Parte Teórica Parcial I
Métodos Computacionales I

Edward Enrique Manosalva Pinto
Juan David Vasquez Hernandez

September 7, 2023

1 Punto G

Partiendo de la interpolación cuadrática de Newton:

$$f(x) \cong f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1) \tag{1}$$

se obtiene la siguiente expresión expandiendo términos:

$$\begin{gathered} f(x) \cong f(x_0) + f[x_0, x_1]x - f[x_0, x_1]x_0 + f[x_0, x_1, x_2](x^2 - xx_1 - xx_0 + x_0x_1) \\ f(x) \cong f(x_0) + f[x_0, x_1]x - f[x_0, x_1]x_0 + f[x_0, x_1, x_2]x^2 - f[x_0, x_1, x_2]xx_1 - \\ f[x_0, x_1, x_2]xx_0 + f[x_0, x_1, x_2]x_0x_1 \end{gathered} \tag{2}$$

Lo cuál se puede escribir finalmente como:

$$\begin{aligned} f(x) \cong (f(x_0) - f[x_0, x_1]x_0 + f[x_0, x_1, x_2]x_0x_1) + (f[x_0, x_1] \\ -f[x_0, x_1, x_2]x_1 - f[x_0, x_1, x_2]x_0)x + (f[x_0, x_1, x_2])x^2 \end{aligned} \tag{3}$$

De donde son evidentes los coeficientes a, b y c, siendo c la parte sin x, b lo que acompaña a x y a lo que acompaña a x^2.

$$\begin{aligned} c &= f(x_0) - f[x_0, x_1]x_0 + f[x_0, x_1, x_2]x_0x_1 \\ b &= f[x_0, x_1] - f[x_0, x_1, x_2]x_1 - f[x_0, x_1, x_2]x_0 \\ a &= f[x_0, x_1, x_2] \end{aligned} \tag{4}$$

2 Punto H

partiendo de la fórmula original despejada y desarrollando las diferencias divididas se encuentra que

$$a = f[x_0, x_1, x_2] = \frac{f[x_1, x_2] - f[x_{0,1}]}{(h2 - h1)} \tag{5}$$

Realizando el álgebra correspondiente para b y c teniendo en cuenta el resultado previo de a y factorizando un valor de $(x - x_2)$ se obtienen finalmente los coeficientes restantes.

3 Punto I

Partiendo de la fórmula de Bhaskara para encontrar el 0 en la vecindad de x_2:

$$x_3 = x_2 + \frac{2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}} \tag{6}$$

Recordemos que el objetivo de esta fórmula es aproximar la diferencia entre x_3 y x_2 a 0 para así encontrar la raíz de una función a través del método de Mühller.

$$x_3 - x_2 = \frac{2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}} \tag{7}$$

Teniendo en cuenta que lo que buscamos es conseguir $|x_3 - x_2| \cong 0$, esto explica que si b es positivo (b $\geq$ 0) se emplea el positivo en $b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$, y si b es negativo se hace uso del negativo. En ambos casos, recordemos que el objetivo es volver el valor de la fórmula tan pequeño como sea posible. Si sumamos dos valores positivos, o dos valores negativos, estamos aumentando la cantidad del valor resultante en el denominador.

$$2c <<< b \pm \sqrt{b^2 - 4ac} \tag{8}$$

La fórmula anterior sería el caso ideal para lograr que la diferencia entre x_3 y x_2 fuese lo más pequeña posible (y cercana a 0). Esto demuestra la afirmación respecto al uso del signo.