Parte Teórica Taller 2
Métodos Computacionales I

Edward Enrique Manosalva Pinto
Juan David Vasquez Hernandez

September 26, 2023

1 Derivadas

1. Grafique la corriente inducida sobre el bucle en función del tiempo para $B_0 = 0,05T, f = 7Hz, W = 3,5rad/s$. Recuerde que por la ley de Faraday-Lenz, $I = \frac{1}{R}\frac{d\phi_B}{dt}$. Solo grafique para dos períodos de rotación del bucle

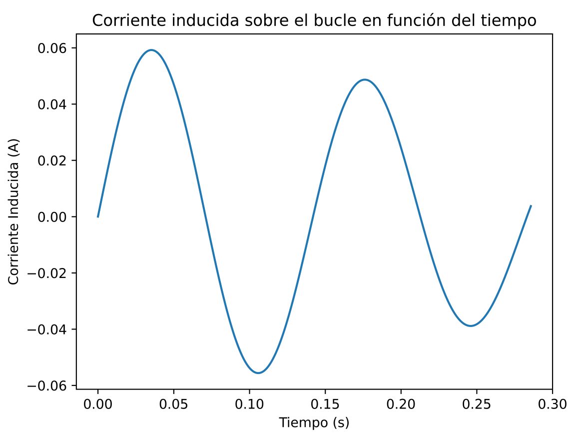

Figure 1: Gráfica de corriente inducida respecto al tiempo en el bucle de cobre.

2. Encuentre los primeros tres instantes de tiempo en los que la corriente sobre el bucle es cero.

De la figura obtenida en el punto 1, observamos que la corriente inducida es 0 en valores donde se cumpla que...

$$t = \frac{n}{2}T \tag{1}$$

Con n = 0, 1, 2... De lo cual sabemos que los primeros 3 valores de tiempo donde la corriente inducida es 0, estarán en t = 0 s, t = 0,071 s y t = 0.143 s.

2 Fórmulas de Newton-Cotes

2.1 Regla de Simpson de 3/8

Partiendo de una integral de la forma:

$$I = \int_a^b f(x)dx \tag{2}$$

Se sabe que el método de Simpson compuesto genera una partición equiespaciada cumpliendose que $X_{i+1} - x_i = h, \forall_i = [1, ..., n]$ dentro del conjunto de puntos $\Omega = (x_0, f(x_0)), ..., (x_n, f(x_n))$ con las condiciones de borde acordes a los límites de integración $x_0 = a, x_n = b$ y el paso de integración de la forma $h = \frac{b-a}{n}$. De forma general, se subdivide el intervalo $[a, b]$ en n subintervalos, que para el método de Simpson 3/8, se subdivide de la forma $h = \frac{b-a}{3}$. Lo anterior da como resultado la siguiente forma para la integral:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^{x_3} f(x)dx + ... + \int_{x_{n-3}}^b f(x)dx \tag{3}$$

Como se observa, para realizar la partición el número de sub-intervalos solo puede ser múltiplo de 3. Si observamos una integral interna dentro del método, tendríamos la siguiente fórmula.

$$\int_{x_i}^{x_{i+3}} f(x)dx \tag{4}$$

El polinomio interpolador que surge para el integrando está definido en el conjunto $\Omega = (x_i, f(x_i)), (x_{m_1}, f(x_{m_1})), (x_{m_2}, f(x_{m_2})), (x_{i+3}, f(x_{i+3})$. A partir de la interpolación, surge la siguiente aproximación:

$$\begin{aligned} f(x) \cong p_3(x) = & \frac{(x - x_{i+3})(x - x_{m_2})(x - x_{m_1})}{(x_i - x_{i+3})(x_i - x_{m_2})(x_i - x_{m_1})} f(x_i) + \\ & \frac{(x - x_{i+3})(x - x_{m_2})(x - x_{x_i})}{(x_{m_1} - x_{i+3})(x_{m_1} - x_{m_2})(x_{m_1} - x_i)} f(x_{m_1}) + \\ & \frac{(x - x_{i+3})(x - x_{m_1})(x - x_{x_i})}{(x_{m_2} - x_{i+3})(x_{m_2} - x_{m_1})(x_{m_2} - x_i)} f(x_{m_2}) + \\ & \frac{(x - x_{m_2})(x - x_{x_i})(x - x_i)}{(x_{i+3} - x_{m_2})(x_{i+3} - x_{m_1})(x_{i+3} - x_i)} f(x_{i+3}) \end{aligned} \tag{5}$$

De lo cual, la integral de cualquiera de los subintervalos obtendría la siguiente forma:

$$\int_{x_i}^{x_i+3} f(x)dx \cong \int_{x_i}^{x_i+3} p_3(x)dx = \frac{3h}{8}(f(x_i) + 3f(x_{m_1}) + 3f(x_{m_2}) + f(x_{i+3})) \qquad \square \tag{6}$$