

22025EUF0000

João Ninguém

Instruções para a prova:

- Esta prova contém **40** problemas sobre mecânica clássica, eletromagnetismo, termodinâmica, física moderna, mecânica quântica e física estatística. Todas as questões têm o mesmo peso.
- O tempo de duração desta prova é de **4 horas**.
O tempo mínimo de permanência na sala é de 90 minutos.
- Não é permitido o uso de calculadoras ou outros instrumentos eletrônicos.
- Assinale as alternativas corretas na folha de respostas que se encontra no final do caderno de questões, preenchendo **inteiramente** o quadradinho correspondente a caneta azul ou preta.
Alternativas assinaladas fora da folha de respostas não serão consideradas Não destaque a folha de respostas. Erros na marcação da resposta podem ser corrigidos com corretivo branco.
- Ao final da prova, devolva tanto o caderno de questões quanto o formulário.

22025EUF0000

João Ninguém

Q. 1 [mcPT1a] Em um plano inclinado há dois blocos: um descendo com velocidade inicial v_1 e outro subindo com velocidade inicial v_2 . Os coeficientes de atrito entre os blocos e o plano inclinado são iguais a $\mu = 2$, o ângulo de inclinação do plano em relação ao plano horizontal é igual a $\pi/4$. Sendo que os blocos deslizam exatamente a mesma distância antes de pararem, qual a relação entre suas velocidades iniciais?

A $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{1}{3}}$

B Nenhuma das outras alternativas.

C $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{3}$.

D $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{1}{2}}$.

E $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2}$.

Q. 2 [mcPT1b] Em um plano inclinado há dois blocos: um descendo com velocidade inicial v_1 e outro subindo com velocidade inicial v_2 . Os coeficientes de atrito entre os blocos e o plano inclinado são iguais a $\mu = 3/2$, o ângulo de inclinação do plano em relação ao plano horizontal é igual a $\pi/4$. Sendo que os blocos deslizam exatamente a mesma distância antes de pararem, qual a relação entre suas velocidades iniciais?

A $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{1}{5}}$

B Nenhuma das outras alternativas.

C $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{5}$.

D $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{1}{3}}$.

E $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{3}$.

Q. 3 [mcPT2a] Uma partícula de prova está em repouso sobre a superfície de um astro de densidade uniforme ρ e perfeitamente esférico de raio R . O astro começa a girar (com velocidade angular ω aumentando muito lentamente) em torno de um eixo que passa por seu centro, com a partícula sobre o equador. Sendo $\mu > 0$ o coeficiente de atrito entre essa partícula e o astro, e G a constante da gravitação universal, qual a máxima velocidade angular de rotação que a partícula pode ter?

A $\omega_{\max} = \sqrt{\frac{4\pi\rho G}{3}}$.

B $\omega_{\max} = \omega$. Como a velocidade angular aumenta muito lentamente e $\mu > 0$, a máxima velocidade angular da partícula é a mesma do astro.

C $\omega_{\max} = \sqrt{\frac{4\pi\mu\rho G}{3}}$.

D $\omega_{\max} = \sqrt{\frac{4\pi\sqrt{1+\mu^2}\rho G}{3}}$.

E $\omega_{\max} = \sqrt{\frac{4\pi\sqrt{|1-\mu^2|}\rho G}{3}}$.

Q. 4 [mcPT2b] Uma partícula de prova está em repouso sobre a superfície de um astro de massa M uniformemente distribuída em uma esfera de raio R . O astro começa a girar (com sua velocidade angular ω aumentando muito lentamente) em torno de um eixo que passa por seu centro, com a partícula sobre o equador. Sendo $\mu > 0$ o coeficiente de atrito entre essa partícula e o astro, e G a constante da gravitação universal, qual a máxima velocidade angular de rotação que a partícula pode ter?

A $\omega_{\max} = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$.

B $\omega_{\max} = \omega$. Como a velocidade angular aumenta muito lentamente e $\mu > 0$, a máxima velocidade angular da partícula é a mesma do astro.

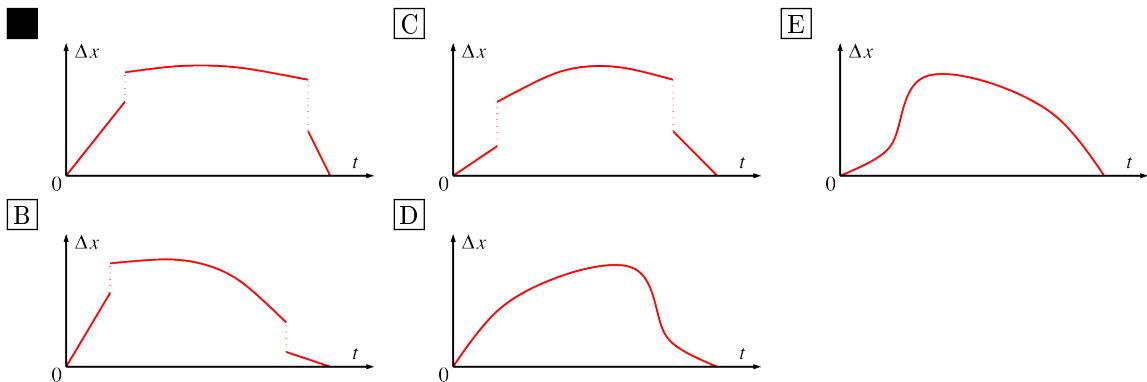
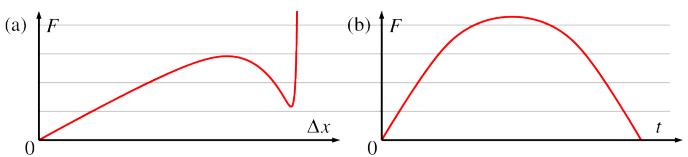
C $\omega_{\max} = \sqrt{\frac{\mu GM}{R^3}}$.

D $\omega_{\max} = \sqrt{\frac{\sqrt{1+\mu^2}GM}{R^3}}$.

E $\omega_{\max} = \sqrt{\frac{\sqrt{|1-\mu^2|}GM}{R^3}}$.

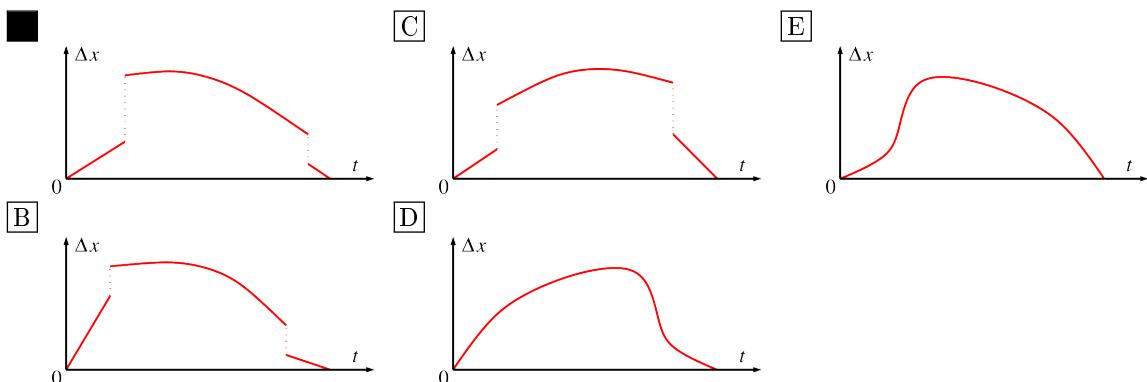
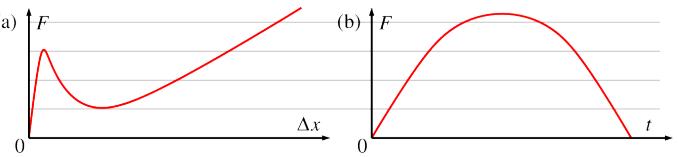
Q. 5 [mcPT3a]

A figura (a) ilustra a força F necessária para causar uma deformação Δx em uma “mola” nada convencional. Faz-se então um experimento em que se aplica uma força F variável no tempo (t) sobre essa mola, como ilustra a figura (b). (Os eixos verticais de ambas figuras estão na mesma escala.) Qual dos gráficos abaixo melhor ilustra a deformação da mola como função do tempo?



Q. 6 [mcPT3b]

A figura (a) ilustra a força F necessária para causar uma deformação Δx em uma “mola” nada convencional. Faz-se então um experimento em que se aplica uma força F variável no tempo (t) sobre essa mola, como ilustra a figura (b). (Os eixos verticais de ambas figuras estão na mesma escala.) Qual dos gráficos abaixo melhor ilustra a deformação da mola como função do tempo?



Q. 7 [mcPT4a] Certas nebulosas brilham às custas da energia de rotação de sua estrela de nêutrons. Tratando essa estrela como uma esfera homogênea de raio R e massa M , calcule a potência emitida pela nebulosa, sendo que o período de rotação da estrela é T e que esse período aumenta a uma taxa constante $\gamma = dT/dt$.

[A] $\frac{8\pi^2\gamma MR^2}{5T^3}$

[D] $\frac{1}{2}\frac{M}{T}\gamma\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2$

[B] $\frac{8\pi^2\gamma MR^2}{3T^3}$

[E] $\frac{1}{2}\frac{M}{T}\left(\frac{R}{T}\gamma\right)^2$

[C] $\frac{1}{2}\frac{M}{T}\left(\frac{2\pi R}{T}\gamma\right)^2$

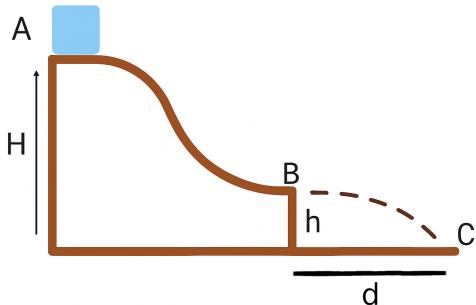
Q. 8 [mcPT4b] Certas nebulosas brilham às custas da energia de rotação de sua estrela de nêutrons. Tratando essa estrela como uma esfera homogênea de raio R e massa M , calcule a taxa dT/dt com que o período de rotação T da estrela aumenta, sendo que a potência luminosa emitida pela nebulosa é P .

- A $\frac{5PT^3}{8\pi^2MR^2}$
 B $\frac{3PT^3}{8\pi^2MR^2}$
 C $\frac{\sqrt{2PT^3/M}}{2\pi R}$

- D $\frac{2PT^3}{M(2\pi R)^2}$
 E $\frac{\sqrt{2PT^3/M}}{R}$

Q. 9 [mcPT5a]

Um bloco de massa M é liberado do repouso no ponto A , localizado no topo de uma plataforma com altura H . Sob ação da gravidade, o bloco desliza sem atrito ao longo da superfície da plataforma até ser lançado horizontalmente a partir do ponto B , situado a uma altura h , conforme ilustrado na figura. O bloco então atinge o solo no ponto C , localizado a uma distância horizontal d do ponto B . Despreze o atrito com o ar. Com base nessas informações, determine a distância horizontal d como função de H e h .

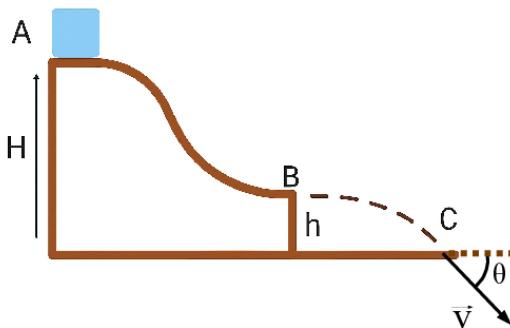


- A $d = 2\sqrt{(H-h)h}$
 B $d = 2\sqrt{Hh}$
 C $d = \sqrt{2(H-h)h}$

- D $d = \sqrt{2Hh}$
 E $d = \sqrt{(H+h)h}$

Q. 10 [mcPT5b]

Um bloco de massa M é liberado do repouso no ponto A , localizado no topo de uma plataforma com altura H . Sob ação da gravidade, o bloco desliza sem atrito ao longo da superfície da plataforma até ser lançado horizontalmente a partir do ponto B , situado a uma altura h , conforme ilustrado na figura. O bloco então atinge o solo no ponto C , com o vetor velocidade fazendo um ângulo θ com a horizontal. Despreze o atrito com o ar. Com base nessas informações, determine o ângulo θ como função de H e h .



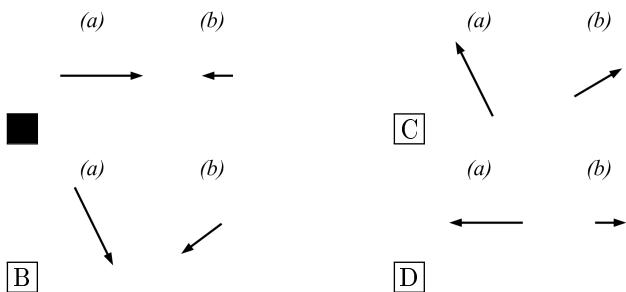
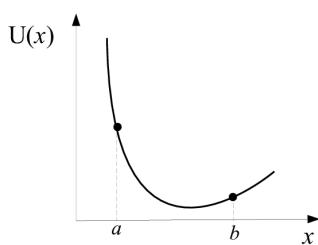
- A $\theta = \arctg\left(\frac{h}{H-h}\right)$
 B $\theta = \arctg\left(\frac{h}{H}\right)$

- C $\theta = \arctg\left(\frac{H-h}{h}\right)$
 D $\theta = \arctg\left(\frac{H}{h}\right)$
 E $\theta = \arctg\left(\frac{h}{H+h}\right)$

CATALOG

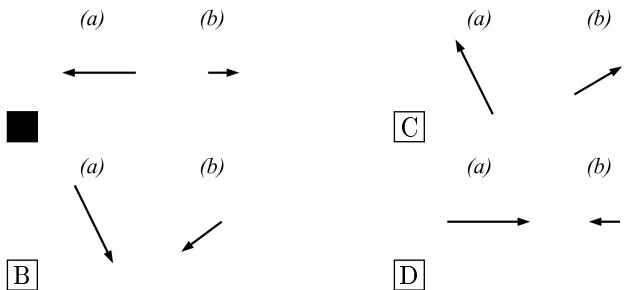
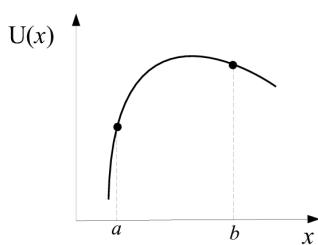
Q. 11 [mcPT6a]

Uma partícula se move ao longo do eixo Ox sob a ação de uma força conservativa $F(x)$. A energia potencial $U(x)$ associada a essa força está representada no gráfico da figura. Determine a opção que melhor representa o vetor da força (módulo, direção e sentido) nos pontos $x = a$ e $x = b$.



Q. 12 [mcPT6b]

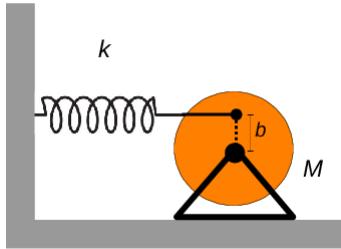
Uma partícula se move ao longo do eixo Ox sob a ação de uma força conservativa $F(x)$. A energia potencial $U(x)$ associada a essa força está representada no gráfico da figura. Determine a opção que melhor representa o vetor da força (módulo, direção e sentido) nos pontos $x = a$ e $x = b$.



Q. 13 [mcPT7a]

Uma mola de massa desprezível e constante elástica k está presa, em uma de suas extremidades, a uma parede. A outra extremidade está ligada a um disco de raio R e massa M , numa posição que dista b do seu centro. O disco está preso a uma base, mas pode girar livremente em torno de seu eixo de simetria. Na posição de equilíbrio, a mola está relaxada e o ponto de contato faz um ângulo nulo com a vertical, como mostrado na figura. Considerando pequenas oscilações em torno do equilíbrio, determine a frequência angular ω_0 das oscilações do disco. Suponha que o

disco seja homogêneo, de modo que o momento de inércia relevante é $I = \frac{MR^2}{2}$.



$\sqrt{\frac{2kb^2}{MR^2}}$

[C] $\sqrt{\frac{2kb}{MR}}$

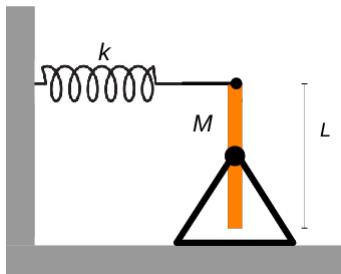
[E] $\sqrt{\frac{k}{M}}$

[D] $\sqrt{\frac{kb^2}{2MR^2}}$

Q. 14 [mcPT7b]

Uma mola de massa desprezível e constante elástica k está presa, em uma de suas extremidades, a uma parede. A outra extremidade da mola está ligada a uma das extremidades de uma barra delgada de comprimento L e massa M . A barra está presa a uma base, mas pode girar livremente em torno de seu eixo de simetria. Na posição de equilíbrio, a mola está relaxada e o ponto de contato faz um ângulo nulo com a vertical, como mostrado na figura. Considerando pequenas oscilações em torno do equilíbrio, determine a frequência angular ω_0 das oscilações da barra. Suponha que a barra seja homogênea,

de modo que o momento de inércia relevante é $I = \frac{ML^2}{12}$.



$\sqrt{\frac{3k}{M}}$

[C] $\sqrt{\frac{12k}{M}}$

[E] $\sqrt{\frac{k}{4M}}$

[D] $\sqrt{\frac{4k}{M}}$

Q. 15 [mcPT8a] Considere uma partícula de massa m em um sistema bidimensional, sob ação de forças tais que a sua lagrangiana é dada por

$$\mathcal{L}(x, y, \dot{x}, \dot{y}, t) = \frac{m}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + x \dot{y} b(t),$$

onde $b(t)$ é uma função conhecida do tempo. Determine a hamiltoniana $\mathcal{H}(x, y, p_x, p_y, t)$ correspondente a esse sistema.

[A] $\mathcal{H} = \frac{1}{2m} p_x^2 + \frac{1}{2m} [p_y - b(t)x]^2$

[B] $\mathcal{H} = \frac{1}{2m} p_x^2 + \frac{1}{2m} [p_y + b(t)x]^2$

[C] $\mathcal{H} = \frac{1}{2m} [p_x + b(t)y]^2 + \frac{1}{2m} p_y^2$

[D] $\mathcal{H} = \frac{1}{2m} [p_x - b(t)y]^2 + \frac{1}{2m} p_y^2$

[E] $\mathcal{H} = \frac{1}{2m} p_x^2 + \frac{1}{2m} p_y^2$

Q. 16 [mcPT8b] Considere uma partícula de massa m em um sistema bidimensional, sob ação de forças tais que a sua Lagrangiana é dada por

$$\mathcal{L}(x, y, \dot{x}, \dot{y}, t) = \frac{m}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + x \dot{y} b(t),$$

onde $b(t)$ é uma função conhecida do tempo. Determine as equações de movimento correspondentes a esse sistema como funções de x , de y e de suas respectivas derivadas.

- | | |
|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> (I) $m\ddot{x} - \dot{y}b(t) = 0$; (II) $m\ddot{y} + \dot{x}b(t) + x \frac{d}{dt}b(t) = 0$ | <input type="checkbox"/> (I) $m\ddot{x} + \dot{y}b(t) = 0$; (II) $m\ddot{y} - \dot{x}b(t) - x \frac{d}{dt}b(t) = 0$ |
| <input type="checkbox"/> (I) $m\ddot{x} - \dot{y}b(t) = 0$; (II) $m\ddot{y} + \dot{x}b(t) = 0$ | <input type="checkbox"/> (I) $m\ddot{x} + \dot{y}b(t) = 0$; (II) $m\ddot{y} - \dot{x}b(t) = 0$ |
| | <input type="checkbox"/> (I) $m\ddot{x} - \dot{y}b(t) = 0$; (II) $m\ddot{y} + x \frac{d}{dt}b(t) = 0$ |

Q. 17 [emPT1a] Um capacitor de placas paralelas possui placas de área A separadas por uma distância D . Entre as placas, na região $0 < z < D/2$ (medida ao longo de um eixo z perpendicular às placas), há um dielétrico de constante κ_1 , enquanto na região $D/2 < z < D$, há um dielétrico de constante κ_2 . Qual é a capacitância equivalente C do capacitor?

- | | | |
|---|--|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> $C = \frac{2\epsilon_0 A}{D} \frac{\kappa_1 \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2}$ | <input type="checkbox"/> $C = \frac{2\epsilon_0 A}{D} \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{\kappa_1 \kappa_2}$ | <input type="checkbox"/> $C = \frac{\epsilon_0 A}{D} \frac{\kappa_1 \kappa_2 + 1}{\kappa_1 + \kappa_2}$ |
| <input type="checkbox"/> $C = \frac{\epsilon_0 A}{D} \frac{\kappa_1 \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2}$ | <input type="checkbox"/> $C = \frac{\epsilon_0 A}{D} \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{\kappa_1 \kappa_2}$ | |

Q. 18 [emPT1b] Um capacitor de placas paralelas possui placas de área A separadas por uma distância D . Entre as placas, na região $0 < z < D/2$ (medida ao longo de um eixo z perpendicular às placas), há um dielétrico de constante κ , enquanto na região $D/2 < z < D$ há vácuo. Qual é a capacitância equivalente C do capacitor?

- | | | |
|---|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> $C = \frac{2\epsilon_0 A}{D} \frac{\kappa}{\kappa + 1}$ | <input type="checkbox"/> $C = \frac{\epsilon_0 A}{D} \frac{\kappa}{\kappa + 1}$ | <input type="checkbox"/> $C = \frac{\epsilon_0 A}{D} \frac{\kappa + 1}{\kappa}$ |
| <input type="checkbox"/> $C = \frac{2\epsilon_0 A}{D} \frac{\kappa + 1}{\kappa}$ | <input type="checkbox"/> $C = \frac{\epsilon_0 A}{D} \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1}$ | |

Q. 19 [emPT2a] Considere o potencial vetor magnético $\mathbf{A} = (\alpha x + \beta e^{\gamma y})\hat{x} + \delta \cos(\epsilon x)\hat{y}$, onde α , β , γ , δ e ϵ são constantes. Qual é o campo magnético \mathbf{B} na origem do sistema de coordenadas?

- | | | |
|--|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> $\mathbf{B} = -\beta \gamma \hat{z}$ | <input type="checkbox"/> $\mathbf{B} = \beta \hat{x} + \delta \hat{y} - \alpha \hat{z}$ | <input type="checkbox"/> $\mathbf{B} = \beta \gamma \hat{x}$ |
| <input type="checkbox"/> $\mathbf{B} = \beta \epsilon \hat{z}$ | <input type="checkbox"/> $\mathbf{B} = \beta \hat{x} - \epsilon \hat{y} + \alpha \hat{z}$ | |

Q. 20 [emPT2b] Considere o potencial vetor magnético $\mathbf{A} = (\alpha x + \beta e^{\gamma y})\hat{y} + \delta \cos(\epsilon x)\hat{z}$, onde α , β , γ , δ e ϵ são constantes. Qual é o campo magnético \mathbf{B} na origem do sistema de coordenadas?

- | | | |
|---|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> $\mathbf{B} = \alpha \hat{z}$ | <input type="checkbox"/> $\mathbf{B} = \beta \hat{x} + \gamma \hat{y} - \alpha \hat{z}$ | <input type="checkbox"/> $\mathbf{B} = \beta \hat{x}$ |
| <input type="checkbox"/> $\mathbf{B} = \beta \gamma \hat{x} - \alpha \hat{z}$ | <input type="checkbox"/> $\mathbf{B} = \beta \hat{x} - \epsilon \hat{y} + \alpha \hat{z}$ | |

Q. 21 [emPT3a] Considere um campo elétrico dado por $\mathbf{E} = (k/r)\hat{r}$, onde k é constante. Qual é o trabalho W realizado pelo campo elétrico para mover uma carga pontual q de um ponto r até um ponto $2r$?

- | | | |
|--|--|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> $W = kq \ln 2$ | <input type="checkbox"/> $W = kq$ | <input type="checkbox"/> $W = kq/2$ |
| <input type="checkbox"/> $W = 2\pi kq \ln 2$ | <input type="checkbox"/> $W = 2\pi kq$ | |

Q. 22 [emPT3b] Considere um campo elétrico dado por $\mathbf{E} = (k/r)\hat{r}$, onde k é constante. Qual é o trabalho W realizado pelo campo elétrico para mover uma carga pontual q de um ponto r até um ponto $3r$?

- | | | |
|--|--|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> $W = kq \ln 3$ | <input type="checkbox"/> $W = 3kq$ | <input type="checkbox"/> $W = kq/3$ |
| <input type="checkbox"/> $W = kq \ln 2$ | <input type="checkbox"/> $W = 6\pi kq$ | |

Q. 23 [emPT4a] Considere um capacitor esférico com suas duas cascas esféricas concêntricas possuindo raios a e b ($b > a$). O potencial elétrico é tal que $V(a) = V_0$ e $V(b) = 0$. No espaço entre as duas cascas há vácuo. Qual é o potencial elétrico na região entre as duas cargas no caso em que $b = 2a$?

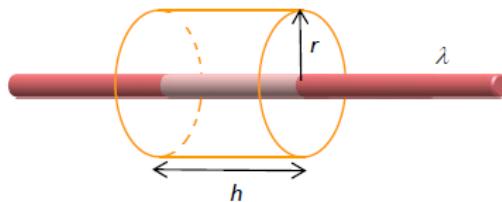
- $V(r) = \left(\frac{2a}{r} - 1\right) V_0$ [C] $V(r) = \left(2 - \frac{r}{a}\right) V_0$ [E] $V(r) = \left(\frac{a}{2r} - \frac{1}{2}\right) V_0$
 [B] $V(r) = 2 \left(\frac{a}{r} - 1\right) V_0$ [D] $V(r) = \left(\frac{2r}{a} - 1\right) V_0$

Q. 24 [emPT4b] Considere um capacitor esférico com suas duas cascas esféricas concêntricas possuindo raios a e b ($b > a$). O potencial elétrico é tal que $V(a) = V_0$ e $V(b) = 0$. No espaço entre as duas cascas há vácuo. Qual é o potencial elétrico na região entre as duas cargas no caso em que $b = 3a$?

- $V(r) = \left(\frac{3a}{r} - 1\right) \frac{V_0}{2}$ [C] $V(r) = \left(3 - \frac{r}{a}\right) \frac{V_0}{2}$ [E] $V(r) = \left(\frac{a}{3r} - \frac{1}{3}\right) V_0$
 [B] $V(r) = \left(\frac{3a}{r} - 1\right) V_0$ [D] $V(r) = \left(\frac{3r}{a} - 1\right) V_0$

Q. 25 [emPT5a]

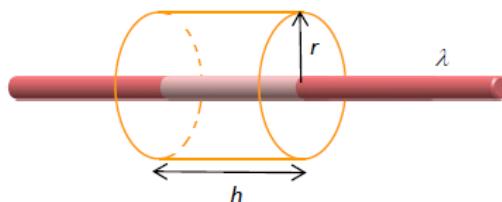
Na figura, representamos um fio longo carregado, cuja densidade linear de carga é λ . A figura mostra um cilindro de altura h e base com raio r , cujo eixo coincide com fio. O módulo E do campo elétrico a uma distância r do fio e o módulo do fluxo Φ_E de campo elétrico através das bases do cilindro, são, respectivamente:



- $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ e $\Phi_E = 0$ [D] $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ e $\Phi_E = \frac{\pi r^2 \lambda}{\epsilon_0}$
 [B] $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ e $\Phi_E = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$ [E] $E = 0$ e $\Phi_E = 0$, pois a carga total no fio é nula.
 [C] $E = 0$ e $\Phi_E = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$

Q. 26 [emPT5b]

Na figura, representamos um fio longo carregado, cuja densidade linear de carga é λ . A figura mostra um cilindro de altura h e base com raio r , cujo eixo coincide com fio. O módulo E do campo elétrico Φ_E e o módulo do fluxo de campo elétrico através das paredes curvas do cilindro, são, respectivamente:



- $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ e $\Phi_E = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$ [D] $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ e $\Phi_E = \frac{\pi r^2 \lambda}{\epsilon_0}$
 [B] $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ e $\Phi_E = 0$ [E] $E = 0$ e $\Phi_E = 0$, pois a carga total no fio é nula.
 [C] $E = 0$ e $\Phi_E = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$

Q. 27 [emPT6a] Um material ôhmico de condutividade σ preenche o espaço entre duas cascas cilíndricas condutoras e coaxiais. As cascas possuem altura H e raios a e b (com $b > a$). Um instrumento sensível detecta uma corrente uniforme I_0 fluindo da casca interna para a casca externa. Tomando ρ como a distância entre um ponto na região do material ôhmico e o eixo comum dos cilindros, o campo elétrico em $\rho = (a + b)/2$ vale:

- | | | |
|--|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> E = $\frac{I_0}{\pi(a+b)H\sigma}\hat{\rho}$. | <input type="checkbox"/> C E = $\frac{I_0}{4\pi(b-a)H\sigma}\hat{\rho}$. | <input type="checkbox"/> E E = $\frac{I_0}{\pi(a^2-b^2)\sigma}\hat{\varphi}$. |
| <input type="checkbox"/> B E = $\frac{2I_0}{\pi(a^2-b^2)\sigma}\hat{\rho}$. | <input type="checkbox"/> D E = $\frac{I_0}{4\pi(b-a)H\sigma}\hat{\varphi}$. | |

Q. 28 [emPT6b] Um material ôhmico de condutividade σ preenche o espaço entre duas cascas cilíndricas condutoras e coaxiais. As cascas possuem altura H e raios a e b (com $b > 2a$). Um instrumento sensível detecta uma corrente uniforme I_0 fluindo da casca interna para a casca externa. Tomando ρ como a distância entre um ponto na região do material ôhmico e o eixo comum dos cilindros, o campo elétrico em $\rho = (a + b)/3$ vale:

- | | | |
|--|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> E = $\frac{3I_0}{2\pi(a+b)H\sigma}\hat{\rho}$ | <input type="checkbox"/> C E = $\frac{I_0}{6\pi(b-a)H\sigma}\hat{\rho}$ | <input type="checkbox"/> E E = $\frac{I_0}{\pi(a^2-b^2)\sigma}\hat{\varphi}$ |
| <input type="checkbox"/> B E = $\frac{3I_0}{\pi(a^2-b^2)\sigma}\hat{\rho}$ | <input type="checkbox"/> D E = $\frac{I_0}{6\pi(b-a)H\sigma}\hat{\varphi}$ | |

Q. 29 [emPT7a] Um capacitor de placas paralelas sofre um processo de descarga quando suas placas condutoras são acopladas por um fio. O campo elétrico na região entre as placas é dado por

$$\mathbf{E} = -\frac{\sigma(t)}{\epsilon_0}\hat{z},$$

sendo $\sigma(t)$ a densidade superficial de carga no instante t . Durante a descarga, o campo magnético \mathbf{B} na região entre as placas:

- é proporcional a $d\sigma/dt$ e aponta na direção do vetor unitário $\hat{\varphi}$.
- é proporcional a $\sigma(t)$ e aponta na direção do vetor unitário $\hat{\varphi}$.
- é proporcional a $\sigma(t)$ e aponta na direção do vetor unitário $\hat{\rho}$.
- é igual a 0, uma vez que o campo \mathbf{E} entre as placas não pode variar.
- é igual a 0, uma vez que o campo \mathbf{B} entre as placas é inicialmente nulo e não pode variar.

Q. 30 [emPT7b] Um capacitor de placas paralelas de área A sofre um processo de descarga quando suas placas condutoras são acopladas por um fio. O campo elétrico na região entre as placas é dado por

$$\mathbf{E} = -\frac{Q(t)}{A\epsilon_0}\hat{z},$$

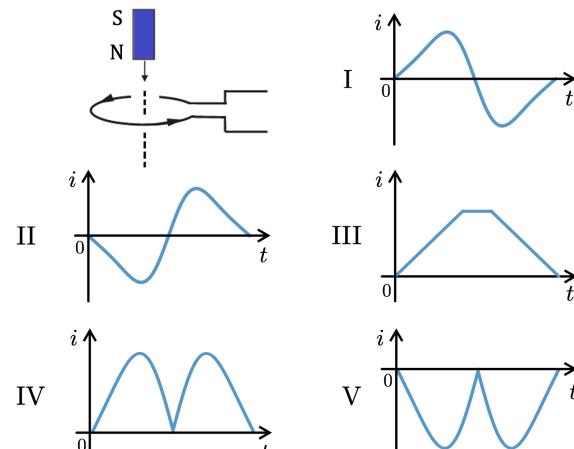
sendo $Q(t)$ a carga sobre as placas no instante t . Durante a descarga, o campo magnético \mathbf{B} na região entre as placas:

- é proporcional a dQ/dt e aponta na direção do vetor unitário $\hat{\varphi}$.
- é proporcional a $Q(t)$ e aponta na direção do vetor unitário $\hat{\varphi}$.
- é proporcional a $Q(t)$ e aponta na direção do vetor unitário $\hat{\rho}$.
- é igual a 0, uma vez que o campo \mathbf{E} entre as placas não pode variar.
- é igual a 0, uma vez que o campo \mathbf{B} entre as placas é inicialmente nulo e não pode variar.

Q. 31 [emPT8a]

Uma barra magnética cai através de uma espira, como ilustrado na figura, onde as setas na espira indicam o sentido da corrente convencional (positiva) e as letras S e N denotam, respectivamente, os polos sul e norte da barra magnética. O campo magnético da barra está, muito aproximadamente, na direção ao longo do comprimento da barra.

Indique o gráfico que melhor representa a dependência temporal da corrente na espira ao longo da situação descrita.

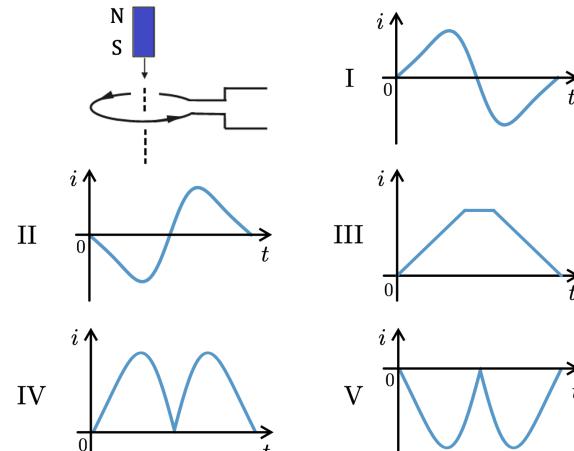


- I II III IV V

Q. 32 [emPT8b]

Uma barra magnética cai através de uma espira, como ilustrado na figura, onde as setas na espira indicam o sentido da corrente convencional (positiva) e as letras S e N denotam, respectivamente, os polos sul e norte da barra magnética. O campo magnético da barra está, muito aproximadamente, na direção ao longo do comprimento da barra.

Indique o gráfico que melhor representa a dependência temporal da corrente na espira ao longo da situação descrita.



- II I III IV V

Q. 33 [tePT1a] Um cilindro contém um pistão interno no qual, em cada lado, há um mol de um gás monatômico ideal. As paredes do cilindro são diatérmicas e o sistema está imerso em um banho térmico à temperatura de 0°C. Os volumes iniciais dos subsistemas são 12 L e 2 L, e o pistão é movido reversivelmente até que os volumes atingem 8 L e 6 L, respectivamente. O trabalho W realizado nesse processo, expresso em termos da constante R dos gases ideais, vale:

- W = 273R ln 2. C W = 273R ln(5/2). E W = 273R ln(3/2).
 B W = 273R ln 3. D W = 0.

Q. 34 [tePT1b] Um cilindro contém um pistão interno no qual, em cada lado, há um mol de um gás monatômico ideal. As paredes do cilindro são diatérmicas e o sistema está imerso em um banho térmico à temperatura de 0°C. Os volumes iniciais dos subsistemas são 16 L e 2 L, e o pistão é movido reversivelmente até que os volumes atingem 8 L e 10 L, respectivamente. O trabalho W realizado nesse processo, expresso em termos da constante R dos gases ideais, vale:

- W = 273R ln(5/2). B W = 273R ln(3/2). D W = 273R ln 2.
 C W = 0. E W = 273R ln 3.

Q. 35 [tePT2a] Para garantir a estabilidade termodinâmica de um sistema, sua energia livre de Helmholtz por partícula, $f(T,v)$, deve satisfazer

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial T^2}\right)_v \leq 0 \quad \text{e} \quad \left(\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}\right)_T \geq 0,$$

em que v é o volume molar e T é a temperatura. A partir dessas relações, e sendo

$$c_v = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_v \quad \text{e} \quad \kappa_T = -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T,$$

com s a entropia por partícula e p a pressão, é correto afirmar que

- | | | |
|---|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> $c_v \geq 0$ e $\kappa_T \geq 0$.
<input type="checkbox"/> $c_v \leq 0$ e $\kappa_T \geq 0$. | <input type="checkbox"/> $c_v \leq 0$ e $\kappa_T \leq 0$.
<input checked="" type="checkbox"/> $c_v \geq 0$ e $\kappa_T \leq 0$. | <input type="checkbox"/> $c_v = 0$ e $\kappa_T = 0$. |
|---|---|---|

Q. 36 [tePT2b] Para garantir a estabilidade termodinâmica de um sistema, sua energia livre de Gibbs por partícula, $g(T,p)$, deve satisfazer

$$\left(\frac{\partial^2 g}{\partial T^2}\right)_p \leq 0 \quad \text{e} \quad \left(\frac{\partial^2 g}{\partial p^2}\right)_T \leq 0,$$

em que p é a pressão e T é a temperatura. A partir dessas relações, e sendo

$$c_p = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_p \quad \text{e} \quad \kappa_T = -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T,$$

com s a entropia por partícula e v o volume molar, é correto afirmar que

- | | | |
|---|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> $c_p \geq 0$ e $\kappa_T \geq 0$.
<input type="checkbox"/> $c_p \leq 0$ e $\kappa_T \geq 0$. | <input type="checkbox"/> $c_p \geq 0$ e $\kappa_T \leq 0$.
<input checked="" type="checkbox"/> $c_p \leq 0$ e $\kappa_T \leq 0$. | <input type="checkbox"/> $c_p = 0$ e $\kappa_T = 0$. |
|---|---|---|

Q. 37 [tePT3a] Considere um sistema isolado, formado por duas partes 1 e 2 separadas por uma parede impermeável e fixa. As partes 1 e 2 têm temperaturas iniciais T_1 e T_2 diferentes e satisfazem as equações de estado

$$U_1 = \frac{3R}{2}N_1T_1 \quad \text{e} \quad U_2 = \frac{5R}{2}N_2T_2,$$

onde U_i e N_i denotam, respectivamente, a energia interna e o número de mols do subsistema i e R é a constante dos gases ideais. Em um certo instante, a parede torna-se diatérmica, permitindo troca de calor entre os subsistemas. Sabendo que a energia total do sistema vale 2100 J, que $N_1 = 2$ mol e que $N_2 = 3$ mol, qual é a energia de cada subsistema após atingido o equilíbrio térmico?

- | | | |
|---|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> $U_1 = 600$ J e $U_2 = 1500$ J
<input type="checkbox"/> $U_1 = U_2 = 1100$ J | <input type="checkbox"/> $U_1 = 1500$ J e $U_2 = 600$ J
<input checked="" type="checkbox"/> $U_1 = 900$ J e $U_2 = 1200$ J | <input type="checkbox"/> $U_1 = U_2 = 600$ J |
|---|---|--|

Q. 38 [tePT3b] Considere um sistema isolado, formado por duas partes 1 e 2 separadas por uma parede impermeável e fixa. As partes 1 e 2 têm temperaturas iniciais T_1 e T_2 diferentes e satisfazem as equações de estado

$$U_1 = \frac{3R}{2}N_1T_1 \quad \text{e} \quad U_2 = \frac{5R}{2}N_2T_2,$$

onde U_i e N_i denotam, respectivamente, a energia interna e o número de mols do subsistema i e R é a constante dos gases ideais. Em um certo instante, a parede torna-se diatérmica, permitindo troca de calor entre os subsistemas. Sabendo que a energia total do sistema vale 1800 J, que $N_1 = 2$ mol e que $N_2 = 3$ mol, qual é a energia de cada subsistema após atingido o equilíbrio térmico?

- | | | |
|--|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> $U_1 = 400$ J e $U_2 = 1400$ J
<input type="checkbox"/> $U_1 = U_2 = 900$ J | <input type="checkbox"/> $U_1 = 1400$ J e $U_2 = 400$ J
<input checked="" type="checkbox"/> $U_1 = 600$ J e $U_2 = 1200$ J | <input type="checkbox"/> $U_1 = U_2 = 1000$ J |
|--|---|---|

CATALOG

Q. 39 [tePT4a] Considere um sistema isolado formado por dois corpos idênticos, com mesma capacidade térmica a volume constante C_v e com temperaturas iniciais T_0 e $2T_0$. Eles são colocados em contato e, após certo tempo, atingem o equilíbrio térmico. Desprezando variações de volume, a variação total de entropia ΔS referente a esse processo vale

- A $\Delta S = C_v \ln\left(\frac{9}{8}\right)$. C $\Delta S = 0$. E $\Delta S = C_v \ln\left(\frac{4}{3}\right)$.
 B $\Delta S = C_v \ln 2$. D $\Delta S = C_v \ln\left(\frac{3}{4}\right)$.

Q. 40 [tePT4b] Considere um sistema isolado formado por dois corpos idênticos, com mesma capacidade térmica a volume constante C_v e com temperaturas iniciais T_0 e $4T_0$. Eles são colocados em contato e, após certo tempo, atingem o equilíbrio térmico. Desprezando variações de volume, a variação total de entropia ΔS referente a esse processo vale

- A $\Delta S = C_v \ln\left(\frac{25}{16}\right)$. C $\Delta S = 0$. E $\Delta S = C_v \ln\left(\frac{2}{5}\right)$.
 B $\Delta S = C_v \ln\left(\frac{25}{4}\right)$. D $\Delta S = C_v \ln\left(\frac{5}{2}\right)$.

Q. 41 [fmPT1a] Um acelerador produz um feixe colimado de partículas com velocidade $v = \frac{1}{3}c$. A vida média dessas partículas é τ e elas são detectadas em um detector que se encontra a uma distância L do acelerador. Esse detector é então movido para uma distância $2L$ do acelerador. Para que a mesma quantidade de partículas por unidade de tempo atinja o detector, qual deve ser a nova velocidade das partículas no feixe produzido pelo acelerador?

- A $\frac{1}{\sqrt{3}}c$.
 B $\frac{1}{2}c$.
 C Impossível, não há como combinar a contração de espaço e a dilatação da vida-média das partículas simultaneamente.
 D $\frac{1}{\sqrt{2}}c$.
 E $\frac{1}{\sqrt{5}}c$.

Q. 42 [fmPT1b] Um acelerador produz um feixe colimado de partículas com velocidade $v = \frac{2}{7}c$. A vida-média dessas partículas é τ e elas são detectadas em um detector que se encontra a uma distância L do acelerador. Esse detector é então movido para uma distância $3L$ do acelerador. Para que a mesma quantidade de partículas por unidade de tempo atinja o detector, qual deve ser a nova velocidade das partículas no feixe produzido pelo acelerador?

- A $\frac{2}{3}c$.
 B $\frac{6}{7}c$.
 C Impossível, não há como combinar a contração de espaço e a dilatação da vida-média das partículas simultaneamente.
 D $\frac{3}{5}c$.
 E $\frac{4}{7}c$.

CATALOG

Q. 43 [fmPT2a] Considere os seguintes experimentos/fenômenos:

- I. Interferência da fenda dupla de Young.
- II. Espalhamento Compton.
- III. Efeito fotoelétrico.
- IV. Raios catódicos de J. J. Thomson.
- V. Espectro de radiação do corpo negro.

Quais deles fornecem evidências de que a luz interage com a matéria de maneira quantizada?

- | | | |
|---|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> Apenas II, III e V. | <input type="checkbox"/> C Apenas I e IV. | <input type="checkbox"/> E Apenas III, IV e V. |
| <input type="checkbox"/> B Todos exceto IV. | <input type="checkbox"/> D Apenas I, II e III. | |

Q. 44 [fmPT2b] Considere os seguintes experimentos/fenômenos:

- I. Espalhamento Compton.
- II. Interferência da fenda dupla de Young.
- III. Raios catódicos de J. J. Thomson.
- IV. Efeito fotoelétrico.
- V. Espectro de radiação do corpo negro.

Quais deles fornecem evidências de que a luz interage com a matéria de maneira quantizada?

- | | | |
|---|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> Apenas I, IV e V. | <input type="checkbox"/> C Apenas II e III. | <input type="checkbox"/> E Apenas III, IV e V. |
| <input type="checkbox"/> B Todos exceto III. | <input type="checkbox"/> D Apenas I, II e IV. | |

Q. 45 [fmPT3a] De acordo com o modelo de Bohr, o raio da órbita $n = 1$ do átomo de hidrogênio é $a_0 \approx 5,3 \text{ \AA}$ e a velocidade é $v_0 \approx 2,2 \times 10^6 \text{ m/s}$. O raio e a velocidade da órbita $n = 3$ são, respectivamente,

- | | | |
|---|--|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> $9a_0$ e $\frac{1}{3}v_0$. | <input type="checkbox"/> C $9a_0$ e $\frac{1}{9}v_0$. | <input type="checkbox"/> E $3a_0$ e $\frac{1}{\sqrt{3}}v_0$. |
| <input type="checkbox"/> B $3a_0$ e $\frac{1}{9}v_0$. | <input type="checkbox"/> D $3a_0$ e $\frac{1}{3}v_0$. | |

Q. 46 [fmPT3b] De acordo com o modelo de Bohr, o raio da órbita $n = 1$ do átomo de hidrogênio é $a_0 \approx 5,3 \text{ \AA}$ e a velocidade é $v_0 \approx 2,2 \times 10^6 \text{ m/s}$. O raio e a velocidade da órbita $n = 2$ são, respectivamente,

- | | | |
|---|--|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> $4a_0$ e $\frac{1}{2}v_0$. | <input type="checkbox"/> C $4a_0$ e $\frac{1}{4}v_0$. | <input type="checkbox"/> E $2a_0$ e $\frac{1}{\sqrt{2}}v_0$. |
| <input type="checkbox"/> B $2a_0$ e $\frac{1}{4}v_0$. | <input type="checkbox"/> D $2a_0$ e $\frac{1}{2}v_0$. | |

Q. 47 [fmPT4a] A densidade de estados eletrônicos em um metal como função da energia E (medida a partir do fundo da banda de valência) é $g(E) = A\sqrt{E}$, onde A é uma constante. Sendo E_F a energia de Fermi, qual o número total de estados ocupados N ? Desconsidere a degenerescência de spin e, para seus cálculos, considere temperatura nula $T = 0$.

- | | | |
|---|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> $N = \frac{2}{3}AE_F^{3/2}$. | <input type="checkbox"/> B $N = \frac{1}{2}A/E_F^{1/2}$. | <input type="checkbox"/> D $N = AE_F$. |
| | <input type="checkbox"/> C $N = AE_F^{1/2}$. | <input type="checkbox"/> E $N = 2AE_F$. |

CATALOG

Q. 48 [fmPT4b] A densidade de estados eletrônicos em um metal como função da energia E (medida a partir do fundo da banda de valência) é $g(E) = A\sqrt{E}$, onde A é uma constante. Sendo N o número total de estados ocupados, qual é o valor da energia de Fermi E_F ? Desconsidere a degenerescência de spin e, para seus cálculos, considere temperatura nula $T = 0$.

- A** $E_F = \left(\frac{3N}{2A}\right)^{2/3}$. **B** $E_F = \left(\frac{N}{A}\right)^2$. **D** $E_F = \left(\frac{2N}{3A}\right)^{2/3}$.
 C $E_F = \left(\frac{A}{2N}\right)^2$. **E** $E_F = \frac{N}{A}$.

Q. 49 [fmPT5a] Considere um trem que se move em relação a uma plataforma. Um observador em repouso na plataforma vê dois raios atingirem simultaneamente as extremidades do trem, no mesmo instante em que estas coincidem com as extremidades da plataforma. A respeito dessa observação, considere as afirmativas a seguir.

- I. Para um observador viajando no centro do trem, os dois relâmpagos atingem o trem no mesmo instante.
- II. No referencial do trem, o raio da extremidade da frente atinge o trem antes do raio da extremidade de trás.
- III. O comprimento de um trem idêntico em repouso na plataforma é menor do que o comprimento da plataforma.

Levando em conta efeitos relativísticos, quais das afirmativas são verdadeiras?

- A** Apenas a II. **C** Apenas a III. **E** Apenas a I e a III.
 B Apenas a I. **D** Apenas a II e a III.

Q. 50 [fmPT5b] Considere um trem que se move em relação a uma plataforma. Um observador em repouso na plataforma vê dois raios atingirem simultaneamente as extremidades do trem, no mesmo instante em que estas coincidem com as extremidades da plataforma. A respeito dessa observação, considere as afirmativas a seguir.

- I. Para um observador viajando no centro do trem, os dois relâmpagos atingem o trem no mesmo instante.
- II. No referencial do trem, o raio da extremidade da frente atinge o trem antes do raio da extremidade de trás.
- III. O comprimento de um trem idêntico em repouso na plataforma é maior do que o comprimento da plataforma.

Levando em conta efeitos relativísticos, quais das afirmativas são verdadeiras?

- A** Apenas a II e a III. **C** Apenas a II. **E** Apenas a I e a III.
 B Apenas a I. **D** Apenas a III.

Q. 51 [fmPT6a] Considere as coordenadas espaciais e temporais dos eventos abaixo.

1. Evento A: $x_A = 0$, $t_A = 0$.
2. Evento B: $x_B = 400$ m, $t_B = 2 \mu\text{s}$.
3. Evento C: $x_C = 600$ m, $t_C = 1 \mu\text{s}$.
4. Evento D: $x_D = 700$ m, $t_D = 4 \mu\text{s}$.

Entre as alternativas abaixo, assinale aquela em que é fisicamente impossível haver uma relação causal entre o par de eventos indicado.

- A** e C **B** A e B **C** B e C **D** C e D **E** A e D

CATALOG

Q. 52 [fmPT6b] Considere as coordenadas espaciais e temporais dos eventos abaixo.

1. Evento A: $t_A = 0$, $x_A = 0$.
2. Evento B: $t_B = 1 \mu\text{s}$, $x_B = 600 \text{ m}$.
3. Evento C: $t_C = 2 \mu\text{s}$, $x_C = 400 \text{ m}$.
4. Evento D: $t_D = 4 \mu\text{s}$, $x_D = 700 \text{ m}$.

Entre as alternativas abaixo, assinale aquela em que é fisicamente impossível haver uma relação causal entre o par de eventos indicado.

- A e B B e D B e C C e D A e D

Q. 53 [fmPT7a] Suponha que o máximo da radiação emitida pela Estrela X corresponda ao comprimento de onda $\lambda_X = 600 \text{ nm}$, enquanto o máximo da radiação emitida pela Estrela Y corresponda a $\lambda_Y = 300 \text{ nm}$. Considere que ambas as estrelas emitem radiação como corpos negros ideais e admita que elas estão em repouso em relação à Terra. Entre as opções abaixo, indique a melhor estimativa para a razão T_X/T_Y entre as temperaturas superficiais da Estrela X (T_X) e a da Estrela Y (T_Y).

- 1/2 1/4 2 4 1

Q. 54 [fmPT7b] Suponha que o máximo da radiação emitida pela Estrela X corresponda ao comprimento de onda $\lambda_X = 600 \text{ nm}$, enquanto o máximo da radiação emitida pela Estrela Y corresponda a $\lambda_Y = 200 \text{ nm}$. Considere que ambas as estrelas emitem radiação como corpos negros ideais e admita que elas estão em repouso em relação à Terra. Entre as opções abaixo, indique a melhor estimativa para a razão T_X/T_Y entre as temperaturas superficiais da Estrela X (T_X) e a da Estrela Y (T_Y).

- 1/3 1/9 3 9 1

Q. 55 [fmPT8a] Um feixe de luz de frequência $f = 1,0 \times 10^{15} \text{ Hz}$ incide sobre um metal cuja função trabalho é $\phi = 3,0 \text{ eV}$. Considere as afirmativas abaixo.

- I. A frequência da luz é suficiente para provocar emissão fotoelétrica.
- II. Haverá elétrons ejetados com energia cinética maior do que 1,0 eV.
- III. Se a frequência da luz for reduzida para $f = 6,0 \times 10^{14} \text{ Hz}$, haverá emissão fotoelétrica.

Quais das afirmativas são corretas?

- Apenas a I e a II. Apenas a II. Apenas a I e a III.
 Apenas a I. Apenas a III.

Q. 56 [fmPT8b] Um feixe de luz de frequência $f = 5,0 \times 10^{14} \text{ Hz}$ incide sobre um metal cuja função trabalho é $\phi = 1,0 \text{ eV}$. Considere as afirmativas abaixo.

- I. A frequência da luz é suficiente para provocar emissão fotoelétrica.
- II. Haverá elétrons ejetados com energia cinética maior do que 2,0 eV.
- III. Se a frequência da luz for reduzida para $f = 2,0 \times 10^{14} \text{ Hz}$, não haverá emissão fotoelétrica.

Quais das afirmativas são corretas?

- Apenas a I e a III. Apenas a II. Apenas a I e a II.
 Apenas a I. Apenas a III.

CATALOG

Q. 57 [mqPT1a] Duas partículas não interagentes, de mesma massa m , estão sujeitas ao mesmo potencial harmônico unidimensional. Denotamos por

$$H_1 = \frac{P_1^2}{2m} + \frac{m\omega^2 X_1^2}{2}$$

e

$$H_2 = \frac{P_2^2}{2m} + \frac{m\omega^2 X_2^2}{2}$$

os hamiltonianos atuando nos espaços de estados das partículas 1 e 2, respectivamente. Em um determinado instante, prepara-se o sistema no estado

$$|\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|\Phi_{0,0}\rangle + |\Phi_{1,0}\rangle + |\Phi_{0,1}\rangle),$$

expresso em termos dos autoestados $|\Phi_{n_1, n_2}\rangle$ comuns a H_1 e H_2 . Determine (i) a probabilidade \mathcal{P}_{12} de medir a energia total do sistema e encontrar $\hbar\omega$ e (ii) a probabilidade \mathcal{P}_1 de, preparando-se novamente o sistema em $|\psi_0\rangle$, medir a energia apenas da partícula 1 e encontrar $\hbar\omega/2$.

- | | | |
|--|--|--|
| ■ $\mathcal{P}_{12} = \frac{1}{3}$ e $\mathcal{P}_1 = \frac{2}{3}$ | C $\mathcal{P}_{12} = \frac{2}{3}$ e $\mathcal{P}_1 = \frac{1}{3}$ | E $\mathcal{P}_{12} = \frac{1}{3}$ e $\mathcal{P}_1 = \frac{1}{3}$ |
| B $\mathcal{P}_{12} = \frac{2}{3}$ e $\mathcal{P}_1 = \frac{2}{3}$ | D $\mathcal{P}_{12} = 0$ e $\mathcal{P}_1 = \frac{2}{3}$ | |

Q. 58 [mqPT1b] Duas partículas não interagentes, de mesma massa m , estão sujeitas ao mesmo potencial harmônico unidimensional. Denotamos por

$$H_1 = \frac{P_1^2}{2m} + \frac{m\omega^2 X_1^2}{2}$$

e

$$H_2 = \frac{P_2^2}{2m} + \frac{m\omega^2 X_2^2}{2}$$

os hamiltonianos atuando nos espaços de estados das partículas 1 e 2, respectivamente. Em um determinado instante, prepara-se o sistema no estado

$$|\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|\Phi_{0,0}\rangle + |\Phi_{1,0}\rangle + |\Phi_{0,1}\rangle),$$

expresso em termos dos autoestados $|\Phi_{n_1, n_2}\rangle$ comuns a H_1 e H_2 . Determine (i) a probabilidade \mathcal{P}_{12} de medir a energia total do sistema e encontrar $2\hbar\omega$ e (ii) a probabilidade \mathcal{P}_2 de, preparando-se novamente o sistema em $|\psi_0\rangle$, medir a energia apenas da partícula 2 e encontrar $3\hbar\omega/2$?

- | | | |
|--|--|--|
| ■ $\mathcal{P}_{12} = \frac{2}{3}$ e $\mathcal{P}_2 = \frac{1}{3}$ | C $\mathcal{P}_{12} = \frac{1}{3}$ e $\mathcal{P}_2 = \frac{2}{3}$ | E $\mathcal{P}_{12} = \frac{1}{3}$ e $\mathcal{P}_2 = \frac{1}{3}$ |
| B $\mathcal{P}_{12} = \frac{2}{3}$ e $\mathcal{P}_2 = \frac{2}{3}$ | D $\mathcal{P}_{12} = 0$ e $\mathcal{P}_2 = \frac{2}{3}$ | |

Q. 59 [mqPT2a] Considere uma partícula de massa m confinada em um poço de potencial unidimensional infinito de largura a e centrado em $x = 0$. Os possíveis valores de energia dessa partícula são

$$E_n = \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{2ma^2},$$

onde n é um número inteiro positivo. As funções de onda correspondentes são $\psi_n(x) = C \sin(n\pi x/a)$ para n par e $\psi_n(x) = C \cos(n\pi x/a)$ para n ímpar, com $C = \sqrt{2/a}$. Suponha que, superposta ao poço infinito, esteja presente uma perturbação local no centro do poço,

$$W = \lambda \delta(x),$$

sendo λ uma constante. Assinale a alternativa que corresponde, em primeira ordem em λ , à correção ΔE_n nos autovalores de energia da partícula com n par.

■ $\Delta E_n = 0$
 [B] $\Delta E_n = \frac{2\lambda}{a}$

[C] $\Delta E_n = \frac{n\lambda}{a}$
 [D] $\Delta E_n = \frac{n^2\lambda}{a}$

[E] $\Delta E_n = \frac{\lambda}{2a}$

Q. 60 [mqPT2b] Considere uma partícula de massa m confinada em um poço de potencial unidimensional infinito de largura a e centrado em $x = 0$. Os possíveis valores de energia dessa partícula são

$$E_n = \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{2ma^2},$$

onde n é um número inteiro positivo. As funções de onda correspondentes são $\psi_n(x) = C \sin(n\pi x/a)$ para n par e $\psi_n(x) = C \cos(n\pi x/a)$ para n ímpar, com $C = \sqrt{2/a}$. Suponha que, superposta ao poço infinito, esteja presente uma perturbação local no centro do poço,

$$W = \lambda \delta(x),$$

sendo λ uma constante. Assinale a alternativa que corresponde, em primeira ordem em λ , à correção ΔE_n nos autovalores de energia da partícula com n ímpar.

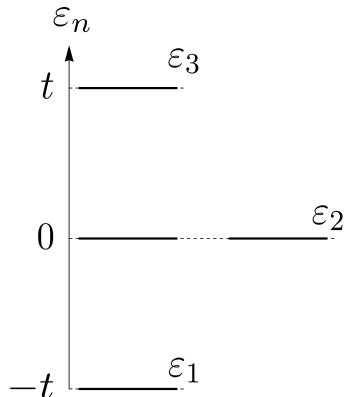
■ $\Delta E_n = \frac{2\lambda}{a}$
 [B] $\Delta E_n = 0$

[C] $\Delta E_n = \frac{n\lambda}{a}$
 [D] $\Delta E_n = \frac{n^2\lambda}{a}$

[E] $\Delta E_n = \frac{\lambda}{2a}$

Q. 61 [mqPT3a]

Um conjunto de quatro estados de partícula única, com energias $\varepsilon_1 = -t$ (não degenerado), $\varepsilon_2 = 0$ (duplamente degenerado) e $\varepsilon_3 = t$ (não degenerado), como ilustrado na figura, serão preenchidos por duas partículas não interageantes. Considerando que todos os autoestados admissíveis de duas partículas são igualmente prováveis, quais são as probabilidades de medir a energia total do sistema e encontrar $-t$ se as partículas são distinguíveis e se elas são férmons idênticos, respectivamente? Ignore o número quântico de spin.



■ 1/4 e 1/3

[B] 1/5 e 1/4

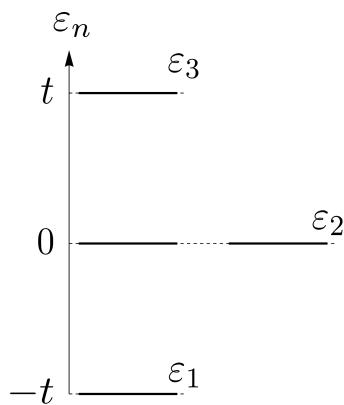
[C] 1/16 e 1/6

[D] 2/3 e 1/4

[E] 1/4 e 1/6

Q. 62 [mqPT3b]

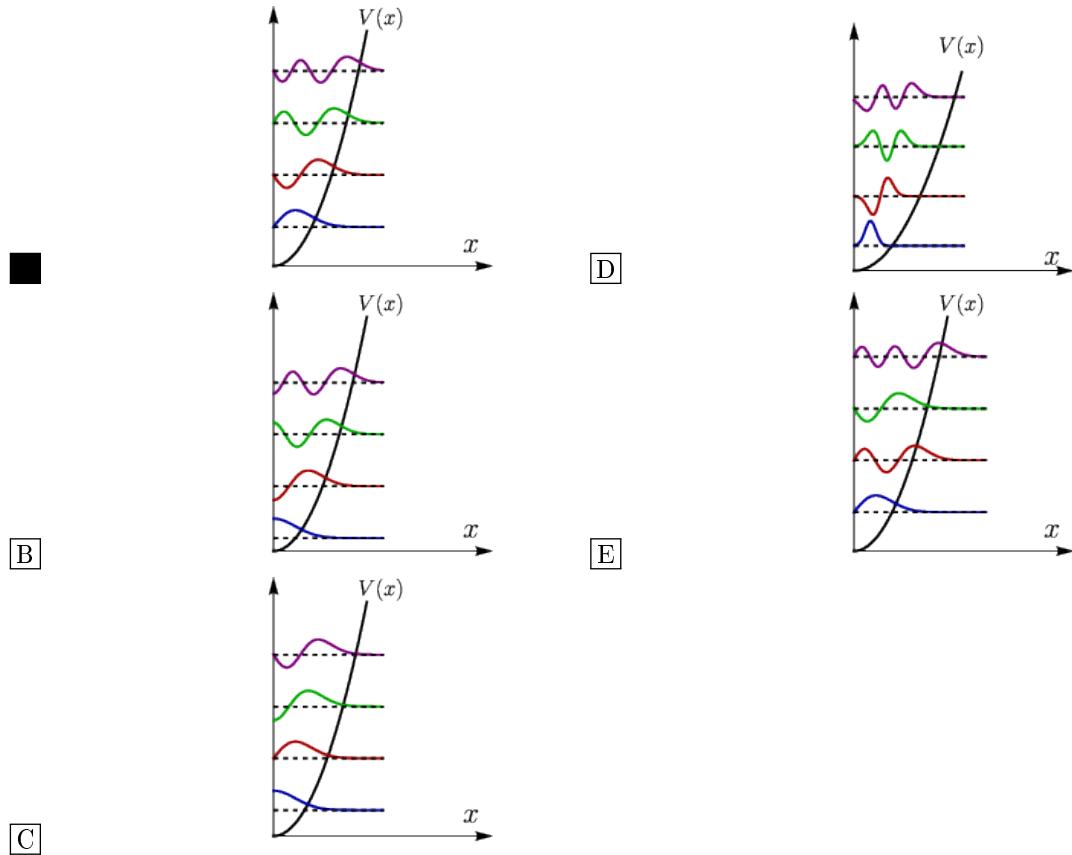
Um conjunto de quatro estados de partícula única, com energias $\varepsilon_1 = -t$ (não degenerado), $\varepsilon_2 = 0$ (duplamente degenerado) e $\varepsilon_3 = t$ (não degenerado), como ilustrado na figura, serão preenchidos por duas partículas não interagentes. Considerando que todos os autoestados admissíveis de duas partículas são igualmente prováveis, quais são as probabilidades de medir a energia total do sistema e encontrar $-t$ se as partículas são distinguíveis e se elas são bôsons idênticos, respectivamente? Ignore o número quântico de spin.



- A 1/4 e 1/5 B 1/4 e 1/3 C 1/3 e 1/3 D 1/5 e 2/3 E 2/3 e 1/3

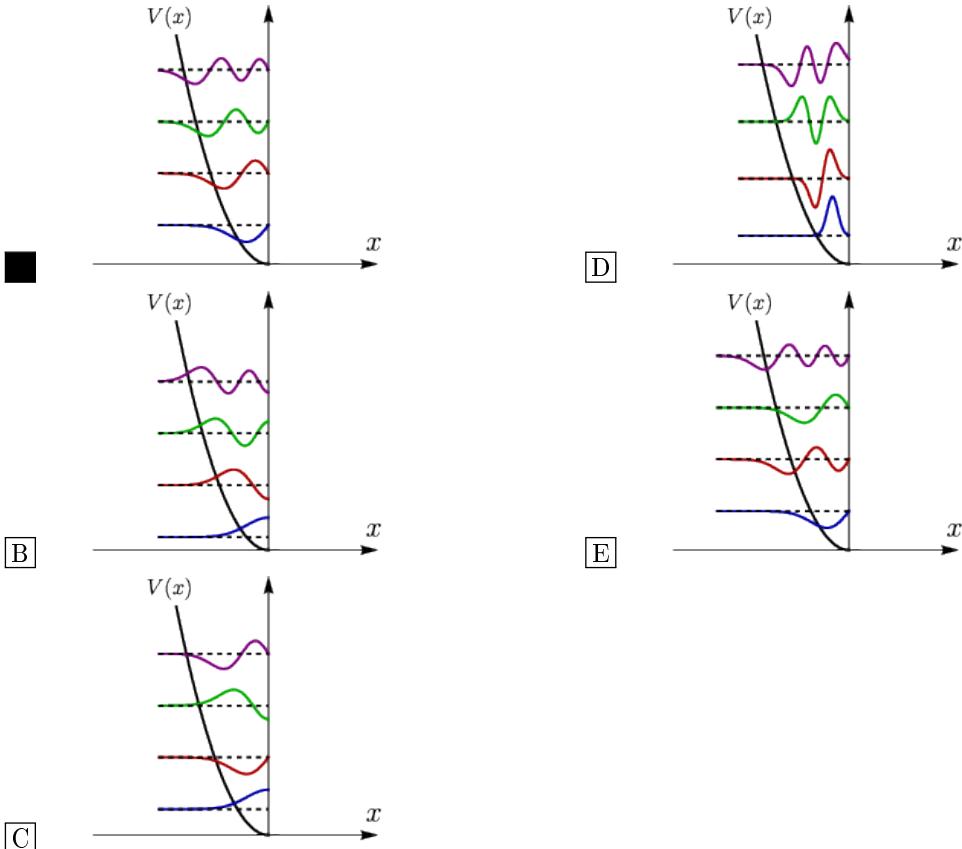
Q. 63 [mqPT4a] Assinale a alternativa que melhor representa as funções de onda de uma partícula sujeita ao potencial unidimensional

$$V(x) = \begin{cases} \frac{m\omega^2 x^2}{2}, & x < 0 \\ \infty, & x > 0 \end{cases}.$$



Q. 64 [mqPT4b] Assinale a alternativa que melhor representa as funções de onda de uma partícula sujeita ao potencial unidimensional

$$V(x) = \begin{cases} \frac{m\omega^2 x^2}{2}, & x < 0 \\ \infty, & x > 0 \end{cases}$$



Q. 65 [mqPT5a]

Considere uma partícula de spin 1/2 cujo espaço de Hilbert bidimensional pode ter como base os estados $|+\rangle$ e $|-\rangle$, autovetores de S_z com autovalores $+\hbar/2$ e $-\hbar/2$, respectivamente. Na presença de um campo magnético \vec{B} , o hamiltoniano dessa partícula é dado por

$$H = -\gamma \vec{S} \cdot \vec{B},$$

em que γ é uma constante (a razão giromagnética). Para um campo $\vec{B} = (2B_0, 0, B_0)$, em que B_0 é uma constante relacionada à intensidade do campo, e definindo $\omega_0 = \gamma B_0/2$, os autovalores de H são

■ $\pm\sqrt{5}\hbar\omega_0$. [B] $\pm\sqrt{3}\hbar\omega_0$. [C] $\pm\hbar\omega_0$. [D] $0, \hbar\omega_0$. [E] $\pm\sqrt{7}\hbar\omega_0$.

Q. 66 [mqPT5b] Considere uma partícula de spin 1/2 cujo espaço de Hilbert bidimensional pode ter como base os estados $|+\rangle$ e $|-\rangle$, autovetores de S_z com autovalores $+\hbar/2$ e $-\hbar/2$, respectivamente. Na presença de um campo magnético \vec{B} , o hamiltoniano dessa partícula é dado por

$$H = -\gamma \vec{S} \cdot \vec{B},$$

em que γ é uma constante (a razão giromagnética). Para um campo $\vec{B} = (\sqrt{2}B_0, 0, B_0)$, em que B_0 é uma constante relacionada à intensidade do campo, e definindo $\omega_0 = \gamma B_0/2$, os autovalores de H são

■ $\pm\sqrt{3}\hbar\omega_0$. [B] $\pm\sqrt{5}\hbar\omega_0$. [C] $\pm\hbar\omega_0$. [D] $0, \hbar\omega_0$. [E] $\pm 2\hbar\omega_0$.

Q. 67 [mqPT6a] Considere uma partícula de massa m e energia E tal que $0 < E < V_0$, movendo-se em uma dimensão sob a ação do potencial

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ V_0 & 0 \leq x \leq a \\ 0 & x > a, \end{cases}$$

sendo a é uma constante com unidade de comprimento. Suponha que na região $x > a$ a solução geral para a função de onda dessa partícula tenha a forma $\psi_3(x) = Fe^{ikx}$, com $k = \sqrt{2mE}/\hbar$ e sendo F uma constante complexa. Considere agora as afirmações a seguir.

- I. Na região $x < 0$, a solução geral para a função de onda dessa partícula tem a forma $\psi_1(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$, em que A e B são constantes complexas.
- II. Na região $0 \leq x \leq a$, temos que $\psi_2(x) = Ce^{\kappa x} + De^{-\kappa x}$, com $\kappa = \sqrt{2m(V_0 - E)}/\hbar$ e C e D constantes complexas.
- III. O coeficiente de transmissão dessa partícula através da barreira de potencial T é dado por $T = |F/(A - B)|^2$.

A respeito dessas afirmações:

- | | |
|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> Apenas I e II estão corretas.
<input type="checkbox"/> Apenas I e III estão corretas.
<input type="checkbox"/> Apenas II e III estão corretas. | <input type="checkbox"/> Nenhuma está correta.
<input type="checkbox"/> Todas estão corretas. |
|--|--|

Q. 68 [mqPT6b] Considere uma partícula de massa m e energia E tal que $0 < E < V_0$, movendo-se em uma dimensão sob a ação do potencial

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ V_0 & 0 \leq x \leq a \\ 0 & x > a, \end{cases}$$

sendo a é uma constante com unidade de comprimento. Suponha que na região $x > a$ a solução geral para a função de onda dessa partícula tenha a forma $\psi_3(x) = Fe^{ikx}$, com $k = \sqrt{2mE}/\hbar$ e sendo F uma constante complexa. Considere agora as afirmações a seguir.

- I. Na região $x < 0$, a solução geral para a função de onda dessa partícula tem a forma $\psi_1(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$, em que A e B são constantes complexas.
- II. Na região $0 \leq x \leq a$, temos que $\psi_2(x) = Ce^{i\kappa x} + De^{-i\kappa x}$, com $\kappa = \sqrt{2m(V_0 - E)}/\hbar$ e C e D constantes complexas.
- III. O coeficiente de transmissão dessa partícula através da barreira de potencial T é dado por $T = |F/A|^2$.

A respeito dessas afirmações:

- | | |
|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> Apenas I e III estão corretas.
<input type="checkbox"/> Apenas I e II estão corretas.
<input type="checkbox"/> Apenas II e III estão corretas. | <input type="checkbox"/> Nenhuma está correta.
<input type="checkbox"/> Todas estão corretas. |
|--|--|

Q. 69 [mqPT7a] Dois spins $1/2$, \vec{S}_1 e \vec{S}_2 têm sua interação descrita por meio do hamiltoniano

$$H = J\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 = J(S_1^x S_2^x + S_1^y S_2^y + S_1^z S_2^z),$$

em que $J > 0$ dá a escala de energia do problema. A respeito desse sistema, considere as afirmações a seguir.

- I. O estado fundamental possui spin total igual a 0.
- II. O estado excitado possui spin total igual a 1.
- III. O estado fundamental é degenerado.

Quais das afirmações são verdadeiras?

- | | |
|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> Apenas I e II.
<input type="checkbox"/> Apenas I e III.
<input type="checkbox"/> Apenas II e III. | <input type="checkbox"/> Nenhuma das afirmações está correta.
<input type="checkbox"/> Todas as afirmações estão corretas. |
|---|---|

Q. 70 [mqPT7b] Dois spins $1/2$, \vec{S}_1 e \vec{S}_2 , têm sua interação descrita por meio do hamiltoniano

$$H = -J\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 = -J(S_1^x S_2^x + S_1^y S_2^y + S_1^z S_2^z),$$

em que $J > 0$ dá a escala de energia do problema. A respeito desse sistema, considere as afirmações a seguir.

- I. O estado fundamental possui spin total igual a 1.
- II. O estado excitado possui spin total igual a 0.
- III. O estado fundamental é degenerado.

Quais das afirmações são verdadeiras?

- | | |
|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> Todas as afirmações estão corretas.
<input type="checkbox"/> Apenas I e III.
<input type="checkbox"/> Apenas II e III. | <input type="checkbox"/> Nenhuma das afirmações está correta.
<input type="checkbox"/> Apenas I e II. |
|--|--|

Q. 71 [mqPT8a] Considere um sistema quântico de três níveis, cujo espaço de Hilbert pode ter como base os seguintes estados:

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |3\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Um observável físico O é representado, nessa base, pela matriz

$$O = s \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

em que s é uma constante. Se, em um certo instante, o sistema se encontrar no estado $|\psi\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}(|1\rangle - |2\rangle + |3\rangle)$, possíveis resultados de uma medida do observável O nesse instante são

- $-s$ com probabilidade 1.
- $-s$ com probabilidade $1/2$ e s com probabilidade $1/2$.
- $-s$ com probabilidade $2/3$ e s com probabilidade $1/3$.
- s com probabilidade 1.
- $-s$ com probabilidade $3/4$ e s com probabilidade $1/4$.

Q. 72 [mqPT8b] Considere um sistema quântico de três níveis, cujo espaço de Hilbert pode ter como base os seguintes estados:

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |3\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Um observável físico O é representado, nessa base, pela matriz

$$O = s \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

em que s é uma constante. Se, em um certo instante, o sistema se encontrar no estado $|\psi\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}(|1\rangle + |2\rangle + |3\rangle)$, possíveis resultados de uma medida do observável O nesse instante são:

- A** s com probabilidade 1.
- B** s com probabilidade $1/2$ e $-s$ com probabilidade $1/2$.
- C** s com probabilidade $2/3$ e $-s$ com probabilidade $1/3$.
- D** $-s$ com probabilidade 1.
- E** s com probabilidade $3/4$ e $-s$ com probabilidade $1/4$.

Q. 73 [fePT1a] Um sistema composto por N partículas não interagentes está em contato com um reservatório térmico à temperatura T . Cada partícula pode ocupar apenas dois níveis de energia: o estado fundamental $\varepsilon_0 = 0$, não degenerado, ou o estado excitado $\varepsilon_1 = \varepsilon > 0$, que é triplamente degenerado. Nessas condições, e sendo $\beta^{-1} = k_B T$, a energia média por partícula do sistema é:

- A** $\frac{3\varepsilon e^{-\beta\varepsilon}}{1 + 3e^{-\beta\varepsilon}}$.
- B** 3ε .
- C** $\frac{3\varepsilon e^{-\beta\varepsilon}}{1 + e^{-\beta\varepsilon}}$.
- D** $\frac{\varepsilon e^{-\beta\varepsilon}}{1 + 3e^{-\beta\varepsilon}}$.
- E** ε

Q. 74 [fePT1b] Um sistema composto por N partículas não interagentes está em contato com um reservatório térmico à temperatura T . Cada partícula pode ocupar apenas dois níveis de energia: o estado fundamental $\varepsilon_0 = 0$, não degenerado, ou o estado excitado $\varepsilon_1 = \varepsilon > 0$, que é duplamente degenerado. Nessas condições, e sendo $\beta^{-1} = k_B T$, a energia média por partícula do sistema é:

- A** $\frac{2\varepsilon e^{-\beta\varepsilon}}{1 + 2e^{-\beta\varepsilon}}$.
- B** 2ε .
- C** $\frac{2\varepsilon e^{-\beta\varepsilon}}{1 + e^{-\beta\varepsilon}}$.
- D** $\frac{\varepsilon e^{-\beta\varepsilon}}{1 + 2e^{-\beta\varepsilon}}$.
- E** ε

Q. 75 [fePT2a] Dois sistemas isolados, A e B, possuem respectivamente $\Omega_A = 10^3$ e $\Omega_B = 10^2$ microestados acessíveis. Eles são combinados para formar um sistema total $A + B$, sem interação entre eles. Supondo que todos os microestados continuem igualmente prováveis e acessíveis, a entropia total S_{A+B} do sistema combinado e a probabilidade p_j de ocorrência de cada microestado particular nesse sistema são, respectivamente:

- A** $S_{A+B} = 5k_B \ln 10$ e $p_j = 10^{-5}$.
- B** $S_{A+B} = 6k_B \ln 10$ e $p_j = 10^{-5}$.
- C** $S_{A+B} = k_B \ln 6$ e $p_j = 10^{-2}$.
- D** $S_{A+B} = 5k_B \ln 10$ e $p_j = 10^{-2}$.
- E** $S_{A+B} = 6k_B \ln 10$ e $p_j = 10^{-2}$.

CATALOG

Q. 76 [fePT2b] Dois sistemas isolados, A e B, possuem respectivamente $\Omega_A = 10^2$ e $\Omega_B = 10^5$ microestados acessíveis. Eles são combinados para formar um sistema total $A + B$, sem interação entre eles. Supondo que todos os microestados continuem igualmente prováveis e acessíveis, a entropia total S_{A+B} do sistema combinado e a probabilidade p_j de ocorrência de cada microestado particular nesse sistema são, respectivamente:

- | | |
|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> [A] $S_{A+B} = 7k_B \ln 10$ e $p_j = 10^{-7}$. | <input type="checkbox"/> [D] $S_{A+B} = 7k_B \ln 10$ e $p_j = 10^{-3}$. |
| <input type="checkbox"/> [B] $S_{A+B} = 10k_B \ln 10$ e $p_j = 10^{-7}$. | <input type="checkbox"/> [E] $S_{A+B} = 10k_B \ln 10$ e $p_j = 10^{-3}$. |
| <input type="checkbox"/> [C] $S_{A+B} = k_B \ln 10$ e $p_j = 10^{-3}$. | |

Q. 77 [fePT3a] O deslocamento de um oscilador harmônico simples clássico é descrito por $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$. Considere então uma coleção desses osciladores, com mesma amplitude A e frequência ω , mas com fases ϕ distribuídas uniformemente no intervalo $[0, 2\pi]$. Para um instante de tempo t arbitrário, a variância da posição dos osciladores, $\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$, é:

- | | | | | |
|---|--|--------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> [A] $A^2/2$. | <input type="checkbox"/> [B] $A^2/4$. | <input type="checkbox"/> [C] A^2 . | <input type="checkbox"/> [D] $4A^2$. | <input type="checkbox"/> [E] 0. |
|---|--|--------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|

Q. 78 [fePT3b] O deslocamento de um oscilador harmônico simples clássico é descrito por $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$. Considere então um ensemble destes osciladores com mesma amplitude A e frequência ω , mas com fases ϕ distribuídas uniformemente no intervalo $[0, 2\pi]$. Para um instante de tempo t arbitrário, o desvio padrão da posição dos osciladores, $\sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$, é:

- | | | | | |
|--|--------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> [A] $A/\sqrt{2}$. | <input type="checkbox"/> [B] $A/2$. | <input type="checkbox"/> [C] A . | <input type="checkbox"/> [D] $2A$. | <input type="checkbox"/> [E] 0. |
|--|--------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------|

Q. 79 [fePT4a] O modelo de Blume-Capel é uma extensão do modelo de Ising para spins $S = 1$, permitindo o estudo de transições de fase mais complexas do que no modelo de Ising original. Na ausência de campo externo, para dois átomos, seu hamiltoniano é dado por

$$\mathcal{H} = -Js_1s_2 + D(s_1^2 + s_2^2),$$

onde $s_i = 0, \pm 1$, $J > 0$ é o acoplamento ferromagnético e $D > 0$ é o parâmetro de campo cristalino. Supondo $D < J/2$, o estado fundamental do sistema é:

- | | | |
|---|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> [A] $s_1 = s_2 = \pm 1$. | <input type="checkbox"/> [C] $s_1 = s_2 = 0$. | <input type="checkbox"/> [E] $s_2 = 0$ e $s_1 = \pm 1$. |
| <input type="checkbox"/> [B] $s_1 = -s_2$ e $s_2 = \pm 1$. | <input type="checkbox"/> [D] $s_1 = 0$ e $s_2 = \pm 1$. | |

Q. 80 [fePT4b] O modelo de Blume-Capel é uma extensão do modelo de Ising para spins $S = 1$, permitindo o estudo de transições de fase mais complexas do que no modelo de Ising original. Na ausência de campo externo, para dois átomos, seu hamiltoniano é dado por

$$\mathcal{H} = -Js_1s_2 + D(s_1^2 + s_2^2),$$

onde $s_i = 0, \pm 1$, $J > 0$ é o acoplamento ferromagnético e $D > 0$ é o parâmetro de campo cristalino. Supondo $D > J/2$, o estado fundamental do sistema é:

- | | | |
|---|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> [A] $s_1 = s_2 = 0$. | <input type="checkbox"/> [C] $s_1 = -s_2$ e $s_2 = \pm 1$. | <input type="checkbox"/> [E] $s_2 = 0$ e $s_1 = \pm 1$. |
| <input type="checkbox"/> [B] $s_1 = s_2 = \pm 1$. | <input type="checkbox"/> [D] $s_1 = 0$ e $s_2 = \pm 1$. | |

CATALOG

Folha de Respostas

22025EUF0000

João Ninguém

Q. 1 : B C D E

Q. 2 : B C D E

Q. 3 : B C D E

Q. 4 : B C D E

Q. 5 : B C D E

Q. 6 : B C D E

Q. 7 : B C D E

Q. 8 : B C D E

Q. 9 : B C D E

Q. 10 : B C D E

Q. 11 : B C D E

Q. 12 : B C D E

Q. 13 : B C D E

Q. 14 : B C D E

Q. 15 : B C D E

Q. 16 : B C D E

Q. 17 : B C D E

Q. 18 : B C D E

Q. 19 : B C D E

Q. 20 : B C D E

Q. 21 : B C D E

Q. 22 : B C D E

Q. 23 : B C D E

Q. 24 : B C D E

Q. 25 : B C D E

Q. 26 : B C D E

Q. 27 : B C D E

Q. 28 : B C D E

Q. 29 : B C D E

Q. 30 : B C D E

Q. 31 : B C D E

Q. 32 : B C D E

Q. 33 : B C D E

Q. 34 : B C D E

Q. 35 : B C D E

Q. 36 : B C D E

Q. 37 : B C D E

Q. 38 : B C D E

Q. 39 : B C D E

Q. 40 : B C D E

Q. 41 : B C D E

Q. 42 : B C D E

Q. 43 : B C D E

Q. 44 : B C D E

Q. 45 : B C D E

Q. 46 : B C D E

Q. 47 : B C D E

Q. 48 : B C D E

CATALOG

Q. 49 : B C D E

Q. 50 : B C D E

Q. 51 : B C D E

Q. 52 : B C D E

Q. 53 : B C D E

Q. 54 : B C D E

Q. 55 : B C D E

Q. 56 : B C D E

Q. 57 : B C D E

Q. 58 : B C D E

Q. 59 : B C D E

Q. 60 : B C D E

Q. 61 : B C D E

Q. 62 : B C D E

Q. 63 : B C D E

Q. 64 : B C D E

Q. 65 : B C D E

Q. 66 : B C D E

Q. 67 : B C D E

Q. 68 : B C D E

Q. 69 : B C D E

Q. 70 : B C D E

Q. 71 : B C D E

Q. 72 : B C D E

Q. 73 : B C D E

Q. 74 : B C D E

Q. 75 : B C D E

Q. 76 : B C D E

Q. 77 : B C D E

Q. 78 : B C D E

Q. 79 : B C D E

Q. 80 : B C D E

CATALOG

22025EUF0001

John Doe

Instructions for the exam:

- This test contains **40** questions on the subjects classical mechanics, electromagnetism, thermodynamics, modern physics, quantum mechanics, and statistical physics. All questions have the same weight.
- The duration of this test is **4 hours**.
Candidates must remain in the exam room for a minimum of 90 minutes.
- The use of calculators or other electronic devices is not permitted during the exam.
- Fill in the correct alternatives in the answer sheet at the end of the exam, by filling completely the corresponding square in black or blue ink. **Alternatives filled in anywhere outside the answer sheet will be disregarded.** Do not detach the answer sheet. Any eventual errors in filling the squares can be corrected with white liquid paper.
- At the end of the test, return both this question booklet and the formula sheet.

22025EUF0001

John Doe

Q. 1 [mcEN1a] On an inclined plane there are two blocks: one descending with initial speed v_1 and the other ascending with initial speed v_2 . The coefficients of friction between the blocks and the inclined plane are equal to $\mu = 2$, the inclination angle of the plane in relation to the horizontal is equal to $\pi/4$. Given that the blocks slide exactly the same distance before stopping, what is the relationship between their initial speeds?

$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{1}{3}}$

B None of the other alternatives.

C $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{3}$.

D $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{1}{2}}$.

E $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2}$.

Q. 2 [mcEN1b] On an inclined plane there are two blocks: one descending with initial speed v_1 and the other ascending with initial speed v_2 . The coefficients of friction between the blocks and the inclined plane are equal to $\mu = 3/2$, the inclination angle of the plane in relation to the horizontal is equal to $\pi/4$. Given that the blocks slide exactly the same distance before stopping, what is the relationship between their initial speeds?

$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{1}{5}}$

B None of the other alternatives.

C $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{5}$.

D $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{1}{3}}$.

E $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{3}$.

Q. 3 [mcEN2a] A test particle is at rest on the surface of a perfectly spherical planet with uniform density ρ and radius R . The planet begins to rotate (with a very slowly increasing angular speed ω) around an axis through its center, with the particle on the equator. If $\mu > 0$ is the friction coefficient between this particle and the planet, and G is the constant of universal gravitation, what is the maximum angular rotational speed that the particle can have?

$\omega_{\max} = \sqrt{\frac{4\pi\rho G}{3}}$.

B $\omega_{\max} = \omega$. Since the angular speed increases very slowly and $\mu > 0$, the maximum angular speed of the particle is the same as that of the planet.

C $\omega_{\max} = \sqrt{\frac{4\pi\mu\rho G}{3}}$.

D $\omega_{\max} = \sqrt{\frac{4\pi\sqrt{1+\mu^2}\rho G}{3}}$.

E $\omega_{\max} = \sqrt{\frac{4\pi\sqrt{|1-\mu^2|}\rho G}{3}}$.

Q. 4 [mcEN2b] A test particle is at rest on the surface of a planet of mass M uniformly distributed in a sphere of radius R . The planet begins to rotate (with a very slowly increasing angular speed ω) around an axis through its center, with the particle on the equator. If $\mu > 0$ is the friction coefficient between this particle and the planet, and G is the constant of universal gravitation, what is the maximum angular rotational speed that the particle can have?

$\omega_{\max} = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$.

B $\omega_{\max} = \omega$. Since the angular speed increases very slowly and $\mu > 0$, the maximum angular speed of the particle is the same as that of the planet.

C $\omega_{\max} = \sqrt{\frac{\mu GM}{R^3}}$.

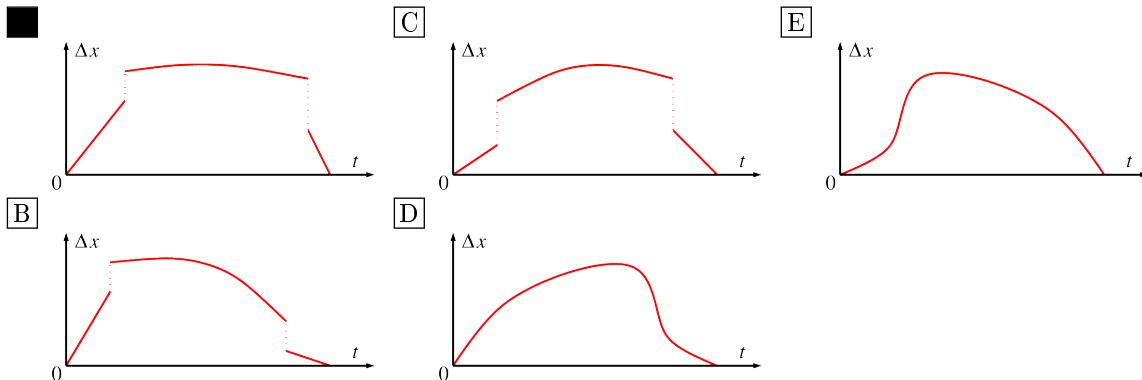
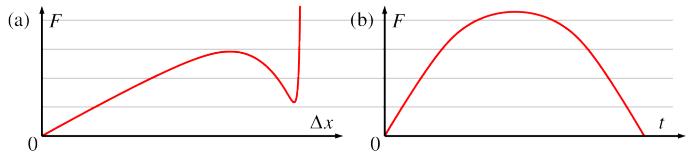
D $\omega_{\max} = \sqrt{\frac{\sqrt{1+\mu^2}GM}{R^3}}$.

E $\omega_{\max} = \sqrt{\frac{\sqrt{|1-\mu^2|}GM}{R^3}}$.

CATALOG

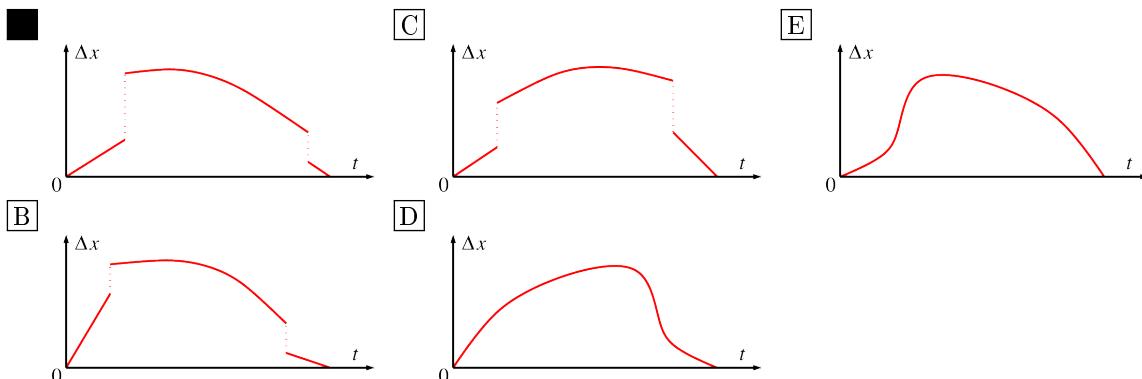
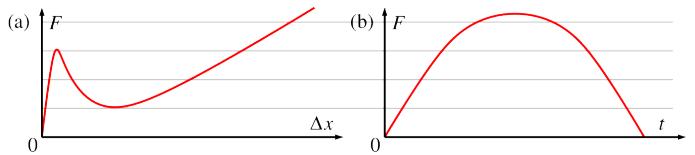
Q. 5 [mcEN3a]

Figure (a) illustrates the force F required to cause a deformation Δx in a non-conventional “spring”. An experiment is then performed in which a time-dependent force F is applied to this spring, as illustrated in figure (b). (The vertical axes of both figures have the same scale; t denotes time.) Which of the graphs below best illustrates the spring’s deformation as a function of time?



Q. 6 [mcEN3b]

Figure (a) illustrates the force F required to cause a deformation Δx in a non-conventional “spring”. An experiment is then performed in which a time-dependent force F is applied to this spring, as illustrated in figure (b). (The vertical axes of both figures have the same scale; t denotes time.) Which of the graphs below best illustrates the spring’s deformation as a function of time?



Q. 7 [mcEN4a] Some nebulae shine at the expense of the rotational energy of their neutron star. Assuming that this star is a homogeneous sphere of radius R and mass M , calculate the power emitted by the nebula, given that the star’s rotation period is T and that this period increases at a constant rate $\gamma = dT/dt$.

$\frac{8\pi^2\gamma MR^2}{5T^3}$

$\frac{8\pi^2\gamma MR^2}{3T^3}$

$\frac{1}{2}\frac{M}{T}\left(\frac{2\pi R}{T}\gamma\right)^2$

$\frac{1}{2}\frac{M}{T}\gamma\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2$

$\frac{1}{2}\frac{M}{T}\left(\frac{R}{T}\gamma\right)^2$

CATALOG

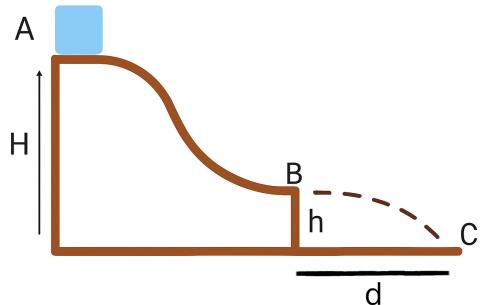
Q. 8 [mcEN4b] Some nebulae shine at the expense of the rotational energy of their neutron star. Assuming that this star is a homogeneous sphere of radius R and mass M , calculate the rate dT/dt at which the rotation period T of the star increases, given that the luminous power emitted by the nebula is P .

- A $\frac{5PT^3}{8\pi^2 MR^2}$
- B $\frac{3PT^3}{8\pi^2 MR^2}$
- C $\frac{\sqrt{2PT^3/M}}{2\pi R}$

- D $\frac{2PT^3}{M(2\pi R)^2}$
- E $\frac{\sqrt{2PT^3/M}}{R}$

Q. 9 [mcEN5a]

A block of mass M is released from rest at point A , located at the top of a platform with height H . Under the effect of gravity, the block slides without friction along the surface of the platform until it is released horizontally from point B , located at a height h , as illustrated in the figure. The block then hits the ground at point C , located a horizontal distance d from point B . Given this, determine the horizontal distance d as a function of H and h . Neglect air friction.

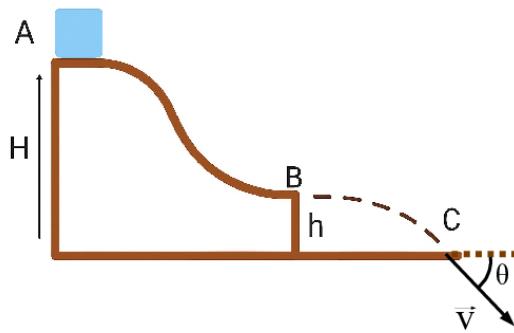


- A $d = 2\sqrt{(H-h)h}$
- B $d = 2\sqrt{Hh}$
- C $d = \sqrt{2(H-h)h}$

- D $d = \sqrt{2Hh}$
- E $d = \sqrt{(H+h)h}$

Q. 10 [mcEN5b]

A block of mass M is released from rest at point A , located at the top of a platform with height H . Under the effect of gravity, the block slides without friction along the surface of the platform until it is released horizontally from point B , located at a height h , as illustrated in the figure. The block then hits the ground at point C , with the velocity vector making an angle θ with the horizontal. Given this, determine the angle θ as a function of H and h . Neglect air friction.



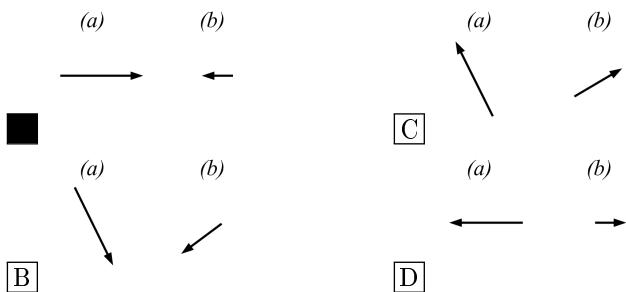
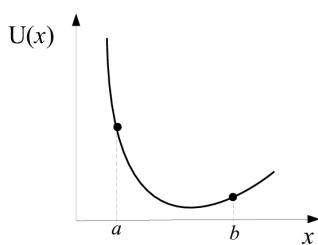
- A $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{h}{H-h} \right)$
- B $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{h}{H} \right)$

- C $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{H-h}{h} \right)$
- D $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{H}{h} \right)$
- E $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{h}{H+h} \right)$

CATALOG

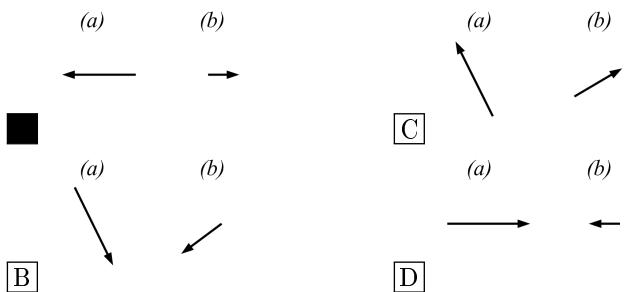
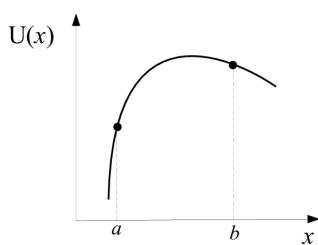
Q. 11 [mcEN6a]

A particle moves along the Ox axis under the action of a conservative force $F(x)$. The potential energy $U(x)$ associated with this force is shown in the figure. Determine the option that best represents the force vector (magnitude and direction) at the points $x = a$ and $x = b$.



Q. 12 [mcEN6b]

A particle moves along the Ox axis under the action of a conservative force $F(x)$. The potential energy $U(x)$ associated with this force is shown in the figure. Determine the option that best represents the force vector (magnitude and direction) at the points $x = a$ and $x = b$.



Q. 13 [mcEN7a]

A spring of negligible mass and spring constant k is attached at one end to a wall. The other end is attached to a disk of radius R and mass M , at a distance b from its center. The disk is mounted on a base but can rotate freely about its axis of symmetry. In the equilibrium position, the spring is relaxed, and the point of attachment to the disk forms a zero angle with the vertical, as shown in the figure. Considering small oscillations around equilibrium, determine the angular frequency ω_0 of the disk's oscillations. Assume the disk is homogeneous, so that

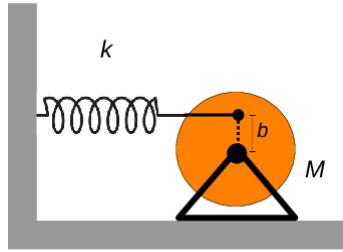
A $\sqrt{\frac{2kb^2}{MR^2}}$

B $\sqrt{\frac{kb^2}{MR^2}}$

C $\sqrt{\frac{2kb}{MR}}$

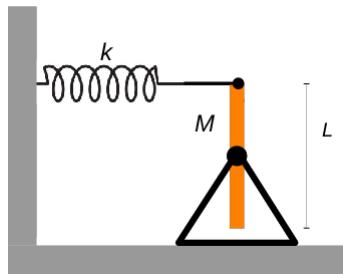
D $\sqrt{\frac{kb^2}{2MR^2}}$

the relevant moment of inertia is $I = \frac{MR^2}{2}$.

**Q. 14 [mcEN7b]**

A spring of negligible mass and spring constant k is attached at one end to a wall. The other end of the spring is attached to a thin rod of length L and mass M . The rod is mounted to a base but can rotate freely around its axis of symmetry. In the equilibrium position, the spring is relaxed, and the point of attachment to the rod makes a zero angle with the vertical, as shown in the figure. Considering small oscillations around equilibrium, determine the angular frequency ω_0 of the rod's oscillations. Assume the rod is homogeneous, so that the relevant

moment of inertia is $I = \frac{ML^2}{12}$.



A $\sqrt{\frac{3k}{M}}$

B $\sqrt{\frac{k}{M}}$

C $\sqrt{\frac{12k}{M}}$

D $\sqrt{\frac{4k}{M}}$

E $\sqrt{\frac{k}{4M}}$

Q. 15 [mcEN8a] Consider a particle of mass m in a two-dimensional system, subject to forces such that its Lagrangian is given by $\mathcal{L}(x, y, \dot{x}, \dot{y}, t) = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + x\dot{y}b(t)$, where $b(t)$ is a known function of time. Determine the Hamiltonian $\mathcal{H}(x, y, p_x, p_y, t)$ corresponding to this system.

A $\mathcal{H} = \frac{1}{2m}p_x^2 + \frac{1}{2m}[p_y - b(t)x]^2$

B $\mathcal{H} = \frac{1}{2m}p_x^2 + \frac{1}{2m}[p_y + b(t)x]^2$

C $\mathcal{H} = \frac{1}{2m}[p_x + b(t)y]^2 + \frac{1}{2m}p_y^2$

D $\mathcal{H} = \frac{1}{2m}[p_x - b(t)y]^2 + \frac{1}{2m}p_y^2$

E $\mathcal{H} = \frac{1}{2m}p_x^2 + \frac{1}{2m}p_y^2$

CATALOG

Q. 16 [mcEN8b] Consider a particle of mass m in a two-dimensional system, subject to forces such that its Lagrangian is given by $\mathcal{L}(x, y, \dot{x}, \dot{y}, t) = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + x\dot{y}b(t)$, where $b(t)$ is a known function of time. Determine the equations of motion corresponding to this system as functions of x and y and their respective derivatives.

- | | |
|--|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> (I) $m\ddot{x} - \dot{y}b(t) = 0$; (II) $m\ddot{y} + \dot{x}b(t) + x\frac{d}{dt}b(t) = 0$ | <input type="checkbox"/> (I) $m\ddot{x} + \dot{y}b(t) = 0$; (II) $m\ddot{y} - \dot{x}b(t) - x\frac{d}{dt}b(t) = 0$ |
| <input type="checkbox"/> (I) $m\ddot{x} - \dot{y}b(t) = 0$; (II) $m\ddot{y} + \dot{x}b(t) = 0$ | <input type="checkbox"/> (I) $m\ddot{x} + \dot{y}b(t) = 0$; (II) $m\ddot{y} - \dot{x}b(t) = 0$ |
| | <input type="checkbox"/> (I) $m\ddot{x} - \dot{y}b(t) = 0$; (II) $m\ddot{y} + x\frac{d}{dt}b(t) = 0$ |

Q. 17 [emEN1a] A parallel-plate capacitor has plates of area A separated by a distance D . Between the plates, in the region $0 < z < D/2$ (measured along an axis z perpendicular to the plates), there is a dielectric with constant κ_1 , while in the region $D/2 < z < D$, there is a dielectric with constant κ_2 . What is the equivalent capacitance C of the capacitor?

- | | | |
|---|--|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> $C = \frac{2\epsilon_0 A}{D} \frac{\kappa_1 \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2}$ | <input type="checkbox"/> $C = \frac{2\epsilon_0 A}{D} \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{\kappa_1 \kappa_2}$ | <input type="checkbox"/> $C = \frac{\epsilon_0 A}{D} \frac{\kappa_1 \kappa_2 + 1}{\kappa_1 + \kappa_2}$ |
| <input type="checkbox"/> $C = \frac{\epsilon_0 A}{D} \frac{\kappa_1 \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2}$ | <input type="checkbox"/> $C = \frac{\epsilon_0 A}{D} \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{\kappa_1 \kappa_2}$ | |

Q. 18 [emEN1b] A parallel-plate capacitor has plates of area A separated by a distance D . Between the plates, in the region $0 < z < D/2$ (measured along an axis z perpendicular to the plates), there is a dielectric with constant κ , while in the region $D/2 < z < D$ is a vacuum. What is the equivalent capacitance C of the capacitor?

- | | | |
|---|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> $C = \frac{2\epsilon_0 A}{D} \frac{\kappa}{\kappa + 1}$ | <input type="checkbox"/> $C = \frac{\epsilon_0 A}{D} \frac{\kappa}{\kappa + 1}$ | <input type="checkbox"/> $C = \frac{\epsilon_0 A}{D} \frac{\kappa + 1}{\kappa}$ |
| <input type="checkbox"/> $C = \frac{2\epsilon_0 A}{D} \frac{\kappa + 1}{\kappa}$ | | <input type="checkbox"/> $C = \frac{\epsilon_0 A}{D} \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1}$ |

Q. 19 [emEN2a] Consider the magnetic vector potential $\mathbf{A} = (\alpha x + \beta e^{\gamma y})\hat{x} + \delta \cos(\epsilon x)\hat{y}$, where α , β , γ , δ , and ϵ are constants. What is the magnetic field \mathbf{B} at the origin of the coordinate system?

- | | | |
|--|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> $\mathbf{B} = -\beta\gamma\hat{z}$ | <input type="checkbox"/> $\mathbf{B} = \beta\hat{x} + \delta\hat{y} - \alpha\hat{z}$ | <input type="checkbox"/> $\mathbf{B} = \beta\gamma\hat{x}$ |
| <input type="checkbox"/> $\mathbf{B} = \beta\epsilon\hat{z}$ | <input type="checkbox"/> $\mathbf{B} = \beta\hat{x} - \epsilon\hat{y} + \alpha\hat{z}$ | |

Q. 20 [emEN2b] Consider the magnetic vector potential $\mathbf{A} = (\alpha x + \beta e^{\gamma y})\hat{y} + \delta \cos(\epsilon x)\hat{z}$, where α , β , γ , δ , and ϵ are constants. What is the magnetic field \mathbf{B} at the origin of the coordinate system?

- | | | |
|--|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> $\mathbf{B} = \alpha\hat{z}$ | <input type="checkbox"/> $\mathbf{B} = \beta\hat{x} + \gamma\hat{y} - \alpha\hat{z}$ | <input type="checkbox"/> $\mathbf{B} = \beta\hat{x}$ |
| <input type="checkbox"/> $\mathbf{B} = \beta\gamma\hat{x} - \alpha\hat{z}$ | <input type="checkbox"/> $\mathbf{B} = \beta\hat{x} - \epsilon\hat{y} + \alpha\hat{z}$ | |

Q. 21 [emEN3a] Consider an electric field given by $\mathbf{E} = (k/r)\hat{r}$, where k is a constant. What is the work W done by the electric field in moving a point charge q from a point r to a point $2r$?

- | | | |
|--|--|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> $W = kq \ln 2$ | <input type="checkbox"/> $W = kq$ | <input type="checkbox"/> $W = kq/2$ |
| <input type="checkbox"/> $W = 2\pi kq \ln 2$ | <input type="checkbox"/> $W = 2\pi kq$ | |

Q. 22 [emEN3b] Consider an electric field given by $\mathbf{E} = (k/r)\hat{r}$, where k is a constant. What is the work W done by the electric field in moving a point charge q from a point r to a point $3r$?

- | | | |
|--|--|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> $W = kq \ln 3$ | <input type="checkbox"/> $W = 3kq$ | <input type="checkbox"/> $W = kq/3$ |
| <input type="checkbox"/> $W = kq \ln 2$ | <input type="checkbox"/> $W = 6\pi kq$ | |

Q. 23 [emEN4a] Consider a spherical capacitor with two concentric spherical shells of radii a and b ($b > a$). The electric potential is such that $V(a) = V_0$ and $V(b) = 0$. The space between the two shells is a vacuum. What is the electric potential in the region between the two shells in the case where $b = 2a$?

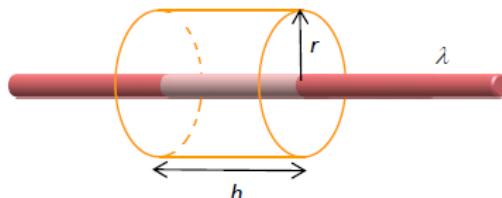
- [A] $V(r) = \left(\frac{2a}{r} - 1\right) V_0$ [C] $V(r) = \left(2 - \frac{r}{a}\right) V_0$ [E] $V(r) = \left(\frac{a}{2r} - \frac{1}{2}\right) V_0$
 [B] $V(r) = 2 \left(\frac{a}{r} - 1\right) V_0$ [D] $V(r) = \left(\frac{2r}{a} - 1\right) V_0$

Q. 24 [emEN4b] Consider a spherical capacitor with two concentric spherical shells of radii a and b ($b > a$). The electric potential is such that $V(a) = V_0$ and $V(b) = 0$. The space between the two shells is a vacuum. What is the electric potential in the region between the two shells in the case where $b = 3a$?

- [A] $V(r) = \left(\frac{3a}{r} - 1\right) \frac{V_0}{2}$ [C] $V(r) = \left(3 - \frac{r}{a}\right) \frac{V_0}{2}$ [E] $V(r) = \left(\frac{a}{3r} - \frac{1}{3}\right) V_0$
 [B] $V(r) = \left(\frac{3a}{r} - 1\right) V_0$ [D] $V(r) = \left(\frac{3r}{a} - 1\right) V_0$

Q. 25 [emEN5a]

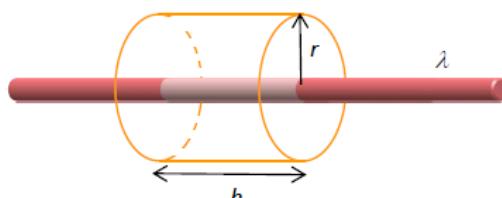
The figure represents a long, charged wire whose linear charge density is λ . It also shows a cylinder with height h and a base radius r , whose axis coincides with the wire. The magnitude E of the electric field at a distance r from the wire and the magnitude of the electric field flux Φ_E through the bases of the cylinder are, respectively:



- [A] $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ and $\Phi_E = 0$
 [B] $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ and $\Phi_E = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$
 [C] $E = 0$ and $\Phi_E = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$
- [D] $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ e $\Phi_E = \frac{\pi r^2 \lambda}{\epsilon_0}$
 [E] $E = 0$ and $\Phi_E = 0$, because the total charge in the wire is zero.

Q. 26 [emEN5b]

The figure represents a long, charged wire whose linear charge density is λ . It also shows a cylinder with height h and a base radius r , whose axis coincides with the wire. The magnitude E of the electric field and the magnitude of the electric field flux Φ_E through the curved surface of the cylinder are, respectively:



- [A] $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ and $\Phi_E = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$
 [B] $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ and $\Phi_E = 0$
 [C] $E = 0$ and $\Phi_E = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$
- [D] $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ and $\Phi_E = \frac{\pi r^2 \lambda}{\epsilon_0}$
 [E] $E = 0$ and $\Phi_E = 0$, because the total charge in the wire is zero.

CATALOG

Q. 27 [emEN6a] An ohmic material with conductivity σ fills the space between two coaxial, conducting cylindrical shells. The shells have height H and radii a and b (where $b > a$). A sensitive instrument detects a uniform current I_0 flowing from the inner shell to the outer shell. Taking ρ as the distance between a point in the region of the ohmic material and the common axis of the cylinders, the electric field at $\rho = (a + b)/2$ is written as:

<input checked="" type="checkbox"/> $\mathbf{E} = \frac{I_0}{\pi(a+b)H\sigma}\hat{\rho}$	<input type="checkbox"/> $\mathbf{C} \quad \mathbf{E} = \frac{I_0}{4\pi(b-a)H\sigma}\hat{\rho}$	<input type="checkbox"/> $\mathbf{E} = \frac{I_0}{\pi(a^2-b^2)\sigma}\hat{\varphi}$
<input type="checkbox"/> $\mathbf{B} \quad \mathbf{E} = \frac{2I_0}{\pi(a^2-b^2)\sigma}\hat{\rho}$	<input type="checkbox"/> $\mathbf{D} \quad \mathbf{E} = \frac{I_0}{4\pi(b-a)H\sigma}\hat{\varphi}$	

Q. 28 [emEN6b] An ohmic material with conductivity σ fills the space between two coaxial, conducting cylindrical shells. The shells have height H and radii a and b (where $b > a$). A sensitive instrument detects a uniform current I_0 flowing from the inner shell to the outer shell. Taking ρ as the distance between a point in the region of the ohmic material and the common axis of the cylinders, the electric field at $\rho = (a + b)/3$ is written as:

<input checked="" type="checkbox"/> $\mathbf{E} = \frac{3I_0}{2\pi(a+b)H\sigma}\hat{\rho}$	<input type="checkbox"/> $\mathbf{C} \quad \mathbf{E} = \frac{I_0}{6\pi(b-a)H\sigma}\hat{\rho}$	<input type="checkbox"/> $\mathbf{E} = \frac{I_0}{\pi(a^2-b^2)\sigma}\hat{\varphi}$
<input type="checkbox"/> $\mathbf{B} \quad \mathbf{E} = \frac{3I_0}{\pi(a^2-b^2)\sigma}\hat{\rho}$	<input type="checkbox"/> $\mathbf{D} \quad \mathbf{E} = \frac{I_0}{6\pi(b-a)H\sigma}\hat{\varphi}$	

Q. 29 [emEN7a] A parallel plate capacitor discharges when its conductive plates are coupled by a wire. The electric field in the region between the plates is given by

$$\mathbf{E} = -\frac{\sigma(t)}{\epsilon_0}\hat{z},$$

where $\sigma(t)$ is the surface charge density at time t . During the discharge, the magnetic field \mathbf{B} in the region between the plates:

- is proportional to $d\sigma/dt$ and points in the direction of unit vector $\hat{\varphi}$.
- \mathbf{B} is proportional to $\sigma(t)$ and points in the direction of unit vector $\hat{\varphi}$.
- \mathbf{C} is proportional to $\sigma(t)$ and points in the direction of unit vector $\hat{\rho}$.
- \mathbf{D} is equal to 0, since the field \mathbf{E} between the plates cannot vary.
- \mathbf{E} is equal to 0, since the field \mathbf{B} between the plates is initially zero and cannot vary.

Q. 30 [emEN7b] A parallel plate capacitor of area A discharges when its conducting plates are coupled by a wire. The electric field in the region between the plates is given by

$$\mathbf{E} = -\frac{Q(t)}{A\epsilon_0}\hat{z},$$

where $Q(t)$ is the charge on the plates at time t . During the discharge, the magnetic field \mathbf{B} in the region between the plates:

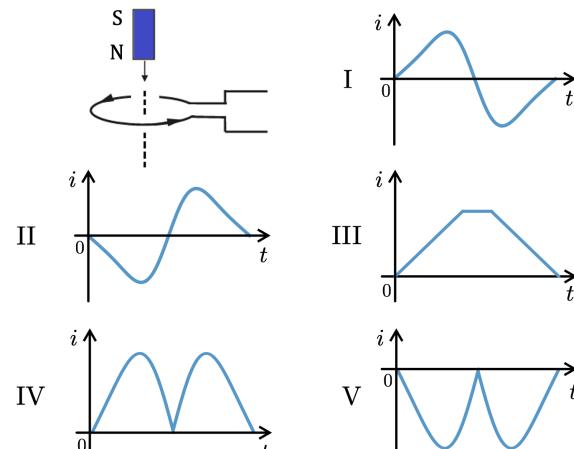
- is proportional to dQ/dt and points in the direction of unit vector $\hat{\varphi}$.
- \mathbf{B} is proportional to $Q(t)$ and points in the direction of unit vector $\hat{\varphi}$.
- \mathbf{C} is proportional to $Q(t)$ and points in the direction of unit vector $\hat{\rho}$.
- \mathbf{D} is equal to 0, since the field \mathbf{E} between the plates cannot vary.
- \mathbf{E} is equal to 0, since the field \mathbf{B} between the plates is initially zero and cannot vary.

CATALOG

Q. 31 [emEN8a]

A bar magnet falls through a loop as illustrated in the figure. The arrows on the loop indicate the direction of the conventional (positive) current and the letters S and N denote, respectively, the south and north poles of the bar. The magnetic field of the bar, to a good approximation, lies in the direction along its length.

Indicate the plot that best represents the time-dependence of the current in the loop throughout the described situation.

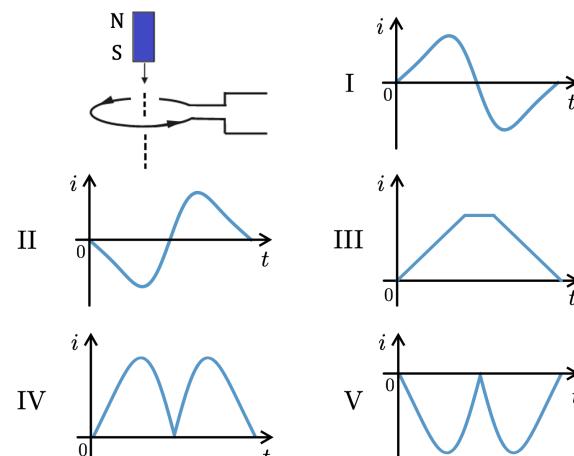


- I II III IV V

Q. 32 [emEN8b]

A bar magnet falls through a loop as illustrated in the figure. The arrows on the loop indicate the direction of the conventional (positive) current and the letters S and N denote, respectively, the south and north poles of the bar. The magnetic field of the bar, to a good approximation, lies in the direction along its length.

Indicate the plot that best represents the time-dependence of the current in the loop throughout the described situation.



- II I III IV V

Q. 33 [teEN1a] A cylinder contains an internal piston, with one mole of an ideal monatomic gas on each side. The cylinder walls are diathermal, and the system is immersed in a thermal bath at a temperature of 0°C . The initial volumes of the subsystems are 12 L and 2 L, and the piston is moved reversibly until the volumes reach 8 L and 6 L, respectively. The work W performed in this process, expressed in terms of the ideal gas constant R , is

- W = $273R \ln 2$. C W = $273R \ln(5/2)$. E W = $273R \ln(3/2)$.
 B W = $273R \ln 3$. D W = 0.

Q. 34 [teEN1b] A cylinder contains an internal piston, with one mole of an ideal monatomic gas on each side. The cylinder walls are diathermal, and the system is immersed in a thermal bath at a temperature of 0°C . The initial volumes of the subsystems are 16 L and 2 L, and the piston is moved reversibly until the volumes reach 8 L and 10 L, respectively. The work W performed in this process, expressed in terms of the ideal gas constant R , is

- W = $273R \ln(5/2)$. B W = $273R \ln(3/2)$. D W = $273R \ln 2$.
 C W = 0. E W = $273R \ln 3$.

CATALOG

Q. 35 [teEN2a] To ensure the thermodynamic stability of a system, its Helmholtz free energy per particle, $f(T,v)$, must satisfy

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial T^2}\right)_v \leq 0 \quad \text{and} \quad \left(\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}\right)_T \geq 0,$$

where v is the molar volume and T is the temperature. From these relations, and given that

$$c_v = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_v \quad \text{and} \quad \kappa_T = -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T,$$

with s the entropy per particle and p the pressure, we can conclude that

- | | | |
|---|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> $c_v \geq 0$ and $\kappa_T \geq 0$.
<input type="checkbox"/> $c_v \leq 0$ and $\kappa_T \geq 0$. | <input type="checkbox"/> $c_v \leq 0$ and $\kappa_T \leq 0$.
<input checked="" type="checkbox"/> $c_v \geq 0$ and $\kappa_T \leq 0$. | <input type="checkbox"/> $c_v = 0$ and $\kappa_T = 0$. |
|---|---|---|

Q. 36 [teEN2b] To ensure the thermodynamic stability of a system, its Gibbs free energy per particle, $g(T,p)$, must satisfy

$$\left(\frac{\partial^2 g}{\partial T^2}\right)_p \leq 0 \quad \text{and} \quad \left(\frac{\partial^2 g}{\partial p^2}\right)_T \leq 0,$$

where p is the pressure and T is the temperature. From these relations, and given that

$$c_p = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_p \quad \text{and} \quad \kappa_T = -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T,$$

with s the entropy per particle and v the molar volume, we can conclude that

- | | | |
|---|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> $c_p \geq 0$ and $\kappa_T \geq 0$.
<input type="checkbox"/> $c_p \leq 0$ and $\kappa_T \geq 0$. | <input type="checkbox"/> $c_p \geq 0$ and $\kappa_T \leq 0$.
<input checked="" type="checkbox"/> $c_p \leq 0$ and $\kappa_T \leq 0$. | <input type="checkbox"/> $c_p = 0$ and $\kappa_T = 0$. |
|---|---|---|

Q. 37 [teEN3a] Consider an isolated system, composed of two parts 1 and 2 separated by an impermeable and fixed wall. Parts 1 and 2 have different initial temperatures T_1 and T_2 and satisfy the equations of state

$$U_1 = \frac{3R}{2}N_1T_1 \quad \text{and} \quad U_2 = \frac{5R}{2}N_2T_2,$$

where U_i and N_i denote, respectively, the internal energy and the number of moles of subsystem i , and R is the ideal gas constant. At a certain moment, the wall becomes diathermal, allowing heat exchange between the subsystems. Knowing that the total energy of the system is 2100 J, that $N_1 = 2$ mol, and that $N_2 = 3$ mol, what is the energy of each subsystem after thermal equilibrium is reached?

- | | | |
|---|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> $U_1 = 600 \text{ J}$ and $U_2 = 1500 \text{ J}$
<input type="checkbox"/> $U_1 = U_2 = 1100 \text{ J}$ | <input type="checkbox"/> $U_1 = 1500 \text{ J}$ and $U_2 = 600 \text{ J}$ | <input type="checkbox"/> $U_1 = 900 \text{ J}$ and $U_2 = 1200 \text{ J}$
<input type="checkbox"/> $U_1 = U_2 = 600 \text{ J}$ |
|---|---|---|

CATALOG

Q. 38 [teEN3b] Consider an isolated system, composed of two parts 1 and 2 separated by an impermeable and fixed wall. Parts 1 and 2 have different initial temperatures T_1 and T_2 and satisfy the equations of state

$$U_1 = \frac{3R}{2}N_1T_1 \quad \text{and} \quad U_2 = \frac{5R}{2}N_2T_2,$$

where U_i and N_i denote, respectively, the internal energy and the number of moles of subsystem i , and R is the ideal gas constant. At a certain moment, the wall becomes diathermal, allowing heat exchange between the subsystems. Knowing that the total energy of the system is 1800 J, that $N_1 = 2$ mol, and that $N_2 = 3$ mol, what is the energy of each subsystem after thermal equilibrium is reached?

- | | | |
|--|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> $U_1 = 400 \text{ J}$ and $U_2 = 1400 \text{ J}$ | <input type="checkbox"/> $U_1 = 1400 \text{ J}$ and $U_2 = 400 \text{ J}$ | <input type="checkbox"/> $U_1 = 600 \text{ J}$ and $U_2 = 1200 \text{ J}$ |
| <input type="checkbox"/> $U_1 = U_2 = 900 \text{ J}$ | <input type="checkbox"/> $U_1 = U_2 = 1000 \text{ J}$ | |

Q. 39 [teEN4a] Consider an isolated system composed of two identical bodies, each with the same heat capacity at constant volume C_v , and with initial temperatures T_0 and $2T_0$. They are brought into contact and, after some time, reach thermal equilibrium. Neglecting volume changes, the total entropy variation ΔS associated with this process is

- | | | |
|---|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> $\Delta S = C_v \ln \left(\frac{9}{8} \right)$ | <input type="checkbox"/> $\Delta S = 0$ | <input type="checkbox"/> $\Delta S = C_v \ln \left(\frac{4}{3} \right)$ |
| <input type="checkbox"/> $\Delta S = C_v \ln 2$ | <input type="checkbox"/> $\Delta S = C_v \ln \left(\frac{3}{4} \right)$ | |

Q. 40 [teEN4b] Consider an isolated system composed of two identical bodies, each with the same heat capacity at constant volume C_v , and with initial temperatures T_0 and $4T_0$. They are brought into contact and, after some time, reach thermal equilibrium. Neglecting volume changes, the total entropy variation ΔS associated with this process is

- | | | |
|---|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> $\Delta S = C_v \ln \left(\frac{25}{16} \right)$ | <input type="checkbox"/> $\Delta S = 0$ | <input type="checkbox"/> $\Delta S = C_v \ln \left(\frac{2}{5} \right)$ |
| <input type="checkbox"/> $\Delta S = C_v \ln \left(\frac{25}{4} \right)$ | <input type="checkbox"/> $\Delta S = C_v \ln \left(\frac{5}{2} \right)$ | |

Q. 41 [fmEN1a] An accelerator produces a collimated beam of particles at a speed $v = \frac{1}{3}c$. The half-life of these particles is τ and they are detected by a detector located at a distance L from the accelerator. This detector is now moved to a distance $2L$ from the accelerator. In order that the same number of particles reach the detector per unit time, what must be the new speed of the particles in the beam produced by the accelerator?

- | | | |
|---|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{1}{\sqrt{3}}c$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}c$ | <input type="checkbox"/> Impossible, there is no way to combine the contraction of space and the expansion of the half-life of particles simultaneously. |
| <input type="checkbox"/> $\frac{1}{\sqrt{2}}c$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{\sqrt{5}}c$ | |

CATALOG

Q. 42 [fmEN1b] An accelerator produces a collimated beam of particles at a speed $v = \frac{2}{7}c$. The half-life of these particles is τ and they are detected by a detector located at a distance L from the accelerator. This detector is now moved to a distance $3L$ from the accelerator. In order that the same number of particles reach the detector per unit time, what must be the new speed of the particles in the beam produced by the accelerator?

A $\frac{2}{3}c$.

B $\frac{6}{7}c$.

C Impossible, there is no way to combine the contraction of space and the expansion of the half-life of particles simultaneously.

D $\frac{3}{5}c$.

E $\frac{4}{7}c$.

Q. 43 [fmEN2a] Consider the following experiments/phenomena:

I. Young's double-slit interference.

II. Compton scattering.

III. Photoelectric effect.

IV. J. J. Thomson's cathode rays.

V. Black-body radiation spectrum.

Which of them provide evidence that light interacts with matter in a quantized manner?

A Only II, III, and V.

B All except IV.

C Only I and IV.

D Only I, II, and III.

E Only III, IV, and V.

Q. 44 [fmEN2b] Consider the following experiments/phenomena:

I. Compton scattering.

II. Young's double-slit interference.

III. J. J. Thomson's cathode rays.

IV. Photoelectric effect.

V. Black-body radiation spectrum.

Which of them provide evidence that light interacts with matter in a quantized manner?

A Only I, IV, and V.

B All except III.

C Only II and III.

D Only I, II, and IV.

E Only III, IV, and V.

Q. 45 [fmEN3a] According to the Bohr model, the radius of the $n = 1$ orbit of the hydrogen atom is $a_0 \approx 5.3 \text{ \AA}$ and the speed is $v_0 \approx 2.2 \times 10^6 \text{ m/s}$. The radius and speed of the $n = 3$ orbit are, respectively,

A $9a_0$ and $\frac{1}{3}v_0$.

B $3a_0$ and $\frac{1}{9}v_0$.

C $9a_0$ and $\frac{1}{9}v_0$.

D $3a_0$ and $\frac{1}{3}v_0$.

E $3a_0$ and $\frac{1}{\sqrt{3}}v_0$.

CATALOG

Q. 46 [fmEN3b] According to the Bohr model, the radius of the $n = 1$ orbit of the hydrogen atom is $a_0 \approx 5.3 \text{ \AA}$ and the speed is $v_0 \approx 2.2 \times 10^6 \text{ m/s}$. The radius and speed of the $n = 2$ orbit are, respectively,

A $4a_0$ and $\frac{1}{2}v_0$.

B $2a_0$ and $\frac{1}{4}v_0$.

C $4a_0$ and $\frac{1}{4}v_0$.

D $2a_0$ and $\frac{1}{2}v_0$.

E $2a_0$ and $\frac{1}{\sqrt{2}}v_0$.

Q. 47 [fmEN4a] The density of electronic states in a metal as a function of energy E (measured from the bottom of the valence band) is $g(E) = A\sqrt{E}$, where A is a constant. If E_F is the Fermi energy, what is the total number of occupied states N ? Disregard spin degeneracy and, for your calculations, assume zero temperature ($T = 0$).

A $N = \frac{2}{3}AE_F^{3/2}$.

B $N = \frac{1}{2}A/E_F^{1/2}$.

C $N = AE_F^{1/2}$.

D $N = AE_F$.

E $N = 2AE_F$.

Q. 48 [fmEN4b] The density of electronic states in a metal as a function of the energy E (measured from the bottom of the valence band) is $g(E) = A\sqrt{E}$, where A is a constant. If N is the total number of occupied states, what is the value of the Fermi energy E_F ? Disregard spin degeneracy and, for your calculations, assume zero temperature ($T = 0$).

A $E_F = \left(\frac{3N}{2A}\right)^{2/3}$.

B $E_F = \left(\frac{N}{A}\right)^2$.

C $E_F = \left(\frac{A}{2N}\right)^2$.

D $E_F = \left(\frac{2N}{3A}\right)^{2/3}$.

E $E_F = \frac{N}{A}$.

Q. 49 [fmEN5a] Consider a train moving with respect to a platform. An observer at rest on the platform sees two lightning bolts strike the ends of the train simultaneously, at the exact instant in which the ends of the moving train coincide with the ends of the platform. Regarding that observation, consider the following statements.

- I. For an observer riding at the center of the train, the two lightning bolts hit the train at the same instant.
- II. In the reference frame of the train, the lightning at the front end strikes the train before the lightning at the rear end.
- III. The length of an identical train at rest on the platform is shorter than the length of the platform.

Taking relativistic effects into account, which of the statements are correct?

A II only.

B I only.

C III only.

D II and III only.

E I and III only.

CATALOG

Q. 50 [fmEN5b] Consider a train moving with respect to a platform. An observer at rest on the platform sees two lightning bolts strike the ends of the train simultaneously, at the exact instant in which the ends of the moving train coincide with the ends of the platform. Regarding that observation, consider the following statements.

- I. For an observer riding at the center of the train, the two lightning bolts hit the train at the same instant.
- II. In the reference frame of the train, the lightning at the front end strikes the train before the lightning at the rear end.
- III. The length of an identical train at rest on the platform is greater than the length of the platform.

Taking relativistic effects into account, which of the statements are correct?

- II and III only. C II only. E I and III only.
 B I only. D III only.

Q. 51 [fmEN6a] Consider the space and time coordinates of the events listed below.

1. Event A: $x_A = 0, t_A = 0$.
2. Event B: $x_B = 400 \text{ m}, t_B = 2 \mu\text{s}$.
3. Event C: $x_C = 600 \text{ m}, t_C = 1 \mu\text{s}$.
4. Event D: $x_D = 700 \text{ m}, t_D = 4 \mu\text{s}$.

Among the alternatives below, select the one for which it is physically impossible for there to be a causal relationship between the indicated pair of events.

- A and C B A and B C B and C D C and D E A and D

Q. 52 [fmEN6b] Consider the space and time coordinates of the events listed below.

1. Event A: $t_A = 0, x_A = 0$.
2. Event B: $t_B = 1 \mu\text{s}, x_B = 600 \text{ m}$.
3. Event C: $t_C = 2 \mu\text{s}, x_C = 400 \text{ m}$.
4. Event D: $t_D = 4 \mu\text{s}, x_D = 700 \text{ m}$.

Among the alternatives below, select the one for which it is physically impossible for there to be a causal relationship between the indicated pair of events.

- A and B B and D C B and C D C and D E A and D

Q. 53 [fmEN7a] Suppose that the peak of the radiation emitted by Star X corresponds to a wavelength $\lambda_X = 600 \text{ nm}$, while the peak of the radiation emitted by Star Y corresponds to $\lambda_Y = 300 \text{ nm}$. Assume that both stars emit radiation as ideal blackbodies and are at rest relative to the Earth. Estimate the ratio T_X/T_Y between the surface temperature of Star X (T_X) and that of Star Y (T_Y).

- 1/2 B 1/4 C 2 D 4 E 1

Q. 54 [fmEN7b] Suppose that the peak of the radiation emitted by Star X corresponds to a wavelength $\lambda_X = 600 \text{ nm}$, while the peak of the radiation emitted by Star Y corresponds to $\lambda_Y = 200 \text{ nm}$. Assume that both stars emit radiation as ideal blackbodies and are at rest relative to the Earth. Estimate the ratio T_X/T_Y between the surface temperature of Star X (T_X) and that of Star Y (T_Y).

- 1/3 B 1/9 C 3 D 9 E 1

CATALOG

Q. 55 [fmEN8a] A light beam with frequency $f = 1.0 \times 10^{15}$ Hz strikes a metal whose work function is $\phi = 3.0$ eV. Consider the statements below.

- I. The frequency of the light is sufficient to cause photoelectric emission.
- II. There will be ejected electrons with kinetic energy greater than 1.0 eV.
- III. If the frequency of the light is reduced to $f = 6.0 \times 10^{14}$ Hz, there will be photoelectric emission.

Which statements are correct?

- | | | |
|---|-------------------------------------|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> I and II only | <input type="checkbox"/> C II only | <input type="checkbox"/> E I and III only |
| <input type="checkbox"/> B I only | <input type="checkbox"/> D III only | |

Q. 56 [fmEN8b] A light beam with frequency $f = 5.0 \times 10^{14}$ Hz strikes a metal whose work function is $\phi = 1.0$ eV. Consider the statements below.

- I. The frequency of the light is sufficient to cause photoelectric emission.
- II. There will be ejected electrons with kinetic energy greater than 2.0 eV.
- III. If the frequency of the light is reduced to $f = 2.0 \times 10^{14}$ Hz, there will be no photoelectric emission.

Which statements are correct?

- | | | |
|--|-------------------------------------|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> I and III only | <input type="checkbox"/> C II only | <input type="checkbox"/> E I and II only |
| <input type="checkbox"/> B I only | <input type="checkbox"/> D III only | |

Q. 57 [mqEN1a] Two non-interacting particles of identical mass m are confined in the same one-dimensional harmonic potential. The single-particle Hamiltonians are given by

$$H_1 = \frac{P_1^2}{2m} + \frac{m\omega^2 X_1^2}{2}$$

and

$$H_2 = \frac{P_2^2}{2m} + \frac{m\omega^2 X_2^2}{2},$$

acting on the Hilbert spaces of particles 1 and 2, respectively. At a given time, the system is prepared in the state

$$|\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|\Phi_{0,0}\rangle + |\Phi_{1,0}\rangle + |\Phi_{0,1}\rangle),$$

expressed in terms of the common eigenstates $|\Phi_{n_1, n_2}\rangle$ of H_1 and H_2 . Determine (i) the probability P_{12} of measuring the total energy of the system and obtaining $\hbar\omega$, and (ii) the probability P_1 , after preparing the system again in $|\psi_0\rangle$, of measuring the energy of particle 1 alone and obtaining $\hbar\omega/2$.

- | | | |
|--|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> P ₁₂ = $\frac{1}{3}$ and P ₁ = $\frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> C P ₁₂ = $\frac{2}{3}$ and P ₁ = $\frac{1}{3}$ | <input type="checkbox"/> E P ₁₂ = $\frac{1}{3}$ and P ₁ = $\frac{1}{3}$ |
| <input type="checkbox"/> B P ₁₂ = $\frac{2}{3}$ and P ₁ = $\frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> D P ₁₂ = 0 and P ₁ = $\frac{2}{3}$ | |

CATALOG

Q. 58 [mqEN1b] Two non-interacting particles of identical mass m are confined in the same one-dimensional harmonic potential. The single-particle Hamiltonians are given by

$$H_1 = \frac{P_1^2}{2m} + \frac{m\omega^2 X_1^2}{2}$$

and

$$H_2 = \frac{P_2^2}{2m} + \frac{m\omega^2 X_2^2}{2},$$

acting on the Hilbert spaces of particles 1 and 2, respectively. At a given time, the system is prepared in the state

$$|\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|\Phi_{0,0}\rangle + |\Phi_{1,0}\rangle + |\Phi_{0,1}\rangle),$$

expressed in terms of the common eigenstates $|\Phi_{n_1, n_2}\rangle$ of H_1 and H_2 . Determine (i) the probability \mathcal{P}_{12} of measuring the total energy of the system and obtaining $2\hbar\omega$, and (ii) the probability \mathcal{P}_2 , after preparing the system again in $|\psi_0\rangle$, of measuring the energy of particle 2 alone and obtaining $3\hbar\omega/2$.

- | | | |
|---|--|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> $\mathcal{P}_{12} = \frac{2}{3}$ and $\mathcal{P}_2 = \frac{1}{3}$
<input type="checkbox"/> $\mathcal{P}_{12} = \frac{2}{3}$ and $\mathcal{P}_2 = \frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> $\mathcal{P}_{12} = \frac{1}{3}$ and $\mathcal{P}_2 = \frac{2}{3}$
<input type="checkbox"/> $\mathcal{P}_{12} = 0$ and $\mathcal{P}_2 = \frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> $\mathcal{P}_{12} = \frac{1}{3}$ and $\mathcal{P}_2 = \frac{1}{3}$ |
|---|--|---|

Q. 59 [mqEN2a] Consider a particle of mass m confined in an infinite one-dimensional potential well of width a , centered at $x = 0$. The possible energy values of this particle are

$$E_n = \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{2ma^2},$$

where n is a positive integer. The corresponding wave functions are $\psi_n(x) = C \sin(n\pi x/a)$ for even n and $\psi_n(x) = C \cos(n\pi x/a)$ for odd n , with $C = \sqrt{2/a}$. Imagine that, in addition to the infinite well, there is a local perturbation applied at the center of the well,

$$W = \lambda \delta(x),$$

where λ is a constant. Select the alternative corresponding to the first-order correction ΔE_n to the energy eigenvalues of the particle with even n .

- | | | |
|--|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> $\Delta E_n = 0$
<input type="checkbox"/> $\Delta E_n = \frac{2\lambda}{a}$ | <input type="checkbox"/> $\Delta E_n = \frac{n\lambda}{a}$
<input type="checkbox"/> $\Delta E_n = \frac{n^2\lambda}{a}$ | <input type="checkbox"/> $\Delta E_n = \frac{\lambda}{2a}$ |
|--|--|--|

Q. 60 [mqEN2b] Consider a particle of mass m confined in an infinite one-dimensional potential well of width a , centered at $x = 0$. The possible energy values of this particle are

$$E_n = \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{2ma^2},$$

where n is a positive integer. The corresponding wave functions are $\psi_n(x) = C \sin(n\pi x/a)$ for even n and $\psi_n(x) = C \cos(n\pi x/a)$ for odd n , with $C = \sqrt{2/a}$. Imagine that, in addition to the infinite well, there is a local perturbation applied at the center of the well,

$$W = \lambda \delta(x),$$

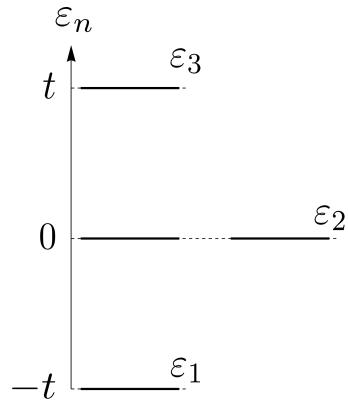
where λ is a constant. Select the alternative corresponding to the first-order correction ΔE_n to the energy eigenvalues of the particle with odd n .

- | | | |
|--|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> $\Delta E_n = \frac{2\lambda}{a}$
<input type="checkbox"/> $\Delta E_n = 0$ | <input type="checkbox"/> $\Delta E_n = \frac{n\lambda}{a}$
<input type="checkbox"/> $\Delta E_n = \frac{n^2\lambda}{a}$ | <input type="checkbox"/> $\Delta E_n = \frac{\lambda}{2a}$ |
|--|--|--|

CATALOG

Q. 61 [mqEN3a]

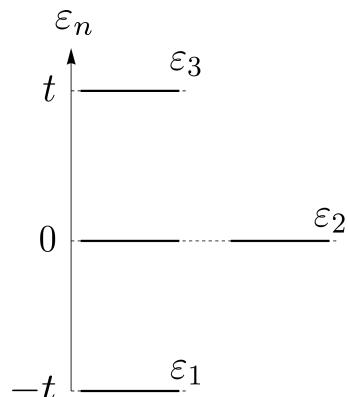
A set of four single-particle states, with energies $\varepsilon_1 = -t$ (non-degenerate), $\varepsilon_2 = 0$ (doubly degenerate), and $\varepsilon_3 = t$ (non-degenerate), as illustrated in the figure, will be filled by two non-interacting particles. Assuming that all admissible two-particle eigenstates are equally likely, what are the probabilities of measuring the total energy of the system and finding $-t$ if the particles are distinguishable, and if they are identical fermions, respectively? Ignore the spin quantum number.



- A 1/4 and 1/3 B 1/5 and 1/4 C 1/8 and 1/6 D 2/3 and 1/4 E 1/4 and 1/6

Q. 62 [mqEN3b]

A set of four single-particle states, with energies $\varepsilon_1 = -t$ (non-degenerate), $\varepsilon_2 = 0$ (doubly degenerate), and $\varepsilon_3 = t$ (non-degenerate), as illustrated in the figure, will be filled by two non-interacting particles. Assuming that all admissible two-particle eigenstates are equally likely, what are the probabilities of measuring the total energy of the system and finding $-t$ if the particles are distinguishable, and if they are identical bosons, respectively? Ignore the spin quantum number.



- A 1/4 and 1/5 B 1/4 and 1/3 C 1/3 and 1/3 D 1/5 and 2/3 E 2/3 and 1/3

CATALOG

Q. 63 [mqEN4a] Select the alternative that best represents the wave functions of a particle subject to the one-dimensional potential

$$V(x) = \begin{cases} \frac{m\omega^2 x^2}{2}, & x < 0 \\ \infty, & x > 0 \end{cases}.$$

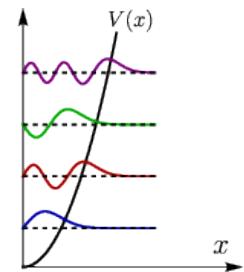
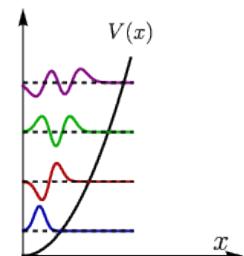
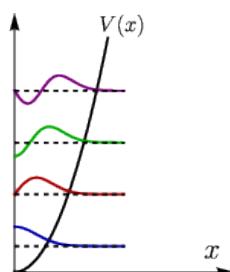
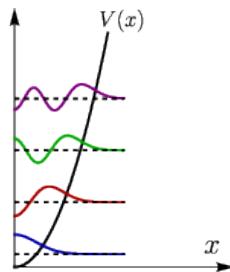
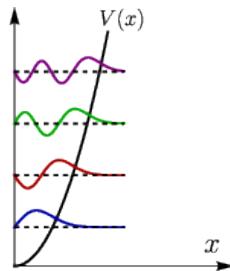
■

[B]

[C]

[D]

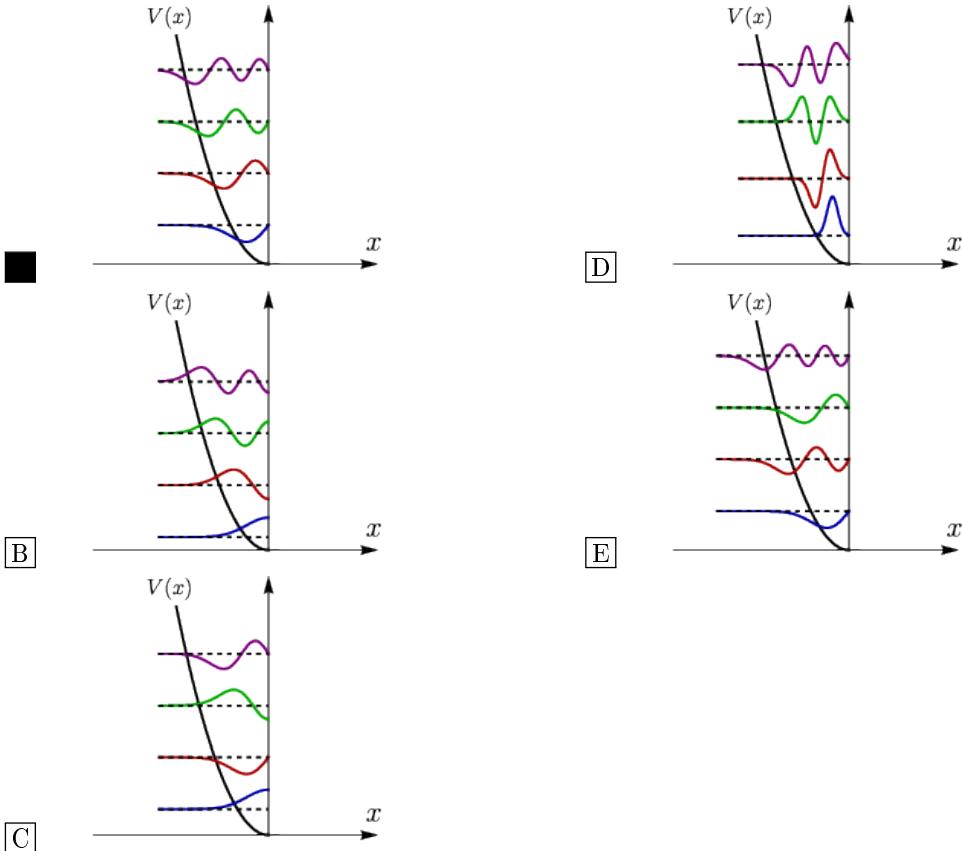
[E]



CATALOG

Q. 64 [mqEN4b] Select the alternative that best represents the wave functions of a particle subject to the one-dimensional potential

$$V(x) = \begin{cases} \frac{m\omega^2 x^2}{2}, & x < 0 \\ \infty, & x > 0 \end{cases}.$$



Q. 65 [mqEN5a] Consider a spin-1/2 particle whose two-dimensional Hilbert space can have as a basis the states $|+\rangle$ and $|-\rangle$, eigenvectors of S_z with eigenvalues $+\hbar/2$ and $-\hbar/2$, respectively. In the presence of a magnetic field \vec{B} , the Hamiltonian of this particle is given by

$$H = -\gamma \vec{S} \cdot \vec{B},$$

where γ is a constant (the gyromagnetic ratio). For a field $\vec{B} = (2B_0, 0, B_0)$, where B_0 is a constant related to the field strength, and defining $\omega_0 = \gamma B_0/2$, the eigenvalues of H are

- [A] $\pm\sqrt{5}\hbar\omega_0$. [B] $\pm\sqrt{3}\hbar\omega_0$. [C] $\pm\hbar\omega_0$. [D] $0, \hbar\omega_0$. [E] $\pm\sqrt{7}\hbar\omega_0$.

Q. 66 [mqEN5b] Consider a spin-1/2 particle whose two-dimensional Hilbert space can have as a basis the states $|+\rangle$ and $|-\rangle$, eigenvectors of S_z with eigenvalues $+\hbar/2$ and $-\hbar/2$, respectively. In the presence of a magnetic field \vec{B} , the Hamiltonian of this particle is given by

$$H = -\gamma \vec{S} \cdot \vec{B},$$

where γ is a constant (the gyromagnetic ratio). For a field $\vec{B} = (\sqrt{2}B_0, 0, B_0)$, where B_0 is a constant related to the field strength, and defining $\omega_0 = \gamma B_0/2$, the eigenvalues of H are

- [A] $\pm\sqrt{3}\hbar\omega_0$. [B] $\pm\sqrt{5}\hbar\omega_0$. [C] $\pm\hbar\omega_0$. [D] $0, \hbar\omega_0$. [E] $\pm 2\hbar\omega_0$.

CATALOG

Q. 67 [mqEN6a] Consider a particle of mass m and energy E such that $0 < E < V_0$, moving in one dimension under the potential

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ V_0 & 0 \leq x \leq a \\ 0 & x > 0, \end{cases}$$

where a is a constant with units of length. Assume that in the region $x > a$ the general solution for the wave function of this particle has the form $\psi_3(x) = Fe^{ikx}$, with $k = \sqrt{2mE}/\hbar$ and F being a complex constant. Now consider the following statements:

- I. In the region $x < 0$, the general solution for the wave function of this particle has the form $\psi_1(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$, where A and B are complex constants.
- II. In the region $0 \leq x \leq a$, we have $\psi_2(x) = Ce^{\kappa x} + De^{-\kappa x}$, with $\kappa = \sqrt{2m(V_0 - E)}/\hbar$ and C and D being complex constants.
- III. The transmission coefficient of this particle through the potential barrier T is given by $T = |F/(A - B)|^2$.

Regarding the statements:

- | | | |
|--|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> Only I and II are correct. | <input type="checkbox"/> Only II and III are correct. | <input type="checkbox"/> All statements are correct. |
| <input type="checkbox"/> Only I and III are correct. | <input type="checkbox"/> None of the statements is correct. | |

Q. 68 [mqEN6b] Consider a particle of mass m and energy E such that $0 < E < V_0$, moving in one dimension under the potential

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ V_0 & 0 \leq x \leq a \\ 0 & x > 0, \end{cases}$$

where a is a constant with units of length. Assume that in the region $x > a$ the general solution for the wave function of this particle has the form $\psi_3(x) = Fe^{ikx}$, with $k = \sqrt{2mE}/\hbar$ and F being a complex constant. Now consider the following statements:

- I. In the region $x < 0$, the general solution for the wave function of this particle has the form $\psi_1(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$, where A and B are complex constants.
- II. In the region $0 \leq x \leq a$, we have $\psi_2(x) = Ce^{i\kappa x} + De^{-i\kappa x}$, with $\kappa = \sqrt{2m(V_0 - E)}/\hbar$ and C and D being complex constants.
- III. The transmission coefficient of this particle through the potential barrier T is given by $T = |F/A|^2$.

Regarding the statements:

- | | | |
|---|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> Only I and III are correct. | <input type="checkbox"/> Only II and III are correct. | <input type="checkbox"/> All statements are correct. |
| <input type="checkbox"/> Only I and II are correct. | <input type="checkbox"/> None of the statements is correct. | |

CATALOG

Q. 69 [mqEN7a] Two spin-1/2 particles, \vec{S}_1 and \vec{S}_2 , interact via the Hamiltonian

$$H = J\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 = J(S_1^x S_2^x + S_1^y S_2^y + S_1^z S_2^z),$$

where $J > 0$ sets the energy scale of the problem. Regarding this system, consider the following statements:

- I. The ground state has total spin equal to 0.
- II. The excited state has total spin equal to 1.
- III. The ground state is degenerate.

Which of the statements are true?

- | | |
|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> Only I and II.
<input type="checkbox"/> Only I and III.
<input type="checkbox"/> Only II and III. | <input type="checkbox"/> None of the statements is true.
<input type="checkbox"/> All statements are true. |
|---|---|

Q. 70 [mqEN7b] Two spin-1/2 particles, \vec{S}_1 and \vec{S}_2 , interact via the Hamiltonian

$$H = -J\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 = -J(S_1^x S_2^x + S_1^y S_2^y + S_1^z S_2^z),$$

where $J > 0$ sets the energy scale of the problem. Regarding this system, consider the following statements:

- I. The ground state has total spin equal to 1.
- II. The excited state has total spin equal to 0.
- III. The ground state is degenerate.

Which of the statements are true?

- | | |
|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> All statements are true.
<input type="checkbox"/> I and III.
<input type="checkbox"/> II and III. | <input type="checkbox"/> None of the statements is true.
<input type="checkbox"/> I and II. |
|---|--|

Q. 71 [mqEN8a] Consider a quantum system with three levels, whose Hilbert space can have as a basis the following states:

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |3\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

A physical observable O is represented, in this basis, by the matrix

$$O = s \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

where s is a constant. If, at a certain instant, the system is in the state $|\psi\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}(|1\rangle - |2\rangle + |3\rangle)$, the possible outcomes of a measurement of the observable O at this instant are

- $-s$ with probability 1.
- $-s$ with probability 1/2 and s with probability 1/2.
- $-s$ with probability 2/3 and s with probability 1/3.
- s with probability 1.
- $-s$ with probability 3/4 and s with probability 1/4.

CATALOG

Q. 72 [mqEN8b] Consider a quantum system with three levels, whose Hilbert space can have as a basis the following states:

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |3\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

A physical observable O is represented, in this basis, by the matrix

$$O = s \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

where s is a constant. If, at a certain instant, the system is in the state $|\psi\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}(|1\rangle + |2\rangle + |3\rangle)$, the possible outcomes of a measurement of the observable O at this instant are

- A** s with probability 1.
- B** s with probability 1/2 and $-s$ with probability 1/2.
- C** s with probability 2/3 and $-s$ with probability 1/3.
- D** $-s$ with probability 1.
- E** s with probability 3/4 and $-s$ with probability 1/4.

Q. 73 [feEN1a] A system composed of N non-interacting particles is in contact with a thermal reservoir at temperature T . Each particle can occupy only two energy levels: the ground state $\varepsilon_0 = 0$, which is non-degenerate, or the excited state $\varepsilon_1 = \varepsilon > 0$, which is triply degenerate. Under these conditions, and using $\beta^{-1} = k_B T$, the average energy per particle of the system is:

- A** $\frac{3\varepsilon e^{-\beta\varepsilon}}{1 + 3e^{-\beta\varepsilon}}$.
- B** 3ε .
- C** $\frac{3\varepsilon e^{-\beta\varepsilon}}{1 + e^{-\beta\varepsilon}}$.
- D** $\frac{\varepsilon e^{-\beta\varepsilon}}{1 + 3e^{-\beta\varepsilon}}$.
- E** ε

Q. 74 [feEN1b] A system composed of N non-interacting particles is in contact with a thermal reservoir at temperature T . Each particle can occupy only two energy levels: the ground state $\varepsilon_0 = 0$, which is non-degenerate, or the excited state $\varepsilon_1 = \varepsilon > 0$, which is doubly degenerate. Under these conditions, and using $\beta^{-1} = k_B T$, the average energy per particle of the system is:

- A** $\frac{2\varepsilon e^{-\beta\varepsilon}}{1 + 2e^{-\beta\varepsilon}}$.
- B** 2ε .
- C** $\frac{2\varepsilon e^{-\beta\varepsilon}}{1 + e^{-\beta\varepsilon}}$.
- D** $\frac{\varepsilon e^{-\beta\varepsilon}}{1 + 2e^{-\beta\varepsilon}}$.
- E** ε

Q. 75 [feEN2a] Two isolated systems, A and B, have $\Omega_A = 10^3$ and $\Omega_B = 10^2$ accessible microstates, respectively. They are combined to form a total system $A + B$, with no interaction between them. Assuming all microstates remain equally probable and accessible, the total entropy S_{A+B} of the combined system and the probability p_j of occurrence of each particular microstate in this system are, respectively:

- A** $S_{A+B} = 5k_B \ln 10$ and $p_j = 10^{-5}$.
- B** $S_{A+B} = 6k_B \ln 10$ and $p_j = 10^{-5}$.
- C** $S_{A+B} = k_B \ln 6$ and $p_j = 10^{-2}$.
- D** $S_{A+B} = 5k_B \ln 10$ and $p_j = 10^{-2}$.
- E** $S_{A+B} = 6k_B \ln 10$ and $p_j = 10^{-5}$.

CATALOG

Q. 76 [feEN2b] Two isolated systems, A and B, have $\Omega_A = 10^2$ and $\Omega_B = 10^5$ accessible microstates, respectively. They are combined to form a total system $A + B$, with no interaction between them. Assuming all microstates remain equally probable and accessible, the total entropy S_{A+B} of the combined system and the probability p_j of occurrence of each particular microstate in this system are, respectively:

- | | | | | |
|---|---|---|--|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> [A] $S_{A+B} = 7k_B \ln 10$ and $p_j = 10^{-7}$. | <input type="checkbox"/> [B] $S_{A+B} = 10k_B \ln 10$ and $p_j = 10^{-7}$. | <input type="checkbox"/> [C] $S_{A+B} = k_B \ln 10$ and $p_j = 10^{-3}$. | <input type="checkbox"/> [D] $S_{A+B} = 7k_B \ln 10$ and $p_j = 10^{-3}$. | <input type="checkbox"/> [E] $S_{A+B} = 10k_B \ln 10$ and $p_j = 10^{-7}$. |
|---|---|---|--|---|

Q. 77 [feEN3a] The displacement of a classical simple harmonic oscillator is described by $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$. Consider an ensemble of such oscillators, all with the same amplitude A and frequency ω , but with phases ϕ uniformly distributed in the interval $[0, 2\pi)$. At an arbitrary time t , the variance of the oscillators' position, $\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$, is:

- | | | | | |
|---|--|--------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> [A] $A^2/2$. | <input type="checkbox"/> [B] $A^2/4$. | <input type="checkbox"/> [C] A^2 . | <input type="checkbox"/> [D] $4A^2$. | <input type="checkbox"/> [E] 0. |
|---|--|--------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|

Q. 78 [feEN3b] The displacement of a classical simple harmonic oscillator is described by $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$. Consider an ensemble of such oscillators, all with the same amplitude A and frequency ω , but with phases ϕ uniformly distributed in the interval $[0, 2\pi)$. At an arbitrary time t , the standard deviation of the oscillators' position, $\sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$, is:

- | | | | | |
|--|--------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> [A] $A/\sqrt{2}$. | <input type="checkbox"/> [B] $A/2$. | <input type="checkbox"/> [C] A . | <input type="checkbox"/> [D] $2A$. | <input type="checkbox"/> [E] 0. |
|--|--------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------|

Q. 79 [feEN4a] The Blume-Capel model is an extension of the Ising model for $S = 1$ spins, enabling the study of more complex phase transitions than in the original Ising model. In the absence of an external field, for two atoms, its Hamiltonian is given by

$$\mathcal{H} = -J s_1 s_2 + D(s_1^2 + s_2^2),$$

where $s_i = 0, \pm 1$, $J > 0$ is the ferromagnetic coupling and $D > 0$ is the crystal-field parameter. Assuming $D < J/2$, the ground state of the system is:

- | | | | | |
|---|---|--|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> [A] $s_1 = s_2 = \pm 1$. | <input type="checkbox"/> [B] $s_1 = -s_2$ and $s_2 = \pm 1$. | <input type="checkbox"/> [C] $s_1 = s_2 = 0$. | <input type="checkbox"/> [D] $s_1 = 0$ and $s_2 = \pm 1$. | <input type="checkbox"/> [E] $s_2 = 0$ and $s_1 = \pm 1$. |
|---|---|--|--|--|

Q. 80 [feEN4b] The Blume-Capel model is an extension of the Ising model for $S = 1$ spins, enabling the study of more complex phase transitions than in the original Ising model. In the absence of an external field, for two atoms, its Hamiltonian is given by

$$\mathcal{H} = -J s_1 s_2 + D(s_1^2 + s_2^2),$$

where $s_i = 0, \pm 1$, $J > 0$ is the ferromagnetic coupling and $D > 0$ is the crystal-field parameter. Assuming $D > J/2$, the ground state of the system is:

- | | | | | |
|---|--|---|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> [A] $s_1 = s_2 = 0$. | <input type="checkbox"/> [B] $s_1 = s_2 = \pm 1$. | <input type="checkbox"/> [C] $s_1 = -s_2$ and $s_2 = \pm 1$. | <input type="checkbox"/> [D] $s_1 = 0$ and $s_2 = \pm 1$. | <input type="checkbox"/> [E] $s_2 = 0$ and $s_1 = \pm 1$. |
|---|--|---|--|--|

CATALOG

Answer Sheet

22025EUF0001**John Doe**Q. 1 : Q. 2 : Q. 3 : Q. 4 : Q. 5 : Q. 6 : Q. 7 : Q. 8 : Q. 9 : Q. 10 : Q. 11 : Q. 12 : Q. 13 : Q. 14 : Q. 15 : Q. 16 : Q. 17 : Q. 18 : Q. 19 : Q. 20 : Q. 21 : Q. 22 : Q. 23 : Q. 24 : Q. 25 : Q. 26 : Q. 27 : Q. 28 : Q. 29 : Q. 30 : Q. 31 : Q. 32 : Q. 33 : Q. 34 : Q. 35 : Q. 36 : Q. 37 : Q. 38 : Q. 39 : Q. 40 : Q. 41 : Q. 42 : Q. 43 : Q. 44 : Q. 45 : Q. 46 : Q. 47 : Q. 48 :

CATALOG

Q. 49 :

Q. 50 :

Q. 51 :

Q. 52 :

Q. 53 :

Q. 54 :

Q. 55 :

Q. 56 :

Q. 57 :

Q. 58 :

Q. 59 :

Q. 60 :

Q. 61 :

Q. 62 :

Q. 63 :

Q. 64 :

Q. 65 :

Q. 66 :

Q. 67 :

Q. 68 :

Q. 69 :

Q. 70 :

Q. 71 :

Q. 72 :

Q. 73 :

Q. 74 :

Q. 75 :

Q. 76 :

Q. 77 :

Q. 78 :

Q. 79 :

Q. 80 :

CATALOG