Mais sobre Tensorflow e funções de ativação

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Engenharia Elétrica

Nas aulas anteriores, aprendemos:

- como fazer previsões usando uma rede neural já treinada no NumPy ou no Tensorflow. $\rightarrow$ **(problema de propagação para frente - inferência)**
- Também aprendemos a treinar um modelo usando Tensorflow

Onde estamos e para onde vamos

Nas aulas anteriores, aprendemos:

- como fazer previsões usando uma rede neural já treinada no NumPy ou no Tensorflow. $\rightarrow$ **(problema de propagação para frente - inferência)**
- Também aprendemos a treinar um modelo usando Tensorflow

Nas próximas aulas, aprenderemos:

- Mais detalhes importantes que devem ser levados em conta quando fazemos projetos usando redes neurais
- O conceito de propagação para trás (**back-propagation**)

Pergunta:

Como o Tensorflow faz para encontrar valores adequados para os parâmetros $w_j^{[l]}, b^{[l]}$?

Passo 1: Definição do modelo

$$f_{\overrightarrow{w},b}(\overrightarrow{x}) = \frac{1}{1 + e^{-(\overrightarrow{w} \cdot \overrightarrow{x} + b)}}$$

Pergunta: Quais são as características desse modelo?

Relembrando da Regressão Logística

Passo 1: Definição do modelo

$$f_{\vec{w},b}(\vec{x}) = \frac{1}{1 + e^{-(\vec{w}\cdot\vec{x}+b)}}$$

Pergunta: Quais são as características desse modelo?

Passo 2: Definição da função perda e da função custo

$$L\left(f_{\vec{w},b}\left(\vec{x}^{(i)}\right), y^{(i)}\right) = -y^{(i)} \log\left(f_{\vec{w},b}\left(\vec{x}^{(i)}\right)\right) - (1 - y^{(i)}) \log\left(1 - f_{\vec{w},b}\left(\vec{x}^{(i)}\right)\right)$$

$L\left(f_{\vec{w},b}\left(\vec{x}^{(i)}\right), y^{(i)}\right)$ é a função de **perda logística**, e mede quanto o modelo $f_{\vec{w},b}(\vec{x}^{(i)})$ está errando em relação ao rótulo verdadeiro $y^{(i)}$ para uma dada amostra i. É também chamada de **função de entropia cruzada binária**

$$J(\vec{w}, b) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} L\left(f_{\vec{w},b}\left(\vec{x}^{(i)}\right), y^{(i)}\right) \quad \rightarrow$$ **Função custo:** média das perdas

Relembrando da Regressão Logística

Passo 1: Definição do modelo

$$f_{\vec{w},b}(\vec{x}) = \frac{1}{1 + e^{-(\vec{w}\cdot\vec{x}+b)}}$$

Pergunta: Quais são as características desse modelo?

Passo 2: Definição da função perda e da função custo

$$L\left(f_{\vec{w},b}\left(\vec{x}^{(i)}\right), y^{(i)}\right) = -y^{(i)}\log\left(f_{\vec{w},b}\left(\vec{x}^{(i)}\right)\right) - (1-y^{(i)})\log\left(1 - f_{\vec{w},b}\left(\vec{x}^{(i)}\right)\right)$$

$L\left(f_{\vec{w},b}\left(\vec{x}^{(i)}\right), y^{(i)}\right)$ é a função de **perda logística**, e mede quanto o modelo $f_{\vec{w},b}(\vec{x}^{(i)})$ está errando em relação ao rótulo verdadeiro $y^{(i)}$ para uma dada amostra i. É também chamada de **função de entropia cruzada binária**

$$J(\vec{w}, b) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} L\left(f_{\vec{w},b}\left(\vec{x}^{(i)}\right), y^{(i)}\right) \qquad \rightarrow$$ **Função custo:** média das perdas

Passo 3: Minimizar a função custo

Encontrar os valores de $\vec{w}, b$ que minimizam $J(\vec{w}, b)$ pelo Método do Gradiente:

$$w_j = w_j - \alpha\frac{\partial}{\partial w_j}J(\vec{w}, b) \qquad j = 1, \cdots, n$$

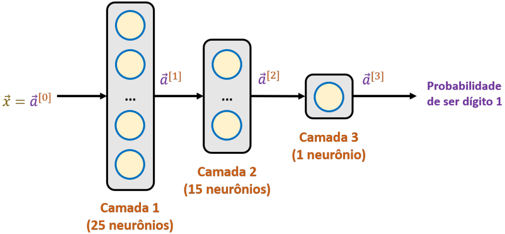
$$b = b - \alpha\frac{\partial}{\partial b}J(\vec{w}, b)$$

E para as redes neurais, como fica?

E para as redes neurais, como ficam esses 3 passos?

Passo 1: Definição do modelo

Qual seria o modelo $f_{W,B}(\overrightarrow{x})$ para a rede neural abaixo?



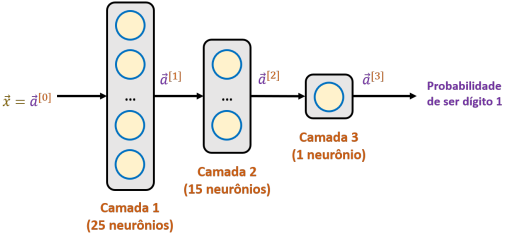
$$\overrightarrow{a}^{[1]} = \begin{bmatrix} g(\overrightarrow{w}_1^{[1]} \cdot \overrightarrow{x} + b_1^{[1]}) \\ \cdots \\ g(\overrightarrow{w}_{25}^{[1]} \cdot \overrightarrow{x} + b_{25}^{[1]}) \end{bmatrix} \rightarrow \overrightarrow{a}^{[2]} = \begin{bmatrix} g(\overrightarrow{w}_1^{[2]} \cdot \overrightarrow{a}^{[1]} + b_1^{[2]}) \\ \cdots \\ g(\overrightarrow{w}_{15}^{[2]} \cdot \overrightarrow{a}^{[1]} + b_{15}^{[2]}) \end{bmatrix}$$

Finalmente:

$$\overrightarrow{a}^{[3]} = f_{W,B}(\overrightarrow{x}) = g(\overrightarrow{w}_1^{[3]} \cdot \overrightarrow{a}^{[2]} + b_1^{[3]})$$

OBS: Na representação acima, W, B representam todos os parâmetros da rede neural.

Qual seria o modelo $f_{W,B}(\vec{x})$ para a rede neural abaixo?



No Tensorflow, fazemos a definição desse modelo a partir do seguinte código:

```
import tensorflow as tf
from tensorflow.keras import Sequential
from tensorflow.keras.layers import Dense

model = Sequential([
   Dense(units=25, activation='sigmoid'),
   Dense(units=15, activation='sigmoid'),
   Dense(units=1, activation='sigmoid'),
```

Passo 2: Definição da função perda e da função custo

$$L\left(f_{W,B}\left(\vec{x}^{(i)}\right), y^{(i)}\right) = -y^{(i)} \log\left(f_{W,B}\left(\vec{x}^{(i)}\right)\right) - (1 - y^{(i)}) \log\left(1 - f_{W,B}\left(\vec{x}^{(i)}\right)\right)$$

Ou seja, é a mesma função perda usada na Regressão Logística (**função de entropia cruzada binária**)

$$J(W, B) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} L\left(f_{W,B}\left(\vec{x}^{(i)}\right), y^{(i)}\right) \quad \rightarrow$$

Função custo: média das perdas

No Tensorflow, fazemos essa definição compilando o modelo da seguinte forma:

```
model.compile(loss= BinaryCrossentropy())
```

```
from tensorflow.keras.losses import
  BinaryCrossentropy
```

Keras

$$L\left(f_{W,B}\left(\vec{x}^{(i)}\right), y^{(i)}\right) = -y^{(i)} \log\left(f_{W,B}\left(\vec{x}^{(i)}\right)\right) - (1 - y^{(i)}) \log\left(1 - f_{W,B}\left(\vec{x}^{(i)}\right)\right)$$

Ou seja, é a mesma função perda usada na Regressão Logística (**função de entropia cruzada binária**)

$$J(W, B) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} L\left(f_{W,B}\left(\vec{x}^{(i)}\right), y^{(i)}\right) \quad \rightarrow$$

Função custo: média das perdas

No Tensorflow, fazemos essa definição compilando o modelo da seguinte forma:

```
model.compile(loss= BinaryCrossentropy())
```

```
from tensorflow.keras.losses import
  BinaryCrossentropy
```

Keras

Alternativamente, para problemas de regressão, podemos usar:

$$J(W, B) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left(f_{W,B}\left(\vec{x}^{(i)}\right) - y^{(i)}\right)^2 \quad \rightarrow$$

erro quadrático médio

```
model.compile(loss= MeanSquaredError())
```

```
from tensorflow.keras.losses import
  MeanSquaredError
```

Passo 3: Minimizar a função custo

Encontrar os valores de $w_j^{[l]}, b^{[l]}$ que minimizam $J(W, B)$ pelo Método do Gradiente:

$$w_j^{[l]} = w_j^{[l]} - \alpha \frac{\partial}{\partial w_j^{[l]}} J(W, B)$$

$$b^{[l]} = b^{[l]} - \alpha \frac{\partial}{\partial b^{[l]}} J(W, B)$$

Observação:

As derivadas acima podem ser calculadas usando uma metodologia conhecida como **propagação para trás** (*back propagation*)

Encontrar os valores de $w_j^{[l]}, b^{[l]}$ que minimizam $J(W, B)$ pelo Método do Gradiente:

$$w_j^{[l]} = w_j^{[l]} - \alpha \frac{\partial}{\partial w_j^{[l]}} J(W, B)$$

$$b^{[l]} = b^{[l]} - \alpha \frac{\partial}{\partial b^{[l]}} J(W, B)$$

Observação:

As derivadas acima podem ser calculadas usando uma metodologia conhecida como **propagação para trás** (*back propagation*)

No Tensorflow, aplicamos um método alternativo ao método do gradiente padrão usando o comando:

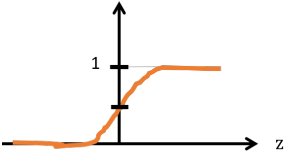
```
model.fit(X,y,epochs=100)
```

Até agora, usamos a função **sigmoide** como função de ativação para todos os neurônios da nossa rede.

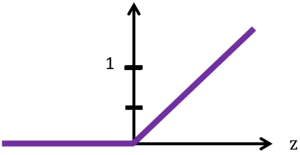
Pergunta:

Seria possível utilizar outras funções de ativação? Se sim, como eu faço para escolher a função de ativação mais adequada para cada camada da minha rede?

Conhecendo a função **Unidade Linear Retificada** (ReLU)

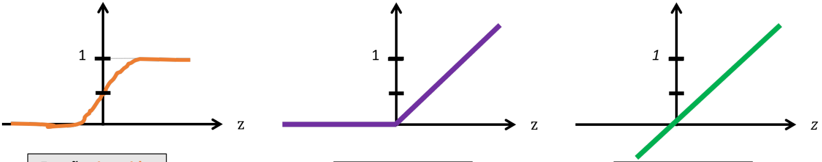


Função sigmoide:
$g(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$



Função ReLU:
$g(z) = \max(0, z)$

- Assim como a função sigmoide, a função **ReLU** é vastamente utilizada em redes neurais.
- Note que a saída não fica limitada ao intervalo (0, 1). Ao invés disso, ela pode assumir qualquer valor real ≥ 0.



Função sigmoide:
$g(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$

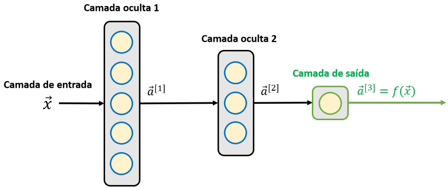
Função ReLU:
$g(z) = \max(0, z)$

Função Linear:
$g(z) = z$

- Como a **função de ativação linear** é dada por

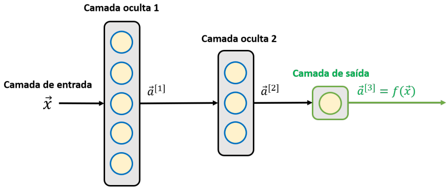
$$g(z) = z = \vec{w} \cdot \vec{x} + b$$

  alguns usuários falarão que usar a essa função específica equivale a não utilizar nenhuma função de ativação.
- Essas 3 funções de ativação são as mais utilizadas no contexto de redes neurais



Pensando primeiro na **camada de saída**...

Qual função de ativação devo escolher?

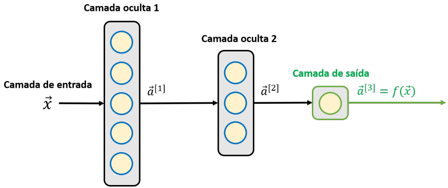


Pensando primeiro na **camada de saída**...

Problemas de classificação

- Se for um problema onde a variável alvo y é 0 ou 1 (problema de classificação binária), então quase sempre a função **sigmoide** será a escolha mais adequada.
- Assim, a saída da nossa rede $f(\overrightarrow{x})$ estará no intervalo (0,1) e pode ser interpretada como sendo a probabilidade de y ser 1.

Qual função de ativação devo escolher?



Pensando primeiro na **camada de saída**...

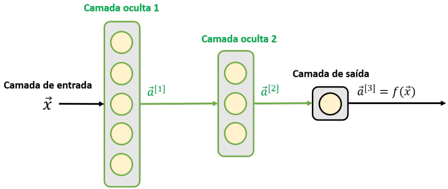
Problemas de classificação

- Se for um problema onde a variável alvo y é 0 ou 1 (problema de classificação binária), então quase sempre a função **sigmoide** será a escolha mais adequada.
- Assim, a saída da nossa rede $f(\overrightarrow{x})$ estará no intervalo (0,1) e pode ser interpretada como sendo a probabilidade de y ser 1.

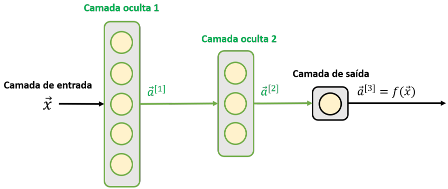
Problemas de regressão

- Se for um problema de regressão onde y pode assumir qualquer valor real positivo ou negativo, então podemos usar função **linear**.
- Se for um problema de regressão onde y pode assumir apenas valores reais positivos (≥ 0), então podemos usar a função **ReLU**.
- Em ambos os casos, a saída da nossa rede $f(\overrightarrow{x})$ pode ser interpretada como sendo a nossa estimativa para o y.

Qual função de ativação devo escolher?



Pensando agora nas **camadas ocultas**...



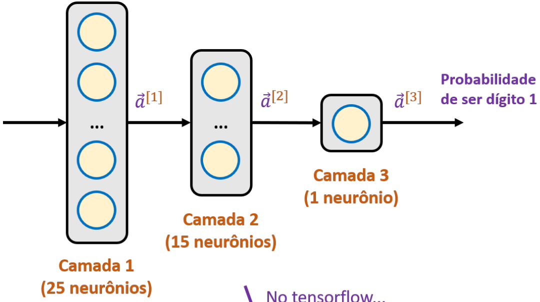
Pensando agora nas **camadas ocultas**...

- Hoje em dia, a função de ativação **ReLU** é a mais utilizada nas camadas ocultas.
- Isso porque ela pode ser calculada mais rapidamente (não requer o cálculo de uma exponencial).
- Com a sua definição $max(0, z)$, a função ReLU possui a capacidade de desativar (zerar) características numa rede, acionando-as apenas quando se faz necessário!

Qual função de ativação devo escolher?

Observação final sobre funções de ativação

Há também outros tipos de funções de ativação. Fique à vontade para pesquisar outras possíveis funções na Internet...



No tensorflow...

```
modelo = Sequential(
    [
        Dense(units=25, activation="relu"),
        Dense(units=15, activation="relu"),
        Dense(1, activation="sigmoid")
    ]
)
modelo.compile(
    loss=BinaryCrossentropy()
)
modelo.fit(
    X,y,epochs=50
)
```

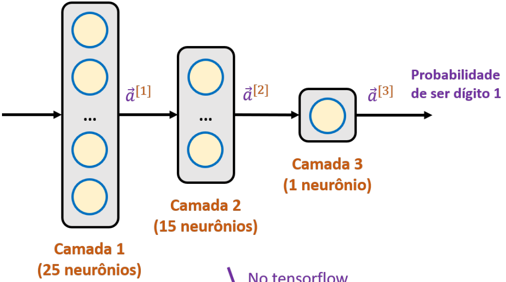
Constrói o modelo

Define função de perda

Treina modelo

Exemplo no Tensorflow: reconhecimento de dígitos 0 e 1

→ A definição do slide anterior está perfeita sob o ponto de vista teórico. Entretanto, observa-se que ela é mais suscetível a erros de arredondamento numérico. Uma forma equivalente (sob o ponto de vista teórico), porém mais robusta numericamente (sob o ponto de vista de cálculo computacional), é:



No tensorflow...

```
modelo = Sequential(
    [
        Dense(units=25, activation="relu"),
        Dense(units=15, activation="relu"),
        Dense(1, activation="linear")
    ]
)
modelo.compile(
    loss=BinaryCrossentropy(from_logits=True)
)
modelo.fit(
    X,y,epochs=50
)
logit = model(X)
f_x   = tf.nn.sigmoide(logit)
```

Isso faz com que a saída da rede neural agora seja z (logit number), e não mais sigmoide(z)

Definimos uma função linear aqui

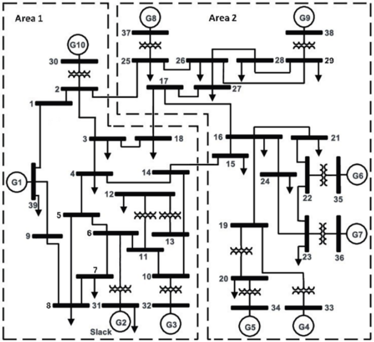
Mudamos aqui para que a ativação sigmoide passe a ser feita diretamente junto ao cálculo da função de perda

Aqui calculamos a saída z e aplicamos a sigmoide para obter de fato a probabilidade

Observação final:

- Essa implementação com maior robustez numérica é ainda mais relevante quando estudamos problemas de classificação multi-classe
- Faremos isso a partir da próxima aula

Seja o sistema elétrico de potência abaixo, divido em 2 áreas (Área 1 e Área 2)



Supondo que tem uma falta (curto-circuito monofásico) ocorrendo nesse sistema, como localizar se esse evento está ocorrendo na Área 1 ($y = 0$) ou na Área 2 ($y = 1$)?

Nome do arquivo que trabalharemos agora:

codigo - localizando area sob falta.ipynb

Parte 1

Rode todo o "codigo - localizando area sob falta.ipynb" sem fazer qualquer tipo de alteração. Certifique-se de que você o compreendeu.

- Por que resultados ligeiramente diferentes são obtidos cada vez que o código é rodado?

Parte 2

1. Testando diferentes valores para o número de camadas da rede e para o número de neurônios em cada camada, busque uma topologia de rede neural que resulta numa taxa de acerto para os dados de validação $> 90\%$