $\frac{p\pi r^2 y}{4x\cos\alpha}$

C $\frac{p\pi r^2}{4\cos\alpha}$

D $\frac{p\pi r^2 x^2}{y^2\cos\alpha}$

E $\frac{p\pi r^2 y^2}{3x^2\cos\alpha}$

**Questão 3 [mc2a]** Considere que a Terra gire em torno do Sol em uma órbita aproximadamente circular de raio $R$. Suponha que, num certo instante, sua velocidade orbital seja reduzida instantaneamente a zero e ela então caia em linha reta em direção ao Sol. Se $\Delta t$ é o tempo que a Terra levará para se chocar com o Sol e o ano terrestre é $T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$, quanto é $\Delta t/T$? Considere que $R >> R_0 >> R_T$ onde $R_0$ e $R_T$ são, respectivamente, os raios do Sol e da Terra.
**Sugestão**: Utilize conservação de energia e, na integração da equação de movimento da Terra, use a seguinte aproximação

$$\int_{R_0}^{R}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R}\right)^{-1/2} dr \approx \frac{\pi}{2}R^{3/2}$$

■ $\frac{1}{4\sqrt{2}}$

B $\frac{1}{2\pi}$

C $\frac{1}{3\pi}$

D $\frac{1}{2}$

E $\frac{1}{\sqrt{2}}$

**Questão 4** [`mc2b`] Considere que a Terra gire em torno do Sol em uma órbita aproximadamente circular de raio $R$. Suponha que, num certo instante, sua velocidade orbital seja reduzida instantaneamente a zero e ela então caia em linha reta em direção ao Sol. Se $\Delta t$ é o tempo que a Terra levará para se chocar com o Sol e o ano terrestre é $T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$, quanto é $T/\Delta t$? Considere que $R >> R_0 >> R_T$ onde $R_0$ e $R_T$ são, respectivamente, os raios do Sol e da Terra.
**Sugestão**: Utilize conservação de energia e, na integração da equação de movimento da Terra, use a seguinte aproximação

$$\int_{R_0}^{R} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)^{-1/2} dr \approx \frac{\pi}{2} R^{3/2}$$

[redacted] $4\sqrt{2}$
B $2$
C $\sqrt{2}$
D $\pi$
E $4\pi\sqrt{2}$

**Questão 5** [`mc3a`] Uma esfera maciça homogênea de massa $m$ e raio $R$ é lançada com velocidade de translação inicial $v_0$ e sem rotação inicial em uma superfície horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre a esfera e a superfície é $\mu$. O momento de inércia da esfera em relação a um eixo que passa pelo seu centro de massa é $I = \frac{2}{5}mR^2$. O tempo transcorrido desde o lançamento inicial até que a esfera comece a rolar sem deslizar é:

[redacted] $\frac{2v_0}{7g\mu}$
[redacted] $\frac{2v_0}{7g\mu}$
C $\frac{2v_0}{g\mu}$
D $\frac{7v_0}{2g\mu}$
E $\frac{v_0}{g\mu}$

**Questão 6** [`mc3b`] Uma esfera oca homogênea de massa $m$ e raio $R$ é lançada com velocidade de translação inicial $v_0$ e sem rotação inicial em uma superfície horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre a esfera e a superfície é $\mu$. O momento de inércia da esfera em relação a um eixo que passa pelo seu centro de massa é $I = \frac{2}{3}mR^2$. O tempo transcorrido desde o lançamento inicial até que a esfera comece a rolar sem deslizar é:

[redacted] $\frac{2v_0}{5g\mu}$
B $\frac{v_0}{5g\mu}$
C $\frac{2v_0}{g\mu}$
D $\frac{5v_0}{2g\mu}$
E $\frac{v_0}{g\mu}$

**Questão 7 [mc4a]** Quando um projétil é disparado em uma arma no instante $t = 0$, a força devido à explosão atua sobre ele por um período muito curto de tempo. Suponha que o módulo da força seja dado, para $t \geq 0$, por

$$F(t) = k_1 - k_2 t^2$$

e que ela atue até o instante $t = t_f$ em que a força se anula, $F(t_f) = 0$. Aqui $k_1$ e $k_2$ são constantes. Se o projétil tem massa $m$, sua velocidade imediatamente após $t_f$ é:

■ $\frac{2k_1}{3m}(\frac{k_1}{k_2})^{1/2}$

B $\frac{k_1}{3m}(\frac{k_1}{k_2})^{1/3}$

C $\frac{k_1}{m}(\frac{k_1}{k_2})^{1/2}$

D $\frac{k_1}{4m}(\frac{k_1}{k_2})^{1/2}$

E $3\frac{k_1}{m}(\frac{k_1}{k_2})^{1/2}$

**Questão 8 [mc4b]** Quando um projétil é disparado em uma arma no instante $t = 0$, a força devido à explosão atua sobre ele por um período muito curto de tempo. Suponha que o módulo da força seja dado, para $t \geq 0$, por

$$F(t) = k_1 - k_2 t^3$$

e que ela atue até o instante $t = t_f$ em que a força se anula, $F(t_f) = 0$. Aqui $k_1$ e $k_2$ são constantes. Se o projétil tem massa $m$, sua velocidade imediatamente após $t_f$ é:

■ $\frac{3k_1}{4m}(\frac{k_1}{k_2})^{1/3}$

B $\frac{k_1}{3m}(\frac{k_1}{k_2})^{1/2}$

C $\frac{4k_1}{3m}(\frac{k_1}{k_2})^{1/3}$

D $\frac{3k_1}{m}(\frac{k_1}{k_2})^{1/3}$

E $2\frac{k_1}{m}(\frac{k_1}{k_2})^{2/3}$

**Questão 9 [mc5a]** O módulo da força $F$ que atua em um objeto pode ser obtido medindo-se tanto a massa $m$ do objeto quanto o módulo de sua aceleração $a$, com $F = ma$. Assuma que as medidas de $a$ e $m$ sejam descorrelacionadas e com incertezas $\sigma_a$ e $\sigma_m$, respectivamente. Neste caso, a incerteza para o módulo da força, normalizado por $F$, $\sigma_F/F$, é

■ $\sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^2}$

B $\frac{\sigma_m}{m} + \frac{\sigma_a}{a}$

C $\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^2$

D $\sqrt{\frac{\sigma_m}{m} + \frac{\sigma_a}{a}}$

E $\frac{\sigma_m \sigma_a}{ma}$

**Questão 10 [mc5b]** O módulo da aceleração $a$ de um objeto pode ser obtido medindo-se tanto a massa $m$ do objeto quanto o módulo da força $F$ que atua sobre ele, com $a = F/m$. Assuma que as medidas de $F$ e $m$ sejam descorrelacionadas e com incertezas $\sigma_F$ e $\sigma_m$, respectivamente. Neste caso, a incerteza para o módulo da aceleração, normalizado por $a$, $\sigma_a/a$, é

■ $\sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_F}{F}\right)^2}$

B $\frac{\sigma_m}{m} + \frac{\sigma_F}{F}$

C $\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_F}{F}\right)^2$

D $\sqrt{\frac{\sigma_m}{m} + \frac{\sigma_F}{F}}$

E $\frac{\sigma_F m}{\sigma_m F}$

**Questão 11 [mc6a]** Uma partícula de massa $m$ move-se em uma dimensão na região $x > 0$ sob a ação da força $F = -m\omega^2\left(x - a^4/x^3\right)$, em que $\omega$ e $a$ são constantes. A posição de equilíbrio e o período de pequenas oscilações ao seu redor são, respectivamente:

■ $a$ e $\pi/\omega$

B $a/2$ e $2\pi/\omega$

C $a$ e $1/\omega$

D $2a$ e $\pi/\omega$

E $a$ e $\pi/2\omega$

**Questão 12 [mc6b]** Uma partícula de massa $m$ move-se em uma dimensão na região $x > 0$ sob a ação da força $F = -m\omega^2\left(x - a^3/x^2\right)$, em que $\omega$ e $a$ são constantes. A posição de equilíbrio e a frequência angular de pequenas oscilações ao seu redor são, respectivamente:

■ $a$ e $\sqrt{3}\omega$

B $a/2$ e $\omega$

C $a$ e $\omega/\sqrt{3}$

D $2a$ e $\sqrt{3}\omega$

E $a$ e $\omega$

**Questão 13 [mc7a]** Uma partícula de massa $m$ está localizada nas proximidades da superfície da Terra. Ela está confinada a mover-se no plano $y = 0$ ao longo da curva $z = ax^2$, com o eixo $z$ apontando verticalmente para cima e $a > 0$ uma constante. Qual é a lagrangiana da partícula?

■ $L = \frac{m\dot{z}^2}{2}\left(1 + \frac{1}{4az}\right) - mgz$

B $L = \frac{m\dot{z}^2}{2}\left(1 - \frac{1}{4az}\right) - mgz$

C $L = \frac{m\dot{x}^2}{2}\left(1 + \frac{1}{4ax}\right) - mgx$

D $L = \frac{m\dot{x}^2}{2}\left(1 + 4a^2x^2\right) + mgx$

E $L = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{m\dot{z}^2}{2} + mgz$

**Questão 14 [mc7b]** Uma partícula de massa $m$ está localizada nas proximidades da superfície da Terra. Ela está confinada a mover-se no plano $y = 0$ ao longo da curva $z = ax^3$, com o eixo $z$ apontando verticalmente para cima e $a > 0$ uma constante. Qual é a lagrangiana da partícula?

■ $L = \frac{m\dot{z}^2}{2}\left(1 + \frac{1}{9a^2(z/a)^{4/3}}\right) - mgz$

B $L = \frac{m\dot{z}^2}{2}\left(1 - \frac{1}{9a^2(z/a)^{4/3}}\right) - mgz$

C $L = \frac{m\dot{x}^2}{2}\left(1 + \frac{1}{9a^2(x/a)^{4/3}}\right) - mgx$

D $L = \frac{m\dot{x}^2}{2}\left(1 + 9a^2x^4\right) + mgx$

E $L = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{m\dot{z}^2}{2} + mgz$

**Questão 15 [mc8a]** Uma partícula de massa $m = 0{,}20$ kg é obrigada a mover-se em um círculo de raio $R = 0{,}80$ m sobre uma mesa. O coeficiente de atrito cinético entre a partícula e a mesa é $\mu = 0{,}02$. Em $t = 0$, o módulo da velocidade da partícula é de 10 m/s. Após uma volta, qual é o trabalho feito pela força de atrito ($W$) e a energia cinética do disco ($K$)? Considere $g = 10$ m/s$^2$ e $\pi = 3{,}1$.

■ $W = -0{,}20$ J, $K = 9{,}80$ J
B $W = -0{,}40$ J, $K = 9{,}60$ J
C $W = -0{,}30$ J, $K = 9{,}70$ J
D $W = -0{,}20$ J, $K = 10{,}20$ J
E $W = -0{,}40$ J, $K = 9{,}80$ J

**Questão 16 [mc8b]** Uma partícula de massa $m = 0{,}20$ kg é obrigada a mover-se em um círculo de raio $R = 1{,}20$ m sobre uma mesa. O coeficiente de atrito cinético entre a partícula e a mesa é $\mu = 0{,}02$. Em $t = 0$, o módulo da velocidade da partícula é de 10 m/s. Após uma volta, qual é o trabalho feito pela força de atrito ($W$) e a energia cinética da partícula ($K$)? Considere $g = 10$ m/s$^2$ e $\pi = 3{,}1$.

■ $W = -0{,}30$ J, $K = 9{,}70$ J
B $W = -0{,}60$ J, $K = 9{,}40$ J
C $W = -0{,}20$ J, $K = 9{,}80$ J
D $W = -0{,}30$ J, $K = 10{,}30$ J
E $W = -0{,}60$ J, $K = 9{,}70$ J

**Questão 17 [em1a]** Uma carga pontual $q$ é colocada no centro de uma das faces de um cubo de aresta $a$. Qual é o fluxo $\Phi_E$ de campo elétrico através de todas as outras 5 faces do cubo?

■ $\Phi_E = \frac{q}{2\epsilon_0}$
B $\Phi_E = \frac{q}{5\pi\epsilon_0}$
C $\Phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}$
D $\Phi_E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0}$
E $\Phi_E = \frac{q}{5\epsilon_0}$

**Questão 18 [em1b]** Uma carga pontual $q$ é colocada em um dos vértices de um cubo de aresta $a$. Qual é o fluxo $\Phi_E$ de campo elétrico através de todas as faces do cubo que não incluem o vértice no qual a carga está localizada?

■ $\Phi_E = \frac{q}{8\epsilon_0}$
B $\Phi_E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0}$
C $\Phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}$
D $\Phi_E = \frac{q}{12\epsilon_0}$
E $\Phi_E = \frac{q}{3\epsilon_0}$

**Questão 19** [em2a] Um capacitor de placas paralelas é constituído por dois discos de raio $R$ separados por uma distância $d \ll R$. O capacitor é carregado, com a sua carga $q(t) = q_0(1-e^{-2t/\tau})$ sendo distribuída de forma uniforme nos discos. Qual é a corrente de deslocamento $i_d$ em função do tempo?

■ $i_d = \frac{2q_0}{\tau}e^{-2t/\tau}$
B $i_d = \frac{q_0}{\tau}e^{-2t/\tau}$
C $i_d = \frac{2q_0}{\tau}e^{-t/\tau}$
D $i_d = \frac{q_0}{\tau}e^{-t/\tau}$
E $i_d = \frac{q_0}{2\tau}e^{-2t/\tau}$

**Questão 20** [em2b] Um capacitor de placas paralelas é constituído por dois discos de raio $R$ separados por uma distância $d \ll R$. O capacitor é então carregado, com a sua carga $q(t) = q_0(1 - e^{-t/\tau})$ sendo distribuída de forma uniforme nos discos. Qual é a corrente de deslocamento $i_d$ em função do tempo?

■ $i_d = \frac{q_0}{\tau}e^{-t/\tau}$
B $i_d = \frac{q_0}{\tau}e^{-2t/\tau}$
C $i_d = \frac{2q_0}{\tau}e^{-t/\tau}$
D $i_d = \frac{2q_0}{\tau}e^{-2t/\tau}$
E $i_d = \frac{q_0}{2\tau}e^{-2t/\tau}$

**Questão 21** [em3a] Em um certo instante uma partícula com carga $q$ se desloca com uma velocidade $\mathbf{v}$ cuja direção é paralela a um fio infinito contendo uma distribuição de carga linear $\lambda$ constante. A distância entre o fio e a partícula é igual a $R$. O fio também carrega uma corrente elétrica $I$ de mesmo sentido de $\mathbf{v}$. Qual deve ser a magnitude de $\mathbf{v}$ para que a partícula continue se deslocando paralelamente ao fio?

■ $v = \frac{\lambda}{\epsilon_0\mu_0 I}$
B $v = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\mu_0 I}$
C $v = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0\mu_0 I}$
D $v = \frac{4\pi\lambda}{\epsilon_0\mu_0 I}$
E $v = \frac{2\pi\lambda}{\epsilon_0\mu_0 I}$

**Questão 22** [em3b] Em um certo instante uma partícula com carga $q$ se desloca com uma velocidade $\mathbf{v}$ cuja direção é paralela a um fio infinito contendo uma distribuição de carga linear $\lambda$ constante. A distância entre o fio e a partícula é igual a $R$. O fio também carrega uma corrente elétrica $I$ de mesmo sentido de $\mathbf{v}$. Qual deve ser a corrente $I$ para que a partícula continue se deslocando paralelamente ao fio?

■ $I = \frac{\lambda}{\epsilon_0\mu_0 v}$
B $I = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\mu_0 v}$
C $I = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0\mu_0 v}$
D $I = \frac{4\pi\lambda}{\epsilon_0\mu_0 v}$
E $I = \frac{2\pi\lambda}{\epsilon_0\mu_0 v}$

**Questão 23** [em4a] Um condutor cilíndrico longo, de raio interno $a$, raio externo $b$ e permeabilidade $\mu$ transporta uma corrente elétrica $I$. Considere a densidade de corrente no condutor uniforme. Qual é o módulo do campo magnético $\mathbf{B}(r)$ no interior do condutor, onde $r$ é a distância ao eixo de simetria do cilindro?

■ $B(r) = \frac{\mu I}{2\pi r} \frac{(r^2-a^2)}{(b^2-a^2)}$

B $B(r) = \frac{\mu I}{4\pi r} \frac{(r^2-a^2)}{(b^2-a^2)}$

C $B(r) = \frac{\mu I}{2\pi r} \frac{(r^2-a^2)}{(b^2+a^2)}$

D $B(r) = \frac{\mu I}{4\pi r} \frac{(r^2-a^2)}{(b^2+a^2)}$

E $B(r) = \frac{\mu I}{2\pi r} \frac{(r^2+a^2)}{(b^2-a^2)}$

**Questão 24** [em4b] Um condutor cilíndrico longo, de raio interno $a$, raio externo $b$ e permeabilidade $\mu$ transporta uma corrente elétrica $I$. Considere a densidade de corrente no condutor uniforme. Qual é o módulo do campo magnético $\mathbf{B}(r)$ em $r = (a+b)/2$, onde $r$ é a distância ao eixo de simetria do cilindro?

■ $B(r) = \frac{\mu I}{4\pi} \frac{[(a+b)^2-4a^2]}{(a+b)^2(b-a)}$

B $B(r) = \frac{\mu I}{2\pi} \frac{[(a-b)^2-a^2]}{(a+b)^2(b-a)}$

C $B(r) = \frac{\mu I}{2\pi} \frac{[(a-b)^2-4b^2]}{(a+b)(b-a)^2}$

D $B(r) = \frac{\mu I}{4\pi} \frac{[(a+b)^2-2a^2]}{(a+b)(b-a)^2}$

E $B(r) = \frac{\mu I}{2\pi} \frac{[(a+b)^2-2a^2]}{(a+b)^2(b-a)}$

**Questão 25** [em5a] Uma esfera condutora de raio $a$ está inicialmente carregada com carga elétrica $q$. No instante $t = 0$, a esfera é aterrada por um fio de resistência elétrica $R$. Qual o módulo da corrente elétrica no fio como função do tempo?

■ $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 Ra} e^{-t/(4\pi\epsilon_0 Ra)}$

B $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 Ra} e^{-t/\left(4\pi\epsilon_0 R^2\right)}$

C $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2 a^2} e^{-t/(4\pi\epsilon_0 Ra)}$

D $\frac{qa}{4\pi\epsilon_0 R} e^{-t/\left(4\pi\epsilon_0 R^2\right)}$

E $\frac{qR}{4\pi\epsilon_0 a} e^{-t/\left(4\pi\epsilon_0 a^2\right)}$

**Questão 26** [em5b] Uma esfera condutora de raio $a$ está inicialmente carregada com carga elétrica $q$. No instante $t = 0$, a esfera é aterrada por um fio de resistência elétrica $R$. Qual a carga elétrica na esfera como função do tempo?

■ $qe^{-t/(4\pi\epsilon_0 Ra)}$

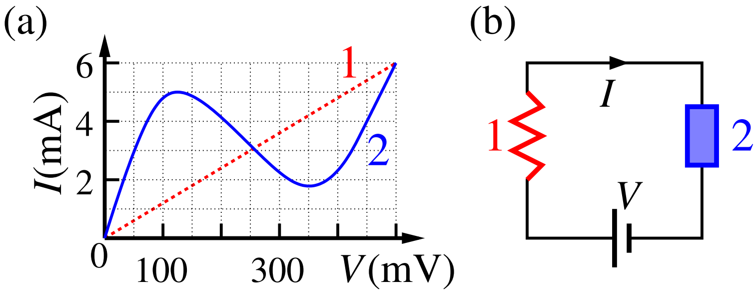
B $qe^{-t/\left(4\pi\epsilon_0 R^2\right)}$

C $qe^{-t/\left(4\pi\epsilon_0 a^2\right)}$

D $q\frac{a}{R} e^{-t/\left(4\pi\epsilon_0 R^2\right)}$

E $q\frac{R}{a} e^{-t/\left(4\pi\epsilon_0 a^2\right)}$

**Questão 27 [em6a]** O painel (a) da figura abaixo ilustra a curva de corrente por voltagem aplicada num resistor ideal (linha 1 tracejada) e num outro componente desconhecido não ôhmico (linha 2 contínua). Em (b) esses componentes são ilustrados em um circuito elétrico alimentado por uma fonte ideal de corrente contínua de força eletromotriz igual a $V$. Se a corrente elétrica nesse circuito é $I = 3{,}0$ mA, o valor de $V$ é




■ ou 300 mV, ou 500 mV, ou 675 mV

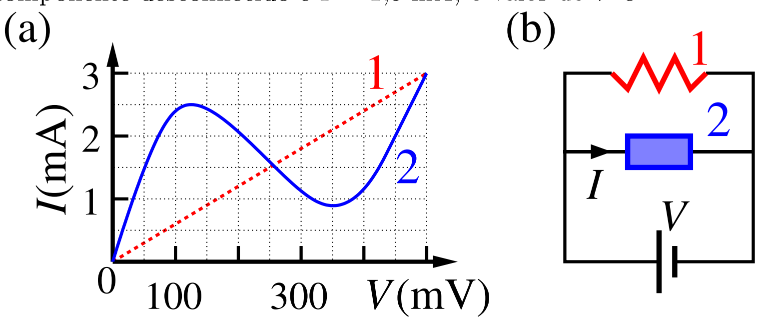
[B] necessariamente 250 mV

[C] necessariamente 500 mV

[D] ou 50 mV, ou 250 mV, ou 425 mV

[E] nenhuma das outras alternativas

**Questão 28 [em6b]** O painel (a) da figura abaixo ilustra a curva de corrente por voltagem aplicada num resistor ideal (linha 1 tracejada) e num outro componente desconhecido não ôhmico (linha 2 contínua). Em (b) esses componentes são ilustrados em um circuito elétrico alimentado por uma fonte ideal de corrente contínua de força eletromotriz igual a $V$. Se a corrente elétrica atravessando o componente desconhecido é $I = 1{,}5$ mA, o valor de $V$ é




■ ou 50 mV, ou 250 mV, ou 425 mV

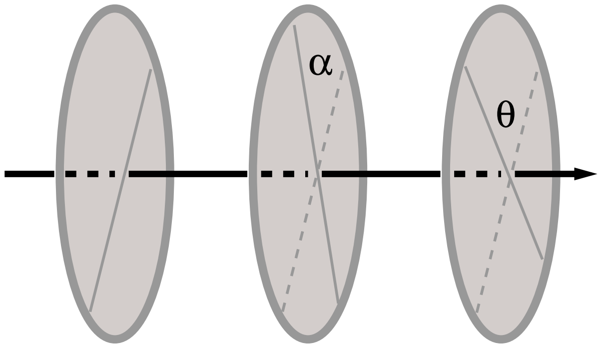
[B] necessariamente 250 mV

[C] necessariamente 500 mV

[D] ou 300 mV, ou 500 mV, ou 675 mV

[E] nenhuma das outras alternativas

**Questão 29 [em7a]** Um feixe de luz despolarizada incide normalmente e consecutivamente sobre três polarizadores ideais todos paralelos entre si como ilustrado abaixo. O ângulo entre os eixos de polarização do primeiro e do segundo polarizaor é $\alpha$, e entre o primeiro e o terceiro é $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$. Com relação a intensidade da luz que atravessa o último polarizador, pode-se dizer que




■ É máxima quando $\alpha = \frac{1}{2}\theta$

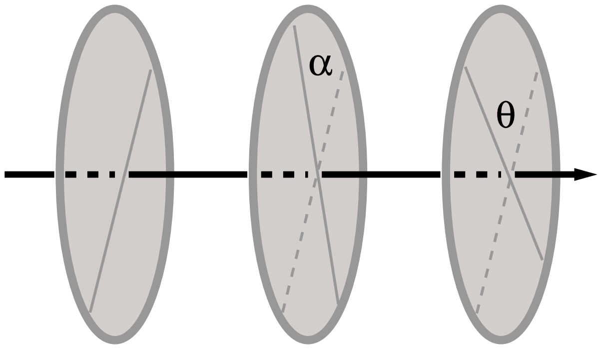
B É máxima quando $\alpha = 0$ ou $\alpha = \theta$

C É mínima quando $\alpha = \frac{1}{2}\theta$

D É mínima quando $\alpha = 0$ ou $\alpha = \theta$

E Nenhuma luz é transmitida quando $\theta = \frac{\pi}{2}$

**Questão 30 [em7b]** Um feixe de luz circularmente polarizada incide normalmente e consecutivamente sobre três polarizadores ideais todos paralelos entre si como ilustrado abaixo. O ângulo entre os eixos de polarização do primeiro e do segundo polarizaor é $\alpha$, e entre o primeiro e o terceiro é $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$. Com relação a intensidade da luz que atravessa o último polarizador, pode-se dizer que




■ É máxima quando $\alpha = \frac{1}{2}\theta$

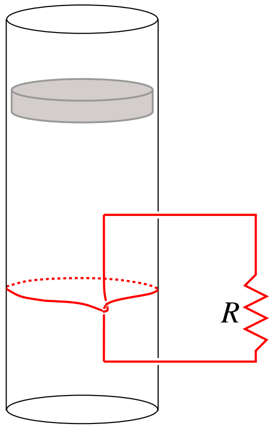
B É máxima quando $\alpha = 0$ ou $\alpha = \theta$

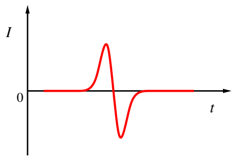
C É mínima quando $\alpha = \frac{1}{2}\theta$

D É mínima quando $\alpha = 0$ ou $\alpha = \theta$

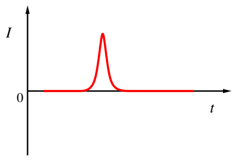
E Nenhuma luz é transmitida quando $\theta = \frac{\pi}{2}$

**Questão 31 [em8a]** A figura abaixo ilustra um magneto largo e curto caindo sob a ação da gravidade em um tubo de vidro evacuado. O tubo está enrolado por um fio formando um laço como ilustrado. Assinale abaixo o gráfico que melhor representa a corrente elétrica no circuito como função do tempo.

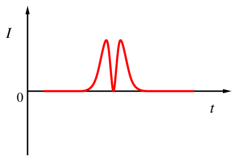


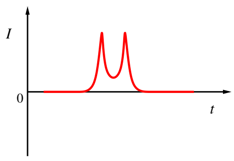

[redacted]



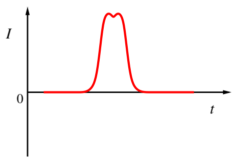

B




C

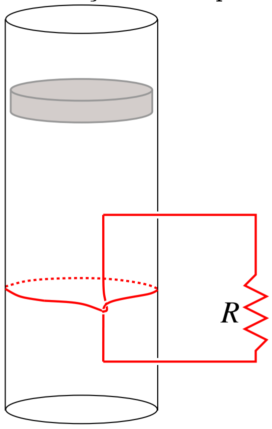


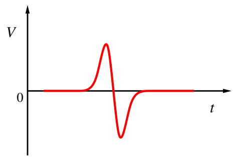

D

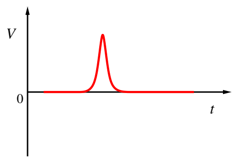


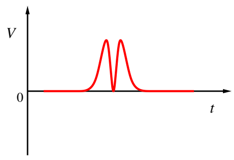

E

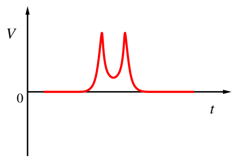
**Questão 32 [em8b]** A figura abaixo ilustra um magneto largo e curto caindo sob a ação da gravidade em um tubo de vidro evacuado. O tubo está enrolado por um fio formando um laço como ilustrado. Assinale abaixo o gráfico que melhor representa a diferença de potencial elétrico entre os terminais da resistência $R$ como função do tempo.

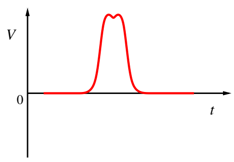



■ 


B 


C 


D 


E 


**Questão 33 [te1a]** Uma mistura de gases contém iguais massas totais de argônio (massa molar 40 g/mol) e de neônio (massa molar 20 g/mol). Tratando os gases como ideais, qual é a razão entre as pressões parciais do neônio ($P_{\mathrm{Ne}}$) e do argônio ($P_{\mathrm{Ar}}$) na mistura?

■ $P_{\mathrm{Ne}}/P_{\mathrm{Ar}} = 2{,}0$.

B $P_{\mathrm{Ne}}/P_{\mathrm{Ar}} = 1{,}5$.

C $P_{\mathrm{Ne}}/P_{\mathrm{Ar}} = 1{,}0$.

D $P_{\mathrm{Ne}}/P_{\mathrm{Ar}} = 0{,}50$.

E $P_{\mathrm{Ne}}/P_{\mathrm{Ar}} = 0{,}67$.

**Questão 34 [te1b]** Uma mistura de gases contém iguais massas totais de hélio (massa molar 4,0 g/mol) e de neônio (massa molar 20 g/mol). Tratando os gases como ideais, qual é a razão entre as pressões parciais do hélio ($P_{\mathrm{He}}$) e do neônio ($P_{\mathrm{Ne}}$) na mistura?

■ $P_{\mathrm{He}}/P_{\mathrm{Ne}} = 5{,}0$.

B $P_{\mathrm{He}}/P_{\mathrm{Ne}} = 2{,}0$.

C $P_{\mathrm{He}}/P_{\mathrm{Ne}} = 1{,}0$.

D $P_{\mathrm{He}}/P_{\mathrm{Ne}} = 0{,}50$.

E $P_{\mathrm{He}}/P_{\mathrm{Ne}} = 0{,}20$.

**Questão 35 [te2a]** Se $R$ é a constante universal dos gases, a variação de entropia de $n$ moles de um gás ideal quando este expande isotermicamente de um volume $V_i$ a um volume $V_f$=$2V_i$ é de:

■ $nR\ln(2)$.

B $nR\ln(0{,}5)$.

C $R\ln(2)/n$.

D $R\ln(0{,}5)/n$.

E $2nR\ln(2)$.

**Questão 36 [te2b]** Se $R$ é a constante universal dos gases, a variação de entropia de $n$ moles de um gás ideal quando este expande isotermicamente de um volume $V_i$ a um volume $V_f$=$4V_i$ é de:

■ $2nR\ln(2)$.

B $nR\ln(0{,}25)$.

C $2R\ln(2)/n$.

D $R\ln(0{,}25)/n$.

E $nR\ln(2)$.

**Questão 37 [te3a]** Uma barra maciça de uma determinada liga metálica tem um comprimento de 1,00 m e uma seção transversal uniforme de 10,0 cm$^2$. Ela conecta, através de suas extremidades, dois corpos com capacidades térmicas infinitas, um deles à temperatura de 500 K e outro à temperatura de 300 K. Todo o sistema se encontra no vácuo. Depois de um tempo suficientemente longo, observa-se que uma corrente de calor de 50,0 J/s atravessa a seção transversal da barra. A condutividade térmica desta barra é:

■ 250 W/m.K.

B 500 W/m·K.

C 750 W/m·K.

D 100 W/m·K.

E 150 W/m·K.

**Questão 38 [te3b]** Uma barra maciça de uma determinada liga metálica tem um comprimento de 2,00 m e uma seção transversal uniforme de 20,0 $cm^2$. Ela conecta, através de suas extremidades, dois corpos com capacidades térmicas infinitas, um deles à temperatura de 700 K e outro à temperatura de 300 K. Todo o sistema se encontra no vácuo. Depois de um tempo suficientemente longo, observa-se que uma corrente de calor de 50,0 J/s atravessa a seção transversal da barra. A condutividade térmica desta barra é:

■ 125 W/m·K.
[B] 250 W/m·K.
[C] 375 W/m·K.
[D] 50,0 W/m·K.
[E] 75,0 W/m·K.

**Questão 39 [te4a]** Uma máquina térmica pode operar como motor ou como refrigerador, e está conectada a dois reservatórios térmicos, um à temperatura de 27,0°C ("reservatório frio") e o outro à temperatura de 327°C ("reservatório quente"). É correto afirmar, para esta máquina térmica:

■ Quando funcionando como refrigerador, a máquina pode ter um coeficiente de desempenho de 100%.
[B] Quando funcionando como motor e recebendo, a cada ciclo, 1,00 kJ de calor do reservatório quente, a máquina pode produzir 550 J de trabalho útil por ciclo.
[C] Quando funcionando como motor e entregando, a cada ciclo, 500 J de calor para o reservatório frio, a máquina pode produzir 550 J de trabalho útil por ciclo.
[D] Quando funcionando como refrigerador, a máquina pode retirar do reservatório frio, a cada ciclo, 600 J de calor, caso entregue 1,00 kJ de calor por ciclo para o reservatório quente.
[E] A eficiência da máquina quando operando como motor não pode ser maior do que 40,0%.

**Questão 40 [te4b]** Uma máquina térmica pode operar como motor ou como refrigerador, e está conectada a dois reservatórios térmicos, um à temperatura de 27,0°C ("reservatório frio") e o outro à temperatura de 227°C ("reservatório quente"). É correto afirmar, para esta máquina térmica:

■ O máximo coeficiente de desempenho da máquina quando operando como refrigerador é de 150%.
[B] Quando funcionando como motor, a máquina não pode ter uma eficiência maior do que 35,0%.
[C] Quando funcionando como motor e recebendo, a cada ciclo, 1,00 kJ de calor do reservatório quente, a máquina pode produzir 450 J de trabalho útil por ciclo.
[D] Quando funcionando como motor e entregando, a cada ciclo, 500 J de calor para o reservatório frio, a máquina pode produzir 700 J de trabalho útil.
[E] Quando funcionando como refrigerador, a máquina pode retirar do reservatório frio 800 J de calor, caso entregue 1,00 kJ de calor para o reservatório quente.

**Questão 41 [fm1a]** Um elétron é acelerado desde o repouso entre as placas de um capacitor. Se a diferença de potencial entre as placas é 16 V, qual o comprimento de onda final do elétron? Admita o limite não relativístico.

■ $3{,}1 \times 10^{-10}$ m
[B] $3{,}1 \times 10^{-6}$ m
[C] $6{,}2 \times 10^{-13}$ m
[D] $1{,}6 \times 10^{-9}$ m
[E] $1{,}2 \times 10^{-11}$ m

**Questão 42 [fm1b]** Um elétron é acelerado desde o repouso entre as placas de um capacitor. Se a diferença de potencial entre as placas é 4,0 V, qual o comprimento de onda final do elétron? Admita o limite não relativístico.

■ $6{,}2 \times 10^{-10}$ m
B $6{,}2 \times 10^{-6}$ m
C $3{,}1 \times 10^{-13}$ m
D $3{,}1 \times 10^{-10}$ m
E $1{,}2 \times 10^{-11}$ m

**Questão 43 [fm2a]** Um íon $He^{+}$ $(Z = 2)$ se encontra em um estado de energia elevada, $n \gg 1$, onde $n$ é o número quântico principal. Qual é, aproximadamente, a energia do fóton emitido na transição $n \to (n-1)$?

■ $\frac{1{,}09\times10^{2}}{n^3}$ eV
B $\frac{5{,}44\times10^{1}}{n^3}$ eV
C $\frac{1{,}36\times10^{1}}{n^3}$ eV
D $\frac{7{,}40\times10^{2}}{n^3}$ eV
E $\frac{3{,}70\times10^{2}}{n^3}$ eV

**Questão 44 [fm2b]** Um íon $Li^{2+}$ $(Z = 3)$ se encontra em um estado de energia elevada, $n \gg 1$, onde $n$ é o número quântico principal. Qual é, aproximadamente, a energia do fóton absorvido na transição $n \to (n+1)$?

■ $\frac{2{,}45\times10^{2}}{n^3}$ eV
B $\frac{1{,}22\times10^{1}}{n^3}$ eV
C $\frac{1{,}36\times10^{1}}{n^3}$ eV
D $\frac{3{,}70\times10^{2}}{n^3}$ eV
E $\frac{1{,}85\times10^{2}}{n^3}$ eV

**Questão 45 [fm3a]** Uma espaçonave se aproxima da Terra com velocidade constante $v = 0{,}60c$ em relação ao planeta. Uma lâmpada é acesa no centro da espaçonave, que tem comprimento $L$ em seu referencial próprio. Para um observador em repouso na Terra, a luz da lâmpada atinge a frente e o fundo da nave:

■ com diferença de tempo $\Delta t = 0{,}75\frac{L}{c}$, chegando primeiro ao fundo da nave.
B com diferença de tempo $\Delta t = 0{,}75\frac{L}{c}$, chegando primeiro à frente da nave.
C com diferença de tempo $\Delta t = 1{,}5\frac{L}{c}$, chegando primeiro ao fundo da nave.
D com diferença de tempo $\Delta t = 1{,}5\frac{L}{c}$, chegando primeiro à frente da nave.
E simultaneamente.

**Questão 46 [fm3b]** Uma espaçonave se afasta da Terra com velocidade constante $v = 0{,}80c$ em relação ao planeta. Uma lâmpada é acesa no centro da espaçonave, que tem comprimento $L$ em seu referencial próprio. Para um observador em repouso na Terra, a luz da lâmpada atinge a frente e o fundo da nave:

■ com diferença de tempo $\Delta t = 1{,}3\frac{L}{c}$, chegando primeiro ao fundo da nave.

B com diferença de tempo $\Delta t = 1{,}3\frac{L}{c}$, chegando primeiro à frente da nave.

C com diferença de tempo $\Delta t = 2{,}7\frac{L}{c}$, chegando primeiro ao fundo da nave.

D com diferença de tempo $\Delta t = 2{,}7\frac{L}{c}$, chegando primeiro à frente da nave.

E simultaneamente.

**Questão 47 [fm4a]** Uma superfície de lítio é irradiada com radiação monocromática com comprimento de onda 100 nm. Sendo a função trabalho do lítio 3,0 eV, qual a energia cinética máxima dos fotoelétrons ejetados?

■ 9,4 eV

B 12 eV

C zero

D 4,8 eV

E 0,48 eV

**Questão 48 [fm4b]** Uma superfície de lítio é irradiada com radiação monocromática com comprimento de onda 200 nm. Sendo a função trabalho do lítio 3,0 eV, qual a energia cinética máxima dos fotoelétrons ejetados?

■ 3,2 eV

B 6,4 eV

C zero

D 1,6 eV

E 0,64 eV

**Questão 49 [fm5a]** Uma das linhas do espectro emitido por uma estrela que se move em relação à Terra sofre um desvio para o vermelho de 500 nm para 1500 nm. Se apenas o efeito Doppler for o responsável por esse desvio, qual a velocidade da estrela em relação à Terra?

■ 0,80c

B 0,60c

C 0,125c

D 0,33c

E c

**Questão 50 [fm5b]** Uma das linhas do espectro emitido por uma estrela que se move em relação à Terra sofre um desvio para o vermelho de 500 nm para 1000 nm. Se apenas o efeito Doppler for o responsável por esse desvio, qual a velocidade da estrela em relação à Terra?

■ 0,60c

B 0,80c

C 0,125c

D 0,33c

E c

**Questão 51 [fm6a]** Uma espaçonave se move ao longo de um eixo $x$ fixo à Terra com velocidade constante de módulo 0,60$c$, onde $c$ é a velocidade da luz. Considere um eixo $y$ também fixo à Terra e perpendicular ao eixo $x$, além de eixos $x'$ e $y'$ fixos à espaçonave e paralelos aos eixos $x$ e $y$, respectivamente. Na espaçonave, um astronauta lança uma bola com velocidade de módulo 15 m/s na direção de $y'$ medida no referencial da espaçonave. Desprezando quaisquer efeitos gravitacionais, o módulo da componente $y$ da velocidade da bola em relação à Terra é

■ 12 m/s
[B] 9,0 m/s
[C] 15 m/s
[D] 0,80c
[E] 0,60c

**Questão 52 [fm6b]**
Uma espaçonave se move ao longo de um eixo $x$ fixo à Terra com velocidade constante de módulo 0,80$c$, onde $c$ é a velocidade da luz. Considere também um eixo $y$ fixo à Terra e perpendicular ao eixo $x$, além de eixos $x'$ e $y'$ fixos à espaçonave e paralelos aos eixos $x$ e $y$, respectivamente. Na espaçonave, um astronauta lança uma bola com velocidade de módulo 15 m/s na direção de $y'$ medida no referencial da espaçonave. Desprezando quaisquer efeitos gravitacionais, o módulo da componente $y$ da velocidade da bola em relação à Terra é

■ 9,0 m/s
[B] 12 m/s
[C] 15 m/s
[D] 0,80c
[E] 0,60c

**Questão 53 [fm7a]** Em um certo referencial inercial, dois eventos são separados no tempo por um intervalo $\Delta t$ e no espaço por uma distância $\Delta x$. Sendo $c$ a velocidade da luz no vácuo, considere as seguintes afirmações:

I. Se $\Delta x/\Delta t > c$, então existe um outro referencial inercial em que os dois eventos são simultâneos.
II. Se $\Delta x/\Delta t < c$, então existe um outro referencial inercial em que os dois eventos ocorrem na mesma posição.
III. Se $\Delta x/\Delta t < c$, então é possível que haja uma relação causal entre os eventos.

Apenas as seguintes afirmações estão corretas

■ I, II e III
[B] II e III
[C] II
[D] III
[E] I e II

**Questão 54 [fm7b]** Em um certo referencial inercial, dois eventos são separados no tempo por um intervalo $\Delta t$ e no espaço por uma distância $\Delta x$. Sendo $c$ a velocidade da luz no vácuo, considere as seguintes afirmações:

I. Se $\Delta x/\Delta t > c$, então existe um outro referencial inercial em que os dois eventos são simultâneos.
II. Se $\Delta x/\Delta t < c$, então existe um outro referencial inercial em que os dois eventos ocorrem na mesma posição.
III. Se $\Delta x/\Delta t > c$, então é possível que haja uma relação causal entre os eventos.

Apenas as seguintes afirmações estão corretas

■ I e II
B II e III
C II
D III
E I, II e III

**Questão 55 [fm8a]** Em um tubo de raios X, elétrons são acelerados através de uma diferença de potencial de 62,0 kV entre o cátodo e o ânodo. Suponha que, ao colidir com o ânodo, um elétron vai ao repouso após emitir dois fótons de comprimentos de onda $\lambda_1$ e $\lambda_2$, ambos do espectro contínuo, ou seja, foram produzidos através do processo de *bremsstrahlung*. Se $\lambda_2 = 4\lambda_1$, então $\lambda_1$ é igual a

■ 0,0250 nm
B 0,0500 nm
C 0,0124 nm
D 0,0248 nm
E 0,248 nm

**Questão 56 [fm8b]** Em um tubo de raios X, elétrons são acelerados através de uma diferença de potencial de 31,0 kV entre o cátodo e ânodo. Suponha que, ao colidir com o ânodo, um elétron vai ao repouso após emitir dois fótons de comprimentos de onda $\lambda_1$ e $\lambda_2$, ambos do espectro contínuo, ou seja, foram produzidos através do processo de *bremsstrahlung*. Sabendo que $\lambda_2 = 4\lambda_1$, o valor de $\lambda_1$ é

■ 0,0500 nm
B 0,0250 nm
C 0,0124 nm
D 0,0248 nm
E 0,248 nm

**Questão 57** [`mq1a`]
Considere a dinâmica quântica unidimensional de uma partícula sujeita a um potencial independente do tempo $V(x)$. Analise as três afirmações abaixo sobre esse sistema e escolha a alternativa correta.

I. Se o estado da partícula for estacionário, a probabilidade de encontrar a partícula na região entre $x$ e $x + dx$ não pode variar no tempo.

II. Se o potencial tiver um mínimo global de valor $V_{\text{min}}$, então os autovalores de energia permitidos podem ser tanto **iguais** quanto **maiores** do que $V_{\text{min}}$.

III. Sendo $\psi(x,t)$ a solução da equação de Schrödinger dependente do tempo para um dado estado inicial $\psi(x,0)$, se o potencial $V(x)$ for constante, i.e., $V(x) = V_0$, então $\psi(x,t)$ é necessariamente uma função de onda do tipo onda plana.

■ Apenas a afirmação I está correta
B Apenas a afirmação II está correta
C Apenas as afirmações I e II estão corretas
D Apenas a afirmação III está correta
E As afirmações I, II e III estão corretas

**Questão 58** [`mq1b`]
Considere a dinâmica quântica unidimensional de uma partícula sujeita a um potencial independente do tempo $V(x)$. Analise as três afirmações abaixo sobre esse sistema e escolha a alternativa correta.

I. Se a probabilidade de se encontrar a partícula na região entre $x$ e $x + dx$ variar no tempo, então sabe-se que o seu estado não é estacionário.

II. Se o potencial tiver um mínimo global de valor $V_{\text{min}}$, então os autovalores de energia permitidos podem ser tanto **iguais** quanto **maiores** do que $V_{\text{min}}$.

III. Sendo $\psi(x,t)$ a solução da equação de Schrödinger dependente do tempo para um dado estado inicial $\psi(x,0)$, se o potencial $V(x)$ for constante, i.e., $V(x) = V_0$, tem-se que $\psi(x,t)$ será dada necessariamente por $\psi(x,t) = \psi(x,0)e^{-iEt/\hbar}$, onde $E$ é o valor da energia da partícula.

■ Apenas a afirmação I está correta
B Apenas a afirmação II está correta
C Apenas a afirmação III está correta
D As afirmações I, II e III estão incorretas
E As afirmações I, II e III estão corretas

**Questão 59** [mq2a]

Seja a dinâmica quântica unidimensional de uma partícula de massa $m$ sujeita a um potencial harmônico $V(x) = m\omega^2 x^2/2$. Sendo $\psi(x,t)$ a função de onda da partícula em função do tempo $t$, analise as três afirmações abaixo sobre esse sistema e escolha a alternativa correta.

I. A densidade de probabilidade tem a propriedade $|\psi(x,t)|^2 = |\psi(x,t + \frac{2\pi}{\omega})|^2$ qualquer que seja $\psi(x,t)$.

II. O valor médio da energia potencial da partícula, $\langle V\rangle(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x,t)V(x)\psi(x,t)dx$, não varia no tempo qualquer que seja a condição inicial $\psi(x,0)$.

III. O valor médio da posição da partícula, $\langle x\rangle(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x,t)x\psi(x,t)dx$, é sempre $\langle x\rangle(t) = 0$ qualquer que seja $\psi(x,t)$, devido à simetria do potencial harmônico.

- ■ Apenas a afirmação I está correta
- [B] Apenas as afirmações I e II estão corretas
- [C] Apenas a afirmação II está correta
- [D] Apenas a afirmação III está correta
- [E] Apenas as afirmações I e III estão corretas

**Questão 60** [mq2b]

Seja a dinâmica quântica unidimensional de uma partícula de massa $m$ sujeita a um potencial harmônico $V(x) = m\omega^2 x^2/2$. Sendo $\psi(x,t)$ a função de onda da partícula em função do tempo $t$, analise as três afirmações abaixo sobre esse sistema e escolha a alternativa correta.

I. A densidade de probabilidade tem a propriedade $|\psi(x,t)|^2 = |\psi(x,t + \frac{2\pi}{\omega})|^2$ qualquer que seja $\psi(x,t)$.

II. O valor médio da energia cinética da partícula, $\langle T\rangle(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x,t)\left(\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\psi(x,t)dx$, não varia no tempo qualquer que seja a condição inicial $\psi(x,0)$.

III. O valor médio do momentum linear da partícula, $\langle p\rangle(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x,t)\left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\right)\psi(x,t)dx$, é sempre $\langle p\rangle(t) = 0$, qualquer que seja $\psi(x,t)$, devido à simetria do potencial harmônico.

- ■ Apenas a afirmação I está correta
- [B] Apenas as afirmações I e II estão corretas
- [C] Apenas a afirmação II está correta
- [D] Apenas a afirmação III está correta
- [E] Apenas as afirmações I e III estão corretas

**Questão 61** [`mq3a`]
Considere um sistema no qual uma quantidade física $\mathcal{A}$ está associada ao operador $\hat{A}$, cujos autovalores são todos não-degenerados e dados por $a_1$,$a_2$ e $a_3$, sendo $|a_1\rangle$ , $|a_2\rangle$ e $|a_3\rangle$ os seus respectivos autovetores normalizados. A representação matricial do hamiltoniano do sistema na base ordenada $\{|a_1\rangle\,, |a_2\rangle, |a_3\rangle\}$ é

$$\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 3e_1 & 4e_1 & 0 \\ 4e_1 & -3e_1 & 0 \\ 0 & 0 & 5e_2 \end{pmatrix},$$

onde os $e_i$ são quantidades com dimensão de energia e $e_2 > e_1 > 0$. Se o sistema estiver no estado fundamental, qual das alternativas abaixo é consistente com as probabilidades $\mathrm{P}_i$ de obter os respectivos autovalores $a_i$ em uma medida de $\mathcal{A}$?

■ $\mathrm{P}_1 = 1/5$ e $\mathrm{P}_2 = 4/5$

B $\mathrm{P}_1 = 4/5$ e $\mathrm{P}_3 = 0$

C $\mathrm{P}_1 = 0$ e $\mathrm{P}_3 = 1/5$

D $\mathrm{P}_1 = 1/5$ e $\mathrm{P}_3 = 4/5$

E $\mathrm{P}_2 = 1/5$ e $\mathrm{P}_3 = 4/5$

**Questão 62** [`mq3b`]
Considere um sistema no qual uma quantidade física $\mathcal{A}$ está associada ao operador $\hat{A}$, cujos autovalores são todos não-degenerados e dados por $a_1$,$a_2$ e $a_3$, sendo $|a_1\rangle$ , $|a_2\rangle$ e $|a_3\rangle$ os seus respectivos autovetores normalizados. A representação matricial do hamiltoniano do sistema na base ordenada $\{|a_1\rangle\,, |a_2\rangle, |a_3\rangle\}$ é

$$\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 3e_1 & 4e_1 & 0 \\ 4e_1 & -3e_1 & 0 \\ 0 & 0 & 5e_2 \end{pmatrix},$$

onde os $e_i$ são quantidades com dimensão de energia e $e_2 > e_1 > 0$. Se o sistema estiver no primeiro estado excitado de energia, qual das alternativas abaixo é consistente com as probabilidades $\mathrm{P}_i$ de obter os respectivos autovalores $a_i$ em uma medida de $\mathcal{A}$?

■ $\mathrm{P}_1 = 4/5$ e $\mathrm{P}_2 = 1/5$

B $\mathrm{P}_1 = 1/5$ e $\mathrm{P}_3 = 0$

C $\mathrm{P}_1 = 0$ e $\mathrm{P}_3 = 1/5$

D $\mathrm{P}_1 = 1/5$ e $\mathrm{P}_3 = 4/5$

E $\mathrm{P}_2 = 1/5$ e $\mathrm{P}_3 = 4/5$

**Questão 63** [mq4a]
Considere que o hamiltoniano de uma partícula de spin 1/2 seja dado por

$$H = \frac{\hbar\Delta}{2}\hat{\sigma}_z,$$

onde $\Delta$ é uma constante positiva e $\hat{\sigma}_z$ representa a matriz de Pauli diagonal. Analise as seguintes afirmações sobre a evolução temporal do sistema e assinale abaixo a alternativa correta.

I. O valor médio da componente $z$ do spin da partícula será independente do tempo apenas se o seu estado inicial for um autoestado de $\hat{\sigma}_z$.

II. O valor médio da componente $x$ do spin da partícula será sempre zero independentemente do seu estado inicial.

III. A cada intervalo de tempo $\tau = 6\pi/\Delta$ o vetor de estado da partícula retorna ao seu estado original, i. e., $|\psi(t + 6\pi/\Delta)\rangle = |\psi(t)\rangle$.

■ As afirmações I, II e III estão incorretas
[B] Apenas a afirmação I está correta
[C] Apenas a afirmação II está correta
[D] Apenas a afirmação III está correta
[E] As afirmações I, II e III estão corretas

**Questão 64** [mq4b]
Considere que o hamiltoniano de uma partícula de spin 1/2 seja dado por

$$H = \frac{\hbar\Delta}{2}\hat{\sigma}_z,$$

onde $\Delta$ é uma constante positiva e $\hat{\sigma}_z$ representa a matriz de Pauli diagonal. Analise as seguintes afirmações sobre a evolução temporal do sistema e assinale abaixo a alternativa correta.

I. O valor médio da componente $z$ do spin da partícula será independente do tempo apenas se o seu estado inicial for um autoestado de $\hat{\sigma}_z$.

II. O valor médio da componente $y$ do spin da partícula será sempre zero independentemente do seu estado inicial.

III. A cada intervalo de tempo $\tau = 2\pi/\Delta$ o vetor de estado da partícula retorna ao seu estado original, i. e., $|\psi(t + 2\pi/\Delta)\rangle = |\psi(t)\rangle$.

■ As afirmações I, II e III estão incorretas
[B] Apenas a afirmação I está correta
[C] Apenas a afirmação II está correta
[D] Apenas a afirmação III está correta
[E] As afirmações I, II e III estão corretas

**Questão 65 [mq5a]** Considere um sistema quântico cujo espaço de Hilbert é bidimensional e que os vetores denotados como $|1\rangle$ e $|2\rangle$ constituem uma base ortonormal para esse espaço. Um dado operador $\hat{O}$ associado a esse sistema é definido como

$$\hat{O} = |\Psi\rangle\langle\Phi|,$$

onde os estados (não-normalizados) $|\Psi\rangle$ e $|\Phi\rangle$ são dados por

$$|\Psi\rangle = |1\rangle + i|2\rangle \qquad \text{e} \qquad |\Phi\rangle = 2|1\rangle - i|2\rangle,$$

sendo $i = \sqrt{-1}$.
Analise as três afirmações abaixo sobre esse sistema e escolha a alternativa correta.

I. O operador $\hat{O}$ é hermitiano.

II. O traço do operador $\hat{O}$ é $\mathrm{Tr}\,\hat{O} = 1$.

III. A ação do operador $\hat{O}$ sobre o estado $|\chi\rangle = |1\rangle - 2i|2\rangle$ é $\hat{O}|\chi\rangle = 4|\Psi\rangle$.

[redacted] Apenas as afirmações II e III estão corretas.
B Apenas a afirmação II está correta.
C Apenas a afirmação III está correta.
D Apenas as afirmações I e II estão corretas.
E As afirmações I, II e III estão corretas.

**Questão 66 [mq5b]** Considere um sistema quântico cujo espaço de Hilbert é bidimensional e que os vetores denotados como $|1\rangle$ e $|2\rangle$ constituem uma base ortonormal para esse espaço. Um dado operador $\hat{O}$ associado a esse sistema é definido como

$$\hat{O} = |\Psi\rangle\langle\Phi|,$$

onde os estados (não-normalizados) $|\Psi\rangle$ e $|\Phi\rangle$ são dados por

$$|\Psi\rangle = 2|1\rangle + i|2\rangle \qquad \text{e} \qquad |\Phi\rangle = |1\rangle + i|2\rangle,$$

sendo $i = \sqrt{-1}$.
Analise as três afirmações abaixo sobre esse sistema e escolha a alternativa correta.

I. O operador $\hat{O}$ é hermitiano.

II. O traço do operador $\hat{O}$ é $\mathrm{Tr}\,\hat{O} = 2$.

III. A ação do operador $\hat{O}$ sobre o estado $|\chi\rangle = |1\rangle - 2i|2\rangle$ é $\hat{O}|\chi\rangle = -|\Psi\rangle$.

[redacted] Apenas a afirmação III está correta.
B Apenas a afirmação I está correta.
C Apenas a afirmação II está correta.
D Apenas as afirmações I e III estão corretas.
E Apenas as afirmações II e III estão corretas.

**Questão 67 [mq6a]** Considere um sistema quântico cujo espaço de Hilbert é tridimensional e que os vetores denotados como $|\alpha_1\rangle$, $|\alpha_2\rangle$ e $|\alpha_3\rangle$ constituem uma base ortonormal para esse espaço. Um observável $A$ e um estado $|\psi\rangle$ são representados nessa base (na ordem acima), respectivamente, pelas matrizes

$$a\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \sqrt{3} \\ 0 & \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix} \qquad \text{e} \qquad \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix},$$

onde $a$ é uma constante positiva.
Analise as três afirmações abaixo sobre esse sistema e escolha a alternativa correta.

I. O observável $A$ possui um autovalor degenerado de valor $a$.

II. É possível obter o valor $2a$ como resultado de uma medida da quantidade física representada pelo observável $A$.

III. O estado $|\psi\rangle$ é um autovetor do observável $A$ correspondente ao autovalor $2a$.

- ■ Apenas a afirmação II está correta.
- B Apenas a afirmação I está correta.
- C Apenas as afirmações I e II estão corretas.
- D Apenas as afirmações II e III estão corretas.
- E Apenas as afirmações I e III estão corretas.

**Questão 68 [mq6b]** Considere um sistema quântico cujo espaço de Hilbert é tridimensional e que os vetores denotados como $|\alpha_1\rangle$, $|\alpha_2\rangle$ e $|\alpha_3\rangle$ constituem uma base ortonormal para esse espaço. Um observável $A$ e um estado $|\psi\rangle$ são representados nessa base (na ordem acima), respectivamente, pelas matrizes

$$a\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \sqrt{3} \\ 0 & \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix} \qquad \text{e} \qquad \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix},$$

onde $a$ é uma constante positiva.
Analise as três afirmações abaixo sobre esse sistema e escolha a alternativa correta.

I. O observável $A$ possui um autovalor degenerado de valor $a$.

II. É possível obter o valor $-2a$ como resultado de uma medida da quantidade física representada pelo observável $A$.

III. O estado $|\psi\rangle$ é um autovetor do observável $A$ correspondente ao autovalor $2a$.

- ■ Apenas as afirmações II e III estão corretas.
- B Apenas a afirmação I está correta.
- C Apenas a afirmação II está corretas.
- D Apenas a afirmação III está corretas.
- E Apenas as afirmações I e III estão corretas.

**Questão 69 [mq7a]** Considere um sistema quântico cujo espaço de Hilbert é tridimensional, sendo que os vetores denotados como $|\alpha_1\rangle$, $|\alpha_2\rangle$ e $|\alpha_3\rangle$ constituem uma base ortonormal para esse espaço. O problema de autovalores do hamiltoniano $H$ desse sistema assume a forma

$$H|\phi_n\rangle = 2n\,\hbar\omega|\phi_n\rangle, \qquad n = 1{,}2{,}3,$$

onde $\omega$ é uma constante real e positiva e

$$|\phi_1\rangle = \frac{1}{2}|\alpha_1\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|\alpha_3\rangle, \qquad |\phi_2\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|\alpha_1\rangle - \frac{1}{2}|\alpha_3\rangle \qquad \text{e} \qquad |\phi_3\rangle = |\alpha_2\rangle.$$

No instante inicial $t = 0$, o vetor de estado do sistema é $|\psi(0)\rangle = |\alpha_1\rangle$. Determine o vetor de estado do sistema no instante $t_1 = \pi/(2\omega)$.

■ $|\psi(t_1)\rangle = -\frac{1}{2}|\phi_1\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|\phi_2\rangle$
B $|\psi(t_1)\rangle = +\frac{1}{2}|\phi_1\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|\phi_2\rangle$
C $|\psi(t_1)\rangle = +\frac{\sqrt{3}}{2}|\phi_1\rangle + \frac{1}{2}|\phi_2\rangle$
D $|\psi(t_1)\rangle = -\frac{\sqrt{3}}{2}|\phi_1\rangle + \frac{1}{2}|\phi_2\rangle$
E $|\psi(t_1)\rangle = |\phi_1\rangle$

**Questão 70 [mq7b]** Considere um sistema quântico cujo espaço de Hilbert é tridimensional, sendo que os vetores denotados como $|\alpha_1\rangle$, $|\alpha_2\rangle$ e $|\alpha_3\rangle$ constituem uma base ortonormal para esse espaço. O problema de autovalores do hamiltoniano $H$ desse sistema assume a forma

$$H|\phi_n\rangle = 2n\,\hbar\omega|\phi_n\rangle, \qquad n = 1{,}2{,}3,$$

onde $\omega$ é uma constante real e positiva e

$$|\phi_1\rangle = \frac{1}{2}|\alpha_1\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|\alpha_3\rangle, \qquad |\phi_2\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|\alpha_1\rangle - \frac{1}{2}|\alpha_3\rangle \qquad \text{e} \qquad |\phi_3\rangle = |\alpha_2\rangle.$$

No instante inicial $t = 0$, o vetor de estado do sistema é $|\psi(0)\rangle = |\alpha_3\rangle$. Determine o vetor de estado do sistema no instante $t_1 = \pi/(2\omega)$.

■ $|\psi(t_1)\rangle = -\frac{\sqrt{3}}{2}|\phi_1\rangle - \frac{1}{2}|\phi_2\rangle$
B $|\psi(t_1)\rangle = +\frac{\sqrt{3}}{2}|\phi_1\rangle - \frac{1}{2}|\phi_2\rangle$
C $|\psi(t_1)\rangle = -\frac{1}{2}|\phi_1\rangle - \frac{\sqrt{3}}{2}|\phi_2\rangle$
D $|\psi(t_1)\rangle = +\frac{1}{2}|\phi_1\rangle - \frac{\sqrt{3}}{2}|\phi_2\rangle$
E $|\psi(t_1)\rangle = |\phi_2\rangle$

**Questão 71 [mq8a]** Uma partícula de massa $m$ se movimenta em três dimensões sob a ação do potencial $V(r) = C/r$, onde $C$ é uma constante real. Nesse caso, verifica-se que as autoenergias $E_n$ da partícula dependem apenas do número quântico $n = 1,2,\ldots$, sendo que as respectivas autofunções (normalizadas) assumem a forma

$$\psi_{n\,l\,m}(r,\theta,\varphi) = R_{n\,l}(r)Y_{l\,m}(\theta,\varphi).$$

Aqui, $R_{n\,l}(r)$ é uma função radial e $Y_{l\,m}(\theta,\varphi)$ é um harmônico esférico. Considere que, no instante inicial $t = 0$, o estado da partícula é dado pela função de onda

$$\Phi(\mathbf{r},t=0) = \frac{1}{\sqrt{2}}R_{1,\,1}(r)Y_{1,\,-1}(\theta,\varphi) + \frac{1}{2}R_{2,\,1}(r)Y_{1,\,0}(\theta,\varphi) + \frac{1}{2}R_{2,\,2}(r)Y_{2,\,1}(\theta,\varphi).$$

Analise as três afirmações abaixo sobre esse sistema e escolha a alternativa correta.

I. A probabilidade $\mathcal{P}_2$ de encontrarmos o valor $E_2$ em uma medida da energia da partícula no instante inicial é $\mathcal{P}_2 = 1/2$.

II. A probabilidade $\mathcal{P}_{-1}$ de encontrarmos o valor $-\hbar$ em uma medida da componente $L_z$ do momento angular da partícula no instante inicial é $\mathcal{P}_{-1} = 1/2$.

III. Se uma medida do quadrado do momento angular $L^2$ da partícula fosse realizada no instante inicial e obtivesse como resultado o valor $2\hbar^2$, o estado da partícula imediatamente após essa medida seria descrito pela função de onda

$$\Psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2}}R_{1,\,1}(r)Y_{1,\,-1}(\theta,\varphi) + \frac{1}{\sqrt{2}}R_{2,\,1}(r)Y_{1,\,0}(\theta,\varphi).$$

- [redacted] Apenas as afirmações I e II estão corretas.
- B Apenas a afirmação I está correta.
- C Apenas a afirmação II está correta.
- D Apenas as afirmações I e III estão corretas.
- E As as afirmações I, II e III estão corretas.

**Questão 72** [mq8b] Uma partícula de massa $m$ se movimenta em três dimensões sob a ação do potencial $V(r) = C/r$, onde $C$ é uma constante real. Nesse caso, verifica-se que as autoenergias $E_n$ da partícula dependem apenas do número quântico $n = 1,2,\ldots$, sendo que as respectivas autofunções (normalizadas) assumem a forma

$$\psi_{n\,l\,m}(r,\theta,\varphi) = R_{n\,l}(r)Y_{l\,m}(\theta,\varphi).$$

Aqui, $R_{n\,l}(r)$ é uma função radial e $Y_{l\,m}(\theta,\varphi)$ é um harmônico esférico. Considere que, no instante inicial $t = 0$, o estado da partícula é dado pela função de onda

$$\Phi(\mathbf{r},t=0) = \sqrt{\frac{3}{5}}R_{1,\,1}(r)Y_{1,\,-1}(\theta,\varphi) + \frac{1}{\sqrt{5}}R_{2,\,1}(r)Y_{1,\,0}(\theta,\varphi) + \frac{1}{\sqrt{5}}R_{2,\,2}(r)Y_{2,\,1}(\theta,\varphi).$$

Analise as três afirmações abaixo sobre esse sistema e escolha a alternativa correta.

I. A probabilidade $\mathcal{P}_2$ de encontrarmos o valor $E_2$ em uma medida da energia da partícula no instante inicial é $\mathcal{P}_2 = 2/5$.

II. A probabilidade $\mathcal{P}_1$ de encontrarmos o valor $\hbar$ em uma medida da componente $L_z$ do momento angular da partícula no instante inicial é $\mathcal{P}_1 = 3/5$.

III. Se uma medida do quadrado do momento angular $L^2$ da partícula fosse realizada no instante inicial e obtivesse como resultado o valor $2\hbar^2$, o estado da partícula imediatamente após essa medida seria descrito pela função de onda

$$\Psi(\mathbf{r}) = \frac{\sqrt{3}}{2}R_{1,\,1}(r)Y_{1,\,-1}(\theta,\varphi) + \frac{1}{2}R_{2,\,1}(r)Y_{1,\,0}(\theta,\varphi).$$

[redacted] Apenas as afirmações I e III estão corretas.
[B] Apenas a afirmação I está correta.
[C] Apenas a afirmação II está correta.
[redacted] Apenas as afirmações I e III estão corretas.
[E] Apenas as afirmações II e III estão corretas.

**Questão 73** [fe1a] Considere um sistema formado por partículas localizadas e não interagentes, cada uma das quais pode ocupar dois níveis de energia: o nível fundamental (com energia nula) e um nível excitado duplamente degenerado (com energia $\epsilon > 0$). No limite de altas temperaturas ($k_B T \gg \epsilon$), a razão entre a probabilidade $p_\epsilon$ de observar o sistema com energia $\epsilon$ e a probabilidade $p_0$ de observá-lo com energia nula é

[redacted] $p_\epsilon/p_0 = 2$
[B] $p_\epsilon/p_0 = 3$
[C] $p_\epsilon/p_0 = 1$
[D] $p_\epsilon/p_0 = 1/2$
[E] $p_\epsilon/p_0 = 1/3$

**Questão 74 [fe1b]**
Considere um sistema formado por partículas localizadas e não interagentes, cada uma das quais pode ocupar dois níveis de energia: o nível fundamental (com energia nula) e um nível excitado triplamente degenerado (com energia $\epsilon > 0$). No limite de altas temperaturas ($k_B T \gg \epsilon$), a razão entre a probabilidade $p_\epsilon$ de observar o sistema com energia $\epsilon$ e a probabilidade $p_0$ de observá-lo com energia nula é

[redacted] $p_\epsilon/p_0 = 3$
B $p_\epsilon/p_0 = 4$
C $p_\epsilon/p_0 = 1$
D $p_\epsilon/p_0 = 1/3$
E $p_\epsilon/p_0 = 1/4$

**Questão 75 [fe2a]**
A diferença entre o comportamento de um gás de moléculas diatômicas e aquele de um gás de moléculas monoatômicas deve-se parcialmente à energia rotacional das moléculas diatômicas. Essa energia é dada por $E_{\rm rot} = J\ell(\ell+1)$, sendo $J > 0$ uma constante e $\ell = 0,1,2,...,\infty$, com uma degenerescência $2\ell+1$ para cada valor de $\ell$. Supondo o regime de baixas temperaturas ($\beta J \gg 1$, com $\beta = 1/k_B T$), a contribuição rotacional $c_{\rm rot}$ para o calor específico por molécula é aproximadamente dada por

[redacted] $c_{\rm rot} = 12 k_B \left(\dfrac{J}{k_B T}\right)^2 e^{-2\beta J}$
B $c_{\rm rot} = 2 k_B \left(\dfrac{J}{k_B T}\right)^2 e^{-\beta J}$
C $c_{\rm rot} = 12 k_B \left(\dfrac{k_B T}{J}\right)^2 e^{-2\beta J}$
D $c_{\rm rot} = k_B$
E $c_{\rm rot} = 5k_B/2$

**Questão 76 [fe2b]**
A diferença entre o comportamento de um gás de moléculas diatômicas e aquele de um gás de moléculas monoatômicas deve-se parcialmente à energia rotacional das moléculas diatômicas. Essa energia é dada por $E_{\rm rot} = J\ell(\ell+1)$, sendo $J > 0$ uma constante e $\ell = 0,1,2,...,\infty$, com uma degenerescência $2\ell + 1$ para cada valor de $\ell$. Supondo o regime de baixas temperaturas ($\beta J \gg 1$, com $\beta = 1/k_B T$), a contribuição rotacional $s_{\rm rot}$ para a entropia por molécula é aproximadamente dada por

[redacted] $s_{\rm rot} = 6 k_B \beta J e^{-2\beta J}$
B $s_{\rm rot} = 2 k_B \beta J e^{-2\beta J}$
C $s_{\rm rot} = k_B \beta J e^{-\beta J}$
D $s_{\rm rot} = k_B$
E $s_{\rm rot} = \frac{3k_B}{2}$

**Questão 77 [fe3a]**
Um sistema formado por $N$ íons magnéticos localizados está em contato com um banho térmico à temperatura $T$ ($\beta = 1/k_BT$). Cada íon tem energia dada por $\epsilon = -\mu_0 h S_i$, onde $\mu_0$, $h$ e $S_i$ denotam, respectivamente, o magneton de Bohr, a intensidade do campo magnético e a variável de spin, esta última assumindo os valores $S_i = -1,0,1$. Supondo $h$ constante, a magnetização por íon, $m = \sum_{i=1}^{N} \langle S_i \rangle / N$, é dada por

■ $m = \dfrac{2\mu_0 \sinh(\beta\mu_0 h)}{1 + 2\cosh(\beta\mu_0 h)}$

B $m = \dfrac{\mu_0 \sinh(\beta\mu_0 h)}{1 + \cosh(\beta\mu_0 h)}$

C $m = \mu_0 \tanh(\beta\mu_0 h)$

D $m = (2\beta\mu_0 h) \sinh(\beta\mu_0 h)$

E $m = 0$

**Questão 78 [fe3b]**
Um sistema formado por $N$ íons magnéticos localizados está em contato com um banho térmico à temperatura $T$ ($\beta = 1/k_BT$). Cada íon tem energia dada por $\epsilon = -\mu_0 h S_i$, onde $\mu_0$, $h$ e $S_i$ denotam, respectivamente, o magneton de Bohr, a intensidade do campo magnético e a variável de spin, esta última assumindo os valores $S_i = -1,0,1$. Supondo $h$ constante, o valor de $\beta\mu_0 h$ para o qual a probabilidade de um íon estar no estado $S_i = 1$ é o dobro daquela associada ao estado $S_i = -1$ é dado por

■ $\beta\mu_0 h = \ln\sqrt{2}$

B $\beta\mu_0 h = \ln 2$

C $\beta\mu_0 h = \ln 4$

D $\beta\mu_0 h = 0$

E $\beta\mu_0 h = \ln\sqrt{8}$

**Questão 79 [fe4a]**
Considere um sistema unidimensional formado por $N$ partículas clássicas em contato com um reservatório térmico à temperatura $T$ e descrito pela hamiltoniana

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^{N} (A_i p_{xi}^2 + B_i x_i^2), \tag{1}$$

onde $A_i > 0$ e $B_i > 0$ denotam constantes associadas ao momento generalizado $p_{xi}$ e posição $x_i$, respectivamente. A energia média do sistema, $U = \langle \mathcal{H} \rangle$, é dada por

■ $U = N k_B T$

B $U = \frac{N}{2} k_B T$

C $U = \frac{3N}{2} k_B T$

D $U = \sum_{i=1}^{N} (A_i + B_i) k_B T$

E $U = \sum_{i=1}^{N} (A_i B_i) k_B T$

**Questão 80 [fe4b]**
Considere um sistema unidimensional formado por $N$ partículas clássicas em contato com um reservatório térmico à temperatura $T$ e descrito pela hamiltoniana

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^{N} (A_i p_{xi}^2 + B_i x_i^2), \tag{2}$$

onde $A_i > 0$ e $B_i > 0$ denotam constantes associadas ao momento generalizado $p_{xi}$ e posição $x_i$, respectivamente. O calor específico do sistema, $C = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$, é dado por

- ■ $C = Nk_B$
- [B] $C = \frac{N}{2}k_B$
- [C] $C = \frac{3N}{2}k_B$
- [D] $C = \sum_{i=1}^{N}(A_i + B_i)k_B$
- [E] $C = \sum_{i=1}^{N}(A_iB_i)k_B$