Intruções para a prova:

- **Não escreva seu nome em nenhum lugar na prova.**
  Ela deverá ser identificada apenas através do código que já está impresso na sua prova:

12023EUF0367

- Esta prova contém **40** problemas sobre mecânica clássica, eletromagnetismo, termodinâmica, física moderna, mecânica quântica e física estatística. Todas as questões têm o mesmo peso.
- O tempo de duração desta prova é de **4 horas**.
  O tempo mínimo de permanência na sala é de 90 minutos.
- Não é permitido o uso de calculadoras ou outros instrumentos eletrônicos.
- Assinale as alternativas corretas na folha de respostas que se encontra no final do caderno de questões, preenchendo **inteiramente** o quadradinho correspondente a caneta azul ou preta.

  Alternativas assinaladas fora da folha de respostas não serão consideradas Não destaque a folha de respostas. Erros na marcação da resposta podem ser corrigidos com corretivo branco.
- Ao final da prova, devolva tanto o caderno de questões quanto o formulário.

12023EUF0367

Questão 1 [mc1a]
Considere a lagrangiana dependente explicitamente do tempo

$$L(q,\dot{q},t) = \left(\frac{1}{2}m\dot{q}^2 - \frac{m\omega^2 q^2}{2}\right)e^{2\gamma t},$$

a qual descreve o movimento undimensional de uma particula de massa m, sendo γ uma constante. Nesse caso, podemos afirmar que a equação de movimento do sistema é dada por:

■ $\ddot{q} + 2\gamma\dot{q} + \omega^2 q = 0$
B $\ddot{q} + \omega^2 q = 0$
C $\ddot{q} + \gamma\dot{q} + \omega^2 q = 0$
D $\ddot{q} + \gamma\dot{q} + 2\omega^2 q$
E $\ddot{q} + \gamma\dot{q} + 4\omega^2 q = 0$

Questão 2 [mc1b]
Considere a lagrangiana dependente explicitamente do tempo

$$L(q,\dot{q},t) = \left(\frac{1}{2}m\dot{q}^2 - \frac{m\omega^2 q^2}{2}\right)e^{3\gamma t},$$

a qual descreve o movimento undimensional de uma particula de massa m, sendo γ uma constante. Nesse caso, podemos afirmar que a equação de movimento do sistema é dada por:

■ $\ddot{q} + 3\gamma\dot{q} + \omega^2 q = 0$
B $\ddot{q} + \frac{1}{3}\omega^2 q = 0$
C $\ddot{q} + \gamma\dot{q} + 2\omega^2 q = 0$
D $\ddot{q} + \gamma\dot{q} + 3\omega^2 q = 0$
E $\ddot{q} + \gamma\dot{q} + \frac{1}{3}\omega^2 q$

Questão 3 [mc2a]
No experimento da gota de Millikan, gotas minúsculas de óleo em um tubo com ar são aceleradas através de um campo elétrico. Um estudante aplica um campo elétrico de módulo constante E e observa a gota **subir**. Das forças que atuam sobre a gota, a força elétrica a puxa para cima, enquanto o seu peso e a força de resistência do fluido, esta última proporcional a sua velocidade, se opõem ao movimento, o que é descrito pela força resultante

$$F_r = qE - mg - bv.$$

Despreza-se o empuxo do ar sobre a gota de óleo no tubo. Aqui, q é a carga elétrica (positiva) da gota, m é a massa da gota, g é a aceleração gravitacional e b é uma constante positiva.
Supondo a gota em repouso no instante $t = 0$, é correto afirmar que a velocidade da gota em função do tempo é dada por:

■ $\frac{qE - mg}{b}(1 - e^{-\frac{b}{m}t})$
B $\frac{qE - mg}{2b}(1 - e^{-\frac{2b}{m}t})$
C $\frac{qE - mg}{3b}(1 - e^{-\frac{3b}{m}t})$
D $\frac{(qE - mg)}{m}t$
E $\frac{qE}{b}$

Questão 4 [mc2b]
No experimento da gota de Millikan, gotas minúsculas de óleo em um tubo com ar são aceleradas através de um campo elétrico. Um estudante aplica um campo elétrico de módulo constante E e observa a gota subir. Das forças que atuam sobre a gota, a força elétrica a puxa para cima, enquanto o seu peso e a força de resistência do fluido, esta última proporcional a sua velocidade, se opõem ao movimento, o que é descrito pela força resultante

$$F_r = qE - mg - 2bv.$$

Despreza-se o empuxo do ar sobre a gota de óleo no tubo. Aqui, q é a carga elétrica (positiva) da gota, m é a massa da gota, g é a aceleração gravitacional e b é uma constante positiva.
Supondo a gota em repouso no instante $t = 0$, é correto afirmar que a velocidade da gota em função do tempo é dada por:

■ $\dfrac{qE - mg}{2b}(1 - e^{-\frac{2b}{m}t})$

B $\dfrac{qE - mg}{b}(1 - e^{-\frac{b}{m}t})$

C $\dfrac{qE - mg}{3b}(1 - e^{-\frac{3b}{m}t})$

D $\dfrac{(qE - mg)}{m}t$

E $\dfrac{2qE}{b}$

Questão 5 [mc3a]
Um corpo de massa $4m$ e um corpo de massa m estão ligados através de um barbante que mantém uma mola de massa desprezível comprimida entre os corpos. O sistema está em repouso sobre uma mesa cujo atrito também é desprezível. Em um dado instante, o barbante é cortado e o corpo de massa $4m$ adquire uma velocidade v. O corpo de massa m, com a velocidade adquirida após se desprender, colide frontalmente com uma parede, de forma totalmente inelástica. Após uma análise, concluiu-se que a força de interação desse corpo com a parede, em função do tempo, aproxima-se muito bem por uma função triangular parametrizada da forma

$$F(t) = \begin{cases} \frac{t}{\tau}F_{\max}, & \text{se} \quad 0 \le t \le \tau, \\ (2 - \frac{t}{\tau})F_{\max}, & \text{se} \quad \tau < t \le 2\tau, \\ 0, & \text{se} \quad t > 2\tau, \end{cases}$$

em que $t = 0$ corresponde ao exato instante em que a massa toca a parede.
Nessas condições, é correto dizer que $F_{\max}$ é dada por:

■ $4\dfrac{mv}{\tau}$

B $3\dfrac{mv}{\tau}$

C $\dfrac{mv}{\tau}$

D 0

E 1

Questão 6 [mc3b] Um corpo de massa $3m$ e um corpo de massa $2m$ estão ligados através de um barbante que mantém uma mola de massa desprezível comprimida entre os corpos. O sistema está em repouso sobre uma mesa cujo atrito também é desprezível. Em um dado instante, o barbante é cortado e o corpo de massa $3m$ adquire uma velocidade v. O corpo de massa $2m$, com a velocidade adquirida após se desprender, colide frontalmente com uma parede, de forma totalmente inelástica. Após uma análise, concluiu-se que a força de interação desse corpo com a parede, em função do tempo, aproxima-se muito bem por uma função triangular parametrizada da forma

$$F(t) = \begin{cases} \frac{t}{\tau} F_{\max}, & \text{se} \quad 0 \leq t \leq \tau, \\ (2 - \frac{t}{\tau}) F_{\max}, & \text{se} \quad \tau < t \leq 2\tau, \\ 0, & \text{se} \quad t > 2\tau, \end{cases}$$

em que $t = 0$ corresponde ao exato instante em que a massa toca a parede.
Nessas condições, é correto dizer que $F_{\max}$ é dada por:

- ■ $3\dfrac{mv}{\tau}$
- B $4\dfrac{mv}{\tau}$
- C $\dfrac{mv}{\tau}$
- D 0
- E 1

Questão 7 [mc4a] Considere a força

$$\vec{F}(x,y) = -20bx^3y^2\vec{\imath} - 10bx^4y\ \vec{\jmath},$$

em que b é uma constante. Sobre essa força, é correto afirmar que:

- ■ $\nabla \times \vec{F} = 0$, e, portanto, $\vec{F}$ é conservativa, obtida do potencial $U(x,y) = 5bx^4y^2 + K$, sendo K uma constante arbitrária.
- B $\nabla \times \vec{F} = 0$, mas a força não é conservativa.
- C não é conservativa, pois se anula em $(x,y) = (0,0)$.
- D $\nabla \times \vec{F} \neq 0$, logo a força não pode ser conservativa.
- E $\nabla \times \vec{F} = 0$, e portanto $\vec{F}$ é conservativa, obtida do potencial $U(x,y) = 10bx^4y^2 + bx^3y^2 + K$, sendo K uma constante arbitrária.

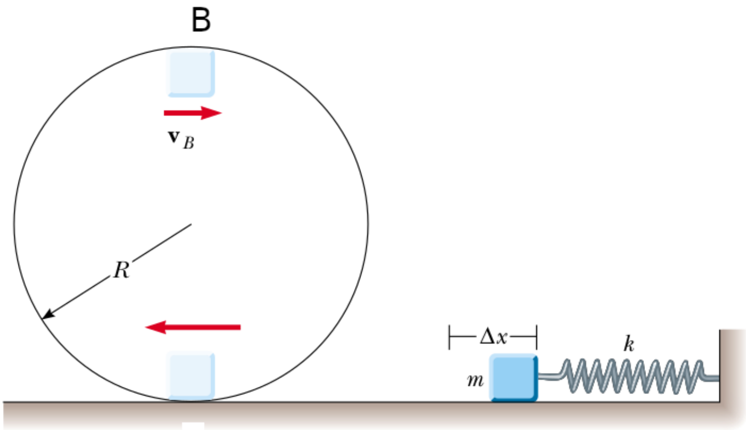
Questão 8 [mc4b]
Considere a força

$$\vec{F}(x,y) = -3ax^2y\vec{\imath} - ax^3\ \vec{\jmath},$$

em que a é uma constante. Sobre essa força, é correto afirmar que:

- ■ $\nabla \times \vec{F} = 0$, e, portanto, $\vec{F}$ é conservativa, obtida do potencial $U(x,y) = ax^3y + K$, sendo K uma constante arbitrária.
- B $\nabla \times \vec{F} = 0$, mas a força não é conservativa.
- C não é conservativa, pois se anula em $(x,y) = (0,0)$.
- D $\nabla \times \vec{F} \neq 0$, logo a força não pode ser conservativa.
- E $\nabla \times \vec{F} = 0$, e portanto $\vec{F}$ é conservativa, obtida do potencial $U(x,y) = 3ax^3y + ax^3y + K$, sendo K uma constante arbitrária.

Questão 9 [mc5a] Um brinquedo é composto de uma mola de constante elástica k, um carrinho de massa m e uma pista que inclui um laço circular de raio R. Ao comprimir a mola de Δx, a partir de seu ponto de relaxação, coloca-se o carrinho na sua extremidade livre, como mostrado na figura. Ao liberarmos a mola, o carrinho é empurrado e ganha velocidade, seguindo em direção ao loop da pista. Supondo que não há atrito entre o carrinho e a superfície da pista, e que g é o módulo da aceleração da gravidade, determine a compressão mínima da mola para que o carrinho possa realizar uma volta completa no laço.



■ $\Delta x = \sqrt{5\frac{mRg}{k}}$

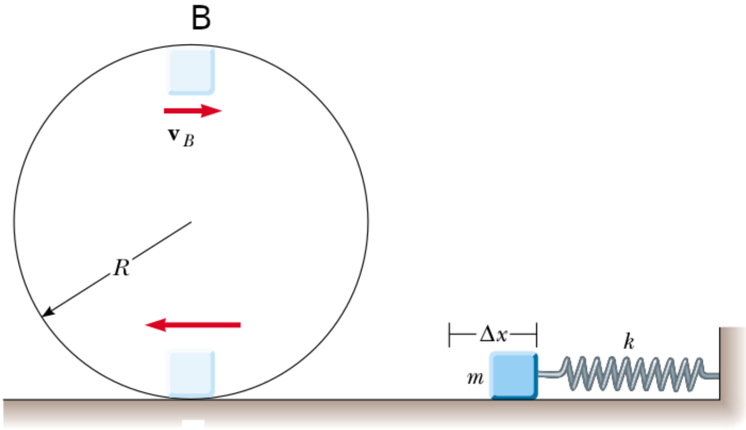
[B] $\Delta x = \sqrt{\frac{mRg}{k}}$

[C] $\Delta x = \sqrt{2\frac{mRg}{k}}$

[D] $\Delta x = \sqrt{\frac{5}{2}\frac{mRg}{k}}$

[E] $\Delta x = \sqrt{\frac{1}{2}\frac{mRg}{k}}$

Questão 10 [`mc5b`] Um brinquedo é composto de uma mola de constante elástica k, um carrinho de massa m e uma pista que inclui um laço circular de raio R. Nota-se que a deformação mínima da mola para que o carrinho consiga dar uma volta completa no laço é Δx, como mostrado na figura. Supondo que não há atrito entre o carrinho e a superfície da pista, e que g é o módulo da aceleração da gravidade, determine a constante elástica k da mola.



■ $k = 5\dfrac{mRg}{\Delta x^2}$

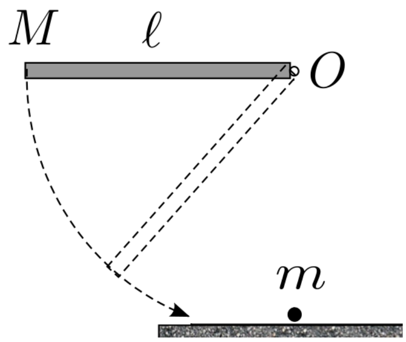
[B] $k = \dfrac{mRg}{\Delta x^2}$

[C] $k = 2\dfrac{mRg}{\Delta x^2}$

[D] $k = \dfrac{5}{2}\dfrac{mRg}{\Delta x^2}$

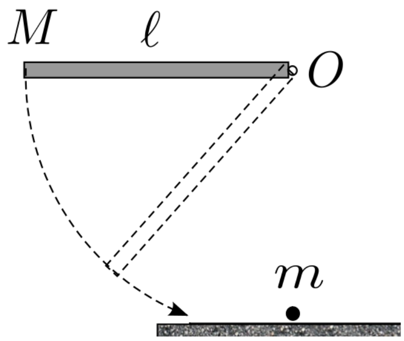
[E] $k = \dfrac{1}{2}\dfrac{mRg}{\Delta x^2}$

Questão 11 [mc6a] Uma barra delgada homogênea e uniforme, de massa M e comprimento l, é articulada em um pino O que passa por uma de suas extremidades, podendo girar sem atrito num plano vertical. Liberada a partir do repouso na posição horizontal, a extremidade livre da barra sofre uma colisão inelástica com uma partícula de massa m, inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal lisa, como mostrado na figura abaixo. Essa colisão ocorre no ponto em que a barra está na sua posição vertical, com a barra permanecendo em repouso imediatamente após a colisão. Em vista disso, determine a velocidade linear da partícula após a colisão.



- ■ $v = \frac{M}{m}\sqrt{\frac{gl}{3}}$
- [B] $v = \frac{M}{m}\sqrt{\frac{gl}{6}}$
- [C] $v = \frac{M}{m}\sqrt{\frac{gl}{9}}$
- [D] $v = \frac{M}{m}\sqrt{\frac{4gl}{3}}$
- [E] $v = \frac{M}{m}\sqrt{\frac{4gl}{6}}$

Questão 12 [mc6b] Uma barra delgada homogênea e uniforme, de massa M e comprimento l, é articulada em um pino O que passa por uma de suas extremidades, podendo girar sem atrito num plano vertical. Liberada a partir do repouso na posição horizontal, a extremidade livre da barra sofre uma colisão inelástica com uma partícula de massa m, inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal lisa, como mostrado na figura abaixo. Essa colisão ocorre no ponto em que a barra está na sua posição vertical, com a barra permanecendo em repouso imediatamente após a colisão. Sabendo que a partícula adquire uma velocidade linear v após a colisão, determine a razão m/M entre as massas.



- ■ $\frac{m}{M} = \sqrt{\frac{gl}{3v^2}}$
- B $\frac{m}{M} = \sqrt{\frac{gl}{6v^2}}$
- C $\frac{m}{M} = \sqrt{\frac{gl}{9v^2}}$
- D $\frac{m}{M} = \sqrt{\frac{4gl}{3v^2}}$
- E $\frac{m}{M} = \sqrt{\frac{4gl}{6v^2}}$

Questão 13 [mc7a]
Considere as assertativas abaixo sobre a dinâmica de uma partícula e assinale as verdadeiras.

(I) Sempre que a força resultante for nula, não há forças atuando sobre a partícula.
(II) Durante um intervalo de tempo em que a força resultante sobre uma partícula é nula, ela está em repouso ou em movimento retilíneo uniforme.
(III) Em um movimento circular uniforme, a força resultante é nula, pois o módulo da velocidade linear é constante.
(IV) A força normal e a força peso formam um par de ação e reação.
(V) As forças de um par de ação e reação atuam sempre sobre partículas diferentes.

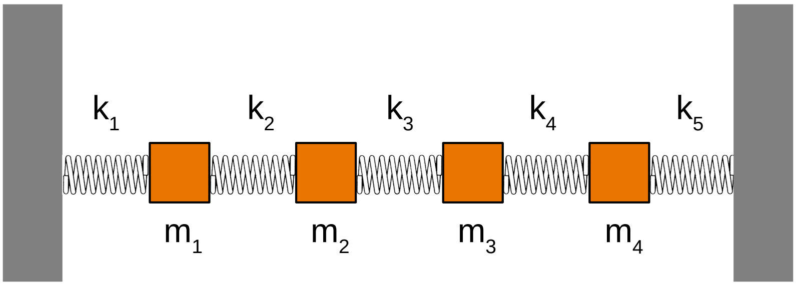
- ■ II e V
- B II e III
- C I, II e IV
- D III e V
- E I, III e V

Questão 14 [mc7b]
Considere as assertativas abaixo sobre a dinâmica de uma partícula e assinale as verdadeiras.

(I) Sempre que a força resultante for nula, não há forças atuando sobre a partícula.
(II) A força normal e a força peso formam um par de ação e reação.
(III) As duas primeiras leis de Newton são válidas apenas em referenciais inerciais.
(IV) As forças de um par de ação e reação atuam sempre sobre partículas diferentes.
(V) Em um movimento circular uniforme, a força resultante é nula, pois o módulo da velocidade linear é constante.

■ III e IV
[B] III e V
[C] I, III e V
[D] I e VI
[E] II e IV

Questão 15 [mc8a] Um conjunto de quatro massas acopladas por molas ideais está sobre um plano horizontal sem atrito, com as massas das extremidades ligadas a paredes rígidas e imóveis, tal como ilustrado na figura abaixo. Supondo apenas movimentos unidimensionais, e denotando por x_i a posição da massa m_i em relação à parede da esquerda, qual é a equação de movimento da massa m_2? Considere as massas como partículas puntiformes.



■ $\ddot{x}_2 + \dfrac{k_2}{m_2}(x_2 - x_1) + \dfrac{k_3}{m_2}(x_2 - x_3) = 0$

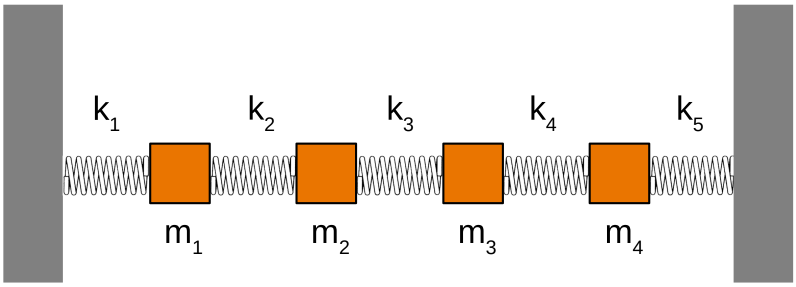
[B] $\ddot{x}_2 + \dfrac{k_2}{m_2}(x_2 + x_1) + \dfrac{k_3}{m_2}(x_2 + x_3) = 0$

[C] $\ddot{x}_2 + \dfrac{k_3}{m_2}(x_2 - x_1) + \dfrac{k_2}{m_2}(x_2 - x_3) = 0$

[D] $\ddot{x}_2 - \dfrac{k_2}{m_2}(x_2 - x_1) - \dfrac{k_3}{m_2}(x_2 - x_3) = 0$

[E] $\ddot{x}_2 + \dfrac{k_2 + k_3}{m_2} x_2 = 0$

Questão 16 [mc8b] Um conjunto de quatro massas acopladas por molas ideais está sobre um plano horizontal sem atrito, com as massas das extremidades ligadas a paredes rígidas e imóveis, tal como ilustrado na figura abaixo. Supondo apenas movimentos unidimensionais, e denotando por x_i a posição da massa m_i em relação à parede da esquerda, qual é a equação de movimento da massa m_3? Considere as massas como partículas puntiformes.



■ $\ddot{x}_3 + \frac{k_3}{m_3}(x_3 - x_2) + \frac{k_4}{m_3}(x_3 - x_4) = 0$

B $\ddot{x}_3 + \frac{k_3}{m_3}(x_3 + x_2) + \frac{k_4}{m_3}(x_3 + x_4) = 0$

C $\ddot{x}_3 + \frac{k_4}{m_3}(x_3 - x_2) + \frac{k_3}{m_3}(x_3 - x_4) = 0$

D $\ddot{x}_3 - \frac{k_3}{m_3}(x_3 - x_2) - \frac{k_4}{m_3}(x_3 - x_4) = 0$

E $\ddot{x}_3 + \frac{k_3 + k_4}{m_3}x_3 = 0$

Questão 17 [em1a] Considere um capacitor de placas paralelas, carregado com uma carga q e constituído por dois discos de raio R separados por uma distância $d \ll R$. Qual é a energia U armazenada no campo elétrico entre as placas?

■ $U = \frac{q^2 d}{2\pi\epsilon_0 R^2}$

B $U = \frac{q^2 d}{\pi\epsilon_0 R^2}$

C $U = \frac{q^2}{\pi\epsilon_0 R}$

D $U = \frac{q^2 R}{4\epsilon_0 d^2}$

E $U = \frac{q^2 R^2}{2\pi\epsilon_0 d^3}$

Questão 18 [em1b] Considere um capacitor de placas paralelas, carregado com uma carga q e constituído por dois discos de raio R separados por uma distância $d \ll R$. Qual é a densidade de energia u armazenada no campo elétrico entre as placas?

■ $u = \dfrac{q^2}{2\epsilon_0 \pi^2 R^4}$

[B] $u = \dfrac{q^2}{4\epsilon_0 \pi^2 R^4}$

[C] $u = \dfrac{q^2}{2\epsilon_0 \pi R^4}$

[D] $u = \dfrac{q^2 d}{2\epsilon_0 \pi^2 R^5}$

[E] $u = \dfrac{q^2 d}{4\epsilon_0 R^5}$

Questão 19 [em2a] Um anel circular de plástico com raio R possui uma carga q uniformemente distribuída ao longo de seu comprimento. O anel gira com uma frequência angular ω em torno do seu eixo central. Qual é a magnitude do campo magnético gerado no centro do anel?

■ $B = \dfrac{\mu_0 \omega q}{4\pi R}$

[B] $B = \dfrac{\mu_0 \omega q}{2\pi R}$

[C] $B = \dfrac{2\pi \mu_0 \omega q}{R}$

[D] $B = \dfrac{4\pi \mu_0 \omega q}{R}$

[E] $B = \dfrac{2\mu_0 \omega q}{\pi R}$

Questão 20 [em2b] Um anel circular de plástico com diâmetro D possui uma carga q uniformemente distribuída ao longo de seu comprimento. O anel gira com uma frequência angular ω em torno do seu eixo central. Qual é a magnitude do campo magnético gerado no centro do anel?

■ $B = \dfrac{\mu_0 \omega q}{2\pi D}$

[B] $B = \dfrac{\mu_0 \omega q}{\pi D}$

[C] $B = \dfrac{2\pi \mu_0 \omega q}{D}$

[D] $B = \dfrac{4\pi \mu_0 \omega q}{D}$

[E] $B = \dfrac{4\mu_0 \omega q}{\pi D}$

Questão 21 [em3a] Um solenóide longo de n voltas por unidade de comprimento conduz uma corrente $i = i_0 \cos(\omega t)$. No seu interior, introduzimos uma espira circular de área A, cujo eixo está na mesma direção do eixo do solenóide. Qual é a força eletromotriz $\mathcal{E}$ induzida na espira?

■ $\mathcal{E} = A\omega\mu_0 i_0 n \sin(\omega t)$

[B] $\mathcal{E} = A\omega\mu_0 i_0 n \cos(\omega t)$

[C] $\mathcal{E} = -A\omega\mu_0 i_0 n \sin^2(\omega t)$

[D] $\mathcal{E} = -A\omega\mu_0 i_0 n^2 \cos(\omega t)$

[E] $\mathcal{E} = A\omega\mu_0 i_0 n \cos^2(\omega t)$

Questão 22 [`em3b`] Um solenóide longo de n voltas por unidade de comprimento conduz uma corrente $i = i_0 \sin(\omega t)$. No seu interior, introduzimos uma espira circular de área A, cujo eixo está na mesma direção do eixo do solenóide. Qual é a força eletromotriz $\mathcal{E}$ induzida na espira?

- ■ $\mathcal{E} = -A\omega\mu_0 i_0 n \cos(\omega t)$
- B $\mathcal{E} = A\omega\mu_0 i_0 n \sin(\omega t)$
- C $\mathcal{E} = A\omega\mu_0 i_0 n \sin^2(\omega t)$
- D $\mathcal{E} = -A\omega\mu_0 i_0 n^2 \cos(\omega t)$
- E $\mathcal{E} = -A\omega\mu_0 i_0 n \cos^2(\omega t)$

Questão 23 [`em4a`] O campo magnético em uma certa região do espaço é dado por

$$\vec{B} = B_0 \left[e^{-\alpha x} \cos(ky - \omega t)\hat{x} + e^{-\alpha x} \sin(ky - \omega t)\hat{y} + 3e^{-\alpha y} \cos(kx - \omega t)\hat{z} \right].$$

Qual deve ser a relação entre as constantes α e k?

- ■ $\alpha = k$
- B $\alpha = 2\pi k$
- C $\alpha = k \ln 2$
- D $\alpha = 2\pi k \ln 2$
- E $\alpha = k/2\pi$

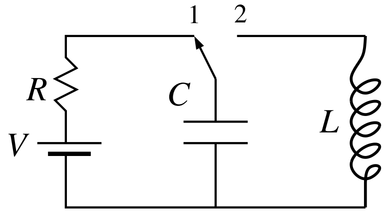
Questão 24 [`em4b`] O campo magnético em uma certa região do espaço é dado por

$$\vec{B} = B_0 \left[e^{-\alpha x} \cos(ky - \omega t)\hat{x} + 2e^{-\alpha x} \sin(ky - \omega t)\hat{y} + 3e^{-\alpha y} \cos(kx - \omega t)\hat{z} \right].$$

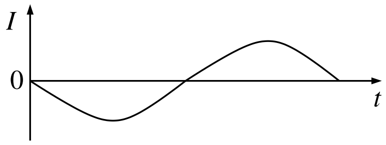
Qual deve ser a relação entre as constantes α e k?

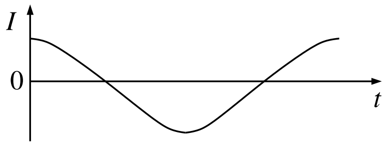
- ■ $\alpha = 2k$
- B $\alpha = 2\pi k$
- C $\alpha = k \ln 2$
- D $\alpha = 2\pi k \ln 2$
- E $\alpha = k/2\pi$

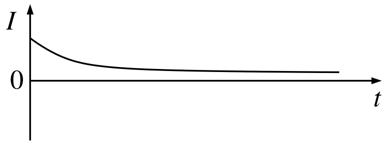
Questão 25 [em5a]

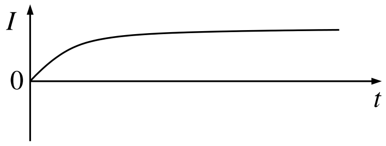


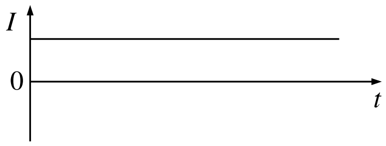
O capacitor C na figura acima é carregado posicionando a chave no ponto 1. No instante $t = 0$, a chave é reposicionada para 2. Qual das alternativas abaixo representa corretamente, como função do tempo $t > 0$, a corrente elétrica I que atravessa o indutor L?

■


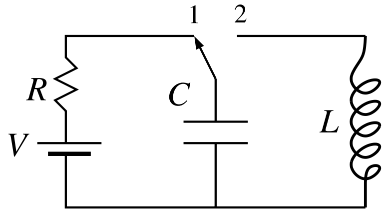
B


C


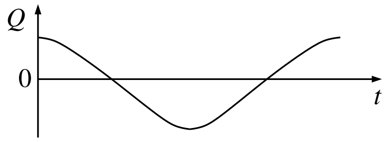
D


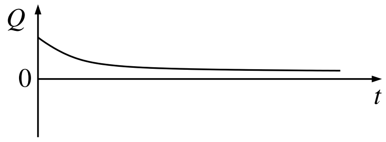
E


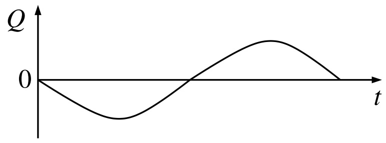
Questão 26 [`em5b`]

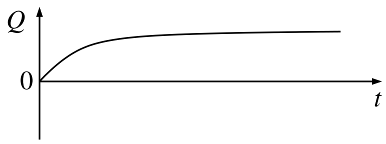


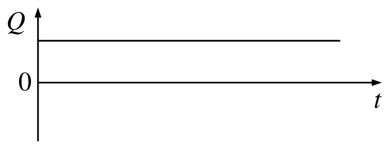
O capacitor C na figura acima é carregado posicionando a chave no ponto 1. No instante $t = 0$, a chave é reposicionada para 2. Qual das alternativas abaixo representa corretamente a carga Q no capacitor como função do tempo $t > 0$?

■ 

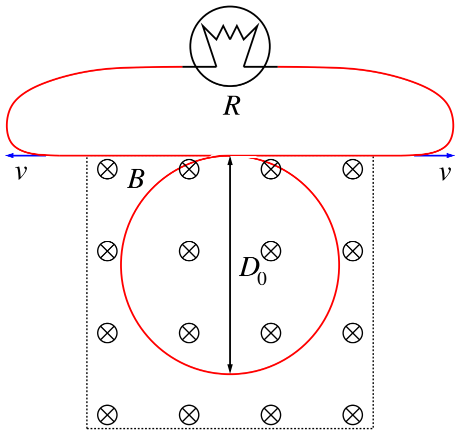
[B] 

[C] 

[D] 

[E] 

Questão 27 [em6a]



Uma lâmpada de resistência R tem seus terminais conectados por um fio que forma um laço circular de diâmetro inicial D_0 em uma região onde há um campo magnético constante de magnitude B (vide figura). No instante $t = 0$, as extremidades do laço são puxadas com velocidades de magnitudes iguais a v, diminuindo o diâmetro do laço e mantendo sua forma circular. Enquanto o laço é puxado, a diferença de potencial entre os terminais da lâmpada, em módulo, é:

■ $Bv\left(D_0 - \frac{2vt}{\pi}\right)$

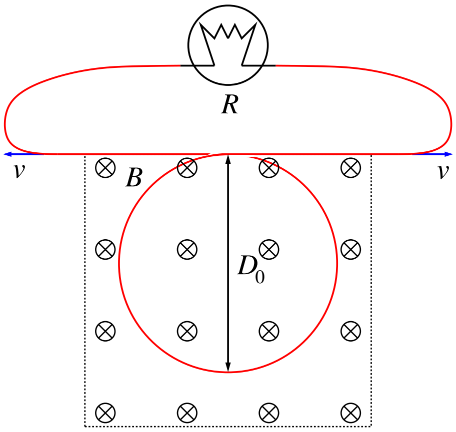
[B] $\frac{Bv}{2}\left(D_0 + \frac{vt}{\pi}\right)$

[C] $\frac{Bv}{2}D_0$

[D] BvD_0

[E] $\frac{\pi Bv}{2}D_0$

Questão 28 [em6b]



Uma lâmpada de resistência R tem seus terminais conectados por um fio que forma um laço circular de diâmetro inicial D_0 em uma região onde há um campo magnético constante de magnitude B e normal ao plano do laço (vide figura). No instante $t = 0$, as extremidades do laço são puxadas com velocidades de magnitudes iguais a v, diminuindo o diâmetro do laço e mantendo sua forma circular. Enquanto o laço é puxado, o valor da magnitude da corrente que atravessa a lâmpada é:

■ $\dfrac{Bv}{R}\left(D_0 - \dfrac{2vt}{\pi}\right)$

[B] $\dfrac{Bv}{2R}\left(D_0 + \dfrac{vt}{\pi}\right)$

[C] $\dfrac{Bv}{2R}D_0$

[D] $\dfrac{Bv}{R}D_0$

[E] $\dfrac{\pi Bv}{2R}D_0$

Questão 29 [em7a] O campo elétrico no interior de um cilindro em que se fez vácuo é $\vec{E}(t) = E_0 e^{-t/\tau}\hat{e}_z$, sendo $\hat{e}_z$ o vetor unitário na direção do eixo de simetria do cilindro, com $E_0 > 0$ e $\tau > 0$ constantes. Em coordenadas cilíndricas, o vetor de Poynting no interior do cilindro é

■ $\dfrac{\epsilon_0\rho}{2\tau}E_0^2 e^{-2t/\tau}\hat{e}_\rho$

[B] $\dfrac{\epsilon_0\rho}{2\tau}E_0^2 e^{-2t/\tau}\hat{e}_\varphi$

[C] $\dfrac{\epsilon_0}{2}E_0^2 e^{-2t/\tau}\hat{e}_z$

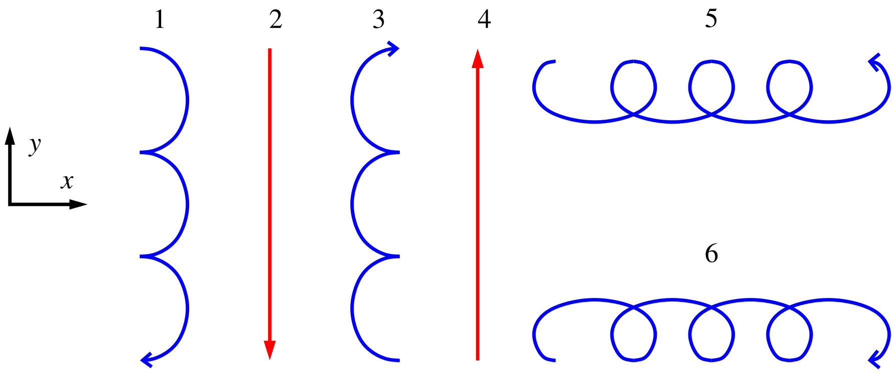
[D] $\dfrac{\epsilon_0}{2}E_0^2 e^{-2t/\tau}\hat{e}_\varphi$

[E] 0

Questão 30 [em7b] O campo elétrico no interior de um cilindro em que se fez vácuo é $\vec{E}(t) = E_0 \cos(\omega t)\, \hat{e}_z$, sendo $\hat{e}_z$ o vetor unitário na direção do eixo de simetria do cilindro, com $E_0 > 0$ e $\omega > 0$ constantes. Em coordenadas cilíndricas, o vetor de Poynting no interior do cilindro é

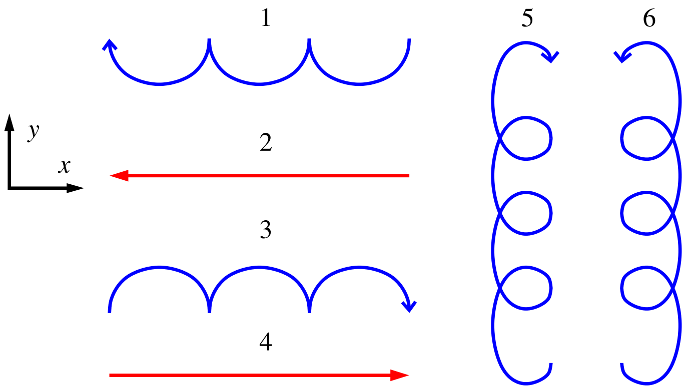
- ■ $\frac{1}{2}\epsilon_0 \omega \rho E_0^2 \sin(\omega t) \cos(\omega t)\, \hat{e}_\rho$
- B $\frac{1}{2}\epsilon_0 \omega \rho E_0^2 \sin^2(\omega t)\, \hat{e}_\varphi$
- C $\frac{1}{2}\epsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t)\, \hat{e}_\varphi$
- D $\frac{1}{2}\epsilon_0 E_0^2 \sin^2(\omega t)\, \hat{e}_z$
- E 0

Questão 31 [em8a] Em uma região do espaço, há um campo elétrico $\vec{E} = E_0 \hat{x}$ e um campo magnético $\vec{B} = B_0 \hat{z}$ (com $E_0 > 0$ e $B_0 > 0$). Nessa mesma região, há ainda uma partícula massiva de carga elétrica positiva. Além disso, sabe-se que o vetor velocidade dessa partícula está contido no plano xy. Dentre as trajetórias ilustradas abaixo, indique aquelas que representam possíveis trajetórias da partícula.



- ■ 1 e 2
- B 1 e 4
- C 2 e 3
- D 3 e 4
- E 5 e 6

Questão 32 [em8b] Em uma região do espaço, há um campo elétrico $\vec{E} = E_0 \hat{y}$ e um campo magnético $\vec{B} = B_0 \hat{z}$ (com $E_0 > 0$ e $B_0 > 0$). Nessa mesma região, há ainda uma partícula massiva de carga elétrica positiva. Além disso, sabe-se que o vetor velocidade dessa partícula está contido no plano xy. Dentre as trajetórias ilustradas abaixo, indique aquelas que representam possíveis trajetórias da partícula.



■ 3 e 4

[B] 1 e 2

[C] 5 e 6

[D] 1 e 4

[E] 2 e 3

Questão 33 [te1a]
Os equipamentos médicos de ressonância magnética empregam como fonte de campo magnético bobinas construídas com uma liga Nb-Ti em seu estado supercondutor. Para atingir esse estado, elas operam em temperaturas tão baixas quanto a do hélio líquido. Quantos litros de hélio líquido são evaporados para resfriar uma bobina de 5,0 kg em temperatura ambiente de 31°C até a temperatura de operação de aproximadamente 4,0 K, que é praticamente sua temperatura de ebulição?

Dados:
calor específico do Nb-Ti: 400 J/kg °C;
calor latente de vaporização do hélio: $2{,}00 \times 10^4$ J/kg;
densidade do hélio líquido 125 kg/m^3

■ 240 litros.

[B] 0,24 litros.

[C] 21,6 litros.

[D] 2,16 litros.

[E] 600 litros.

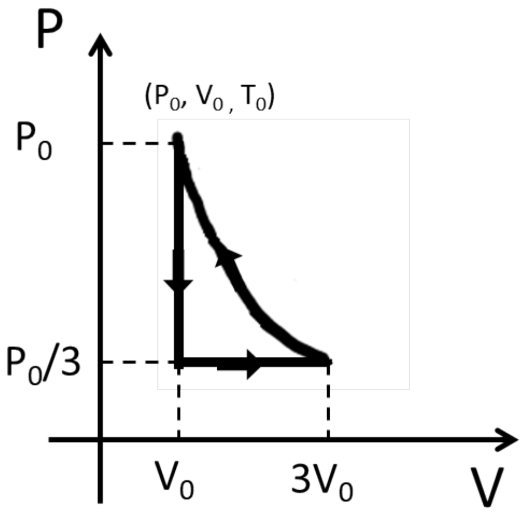
Questão 34 [te1b]
Os equipamentos médicos de ressonância magnética empregam como fonte de campo magnético bobinas construídas com uma liga Nb-Ti em seu estado supercondutor. Para atingir esse estado, elas operam em temperaturas tão baixas quanto a do hélio líquido. O processo de resfriamento de uma bobina em temperatura ambiente de 31°C até a temperatura de operação de aproximadamente 4,0 K, que é praticamente a temperatura de ebulição do hélio líquido, demandou 240 litros de hélio. Qual é a massa da bobina?

Dados:
calor específico do Nb-Ti: 400 J/kg °C;
calor latente de vaporização do hélio: $2{,}00 \times 10^4$ J/kg;
densidade do hélio líquido 125 kg/m^3

■ 5,0 kg.
[B] 5.000 kg.
[C] 0,45 kg.
[D] 0,05 kg.
[E] 12,5 kg.

Questão 35 [te2a]
Considere um refrigerador baseado em um gás ideal monoatômico que opera de acordo com o seguinte ciclo termodinâmico:

- a partir das condições iniciais P_0, V_0 e T_0, o gás sofre um processo isocórico que reduz sua pressão para $P_0/3$;
- o gás passa então por um processo de expansâo isobárica até que seu volume seja triplicado;
- finalmente, o gás é comprimido isotermicamente até o ponto inicial.

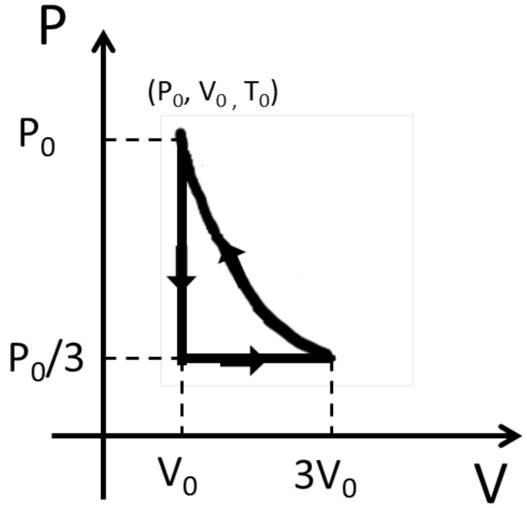


Em termos da primeira lei da termodinâmica, é correto afirmar que, ao longo do ciclo, o refrigerador transfere calor (positivo) para o ambiente externo (reservatório quente):

■ nos processos isotérmico e isocórico.
[B] nos processos isobárico e isocórico.
[C] apenas no processo isotérmico.
[D] apenas no processo isobárico.
[E] nos processos isobárico e isotérmico.

Questão 36 [te2b]
Considere um refrigerador baseado em um gás ideal monoatômico que opera de acordo com o seguinte ciclo termodinâmico:

- a partir das condições iniciais P_0, V_0 e T_0, o gás sofre um processo isocórico que reduz sua pressão para $P_0/3$;
- o gás passa então por um processo de expansão isobárica até que seu volume seja triplicado;
- finalmente, o gás é comprimido isotermicamente até o ponto inicial.



Em termos da primeira lei da termodinâmica, é correto afirmar que, ao longo do ciclo, o refrigerador absorve calor (positivo) do ambiente interno (reservatório frio):

■ apenas no processo isobárico.
[B] nos processos isobárico e isocórico.
[C] apenas no processo isotérmico.
[D] nos processos isotérmico e isocórico.
[E] nos processos isobárico e isotérmico.

Questão 37 [te3a]
Considere um bloco de densidade ρ e volume V_0 que, sofrendo uma variação de temperatura $\Delta T > 0$, dilata-se termicamente a uma pressão ambiente P constante. Se γ é o coeficiente de dilatação volumétrica do material constituinte do bloco e c_B é seu calor específico, o módulo da razão entre o trabalho efetuado na expansão do sólido e o calor absorvido é:

■ $\dfrac{\gamma P}{\rho c_B}$.
[B] $\dfrac{\rho c_B}{\gamma P}$.
[C] $\dfrac{\gamma \rho c_B}{3}$.
[D] $\dfrac{\gamma P \rho}{c_B \Delta T}$.
[E] $\dfrac{\gamma P}{\rho c_B \Delta T}$.

Questão 38 [te3b]
Considere um bloco de densidade ρ e volume V_0 que, sofrendo uma variação de temperatura $\Delta T > 0$, dilata-se termicamente a uma pressão ambiente P constante. Se γ é o coeficiente de dilatação volumétrica do material constituinte do bloco e c_B seu calor específico, o módulo da razão entre o calor absorvido e o trabalho efetuado na expansão do sólido é:

■ $\dfrac{\rho c_B}{\gamma P}$.

B $\dfrac{\gamma P}{\rho c_B}$.

C $\dfrac{\gamma \rho c_B}{3}$.

D $\dfrac{c_B \Delta T}{\gamma P \rho}$.

E $\dfrac{\rho c_B \Delta T}{\gamma P}$.

Questão 39 [te4a]
Um mol de gás monoatômico ideal inicialmente a pressão P_0 ocupa um volume V_0. Ele é aquecido a volume constante até um estado final de equilíibrio no qual sua pressão é $4P_0$. Denotando a constante universal dos gases por R, a variação na entropia do gás durante esse processo é:

■ $1{,}5R\ln(4)$.

B $2{,}5R\ln(2)$.

C $3{,}5R\ln(4)$.

D $4{,}0R$.

E $2{,}5R$.

Questão 40 [te4b]
Um mol de gás monoatômico ideal inicialmente a pressão P_0 ocupa um volume V_0. Ele é aquecido a volume constante até um estado final de equilíbrio no qual sua pressão é $2P_0$. Denotando a constante universal dos gases por R, a variação na entropia do gás durante esse processo é:

■ $1{,}5R\ln(2)$.

B $2{,}5R\ln(2)$.

C $3{,}5R\ln(4)$.

D $4{,}0R$.

E $1{,}5R$.

Questão 41 [fm1a] No referencial S, a partícula A está em repouso, enquanto a partícula B se move com velocidade $(3c/5{,}0{,}0)$. No referencial S', que se move com velocidade $(u{,}0{,}0)$ em relação ao referencial S, as partículas têm velocidades de mesma magnitude e direção, mas sentidos opostos. A velocidade relativa entre os referenciais é dada por

■ $u = c/3$

B $u = -c/3$

C $u = c$

D $u = 3c/10$

E $u = -3c/10$

Questão 42 [`fm1b`] No referencial S, a partícula A se move com velocidade $(4c/5{,}0{,}0)$, enquanto a partícula B está em repouso. No referencial S', que se move com velocidade $(u{,}0{,}0)$ em relação ao referencial S, as partículas têm velocidades de mesma magnitude e direção, mas sentidos opostos. A velocidade relativa entre os referenciais é dada por

- ■ $u = c/2$
- B $u = -c/2$
- C $u = c$
- D $u = 4c/10$
- E $u = -4c/10$

Questão 43 [`fm2a`] Um fóton de energia 50 keV colide com um elétron estacionário. Após a colisão, o fóton é espalhado no sentido oposto àquele do seu movimento antes da colisão. Adotando $h/mc = 2{,}4$ pm, sendo m a massa do elétron, o comprimento de onda do fóton espalhado é

- ■ 30 pm
- B 27 pm
- C 24 pm
- D 21 pm
- E 18 pm

Questão 44 [`fm2b`] Um fóton de energia 60 keV colide com um elétron estacionário. Após a colisão, o fóton é espalhado no sentido oposto àquele do seu movimento antes da colisão. Adotando $h/mc = 2{,}4$ pm, sendo m a massa do elétron, o comprimento de onda do fóton espalhado é

- ■ 25 pm
- B 28 pm
- C 22 pm
- D 31 pm
- E 19 pm

Questão 45 [`fm3a`] Uma estrela tem raio $R = 2R_S$, onde R_S é o raio do Sol. Se a potência emitida pela estrela é igual à potência emitida pelo Sol, qual a temperatura da estrela? Expresse a resposta em função da temperatura do Sol, T_S.

- ■ $T = \dfrac{T_S}{\sqrt{2}}$
- B $T = \sqrt{2}T_S$
- C $T = \dfrac{T_S}{4}$
- D $T = 4T_S$
- E $T = T_S$

Questão 46 [fm3b] Uma estrela tem temperatura $T = 2T_S$, onde T_S é a temperatura do Sol. Se a potência emitida pela estrela é igual à potência emitida pelo Sol, qual o raio da estrela? Expresse a resposta em função do raio do Sol, R_S.

■ $R = \dfrac{R_S}{4}$
B $R = 4R_S$
C $R = \dfrac{R_S}{\sqrt{2}}$
D $R = \sqrt{2}R_S$
E $R = R_S$

Questão 47 [fm4a] O tempo de vida de um estado excitado de um átomo é $3{,}29 \times 10^{-3}$ s. Qual a incerteza mínima na energia desse estado?

■ $1{,}00 \times 10^{-13}$ eV
B $4{,}00 \times 10^{-14}$ eV
C $6{,}28 \times 10^{-12}$ eV
D $3{,}14 \times 10^{-15}$ eV
E $5{,}00 \times 10^{-11}$ eV

Questão 48 [fm4b] O tempo de vida de um estado excitado de um átomo é $13{,}2 \times 10^{-3}$ s. Qual a incerteza mínima na energia desse estado?

■ $0{,}25 \times 10^{-13}$ eV
B $2{,}00 \times 10^{-14}$ eV
C $1{,}57 \times 10^{-12}$ eV
D $0{,}79 \times 10^{-15}$ eV
E $0{,}13 \times 10^{-11}$ eV

Questão 49 [fm5a]
Uma nave se move com velocidade $3c/5$ em relação a um eixo x fixo à Terra. Quando a nave passa por $x = 0$, a leitura de um cronômetro na nave marca zero. Qual a leitura do cronômetro quando a nave estiver em $x = 18000$ km?

■ 80 ms
B 45 ms
C 75 ms
D 100 ms
E 60 ms

Questão 50 [fm5b]
Uma nave se move com velocidade $4c/5$ em relação a um eixo x fixo à Terra. Quando a nave passa por $x = 0$, a leitura de um cronômetro na nave marca zero. Qual a leitura do cronômetro quando a nave estiver em $x = 18000$ km?

■ 45 ms
B 80 ms
C 75 ms
D 100 ms
E 60 ms

Questão 51 [fm6a]
Um corpo de massa M encontra-se em repouso no referencial do laboratório quando sofre uma explosão. Após explodir, ele se divide em duas partes idênticas, cada uma com massa de 3,0 kg, que se movem com velocidade de módulo $v = 4c/5$. Qual o valor de M?

■ 10 kg
B 20 kg
C 16 kg
D 13 kg
E 3,6 kg

Questão 52 [fm6b]
Um corpo de massa M encontra-se em repouso no referencial do laboratório quando sofre uma explosão. Após explodir, ele se divide em duas partes idênticas, cada uma com massa de 8,0 kg, que se movem com velocidade de módulo $v = 3c/5$. Qual o valor de M?

■ 20 kg
B 10 kg
C 16 kg
D 13 kg
E 3,6 kg

Questão 53 [fm7a]
Quando um poço de potencial infinito contém apenas 1 elétron, suas autoenergias são E_n, com $n = 1,2,3,\ldots$ e $E_1 < E_2 < E_3 < \ldots$, enquanto suas respectivas autofunções são $\psi_n(x)$. Vamos analisar um sistema de 2 elétrons não interagentes nesse mesmo poço. Denotando como x_1 e x_2 as coordenadas espaciais do sistema de 2 elétrons, considere as afirmações abaixo.

I. A parte espacial da função de onda do sistema no estado fundamental é $\psi_1(x_1)\psi_1(x_2)$.

II. A parte espacial da função de onda do sistema no 1º estado excitado *não* pode ser $\psi_1(x_1)\psi_2(x_2)$.

III. A parte espacial da função de onda do sistema no 1º estado excitado pode ser

$$\frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_1(x_1)\psi_2(x_2) + \psi_2(x_1)\psi_1(x_2)].$$

Apenas estão corretas as afirmações

■ I, II e III
B I e II
C I e III
D II
E III

Questão 54 [fm7b]
Quando um poço de potencial infinito contém apenas 1 elétron, suas autoenergias são E_n, com $n = 1,2,3,\ldots$ e $E_1 < E_2 < E_3 < \ldots$, enquanto suas respectivas autofunções são $\psi_n(x)$. Vamos analisar um sistema de 2 elétrons não interagentes neste mesmo poço. Denotando como x_1 e x_2 as coordenadas espaciais do sistema de 2 elétrons, considere as afirmações abaixo.

I. A parte espacial da função de onda do sistema no estado fundamental é $\psi_1(x_1)\psi_1(x_2)$.

II. A parte espacial da função de onda do sistema no 1º estado excitado pode ser $\psi_1(x_1)\psi_2(x_2)$.

III. A parte espacial da função de onda do sistema no 1º estado excitado pode ser

$$\frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_1(x_1)\psi_2(x_2) + \psi_2(x_1)\psi_1(x_2)].$$

Apenas estão corretas as afirmações

■ I e III
[B] I e II
[C] I, II e III
[D] II
[E] III

Questão 55 [8a]
Sobre experimentos do tipo Stern-Gerlach, feitos com campos magnéticos tipicamente acessíveis em laboratório, considere as afirmações abaixo.

I. Se usarmos um feixe de átomos de hidrogênio no estado fundamental, o feixe se divide em 2 feixes após atravessar a região com campo magnético.

II. Se usarmos um feixe de átomos de hélio no estado fundamental, o feixe se divide em 4 feixes após atravessar a região com campo magnético.

III. Se usarmos um feixe de átomos cujo valor esperado do quadrado do momento angular total $\mathbf{J}$ dos elétrons é $\langle J^2 \rangle = 15\hbar^2/4$, o feixe se divide em 4 feixes após atravessar a região com campo magnético.

Apenas estão corretas as afirmações

■ I e III
[B] I e II
[C] II
[D] I
[E] I, II e III

Questão 56 [fm8b]
Sobre experimentos do tipo Stern-Gerlach, feitos com campos magnéticos tipicamente acessíveis em laboratório, considere as afirmações abaixo.

I. Se usarmos um feixe de átomos de hidrogênio no estado fundamental, o feixe se divide em 2 feixes após atravessar a região com campo magnético.

II. Se usarmos um feixe de átomos de hélio no estado fundamental, o feixe se divide em 4 feixes após atravessar a região com campo magnético.

III. Se usarmos um feixe de átomos cujo valor esperado do quadrado do momento angular total **J** é $\langle J^2 \rangle = 15\hbar^2/4$, o feixe se divide em 2 feixes após atravessar a região com campo magnético.

Apenas estão corretas as afirmações

■ I
B I e II
C II
D I e III
E I, II e III

Questão 57 [mq1a] Suponha que átomos de momento angular orbital total nulo e spin total 1/2 sejam preparados em um mesmo estado de spin, dado por $|\psi\rangle = \cos\theta|+\rangle + \operatorname{sen}\theta|-\rangle$, onde $|+\rangle$ e $|-\rangle$ são autoestados do observável $\hat{S}_z$, associado à projeção do spin na direção z, com autovalores $+\hbar/2$ e $-\hbar/2$, respectivamente. A probabilidade de obtermos $\hbar/2$ em uma medição da componente do spin de um desses átomos na direção y logo após termos medido a componente na direção z é

■ $1/2$
B $\cos^2\theta$
C $\sin^2\theta$
D $1/2 + \sin\theta\cos\theta$
E 0

Questão 58 [mq1b] Suponha que átomos de momento angular orbital total nulo e spin total 1/2 sejam preparados em um mesmo estado de spin, dado por $|\psi\rangle = \cos\theta|+\rangle + \sin\theta|-\rangle$, onde $|+\rangle$ e $|-\rangle$ são autoestados do observável $\hat{S}_z$, associado à projeção do spin na direção z, com autovalores $+\hbar/2$ e $-\hbar/2$, respectivamente. A probabilidade de obtermos $\hbar/2$ em uma medição da componente do spin de um desses átomos na direção x logo após termos medido a componente na direção z é

■ $1/2$
B $\cos^2\theta$
C $\sin^2\theta$
D $1/2 + \sin\theta\cos\theta$
E 0

Questão 59 [mq2a] Considere uma partícula num poço de potencial quadrado infinito unidimensional, denotando-se por E_n os seus possíveis autovalores de energia e por ψ_n as correspondentes autofunções. Analise as três afirmações abaixo sobre esse sistema e escolha a alternativa correta.

I. Se o sistema é descrito pela função de onda ψ_1 no instante $t = 0$, então a *densidade de probabilidade* de encontrar a partícula em uma determinada posição não varia no tempo.

II. Se o sistema é descrito pela função de onda $\frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1 + \psi_2)$ no instante $t = 0$, então a *densidade de probabilidade* de encontrar a partícula em uma determinada posição varia no tempo.

III. A *densidade de probabilidade* de encontrar a partícula em uma determinada posição varia mais rapidamente no tempo se a função de onda em $t = 0$ for $\frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_2 + \psi_3)$ do que se ela for $\frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1 - \psi_4)$.

■ Apenas as afirmações I e II estão corretas
B Apenas a afirmação I está correta
C Apenas a afirmação II está correta
D Apenas a afirmação III está correta
E Apenas as afirmações II e III estão corretas

Questão 60 [mq2b] Considere uma partícula num poço de potencial quadrado infinito unidimensional, denotando-se por E_n os seus possíveis autovalores de energia e por ψ_n as correspondentes autofunções. Analise as três afirmações abaixo sobre esse sistema e escolha a alternativa correta.

I. Se o sistema é descrito pela função de onda ψ_1 no instante $t = 0$, então a *densidade de probabilidade* de encontrar a partícula em uma determinada posição varia no tempo.

II. Se o sistema é descrito pela função de onda $\frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1 + \psi_2)$ no instante $t = 0$, então a *densidade de probabilidade* de encontrar a partícula em uma determinada posição varia no tempo.

III. A *densidade de probabilidade* de encontrar a partícula em uma determinada posição varia mais rapidamente no tempo se a função de onda em $t = 0$ for $\frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1 - \psi_4)$ do que se ela for $\frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_2 + \psi_3)$.

■ Apenas as afirmações II e III estão corretas
B Apenas a afirmação I está correta
C Apenas a afirmação II está correta
D Apenas a afirmação III está correta
E Apenas as afirmações I e II estão corretas

Questão 61 [mq3a] Um sistema com momento angular $\hat{J}$ é descrito pelo Hamiltoniano

$$\hat{H} = \alpha(\hat{J}_x^2 + \hat{J}_y^2) + \beta\hat{J}_z^2,$$

onde $\hat{J}_x$, $\hat{J}_y$ e $\hat{J}_z$ são as componentes cartesianas do momento angular e α e β são constantes positivas, com $\beta > \alpha$. Na notação usual, o conjunto dos autoestados comuns a $\hat{J}^2$ e $\hat{J}_z$ é $\{|j{,}m\rangle\}$, com $j(j+1)\hbar^2$ e $m\hbar$ como autovalores, respectivamente. Analise as três afirmações abaixo sobre esse sistema e escolha a alternativa correta.

I. Os possíveis autovalores de energia do sistema são $\left[\alpha j\,(j+1) + (\beta - \alpha)\,m^2\right]\hbar^2$.

II. O valor médio de $\hat{J}_x$ no autoestado com maior energia é 0.

III. $\hat{J}_x$ e $\hat{J}_z$ são observáveis compatíveis.

■ Apenas as afirmações I e II estão corretas
B Apenas a afirmação I está correta
C Apenas a afirmação II está correta
D Apenas a afirmação III está correta
E Apenas as afirmações II e III estão corretas

Questão 62 [mq3b] Um sistema com momento angular $\hat{J}$ é descrito pelo Hamiltoniano

$$\hat{H} = \alpha(\hat{J}_x^2 + \hat{J}_y^2) + \beta\hat{J}_z^2,$$

onde $\hat{J}_x$, $\hat{J}_y$ e $\hat{J}_z$ são as componentes cartesianas do momento angular e α e β são constantes positivas, com $\beta > \alpha$. Na notação usual, o conjunto dos autoestados comuns a $\hat{J}^2$ e $\hat{J}_z$ é $\{|j{,}m\rangle\}$, com $j(j+1)\hbar^2$ e $m\hbar$ como autovalores, respectivamente. Analise as três afirmações abaixo sobre esse sistema e escolha a alternativa correta.

I. Os possíveis autovalores de energia do sistema são $\left[\alpha j\,(j+1) + (\beta - \alpha)\,m^2\right]\hbar^2$.

II. O valor médio de $\hat{J}_x$ em qualquer um dos autoestados $|j{,}m\rangle$ é 0.

III. $\hat{J}^2$ e $\hat{J}_z$ são observáveis compatíveis.

■ Todas as afirmações estão corretas
B Apenas a afirmação I está correta
C Apenas a afirmação II está correta
D Apenas a afirmação III está correta
E Apenas as afirmações I e III estão corretas

Questão 63 [mq4a] Considere um sistema físico cujo espaço de estados, tridimensional, tem como uma base ortonormal os kets $|u_1\rangle, |u_2\rangle, |u_3\rangle$. Nessa base, o operador Hamiltoniano $\hat{H}$ do sistema e dois observáveis $\hat{A}$ e $\hat{B}$ têm as representações matriciais

$$\hat{H} = \hbar\omega_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \hat{A} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{B} = b \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

sendo ω_0, a e b constantes reais. Suponha que, no instante $t = 0$, o sistema físico está no estado $|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|u_1\rangle + \frac{1}{2}|u_2\rangle + \frac{1}{2}|u_3\rangle$. Assinale a alternativa correta.

■ Os possíveis resultados de uma medição da energia no instante $t = 0$ são $\hbar\omega_0$ e $2\hbar\omega_0$, ambos com probabilidade $1/2$.

B Os possíveis resultados de uma medição da quantidade física associada ao observável $\hat{A}$ no instante $t = 0$ são a e $-a$, ambos com probabilidade $1/2$.

C Os possíveis resultados de uma medição da quantidade física associada ao observável $\hat{B}$ no instante $t = 0$ são b, com probabilidade $1/4$, e $-b$, com probabilidade $3/4$.

D Se nenhuma medição for feita, o estado do sistema em um tempo $t > 0$ será $|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\omega_0 t}|u_1\rangle + \frac{1}{2}e^{-i2\omega_0 t}|u_2\rangle + \frac{1}{2}e^{-i\omega_0 t}|u_3\rangle$.

E Se nenhuma medição for feita, o valor médio da energia do sistema em um tempo $t > 0$ pode ser diferente do valor médio em $t = 0$.

Questão 64 [mq4b] Considere um sistema físico cujo espaço de estados, tridimensional, tem como uma base ortonormal os kets $|u_1\rangle, |u_2\rangle, |u_3\rangle$. Nessa base, o operador Hamiltoniano $\hat{H}$ do sistema e dois observáveis $\hat{A}$ e $\hat{B}$ têm as representações matriciais

$$\hat{H} = \hbar\omega_0 \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{A} = a \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{B} = b \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

sendo ω_0, a e b constantes reais. Suponha que, no instante $t = 0$, o sistema está no estado $|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|u_1\rangle + \frac{1}{2}|u_2\rangle + \frac{1}{2}|u_3\rangle$. Assinale a alternativa correta.

■ Os possíveis resultados de uma medição da energia no instante $t = 0$ são $\hbar\omega_0$, com probabilidade $1/4$, e $2\hbar\omega_0$, com probabilidade $3/4$.

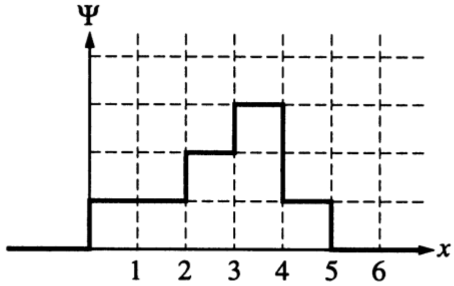
B Os possíveis resultados de uma medição da quantidade física associada ao observável $\hat{A}$ no instante $t = 0$ são a, com probabilidade $1/4$, e $-a$, com probabilidade $3/4$.

C Os possíveis resultados de uma medição da quantidade física associada ao observável $\hat{B}$ no instante $t = 0$ são b, com probabilidade $1/2$, e $-b$, com probabilidade $1/2$.

D Se nenhuma medição for feita, o estado do sistema em um tempo $t > 0$ será $|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\omega_0 t}|u_1\rangle + \frac{1}{2}e^{-i2\omega_0 t}|u_2\rangle + \frac{1}{2}e^{-2i\omega_0 t}|u_3\rangle$.

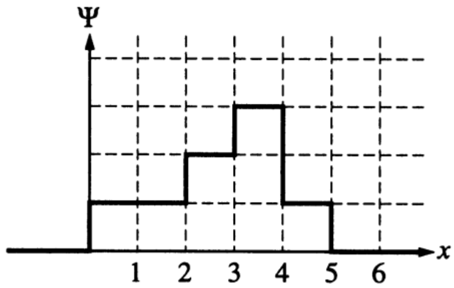
E Se nenhuma medição for feita, o valor médio da energia do sistema em um tempo $t > 0$ pode ser diferente do valor médio em $t = 0$.

Questão 65 [mq5a] A função de onda de uma partícula movendo-se em uma dimensão é mostrada no gráfico abaixo, sendo $\Psi = 0$ para $x \leq 0$ e $x \geq 5$, com x uma coordenada de posição medida em unidades arbitrárias e a função de onda dada em uma escala linear. Qual é a probabilidade de que a partícula seja encontrada no intervalo $2 \leq x \leq 4$?



■ 13/16
B 17/64
C 25/64
D 3/8
E $\sqrt{5/8}$

Questão 66 [mq5b] A função de onda de uma partícula movendo-se em uma dimensão é mostrada no gráfico abaixo, sendo $\Psi = 0$ para $x \leq 0$ e $x \geq 5$, com x uma coordenada de posição medida em unidades arbitrárias e a função de onda dada em uma escala linear. Qual é a probabilidade de que a partícula seja encontrada no intervalo $1 \leq x \leq 3$?



■ 5/16
B 13/64
C 9/64
D 5/8
E $\sqrt{3/8}$

Questão 67 [mq6a] A parte angular da função de onda de uma determinada partícula movendo-se em um potencial central é dada por

$$\psi(\theta,\varphi) = \frac{1}{\sqrt{15}}\left[3Y_{42}(\theta,\varphi) - Y_{62}(\theta,\varphi) + Y_{31}(\theta,\varphi) - 2Y_{10}(\theta,\varphi)\right],$$

em que $Y_{lm}(\theta,\varphi)$ são os harmônicos esféricos, θ e φ são os ângulos polar e azimutal, respectivamente, l é o número quântico correspondente ao módulo do momento angular e m o correspondente à projeção do momento angular ao longo do eixo z. A probabilidade de encontrarmos essa partícula em um estado com $m = 2$ é

■ $2/3$

B $3/5$

C $7/15$

D $1/3$

E 0

Questão 68 [mq6b] A parte angular da função de onda de uma determinada partícula movendo-se em um potencial central é dada por

$$\psi(\theta,\varphi) = \frac{1}{\sqrt{25}}\left[4Y_{42}(\theta,\varphi) - 2Y_{62}(\theta,\varphi) + Y_{31}(\theta,\varphi) - 2Y_{10}(\theta,\varphi)\right],$$

em que $Y_{lm}(\theta,\varphi)$ são os harmônicos esféricos, θ e φ são os ângulos polar e azimutal, respectivamente, l é o número quântico correspondente ao módulo do momento angular e m o correspondente à projeção do momento angular ao longo do eixo z. A probabilidade de encontrarmos essa partícula em um estado com $m = 2$ é

■ $4/5$

B $16/25$

C $12/25$

D $1/5$

E 0

Questão 69 [mq7a] O positrônio é um átomo exótico, que pode ser formado em condições especiais e tem curta duração, sendo constituído por um elétron e a sua antipartícula, o pósitron. Se definirmos a energia do estado fundamental do átomo de hidrogênio como $-E_0$, a energia do primeiro estado excitado do positrônio, $n = 2$, é

■ $-E_0/8$

B $-E_0$

C $-E_0/2$

D $-4E_0$

E $-8E_0$

Questão 70 [mq7b] O positrônio é um átomo exótico, que pode ser formado em condições especiais e tem curta duração, sendo constituído por um elétron e a sua antipartícula, o pósitron. Se definirmos a energia do estado fundamental do átomo de hidrogênio como $-E_0$, a energia do segundo estado excitado do positrônio, $n = 3$, é

■ $-E_0/18$

B $-E_0/3$

C $-E_0$

D $-9E_0$

E $-18E_0$

Questão 71 [mq8a] O hamiltoniano de um oscilador harmônico simples é dado por

$$\hat{H} = \left(a^\dagger a + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega,$$

em que ω é a frequência angular do oscilador. O operador a é dado por

$$a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\hat{x} - i\sqrt{\frac{1}{2m\omega\hbar}}\hat{p},$$

com $a^\dagger$ o seu conjugado hermitiano, sendo $\hat{x}$ o operador posição e $\hat{p}$ o operador momento. A ação do produto $a^\dagger a$ sobre um autoestado de energia $|n\rangle$ é dada por $a^\dagger a\,|n\rangle = n\,|n\rangle$. Supondo que no tempo $t = 0$ o sistema seja preparado no estado

$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + |1\rangle\right),$$

o valor esperado $\langle\hat{x}(t)\rangle \equiv \langle\psi(t)|\,\hat{x}\,|\psi(t)\rangle$ é

■ $\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}\cos(\omega t)$

B $\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}\sin(\omega t)$

C $\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}\cos\left(\frac{3}{2}\omega t\right)$

D $\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}\sin\left(\frac{3}{2}\omega t\right)$

E $2\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}\cos(\omega t)$

Questão 72 [mq8b] O hamiltoniano de um oscilador harmônico simples é dado por

$$\hat{H} = \left(a^\dagger a + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega,$$

em que ω é a frequência angular do oscilador. O operador a é dado por

$$a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\hat{x} - i\sqrt{\frac{1}{2m\omega\hbar}}\hat{p},$$

com $a^\dagger$ o seu conjugado hermitiano, sendo $\hat{x}$ o operador posição e $\hat{p}$ o operador momento. A ação do produto $a^\dagger a$ sobre um autoestado de energia $|n\rangle$ é dada por $a^\dagger a\,|n\rangle = n\,|n\rangle$. Supondo que no tempo $t = 0$ o sistema seja preparado no estado

$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + |1\rangle\right),$$

o valor esperado $\langle \hat{p}(t)\rangle \equiv \langle \psi(t)|\,\hat{p}\,|\psi(t)\rangle$ é

■ $-\sqrt{\frac{m\omega\hbar}{2}}\sin(\omega t)$

B $-\sqrt{\frac{m\omega\hbar}{2}}\cos(\omega t)$

C $-\sqrt{\frac{m\omega\hbar}{2}}\sin\left(\frac{3}{2}\omega t\right)$

D $-\sqrt{\frac{m\omega\hbar}{2}}\cos\left(\frac{3}{2}\omega t\right)$

E $-2\sqrt{\frac{m\omega\hbar}{2}}\sin(\omega t)$

Questão 73 [fe1a] Considere um sistema formado por N íons magnéticos localizados, em contato com um banho térmico a uma temperatura T ($\beta = 1/k_B T$). Cada íon pode assumir um dos valores possíveis de spin $S_z = 0$, $+1$ e -1, com energias 0, $\epsilon - \mu H$ e $\epsilon + \mu H$, respectivamente, sendo μ uma constante e H a intensidade do campo magnético. A expressão para a magnetização $m(T,H,\mu)$ por íon é dada por

■ $m(T,H,\mu) = \dfrac{2\mu\sinh(\beta\mu H)}{e^{\beta\epsilon} + 2\cosh(\beta\mu H)}$.

B $m(T,H,\mu) = \dfrac{2\mu\sinh(\beta\mu H)}{e^{\beta\epsilon} - 2\cosh(\beta\mu H)}$.

C $m(T,H,\mu) = \dfrac{2\mu\cosh(\beta\mu H)}{e^{\beta\epsilon} - 2\sinh(\beta\mu H)}$.

D $m(T,H,\mu) = \mu\tanh(\beta\mu H)$.

E $m(T,H,\mu) = \mu e^{-\beta\epsilon}\tanh(\beta\mu H)$.

Questão 74 [fe1b] Considere um sistema formado por N íons magnéticos localizados, em contato com um banho térmico a uma temperatura T ($\beta = 1/k_B T$). Cada íon pode assumir um dos valores possíveis de spin $S_z = 0$, $+1$ e -1, com energias 0, $\epsilon - \mu H$ e $\epsilon + \mu H$, respectivamente, sendo μ uma constante e H a intensidade do campo magnético. A expressão para a energia média $u(T,H,\mu)$ por íon é dada por

- ■ $u(T,H,\mu) = \dfrac{2e^{-\beta\epsilon}[\epsilon\cosh(\beta\mu H) - \mu H \sinh(\beta\mu H)]}{1 + 2e^{-\beta\epsilon}\cosh\beta\mu H}.$
- [B] $u(T,H,\mu) = \dfrac{2e^{-\beta\epsilon}[\epsilon\sinh(\beta\mu H) - \mu H \cosh(\beta\mu H)]}{1 + 2e^{-\beta\epsilon}\sinh\beta\mu H}.$
- [C] $u(T,H,\mu) = \dfrac{2\epsilon\cosh(\beta\mu H)}{e^{\beta\epsilon} + 2\cosh\beta\mu H}.$
- [D] $u(T,H,\mu) = \mu H \tanh(\beta\mu H).$
- [E] $u(T,H,\mu) = \mu H e^{-\beta\epsilon}\tanh(\beta\mu H).$

Questão 75 [fe2a] Considere uma partícula em contato com um reservatório térmico a uma temperatura T ($\beta = 1/k_B T$) e confinada em um certo potencial. Os níveis de energia permitidos para a partícula são discretos e dados por

$$E_n = \theta n^2, \qquad n = 1,2,3,...,$$

sendo $\theta > 0$ uma constante. A expressão para a energia média $u(\beta,\theta)$ da partícula no regime de baixas temperaturas, $\beta\theta \gg 1$, é aproximadamente dada por

- ■ $u(\beta,\theta) = \theta(1 + 3e^{-3\beta\theta})$.
- [B] $u(\beta,\theta) = \theta(1 - 3e^{-3\beta\theta})$.
- [C] $u(\beta,\theta) = \theta(1 + e^{-\beta\theta})$.
- [D] $u(\beta,\theta) = \theta(1 - e^{-\beta\theta})$.
- [E] $u(\beta,\theta) = 1/\beta$.

Questão 76 [fe2b] Considere uma partícula em contato com um reservatório térmico a uma temperatura T ($\beta = 1/k_B T$) e confinada em certo potencial. Os níveis de energia permitidos para a partícula são discretos e dados por

$$E_n = \theta n^3, \qquad n = 1,2,3,...,$$

sendo $\theta > 0$ uma constante. A expressão para a energia média $u(\beta,\theta)$ da partícula no regime de baixas temperaturas, $\beta\theta \gg 1$, é aproximadamente dada por

- ■ $u(\beta,\theta) = \theta(1 + 7e^{-7\beta\theta})$.
- [B] $u(\beta,\theta) = \theta(1 - 7e^{-7\beta\theta})$.
- [C] $u(\beta,\theta) = \theta(1 + e^{-\beta\theta})$.
- [D] $u(\beta,\theta) = \theta(1 - e^{-\beta\theta})$.
- [E] $u(\beta,\theta) = 1/\beta$.

Questão 77 [fe3a] Considere um gás formado por dois tipos de partículas clássicas, A e B, confinadas em um recipiente de volume V. As interações entre as partículas são desprezíveis. O sistema é composto por N_A partículas do tipo A e N_B partículas do tipo B, em contato com um reservatório térmico a uma temperatura T, sendo a hamiltoniana de cada partícula dada por

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2).$$

Com base no princípio da equipartição de energia, a energia média do sistema é dada por

■ $U = \frac{3}{2}(N_A + N_B)k_BT$.

[B] $U = \dfrac{3}{2}\dfrac{N_AN_B}{N_A + N_B}k_BT$.

[C] $U = \frac{3}{2}(N_A - N_B)k_BT$.

[D] $U = \dfrac{3}{2V}(N_A + N_B)k_BT$.

[E] $U = (N_A + N_B)k_BT$.

Questão 78 [fe3b] Considere um sistema formado por dois tipos de osciladores harmônicos clássicos, A e B. As interações entre osciladores são desprezíveis. O sistema, composto por N_A osciladores do tipo A e N_B osciladores do tipo B, está em contato com um reservatório térmico a uma temperatura T, sendo a hamiltoniana de cada oscilador dada por

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + \frac{m\omega_i^2}{2}(x^2 + y^2 + z^2),$$

com $\omega_i = \omega_A$ ou $\omega_i = \omega_B$ para os osciladores A ou B, respectivamente. Com base no princípio da equipartição de energia, a energia média do sistema é dada por

■ $U = 3(N_A + N_B)k_BT$.

[B] $U = 3\dfrac{N_AN_B}{N_A + N_B}k_BT$.

[C] $U = \frac{3}{2}(N_A - N_B)k_BT$.

[D] $U = (N_A + N_B)k_BT$.

[E] $U = \frac{1}{2}(N_A + N_B)k_BT$.

Questão 79 [fe4a] Considere um sistema formado por dois osciladores harmônicos quânticos, localizados e não interagentes, cada um vibrando com frequência ω, em contato com um reservatório térmico à temperatura T ($\beta = 1/k_BT$). A energia de cada oscilador é dada por

$$E_n = \hbar\omega n, \qquad n = 0,1,2,\ldots. \tag{1}$$

Se $x = e^{-\beta\hbar\omega}$, assinale a alternativa que corresponde à probabilidade de que a energia total (soma das energias dos dois osciladores) seja menor do que $4\hbar\omega$.

Dica: dado que os osciladores são não interagentes, a probabilidade de observar o sistema em uma configuração em que os osciladores harmônicos 1 e 2 são caracterizados pelos números quânticos n_1 e n_2 é $P_{n_1,n_2} = e^{-\beta(E_{n_1}+E_{n_2})}/\zeta^2$, sendo $\zeta = 1 + x + x^2 + ... = 1/(1-x)$.

■ $(1-x)^2(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)$.

[B] $(1-x)^2(1 + 2x + 3x^2)$.

[C] $(1-x)^2(1 + x + x^2 + x^3)$.

[D] $5x^4(1-x)^2$.

[E] $4x^3(1-x)^2$.

Questão 80 [`fe4b`] Considere um sistema formado por três osciladores harmônicos quânticos, localizados e não interagentes, cada um vibrando com frequência ω, em contato com um reservatório térmico à temperatura T ($\beta = 1/k_B T$). A energia de cada oscilador é dada por

$$E_n = \hbar\omega n, \qquad n = 0{,}1{,}2, \ldots. \tag{2}$$

Se $x = e^{-\beta\hbar\omega}$, assinale a alternativa que corresponde à probabilidade de que a energia total (soma das energias dos três osciladores) seja menor do que $3\hbar\omega$.

Dica: dado que os osciladores são não interagentes, a probabilidade de observar o sistema em uma configuração em que os osciladores harmônicos 1, 2 e 3 são caracterizados pelos números quânticos n_1, n_2 e n_3 é $P_{n_1,n_2,n_3} = e^{-\beta(E_{n_1}+E_{n_2}+E_{n_3})}/\zeta^3$, sendo $\zeta = 1 + x + x^2 + ... = 1/(1-x)$.

- ■ $(1-x)^3(1+3x+3x^2)$.
- B $(1-x)^3(1+x+x^2)$.
- C $(1-x)^3(1+2x+2x^2)$.
- D $3x(1-x)^3$.
- E $3x^2(1-x)^3$.

Folha de Respostas

12023EUF0367

Questão 1 : ■ B C D E
Questão 2 : ■ B C D E
Questão 3 : ■ B C D E
Questão 4 : ■ B C D E
Questão 5 : ■ B C D E
Questão 6 : ■ B C D E
Questão 7 : ■ B C D E
Questão 8 : ■ B C D E
Questão 9 : ■ B C D E
Questão 10 : ■ B C D E
Questão 11 : ■ B C D E
Questão 12 : ■ B C D E
Questão 13 : ■ B C D E
Questão 14 : ■ B C D E
Questão 15 : ■ B C D E
Questão 16 : ■ B C D E
Questão 17 : ■ B C D E
Questão 18 : ■ B C D E
Questão 19 : ■ B C D E
Questão 20 : ■ B C D E
Questão 21 : ■ B C D E
Questão 22 : ■ B C D E
Questão 23 : ■ B C D E
Questão 24 : ■ B C D E
Questão 25 : ■ B C D E
Questão 26 : ■ B C D E
Questão 27 : ■ B C D E
Questão 28 : ■ B C D E
Questão 29 : ■ B C D E
Questão 30 : ■ B C D E
Questão 31 : ■ B C D E
Questão 32 : ■ B C D E
Questão 33 : ■ B C D E
Questão 34 : ■ B C D E
Questão 35 : ■ B C D E
Questão 36 : ■ B C D E
Questão 37 : ■ B C D E
Questão 38 : ■ B C D E
Questão 39 : ■ B C D E
Questão 40 : ■ B C D E
Questão 41 : ■ B C D E
Questão 42 : ■ B C D E
Questão 43 : ■ B C D E
Questão 44 : ■ B C D E
Questão 45 : ■ B C D E
Questão 46 : ■ B C D E
Questão 47 : ■ B C D E
Questão 48 : ■ B C D E

Questão 49 : ■ B C D E

Questão 50 : ■ B C D E

Questão 51 : ■ B C D E

Questão 52 : ■ B C D E

Questão 53 : ■ B C D E

Questão 54 : ■ B C D E

Questão 55 : ■ B C D E

Questão 56 : ■ B C D E

Questão 57 : ■ B C D E

Questão 58 : ■ B C D E

Questão 59 : ■ B C D E

Questão 60 : ■ B C D E

Questão 61 : ■ B C D E

Questão 62 : ■ B C D E

Questão 63 : ■ B C D E

Questão 64 : ■ B C D E

Questão 65 : ■ B C D E

Questão 66 : ■ B C D E

Questão 67 : ■ B C D E

Questão 68 : ■ B C D E

Questão 69 : ■ B C D E

Questão 70 : ■ B C D E

Questão 71 : ■ B C D E

Questão 72 : ■ B C D E

Questão 73 : ■ B C D E

Questão 74 : ■ B C D E

Questão 75 : ■ B C D E

Questão 76 : ■ B C D E

Questão 77 : ■ B C D E

Questão 78 : ■ B C D E

Questão 79 : ■ B C D E

Questão 80 : ■ B C D E