Questão EM1A

.

Uma onda eletromagnética propaga-se em um meio homogêneo, linear e isotrópico com permissividade elétrica ϵ e permeabilidade magnética μ. Suponha que o meio é um bom condutor com condutividade elétrica σ e que dentro dele pode haver uma densidade de corrente livre não nula, mas a densidade de cargas livres é desprezível. Qual equação descreve o comportamento do campo elétrico $\mathbf{E}$?

- [x] a) $\nabla^2\mathbf{E} - \mu\sigma\,\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} - \mu\epsilon\,\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$
- [ ] b) $\nabla^2\mathbf{E} - \mu\epsilon\,\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$
- [ ] c) $\nabla^2\mathbf{E} - \mu\sigma\,\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} = 0$
- [ ] d) $\nabla^2\mathbf{E} + \mu\sigma\,\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} + \mu\epsilon\,\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$
- [ ] e) $\nabla^2\mathbf{E} + \mu\epsilon\,\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$

Questão EM2A

.

Uma casca esférica condutora e neutra, de raio interno a e raio externo b, possui, no seu interior, uma esfera de raio c uniformemente carregada com densidade volumétrica de carga $\rho > 0$. A esfera e a casca esférica são concêntricas, com $c < a$. Qual é o módulo do campo elétrico na região $c < r < a$?

- [x] a) $E(r) = \frac{\rho c^3}{3\epsilon_0 r^2}$
- [ ] b) $E(r) = \frac{\rho c^2}{3\epsilon_0 r}$
- [ ] c) $E(r) = \frac{\rho c^3}{2\pi\epsilon_0 r^2}$
- [ ] d) $E(r) = \frac{\rho c^2}{2\pi\epsilon_0 r}$
- [ ] e) $E(r) = \frac{\rho (c-a)^3}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

Questão EM3A

.

Uma espira circular de raio $r(t)$ é atravessada perpendicularmente por um campo magnético $\mathbf{B}$ constante. O raio $r(t)$ da espira diminui com o tempo t na forma $r(t) = r_0 e^{-t/t_0}$, onde r_0 e t_0 são constantes positivas. Qual é a força eletromotriz $\mathcal{E}$ induzida na espira?

- [x] a) $\mathcal{E} = 2B\pi \frac{r_0^2}{t_0} e^{-2t/t_0}$
- [ ] b) $\mathcal{E} = B\pi \frac{r_0^2}{t_0} e^{-t/t_0}$
- [ ] c) $\mathcal{E} = 4B\pi \frac{r_0^2}{t_0} e^{-t/t_0}$
- [ ] d) $\mathcal{E} = 4B \frac{r_0^2}{t_0} e^{-t/t_0}$
- [ ] e) $\mathcal{E} = 4B \frac{r_0^2}{t_0} e^{-2t/t_0}$

Questão EM4A

.

O potencial elétrico gerado por uma determinada distribuição de cargas é dado por

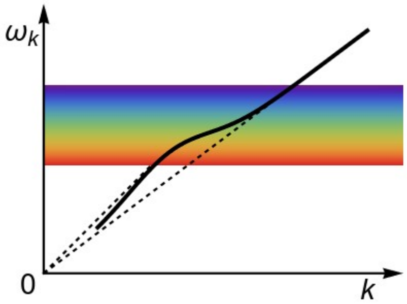
$$V(r) = \alpha \frac{e^{-\lambda r}}{r}$$

onde α e λ são constantes. Qual é o campo elétrico $\mathbf{E}$ correspondente?

- [x] a) $\mathbf{E}(r) = \alpha e^{-\lambda r} \left(1 + \lambda r\right) \frac{\hat{r}}{r^2}$
- [ ] b) $\mathbf{E}(r) = \alpha e^{-\lambda r} \left(1 + 2\lambda r\right) \frac{\hat{r}}{r^2}$
- [ ] c) $\mathbf{E}(r) = \alpha e^{-2\lambda r} \left(1 + \lambda r\right) \frac{\hat{r}}{r^2}$
- [ ] d) $\mathbf{E}(r) = \alpha e^{-2\lambda r} \left(1 + 2\lambda r\right) \frac{\hat{r}}{r^2}$
- [ ] e) $\mathbf{E}(r) = \alpha e^{-\lambda r} \left(1 + 3\lambda r\right) \frac{\hat{r}}{r^2}$

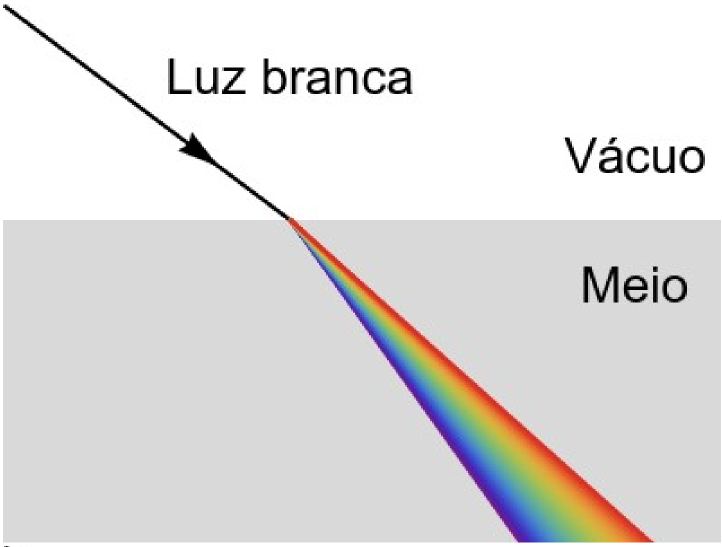
Questão EM5A

O gráfico abaixo (linha preta contínua) ilustra a relação de dispersão de ondas eletromagnéticas propagantes em um meio transparente. A banda espectral correspondente à luz visível está designada pela faixa de arco-íris, e as retas tracejadas são apenas para ajudar a visualização.

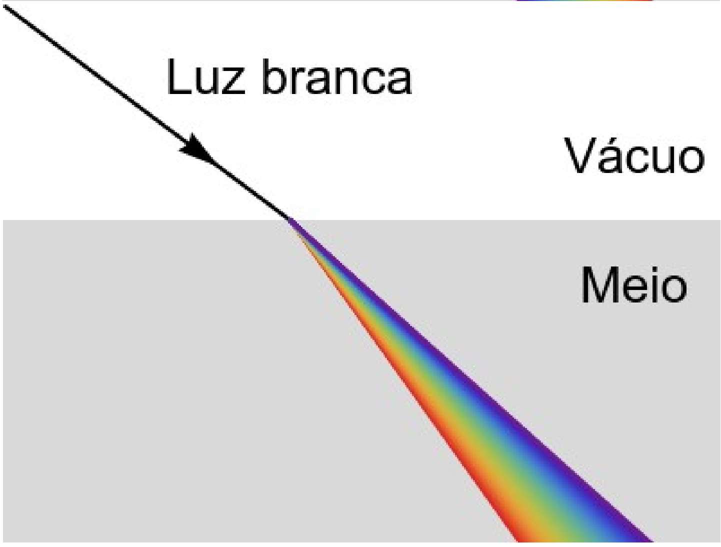


Luz branca incide obliquamente sobre esse meio a partir do vácuo e se dispersa. Assinale a alternativa que representa esquematicamente o padrão de refração verdadeiro.

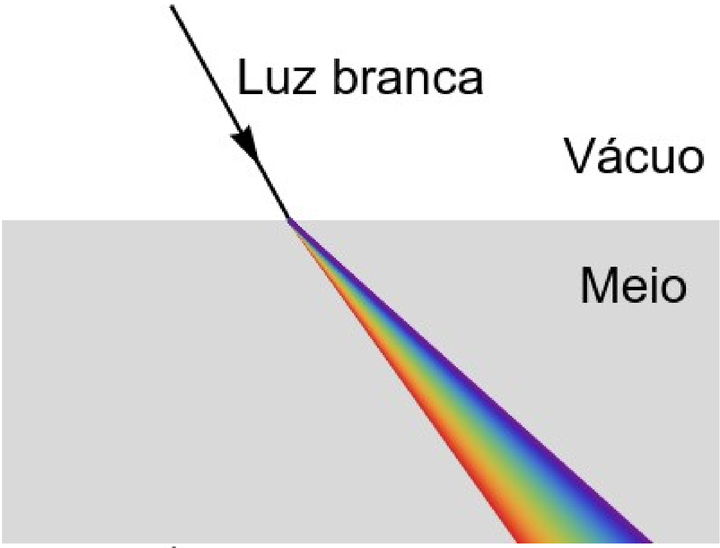
- [x] a)



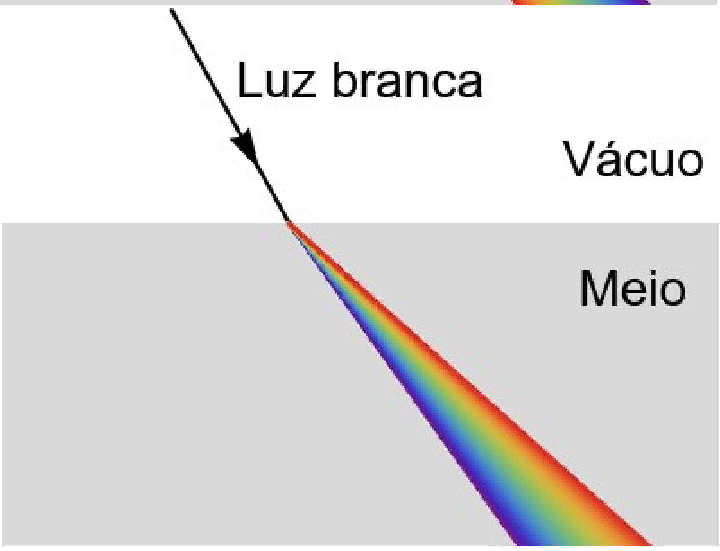
- [ ] b)



☐ c)



☐ d)



☐ e) Não há informações suficientes para responder essa questão.

Questão EM6A

Duas esferas condutoras de raios R_A e $R_B < R_A$ distam de $d \gg R_A$ mas estão em contato elétrico por um fio condutor muito fino.

Se E_A é a magnitude do campo elétrico imediatamente fora da superfície da esfera de raio R_A, a magnitude do campo elétrico imediatamente fora da outra esfera é

- [x] a) $(R_A/R_B)\ E_A$
- [ ] b) $(R_B/R_A)^2\ E_A$
- [ ] c) $(R_A\ R_B)^{1/2}\ E_A\ /\ d$
- [ ] d) $(1 + \ln R_B/R_A)\ E_A$
- [ ] e) $(R_B/R_A)\ E_A$

Questão EM7A

Uma partícula de densidade ρ perfeitamente esférica de raio *r* dista de *d* de
uma estrela de massa *M* e raio *R* cuja potência radiativa é *P*.
Se *G* é a constante universal da gravitação e *c* é a velocidade da luz no vácuo, qual é o raio *r* dessa partícula para que a atração gravitacional seja igual à força devido à pressão de radiação? Assuma que a partícula absorve perfeitamente a radiação incidente e que $d \gg R$.

- [x] a) $3P/(16\pi GM\rho c)$
- [ ] b) $3P/(8\pi GM\rho c)$
- [ ] c) $3P/(16\pi GM\rho cd)$
- [ ] d) $3P/(8\pi GM\rho cd)$
- [ ] e) $3P/(4\pi GM\rho c)$

Questão EM8A

Uma onda eletromagnética cujo campo elétrico é Re[$E_0(\hat{x}+i\hat{y})e^{i(kz-\omega t)}$] propaga-se no vácuo quando incide normalmente sobre um polarizador ideal muito fino cujo plano se encontra em z=0 e cujo eixo de polarização é cosθ $\hat{x}$ + sinθ $\hat{y}$.

Se I_0 e I são as respectivas intensidades médias da onda eletromagnética antes e depois de atravessar o polarizador, qual é o valor da razão I/I_0?

- [x] a) 1/2
- [ ] b) 1
- [ ] c) 1/4
- [ ] d) $\cos^2(\theta-\pi/4)$
- [ ] e) $\cos^2(\theta+\pi/4)$

Questão FE1A

O hidrogênio gasoso pode existir em dois conjuntos de estados ligeiramente distintos, chamados orto- e para-hidrogênio. Sua energia rotacional é dada por $\varepsilon_J = \hbar^2 J(J+1)/(2I)$, onde I é um momento de inércia. Os estados do orto-hidrogênio têm degenerescência 3 e J pode assumir apenas os valores pares $0, 2, 4, \ldots$, enquanto no caso do para-hidrogênio os estados têm degenerescência 1 e J assume apenas valores inteiros ímpares, $1, 3, 5, \ldots$. Os graus de liberdade não rotacionais são os mesmos para os dois conjuntos. No equilíbrio a uma temperatura T, qual é a razão entre as populações $P_{1\mathrm{exc}}$ de moléculas de hidrogênio no primeiro estado excitado e P_{fund} no estado fundamental?

.

- [x] a) $\dfrac{P_{1\mathrm{exc}}}{P_{\mathrm{fund}}} = \dfrac{1}{3}\exp\left(-\dfrac{\hbar^2}{Ik_BT}\right)$
- [ ] b) $\dfrac{P_{1\mathrm{exc}}}{P_{\mathrm{fund}}} = 3\exp\left(\dfrac{\hbar^2}{Ik_BT}\right)$
- [ ] c) $\dfrac{P_{1\mathrm{exc}}}{P_{\mathrm{fund}}} = \exp\left(-\dfrac{3\hbar^2}{Ik_BT}\right)$
- [ ] d) $\dfrac{P_{1\mathrm{exc}}}{P_{\mathrm{fund}}} = \exp\left(\dfrac{3\hbar^2}{Ik_BT}\right)$
- [ ] e) $\dfrac{P_{1\mathrm{exc}}}{P_{\mathrm{fund}}} = 1$

Questão FE2A

Um "gás de rede" interagente, em que um certo volume é discretizado em V células que podem ser ocupadas por partículas, tem sua grande função de partição dada por $\Xi=(1+z+z^2e^{-\beta\delta})^V$, em que $\beta^{-1}=k_BT$, δ é uma energia característica e $z=e^{\beta\mu}$ é a fugacidade, sendo T a temperatura e μ o potencial químico. Calcule o número médio <*N*> de partículas no sistema em função de V, δ, T e z.

.

- [x] a) $\langle N\rangle = \frac{z\left(1+2ze^{-\beta\delta}\right)}{1+z+z^2e^{-\beta\delta}}V$
- [ ] b) $\langle N\rangle = \frac{z\left(1+e^{-\beta\delta}+2ze^{-2\beta\delta}\right)}{1+ze^{-\beta\delta}+z^2e^{-2\beta\delta}}V$
- [ ] c) $\langle N\rangle = \frac{1+2ze^{-\beta\delta}}{1+z+z^2e^{-\beta\delta}}V$
- [ ] d) $\langle N\rangle = \frac{1+e^{-\beta\delta}+2ze^{-2\beta\delta}}{1+ze^{-\beta\delta}+z^2e^{-2\beta\delta}}V$
- [ ] e) $\langle N\rangle = \frac{ze^{-\beta\delta}}{1+ze^{-\beta\delta}}V$

Questão FE3A

Certas bactérias marinhas podem explorar seu entorno por meio de um processo em duas etapas. Elas deslocam-se em linha reta, com velocidades da ordem de 100 µm/s, durante cerca de 100 ms, e em seguida reorientam-se aleatoriamente em um curto período de tempo, repetindo o processo.

Indique, entre as opções abaixo, a ordem de grandeza do volume de água que uma dessas bactérias pode explorar em $\Delta t = 10$ minutos. Dica: modele o movimento de uma bactéria como uma caminhada aleatória em 3 dimensões com passos descorrelacionados, e pense sobre qual é o comprimento de cada passo e sobre quantos "passos" a bactéria dará durante o tempo Δt.

- [ ] a) $V \sim 10^{-3}$ m^3
- [ ] b) $V \sim 10^{-6}$ m^3
- [ ] c) $V \sim 10^{0}$ m^3
- [x] d) $V \sim 10^{-9}$ m^3
- [ ] e) $V \sim 10^{-12}$ m^3

Questão FE4A

Em altas temperaturas, os átomos de um cristal podem ser excitados, deixando suas posições regulares na rede cristalina e ocupando posições intersticiais. Suponha que para um certo cristal haja um custo de energia $\varepsilon > 0$ quando um átomo ocupa uma posição intersticial, de modo que, quando *n* interstícios são criados, a energia total seja $E = n\varepsilon$. Para um cristal que contém N sítios e N possíveis posições intersticiais, o número de formas para que n átomos sejam excitados, ocupando posições intersticiais, é $\Omega(N,n) = \{N!/[n!(N-n)!]\}^2$. Calcule a temperatura do sistema como função da energia total E e do número de sítios N, supondo que tanto n quanto N sejam muito maiores do que 1. Dica: utilize a aproximação de Stirling, $\ln x! \approx x \ln x - x$.

Indique a alternativa correta.

- [x] a) $T = \dfrac{\varepsilon}{2k_B} \dfrac{1}{\ln(N\varepsilon/E - 1)}$
- [ ] b) $T = \dfrac{\varepsilon}{2k_B} \dfrac{1}{\ln(N\varepsilon/E + 1)}$
- [ ] c) $T = \dfrac{\varepsilon}{k_B} \dfrac{1}{\ln(N\varepsilon/E - 1)}$
- [ ] d) $T = \dfrac{\varepsilon}{k_B} \dfrac{1}{\ln(N\varepsilon/E + 1)}$
- [ ] e) $T = \dfrac{E}{k_B}$

Questão FM1A

Uma partícula se move com velocidade constante. Sua energia cinética é igual a 1/4 de sua energia de repouso. Qual é o módulo da velocidade da partícula? Expresse o resultado em termos da velocidade da luz, *c*.

- [ ] a) 0,50*c*
- [x] b) 0,60*c*
- [ ] c) 0,67*c*
- [ ] d) 0,71*c*
- [ ] e) 0,80*c*

Questão FM2A

Uma astronauta a bordo de uma nave viaja com velocidade constante em relação à Terra. A astronauta mede a frequência de seus batimentos cardíacos, obtendo f_0 batimentos por minuto. A frequência dos batimentos da astronauta em relação a um observador em repouso na Terra é $f = (4/5)f_0$. Qual é a velocidade da nave em relação à Terra? Expresse o resultado em termos da velocidade da luz, *c*.

- [ ] a) 0,20*c*
- [ ] b) 0,50*c*
- [x] c) 0,60*c*
- [ ] d) 0,70*c*
- [ ] e) 0,90*c*

Questão FM3A

O cátion de hélio (He^+) é um átomo composto por um elétron e um núcleo com número atômico Z = 2. Admita que um átomo de He^+ emita um fóton ao decair do nível de energia n = 2 para o nível n = 1, e que o fóton emitido seja absorvido por um átomo de hidrogênio (H) no nível de energia n = 1. O que ocorre com o átomo de H? (Utilize o modelo de Bohr para estimar as energias dos níveis eletrônicos dos átomos de He^+ e H.)

- [ ] a) O átomo de H sofre excitação para o nível de energia n = 2.
- [ ] b) O átomo de H sofre excitação para o nível de energia n = 4.
- [ ] c) O elétron do átomo de H é ejetado com energia cinética praticamente nula.
- [ ] d) O elétron do átomo de H é ejetado com 6,8 eV de energia cinética.
- [x] e) O elétron do átomo de H é ejetado com 27,2 eV de energia cinética.

Questão FM4A

Um fóton com energia de 496 keV sofre espalhamento Compton, sendo $0,50 \times 10^{-3}$ nm o desvio em seu comprimento de onda. Qual a energia cinética final do elétron envolvido na colisão?

- [ ] a) 0,30 keV
- [x] b) 83 keV
- [ ] c) 99 keV
- [ ] d) 124 keV
- [ ] e) 496 keV

Questão FM5A

O tempo de vida de um estado excitado do átomo de hidrogênio é cerca de 10 ns.

Considerando o modelo de Bohr, com o raio de Bohr a_B = 0,5 Å, o número de revoluções que o elétron executa ao redor do núcleo neste intervalo de tempo, quando seu número quântico principal é n=2, é da ordem de:

- [x] a) 10^7.
- [ ] b) 10^3.
- [ ] c) 10^9.
- [ ] d) 10^{11}.
- [ ] e) 10^5.

Questão FM6A

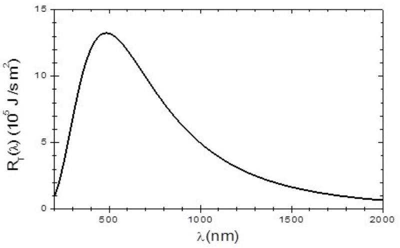
Prótons e nêutrons encontram-se confinados em um núcleo atômico cuja dimensão é aproximadamente 10^{-15} m.

Uma boa estimativa para suas energias cinéticas é:

- [x] a) 20 MeV.
- [ ] b) 30 GeV.
- [ ] c) 1,0 MeV.
- [ ] d) 50 keV.
- [ ] e) 10 eV.

Questão FM7A

A radiância espectral de um corpo negro a uma temperatura T é mostrada abaixo. Ela exibe um máximo em um certo comprimento de onda.



Considere agora um outro corpo negro cuja potência irradiada por unidade de área de sua superfície é 16 vezes maior que a do corpo negro acima. O máximo de sua radiância espectral ocorre aproximadamente em:

- [x] a) 250 nm.
- [ ] b) 500 nm.
- [ ] c) 1000 nm.
- [ ] d) 2000 nm.
- [ ] e) 8000 nm.

Questão FM8A

O emprego de técnicas de difração permite a identificação da fase cristalina e dos parâmetros de rede de materiais sólidos cristalinos. Suponha que, em um dado material, a difração de Bragg de primeira ordem para espalhamento de fótons com energia *E* ocorra em um ângulo θ_F entre a direção de incidência e certos planos cristalinos. No mesmo material e para os mesmos planos cristalinos, a difração de primeira ordem para o espalhamento de partículas de massa *m* e mesma energia *E* ocorre em um ângulo θ_P.

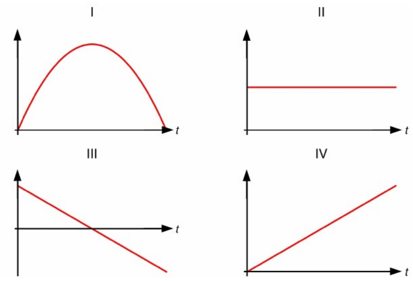
A razão $\dfrac{sen\ \theta_F}{sen\ \theta_P}$ é:

.

- [x] a) $\sqrt{\dfrac{2mc^2}{E}}$
- [ ] b) $\sqrt{\dfrac{mc^2}{E}}$
- [ ] c) $\sqrt{\dfrac{E}{2mc^2}}$
- [ ] d) $\sqrt{\dfrac{E}{3mc^2}}$
- [ ] e) $\sqrt{\dfrac{E}{mc^2}}$

Questão MC1A

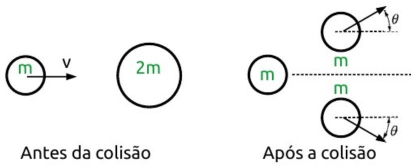
Uma pedra é arremessada, a partir do solo, na direção horizontal $x > 0$. O ângulo de lançamento é de 45º com o eixo horizontal x. O eixo y aponta verticalmente para cima. Se desprezarmos a resistência do ar, quais das curvas de velocidade como função do tempo mostradas abaixo melhor representam $v_x(t)$ versus t e $v_y(t)$ versus t, respectivamente?



- [x] a) II e III
- [ ] b) IV e I
- [ ] c) II e IV
- [ ] d) II e I
- [ ] e) IV e III

Questão MC2A

Uma partícula de massa *m* move-se ao longo do eixo-*x* com velocidade *v* no momento em que ela colide com uma outra partícula de massa *2m* inicialmente em repouso. Após a colisão, a partícula de massa *m* fica em repouso e a partícula de massa *2m* divide-se em dois pedaços de massas iguais a *m*, que se movem com velocidades que fazem um mesmo ângulo $\theta > 0$ com relação ao eixo-*x*, conforme a figura abaixo. Qual das alternativas abaixo descreve corretamente os módulos das velocidades desses dois pedaços? Considere $v << c$.



- [ ] a) O módulo da velocidade de um dos pedaços é *v* enquanto o do outro é menor do que *v*
- [x] b) Os módulos das velocidades dos dois pedaços são maiores que *v/2*
- [ ] c) Os módulos das velocidades dos dois pedaços valem *v/2*
- [ ] d) O módulo da velocidade de um dos pedaços é *v/2* enquanto o do outro é maior que *v/2*
- [ ] e) Os módulos das velocidades dos dois pedaços valem *v*

Questão MC3A

A Lagrangiana para um sistema mecânico é

$$L = a\dot{q}^2 - bq^4,$$

em que a e b são constantes e q é uma coordenada generalizada. A equação do movimento para o sistema é:

.

- [x] a) $\ddot{q} = -\left(2b/a\right) q^3$
- [ ] b) $\ddot{q} = \left(2b/a\right) q^3$
- [ ] c) $\ddot{q} = -\left(b/a\right) q^3$
- [ ] d) $\dot{q} = -\left(2b/a\right) q^3$
- [ ] e) $\dot{q} = \sqrt{b/a}q^2$

Questão MC4A

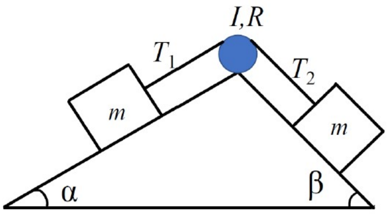
Considere um planeta esférico e com uma distribuição uniforme de massa. Este planeta possui $R = 2R_0$ e $M = M_0$ em que R_0 e M_0 correspondem ao raio e à massa da Terra, respectivamente. A velocidade mínima para que uma partícula lançada a partir de sua superfície escape deste planeta é (quando escrita em termos da aceleração da gravidade g_0 na superfície da Terra):

.

- [x] a) $\sqrt{R_0 g_0}$
- [ ] b) $2\sqrt{R_0 g_0}$
- [ ] c) $\sqrt{2R_0 g_0}$
- [ ] d) $\sqrt{R_0 g_0}/2$
- [ ] e) $2\sqrt{2R_0 g_0}$

Questão MC5A

Um sistema é formado por duas massas conectadas por intermédio de um fio inextensível de massa desprezível que passa por uma roldana que gira sem atrito no seu eixo, conforme mostrado na figura abaixo. O fio não desliza na roldana.



A roldana na figura tem momento de inércia I e raio R. Suponha que não haja atrito entre os planos inclinados e as massas e que $\beta > \alpha$. Sabe-se que a aceleração das massas tem módulo a. As trações T_1 e T_2 dos fios são dadas por:

- [x] a) $T_1 = m(a + g\sin\alpha)$ e $T_2 = \left(m + \frac{I}{R^2}\right)a + mg\sin\alpha$
- [ ] b) $T_1 = m(a + g\sin\alpha)$ e $T_2 = \left(m + 2\frac{I}{R^2}\right)a$
- [ ] c) $T_1 = m(a + g\sin\alpha)$ e $T_2 = ma + mg\sin\alpha$
- [ ] d) $T_1 = mg\sin\alpha$ e $T_2 = 2\left(m + \frac{I}{R^2}\right)a + mg\sin\alpha$
- [ ] e) $T_1 = m(a + g\sin\alpha)$ e $T_2 = \left(m + \frac{I}{2R^2}\right)a + mg\sin\alpha$

Questão MC6A

Considere o potencial central:

$$V(r) = \frac{-k_1}{r} + \frac{k_2}{3r^3}$$

onde $k_1 > 0$. Suponha que o segundo termo, proporcional a k_2, seja apenas uma pequena perturbação em relação ao primeiro. Uma partícula de massa m sob a ação deste potencial executa um movimento circular de raio r_0. Nestas condições, podemos dizer que a velocidade angular orbital é:

- [x] a) $\sqrt{\dfrac{k_1 r_0^2 - k_2}{m r_0^5}}$
- [ ] b) $\sqrt{\dfrac{k_1 r_0^2}{m r_0^5}}$
- [ ] c) $\sqrt{\dfrac{k_2}{m r_0^5}}$
- [ ] d) $\sqrt{\dfrac{k_1 r_0^2 + k_2}{m r_0^5}}$
- [ ] e) $\sqrt{\dfrac{k_1 r_0^2 - 2k_2}{m r_0^5}}$

Questão MC7A

Os gases nobres são encontrados na natureza como monoatômicos. A força entre átomos desses gases é atrativa a grandes distâncias e repulsiva a curtas distâncias, o que é bem aproximado por uma força de Lennard-Jones:

$$F(r) = A\left[2\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{13} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{7}\right].$$

Aqui r é a distância centro-a-centro entre os átomos, σ é um parâmetro de comprimento e A é justamente o valor da força quanto r=σ. O trabalho feito por esta força para trazer átomos de hélio de uma distância r=σ até 2σ, sabendo-se que para o hélio o produto $A\sigma$= 0,021 eV, melhor se aproxima de:

Obs: Nesta questão se for conveniente, utilize o resultado: $\int_1^{1/2} (2z^{11} - z^5)\, dz = -\frac{21}{8192}$

- [x] a) $5,4 \times 10^{-5}$ eV
- [ ] b) $5,4 \times 10^{-3}$ eV
- [ ] c) 2 eV
- [ ] d) 3 eV
- [ ] e) $0,54$ eV

Questão MC8A

Considere o movimento ao longo do eixo x de uma partícula de massa m sob a ação do potencial

$$V(x) = A(e^{-2\alpha x} - e^{-\alpha x})$$

onde $A,\, \alpha > 0$. A frequência angular do movimento no limite de pequenas oscilações em torno do seu único ponto de equilibrio estável é

- [x] a) $\alpha\sqrt{\frac{A}{2m}}$
- [ ] b) $3\alpha\sqrt{\frac{A}{2m}}$
- [ ] c) $3\alpha\sqrt{\frac{A}{m}}$
- [ ] d) 0
- [ ] e) $\text{A frequência angular não depende de } A$

Questão MQ1A

Uma partícula de massa m se movimenta em uma dimensão, confinada à região $0 \leq x \leq a$, onde a é uma constante real e positiva. Em um dado instante, o estado da partícula é descrito pela função de onda

$$\psi(x) = A^{1/2}\left(ax - x^2\right),$$

onde a constante de normalização A é real e positiva. Considere o operador energia cinética T, que na representação de coordenadas assume a forma

$$T = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2},$$

e determine o valor esperado $\langle T \rangle = \langle \psi | T | \psi \rangle$.

.

- [x] a) $\langle T \rangle = \dfrac{Aa^3\hbar^2}{6m}$
- [ ] b) $\langle T \rangle = \dfrac{Aa^3\hbar^2}{2m}$
- [ ] c) $\langle T \rangle = \dfrac{Aa^3\hbar^2}{3m}$
- [ ] d) $\langle T \rangle = \dfrac{Aa^3\hbar^2}{4m}$
- [ ] e) $\langle T \rangle = \dfrac{Aa^3\hbar^2}{5m}$

Questão MQ2A

Considere um sistema quântico cujo espaço de Hilbert é bidimensional e que os vetores denotados como $|\alpha_1\rangle$ e $|\alpha_2\rangle$ constituem uma base ortonormal para esse espaço. Em termos dessa base, o observável $\hat{A}$ é dado por

$$\hat{A} = \mathcal{A}\left(|\alpha_1\rangle\langle\alpha_1| + 2i|\alpha_1\rangle\langle\alpha_2| - 2i|\alpha_2\rangle\langle\alpha_1| + |\alpha_2\rangle\langle\alpha_2|\right),$$

onde $\mathcal{A}$ é uma constante real e positiva e $i = \sqrt{-1}$. Determine o menor valor que pode ser encontrado, a_{min}, caso uma medida do observável $\hat{A}$ seja realizada.

.

- [x] a) $a_{min} = -\mathcal{A}$
- [ ] b) $a_{min} = \mathcal{A}$
- [ ] c) $a_{min} = -2\mathcal{A}$
- [ ] d) $a_{min} = -3\mathcal{A}$
- [ ] e) $a_{min} = -4\mathcal{A}$

Questão MQ3A

O hamiltoniano de um rotor rígido sob a ação de um campo magnético pode ser escrito em termos das componentes L_x, L_y e L_z do momento angular,

$$H = AL^2 + B\hbar L_z,$$

onde A e B são constantes reais e $L^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2$.
Analise as três afirmações abaixo sobre esse sistema e escolha a alternativa correta.

I. Para $A \neq 0$ e $B \neq 0$, o hamiltoniano H e o operador L_x são observáveis compatíveis.

II. Para $A \neq 0$ e $B = 0$, os níveis de energia são discretos, podendo apresentar degenerescências.

III. O estado $|\psi\rangle = |2,\, 1\rangle$, onde $|l,\, m\rangle$ são os autovetores simultâneos dos operadores L^2 e L_z, é um autoestado do hamiltoniano com autovalor $E = (4A + B)\hbar^2$.

.

- [x] a) Apenas a afirmação II está correta.
- [ ] b) Apenas a afirmação I está correta.
- [ ] c) Apenas a afirmação III está correta.
- [ ] d) Apenas as afirmações I e II estão corretas.
- [ ] e) Apenas as afirmações II e III estão corretas.

Questão MQ4A

Em um certo instante, o estado de um oscilador harmônico unidimensional de frequência angular ω é dado por

$$|\psi\rangle = \frac{1}{4}|0\rangle + \frac{3}{4}|1\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|2\rangle + \frac{1}{2}|3\rangle,$$

onde os estados $|n\rangle$, $n = 0, 1, 2, \ldots$ são autoestados de energia do sistema. Uma medida da energia é realizada nesse instante e o valor encontrado é $E = 5\hbar\omega/2$. Considere o estado do sistema imediatamente após a realização da medida da energia e determine o valor esperado $\langle x^2\rangle$ do quadrado do operador posição,

$$x^2 = A\left[(\hat{a}^\dagger)^2 + 2\hat{a}^\dagger\hat{a} + (\hat{a})^2 + 1\right],$$

onde A é uma constante real e positiva e $\hat{a}^\dagger$ e $\hat{a}$ são os operadores escada associados ao oscilador.

.

- [x] a) $\langle x^2\rangle = 5A$
- [ ] b) $\langle x^2\rangle = A$
- [ ] c) $\langle x^2\rangle = 3A$
- [ ] d) $\langle x^2\rangle = 7A$
- [ ] e) $\langle x^2\rangle = 9A$

Questão MQ5A

Considere uma partícula sujeita a um potencial com simetria esférica. Em um dado instante, sua função de onda em coordenadas esféricas é dada por

$$\psi(r,\theta,\phi) = \frac{\hat{L}_-}{\hbar}\left[\sqrt{\frac{i}{2}}R_{10}(r)Y_{00}(\theta,\phi) + \sqrt{\frac{1}{3}}R_{21}(r)Y_{1-1}(\theta,\phi) - \frac{1}{\sqrt{6}}R_{32}(r)Y_{20}(\theta,\phi)\right]$$

onde $\hat{L}_-$ é o operador não hermitiano de momentum angular definido como $\hat{L}_- \equiv \hat{L}_x - i\hat{L}_y$, $R_{nl}(r)$ representa a parte radial das autofunções de energia e $Y_{lm}(\theta,\phi)$ são os harmônicos esféricos. Qual a probabilidade de uma medida do quadrado do momentum angular total da partícula, realizada nesse instante, resultar no valor $2\hbar^2$?

.

- [ ] a) 1/2
- [ ] b) 1/3
- [ ] c) 1/6
- [x] d) 0
- [ ] e) 1

Questão MQ6A

Suponha que um operador $\hat{O}$ é um observável de um sistema físico e que $\hat{H}$ é o operador hamiltoniano desse sistema, cujos autovalores são **não-degenerados**. Sejam as seguintes matrizes escritas em uma determinada base ortonormal

$$m_1 = \lambda_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ e } m_2 = \lambda_2 \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2i \\ 3 & 0 & 5 \\ 2i & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

onde λ_1 e λ_2 são constantes reais e $i = \sqrt{-1}$. Analise as seguintes afirmações e assinale abaixo a alternativa correta.

I. m_1 não pode ser a representação matricial de $\hat{H}$.

II. m_2 não pode ser a representação matricial de $\hat{O}$.

III. m_2 pode ser a representação matricial de $\hat{O}$ dependendo dos vetores da base.

.

- [ ] a) Apenas a afirmação I está correta.
- [ ] b) Apenas a afirmação II está correta.
- [ ] c) Apenas a afirmação III está correta.
- [x] d) Apenas as afirmações I e II estão corretas.
- [ ] e) Apenas as afirmações I e III estão corretas.

Questão MQ7A

Seja um átomo de hidrogênio inicialmente em um dado autoestado de energia. As autofunções de energia são representadas por ϕ_{nlm}, sendo n o número quântico principal e l e m os números quânticos de momentum angular. Na hipótese de que ocorra uma transição para o estado fundamental com a emissão de um único fóton, cujo valor do quadrado do momentum angular é $2\hbar^2$, analise as seguintes afirmações e assinale abaixo a alternativa correta.

I. O estado do átomo antes da transição poderia ser o autoestado ϕ_{21-1}.

II. O estado do átomo antes da transição poderia ser o autoestado ϕ_{322}.

III. O estado do átomo antes da transição poderia ser o autoestado ϕ_{321}.

.

- [x] a) Apenas a afirmação I está correta.
- [ ] b) Apenas a afirmação II está correta.
- [ ] c) Apenas a afirmação III está correta.
- [ ] d) Nenhuma das afirmações está correta.
- [ ] e) Apenas as afirmações II e III estão corretas.

Questão MQ8A

Considere um sistema de três níveis cujo hamiltoniano tenha a seguinte representação matricial diagonal em uma base ortonormal

$$\hat{H} = \frac{\hbar\Delta}{2}\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

onde Δ é uma constante real positiva. No instante inicial, $t = 0$, o vetor de estado do sistema é dado por

$$|\psi(t=0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big(|e_1\rangle + |e_3\rangle\Big),$$

onde os vetores $|e_j\rangle$ $(j = 1, 2, 3)$ são autovetores de $\hat{H}$, i.e., $\hat{H}\,|e_j\rangle = e_j\,|e_j\rangle$, sendo os seus autovalores e_j tais que $e_1 < e_2 < e_3$. Qual é o menor instante $t' > 0$ no qual o vetor de estado do sistema, $|\psi(t')\rangle$, é ortogonal a $|\psi(t=0)\rangle$?

.

- [ ] a) $\dfrac{2\pi}{9\Delta}$.
- [ ] b) $\dfrac{2\pi}{\Delta}$.
- [ ] c) $\dfrac{\pi}{9\Delta}$.
- [ ] d) $\dfrac{\pi}{3\Delta}$.
- [x] e) $\dfrac{\pi}{6\Delta}$.

Questão TE1A

Mistura-se uma massa M de água à temperatura T com uma massa m de gelo a 0ºC em um calorímetro ideal. Sabe-se que a água transfere calor suficiente para derreter o gelo de forma que, ao final, se tenha água a uma temperatura final T_f. Se L_f é o calor latente de fusão do gelo e c_v o calor específico da água, podemos dizer que T_f é dado por:

.

- [x] a) $\dfrac{Mc_vT - mL_f}{(M+m)c_v}$
- [ ] b) $\dfrac{Mc_vT}{(M+m)c_v}$
- [ ] c) $\dfrac{mL_f}{(M+m)c_v}$
- [ ] d) $T/2$
- [ ] e) $\dfrac{Mc_vT + mL_f}{mc_v}$

Questão TE2A

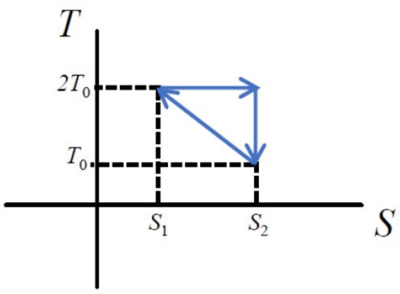
Um cilindro termicamente isolado é fechado em ambos os lados e contém um pistão que o divide em duas partes. O pistão pode se mover sem atrito e é um bom condutor de calor. Inicialmente o pistão é preso no centro do cilindro dividindo-o em duas partes de igual volume V_0. Ambas as metades contém um gás ideal à temperatura T_0, mas com uma pressão p_0 de um dos lados e $2p_0$ do outro. O pistão é então liberado e o sistema atinge um novo estado de equilíbrio. As novas temperaturas T_1 e T_2 e as novas pressões p_1 e p_2 dos dois lados do pistão, respectivamente, são:

.

- [x] a) $T_1 = T_2 = T_0$ e $p_1 = p_2 = 3p_0/2$
- [ ] b) $T_1 = T_2 = T_0/2$ e $p_1 = p_2 = 5p_0/2$
- [ ] c) $T_1 = T_2 = T_0$ e $p_1 = p_2 = 5p_0/2$
- [ ] d) $T_1 = T_2 = T_0$ e $p_1 = p_2 = p_0$
- [ ] e) $T_1 = T_0$, $T_2 = 3T_0/2$ e $p_1 = p_2 = 2p_0/3$

Questão TE3A

Um estudante analisa um motor operando segundo um ciclo reversível representado pelas linhas azuis orientadas do diagrama de temperatura (T) versus entropia (S) abaixo:



Considere que o gás no motor é ideal. A ideia do estudante é então comparar o rendimento η deste ciclo com o rendimento η_{carnot} de um ciclo de Carnot funcionando entre duas fontes às mesmas temperaturas T_0 e $2T_0$. Sendo assim ele concluirá que:

- [x] a) $\eta = \eta_{carnot}/2$
- [ ] b) $\eta = \eta_{carnot}/4$
- [ ] c) $\eta = 3\eta_{carnot}/4$
- [ ] d) $\eta = \eta_{carnot}$
- [ ] e) $\eta = 5\eta_{carnot}/9$

Questão TE4A

Considere três porções diferentes de um mesmo líquido, as três com a mesma massa m mas com temperaturas diferentes: T, $2T$ e $3T$. As três porções são misturadas e a mistura é mantida termicamente isolada. O calor específico do líquido é constante e dado por c_v. O sistema atinge o equilíbrio. A variação de entropia neste processo é dada por:

.

- [x] a) $mc_v \ln(4/3)$
- [ ] b) $mc_v \ln 2$
- [ ] c) $mc_v \ln(3/2)$
- [ ] d) mc_v
- [ ] e) $mc_v \ln(2/3)$