Como implementar/testar métodos e modelos

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Engenharia Elétrica

Onde estamos e para onde vamos

Na nossa disciplina, já aprendemos sobre os seguintes métodos:

- Regressão Linear
- Regressão Logística
- Redes Neurais (aprendizado profundo)

Ainda iremos aprender os seguintes métodos:

- Árvores de decisão
- Detecção de anomalia
- Aprendizado por reforço

Entretanto, antes de irmos para esses novos métodos, falaremos aqui sobre **dicas de como implementar/testar de forma eficiente algoritmos de aprendizado**.

Suponha que você está implementado uma Regressão Linear com regularização para o problema de estimação do módulo da tensão num determinado ponto de um sistema elétrico complexo:

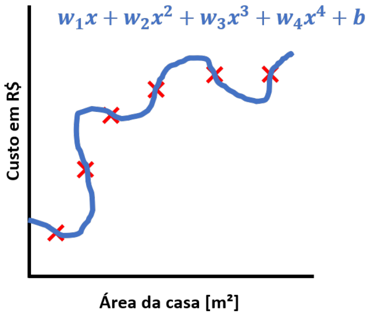
$$J(\vec{w}, b) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{m} \left(f_{\vec{w},b}\left(\vec{x}^{(i)}\right) - y^{(i)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2m} \sum_{j=1}^{n} w_j^2$$

Você percebeu que as previsões feitas pelo modelo atual são inaceitáveis. **O que fazer?**
Podemos tentar o seguinte:

- Conseguir mais dados
- Excluir características (testar modelo mais simples)
- Incluir características (testar modelo mais complexo)
- Adicionar características polinomiais ao modelo $(x_1^2, x_2^2, x_1 x_2, \ldots)$
- Aumentar λ
- Reduzir λ

Pergunta: Qual dessas alternativas devemos testar primeiro?

Avaliando a qualidade de um modelo



Perguntas

- Qual é o valor da função custo associado a esse modelo?
- Trata-se de um bom modelo para esses dados?

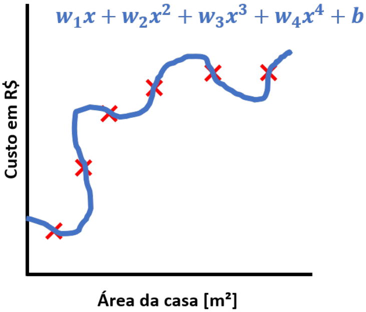
Observação: Quando o modelo leva em conta mais do que uma característica, é mais difícil fazermos essa análise graficamente. Como proceder então?

Avaliando a qualidade de um modelo

Podemos **testar quantitativamente** a qualidade do nosso modelo fazendo o seguinte:

1. Alimente seu modelo com um conjunto de dados que ele não "viu" durante seu treinamento
2. Utilize alguma métrica quantitativa para verificar sua performance.

Como você acha que o modelo abaixo se sairia nesse teste?



Avaliando a qualidade de um modelo: Regra 70/30

Área da casa [m²]	Custo em R$
32	51.000
149	265.000
78	110.000
36	49.000
132	280.000
60	120.000
59	99.000
129	279.000
62	124.000
220	315.000

Dados de treinamento

Use cerca de 70% dos dados para treinar os parâmetros do seu modelo

Dados de teste

Use cerca de 30% dos dados para validar o modelo treinado

"Um bom modelo é capaz de performar bem mesmo quando aplicado sobre o conjunto de dados de teste (dados que ele não teve acesso durante seu treinamento)."

Avaliando a qualidade de um modelo: Regra 70/30

Notação para dados de treinamento:

$$\left(x^{(1)}, y^{(1)}\right)$$
$$\cdots$$
$$\left(x^{(m_{trein})}, y^{(m_{trein})}\right)$$

$\rightarrow$ conjunto de dados de treinamento contendo m_{trein} amostras.

Notação para dados de teste:

$$\left(x_{teste}^{(1)}, y_{teste}^{(1)}\right)$$
$$\cdots$$
$$\left(x_{teste}^{(m_{teste})}, y_{teste}^{(m_{teste})}\right)$$

$\rightarrow$ conjunto de dados de treinamento contendo m_{teste} amostras.

Pergunta: O que acontecerá se você decidir usar uma regra do tipo 80/20?

Exemplo

Pergunta:

Como avaliar a qualidade de um modelo de regressão que foi treinado a partir da minimização da função custo

$$J(\overrightarrow{w}, b) = \frac{1}{2m_{trein}} \sum_{i=1}^{m_{trein}} \left(f_{\overrightarrow{w},b}\left(\overrightarrow{x}^{(i)}\right) - y^{(i)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2m_{trein}} \sum_{j=1}^{n} w_j^2 \quad ?$$

Exemplo

Pergunta:

Como avaliar a qualidade de um modelo de regressão que foi treinado a partir da minimização da função custo

$$J(\overrightarrow{w}, b) = \frac{1}{2m_{trein}} \sum_{i=1}^{m_{trein}} \left(f_{\overrightarrow{w},b}\left(\overrightarrow{x}^{(i)}\right) - y^{(i)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2m_{trein}} \sum_{j=1}^{n} w_j^2 \quad ?$$

Resposta:

Verifique como o modelo $f_{\overrightarrow{w},b}\left(\overrightarrow{x}\right)$ se sai ao ser aplicado ao conjunto de dados de teste:

$$J_{teste}(\overrightarrow{w}, b) = \frac{1}{2m_{teste}} \sum_{i=1}^{m_{teste}} \left(f_{\overrightarrow{w},b}\left(\overrightarrow{x}_{teste}^{(i)}\right) - y_{teste}^{(i)} \right)^2$$

Exemplo

Pergunta:

Como avaliar a qualidade de um modelo de regressão que foi treinado a partir da minimização da função custo

$$J(\overrightarrow{w}, b) = \frac{1}{2m_{trein}} \sum_{i=1}^{m_{trein}} \left(f_{\overrightarrow{w},b}\left(\overrightarrow{x}^{(i)}\right) - y^{(i)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2m_{trein}} \sum_{j=1}^{n} w_j^2 \quad ?$$

Resposta:

Verifique como o modelo $f_{\overrightarrow{w},b}\left(\overrightarrow{x}\right)$ se sai ao ser aplicado ao conjunto de dados de teste:

$$J_{teste}(\overrightarrow{w}, b) = \frac{1}{2m_{teste}} \sum_{i=1}^{m_{teste}} \left(f_{\overrightarrow{w},b}\left(\overrightarrow{x}_{teste}^{(i)}\right) - y_{teste}^{(i)} \right)^2$$

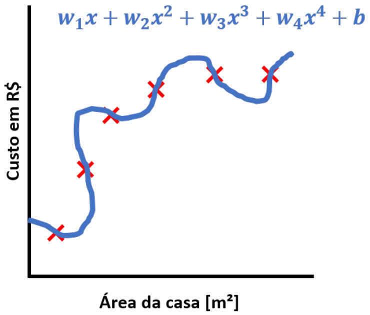
Pergunta:

Seja

$$J_{trein}(\overrightarrow{w}, b) = \frac{1}{2m_{trein}} \sum_{i=1}^{m_{trein}} \left(f_{\overrightarrow{w},b}\left(\overrightarrow{x}^{(i)}\right) - y^{(i)} \right)^2$$

Quem naturalmente tenderá a ser maior, $J_{teste}(\overrightarrow{w}, b)$ ou $J_{trein}(\overrightarrow{w}, b)$?

Suponha que no gráfico abaixo encontram-se representados apenas $\left(x^{(i)}, y^{(i)}\right) \rightarrow$ dados de treinamento.



Pergunta:

Teremos

A) $J_{teste}(\overrightarrow{w}, b) >> J_{trein}(\overrightarrow{w}, b)$?

B) $J_{teste}(\overrightarrow{w}, b) << J_{trein}(\overrightarrow{w}, b)$?

OBS: Trata-se de um indicativo de **overfitting**.

Exemplo (problema de classificação)

Pergunta:

Como avaliar a qualidade de um modelo de classificação que foi treinado a partir da minimização da função

$$J(\overrightarrow{w}, b) = -\frac{1}{m_{trein}} \sum_{i=1}^{m_{trein}} \left[y^{(i)} \log \left(f_{\overrightarrow{w},b} \left(\overrightarrow{x}^{(i)} \right) \right) + (1 - y^{(i)}) \log \left(1 - f_{\overrightarrow{w},b} \left(\overrightarrow{x}^{(i)} \right) \right) \right] + \frac{\lambda}{2m_{trein}} \sum_{j=1}^{n} w_j^2$$

Resposta:

Verifique como o modelo $f_{\overrightarrow{w},b}\left(\overrightarrow{x}\right)$ se sai ao ser aplicado ao conjunto de dados de teste:

$$J_{teste}(\overrightarrow{w}, b) = -\frac{1}{m_{teste}} \sum_{i=1}^{m_{teste}} \left[y_{teste}^{(i)} \log \left(f_{\overrightarrow{w},b} \left(\overrightarrow{x}_{teste}^{(i)} \right) \right) + (1 - y_{teste}^{(i)}) \log \left(1 - f_{\overrightarrow{w},b} \left(\overrightarrow{x}_{teste}^{(i)} \right) \right) \right]$$

Seja

$$J_{trein}(\overrightarrow{w}, b) = -\frac{1}{m_{trein}} \sum_{i=1}^{m_{trein}} \left[y^{(i)} \log \left(f_{\overrightarrow{w},b} \left(\overrightarrow{x}^{(i)} \right) \right) + (1 - y^{(i)}) \log \left(1 - f_{\overrightarrow{w},b} \left(\overrightarrow{x}^{(i)} \right) \right) \right]$$

Quem naturalmente tenderá a ser maior, $J_{teste}(\overrightarrow{w}, b)$ ou $J_{trein}(\overrightarrow{w}, b)$?

Exemplo (problema de classificação)

Alternativamente, em problemas de classificação, também é muito comum usarmos a **taxa de acerto** (ou a **taxa de erro**) para avaliarmos a qualidade de um modelo.

Considerando a utilização da taxa de erro, podemos definir:

$$J_{teste}(\overrightarrow{w}, b) = \frac{\text{quantidade de amostras em que } \hat{y} \neq y_{teste}}{m_{teste}} \times 100\%$$

$$J_{trein}(\overrightarrow{w}, b) = \frac{\text{quantidade de amostras em que } \hat{y} \neq y_{trein}}{m_{trein}} \times 100\%$$

Utilizando a taxa de erro, quanto maior $J_{teste}(\overrightarrow{w}, b)$, pior o modelo. Caso tivéssemos utilizado a taxa de acerto como métrica, seria o contrário.

Selecionando o melhor modelo

Suponha que você calculou $J_{teste}(\overrightarrow{w}, b)$ para 10 modelos diferentes:

1) $f_{\overrightarrow{w},b}\left(\overrightarrow{x}\right) = w_1 x + b \quad \rightarrow \quad J_{teste}^{<1>}(\overrightarrow{w}, b)$
2) $f_{\overrightarrow{w},b}\left(\overrightarrow{x}\right) = w_1 x + w_2 x^2 + b \quad \rightarrow \quad J_{teste}^{<2>}(\overrightarrow{w}, b)$
3) $f_{\overrightarrow{w},b}\left(\overrightarrow{x}\right) = w_1 x + w_2 x^2 + w_3 x^3 + b \quad \rightarrow \quad J_{teste}^{<3>}(\overrightarrow{w}, b)$

$$\vdots$$

10) $f_{\overrightarrow{w},b}\left(\overrightarrow{x}\right) = w_1 x + w_2 x^2 + w_3 x^3 + \cdots + w_{10} x^{10} + b \quad \rightarrow \quad J_{teste}^{<10>}(\overrightarrow{w}, b)$

Suponha que $J_{teste}^{<5>}(\overrightarrow{w}, b)$ seja o menor erro dentre todos $J_{teste}^{<d>}(\overrightarrow{w}, b)$, $d = 1, \cdots, 10$.

Pergunta:

É razoável eleger o quinto modelo como o melhor modelo?

Resposta:

Sim, porém... (continua no próximo slide)

Selecionando o melhor modelo

- A partir do momento que você utilizou o conjunto de dados de teste para refinar algum hiperparâmetro do seu projeto (ordem do polinômio, número de camadas de uma rede neural, taxa de aprendizado, etc), esse conjunto de dados não pode mais ser chamado de conjunto de dados teste. É melhor chamar esse conjunto de dados de:

Conjunto de dados de validação (val) = dados de desenvolvimento = dados de validação cruzada (cv)

- A partir do momento que você utilizou o conjunto de dados de teste para refinar algum hiperparâmetro do seu projeto (ordem do polinômio, número de camadas de uma rede neural, taxa de aprendizado, etc), esse conjunto de dados não pode mais ser chamado de conjunto de dados teste. É melhor chamar esse conjunto de dados de:

Conjunto de dados de validação (val) = dados de desenvolvimento = dados de validação cruzada (cv)

- Ou seja, $J_{teste}^{<5>}(\overrightarrow{w}, b)$ deixa de ser uma estimativa justa para o erro de generalização verdadeiro, já que pelo menos 1 hiperparâmetro está sendo selecionado com base nesse valor. Por isso, $J_{teste}^{<5>}(\overrightarrow{w}, b)$ nesse caso deve ser chamado de $J_{val}^{<5>}(\overrightarrow{w}, b)$, sendo que $J_{val}^{<5>}(\overrightarrow{w}, b)$ tenderá a ser menor que o erro de generalização verdadeiro.

- A partir do momento que você utilizou o conjunto de dados de teste para refinar algum hiperparâmetro do seu projeto (ordem do polinômio, número de camadas de uma rede neural, taxa de aprendizado, etc), esse conjunto de dados não pode mais ser chamado de conjunto de dados teste. É melhor chamar esse conjunto de dados de:

Conjunto de dados de validação (val) = dados de desenvolvimento = dados de validação cruzada (cv)

- Ou seja, $J_{teste}^{<5>}(\overrightarrow{w}, b)$ deixa de ser uma estimativa justa para o erro de generalização verdadeiro, já que pelo menos 1 hiperparâmetro está sendo selecionado com base nesse valor. Por isso, $J_{teste}^{<5>}(\overrightarrow{w}, b)$ nesse caso deve ser chamado de $J_{val}^{<5>}(\overrightarrow{w}, b)$, sendo que $J_{val}^{<5>}(\overrightarrow{w}, b)$ tenderá a ser menor que o erro de generalização verdadeiro.
- Isso nos leva à ideia de dividirmos o conjunto inicial de dados em 3 partes, ao invés de apenas duas (continua no próximo slide...)

Conhecendo a regra 60/20/20

Área da casa [m²]	Custo em R$
32	51.000
149	265.000
78	110.000
36	49.000
132	280.000
60	120.000
59	99.000
129	279.000
62	124.000
220	315.000

Dados de treinamento

Use cerca de 60% dos dados para treinar os parâmetros do seu modelo (w e b)

Dados de validação

Use cerca de 20% dos dados para selecionar hiperparâmetros (número de neurônios em cada camada, número de camadas, parâm. de regularização λ, α etc)

Dados de teste

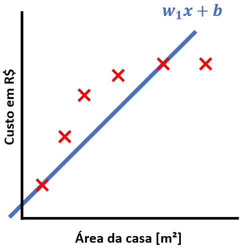
Use cerca de 20% dos dados para testar seu único modelo final. Assim, você obterá uma estimativa justa para o erro de generalização

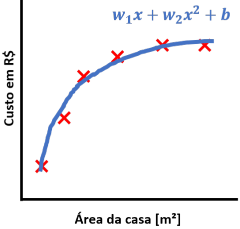
Observação final:

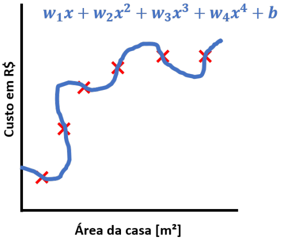
O conjunto de dados teste serve tão-somente para fornecer uma estativa justa para o erro de generalização verdadeiro (ou taxa de acerto verdadeira, caso seja o caso). Ele **nunca** deve ser tomado como base para selecionar qualquer tipo de parâmetro ou hiperparâmetro. Caso ele venha ser usado para este fim, ele deixa de ser o conjunto de dados de teste.

Exemplo

Suponha que nos gráficos abaixo encontram-se representados apenas $\left(x^{(i)}, y^{(i)}\right) \rightarrow$ dados de treinamento.







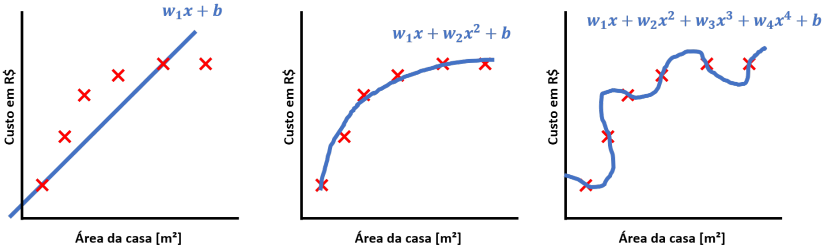
Pergunta

Olhando apenas para o **gráfico da esquerda**, escolha uma das opções abaixo.

1. J_{trein} é pequeno e J_{cv} será pequeno.
2. J_{trein} é pequeno e J_{cv} será grande.
3. J_{trein} é grande e J_{cv} será pequeno.
4. J_{trein} é grande e J_{cv} será grande.

Exemplo

Suponha que nos gráficos abaixo encontram-se representados apenas $\left(x^{(i)}, y^{(i)}\right) \rightarrow$ dados de treinamento.



Pergunta

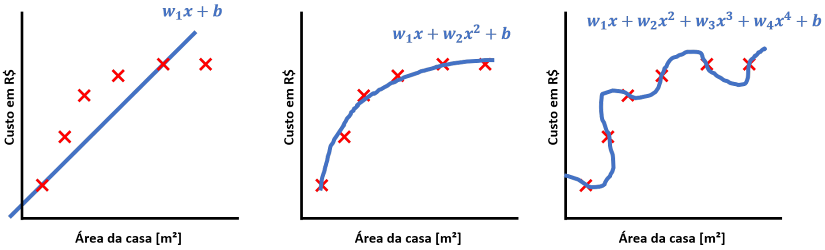
Olhando apenas para o **gráfico da esquerda**, escolha uma das opções abaixo.

1. J_{trein} é pequeno e J_{cv} será pequeno.
2. J_{trein} é pequeno e J_{cv} será grande.
3. J_{trein} é grande e J_{cv} será pequeno.
4. J_{trein} é grande e J_{cv} será grande.

Conclusão importante: Um modelo com alto viés (high bias), não apresenta uma boa performance nem mesmo para os dados de estimação (o modelo subestima até mesmo esses dados)...

Exemplo

Suponha que nos gráficos abaixo encontram-se representados apenas $\left(x^{(i)}, y^{(i)}\right) \rightarrow$ dados de treinamento.



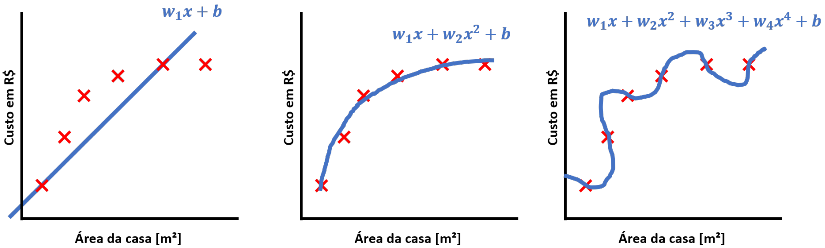
Pergunta

Olhando apenas para o **gráfico da direita**, escolha uma das opções abaixo.

1. J_{trein} é pequeno e J_{cv} será pequeno.
2. J_{trein} é pequeno e J_{cv} será grande.
3. J_{trein} é grande e J_{cv} será pequeno.
4. J_{trein} é grande e J_{cv} será grande.

Exemplo

Suponha que nos gráficos abaixo encontram-se representados apenas $\left(x^{(i)}, y^{(i)}\right) \rightarrow$ dados de treinamento.



Pergunta

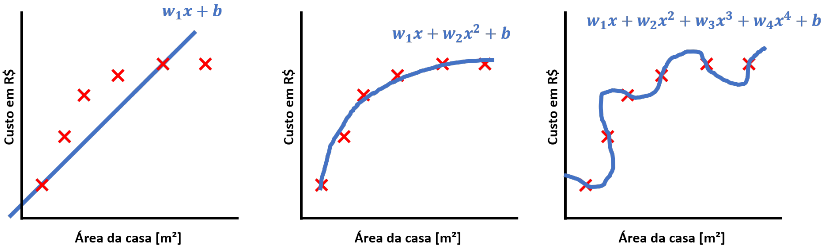
Olhando apenas para o **gráfico da direita**, escolha uma das opções abaixo.

1. J_{trein} é pequeno e J_{cv} será pequeno.
2. J_{trein} é pequeno e J_{cv} será grande.
3. J_{trein} é grande e J_{cv} será pequeno.
4. J_{trein} é grande e J_{cv} será grande.

Conclusão importante: Um modelo com elevada variância (high variance), apresenta uma boa performance para dados que ele já viu, mas sua performance deteriora consideravelmente para dados não vistos anteriormente...

Exemplo

Suponha que nos gráficos abaixo encontram-se representados apenas $\left(x^{(i)}, y^{(i)}\right) \rightarrow$ dados de treinamento.



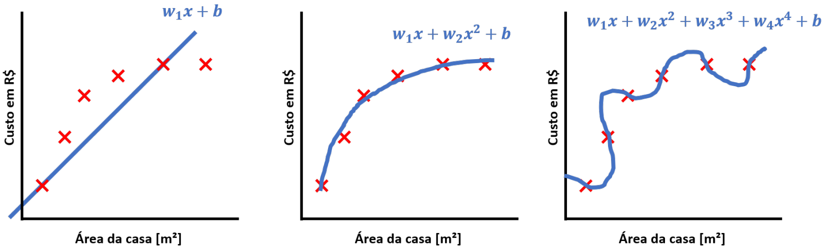
Pergunta

Olhando apenas para o **gráfico do meio**, escolha uma das opções abaixo.

1. J_{trein} é pequeno e J_{cv} será pequeno.
2. J_{trein} é pequeno e J_{cv} será grande.
3. J_{trein} é grande e J_{cv} será pequeno.
4. J_{trein} é grande e J_{cv} será grande.

Exemplo

Suponha que nos gráficos abaixo encontram-se representados apenas $\left(x^{(i)}, y^{(i)}\right)$ $\rightarrow$ dados de treinamento.

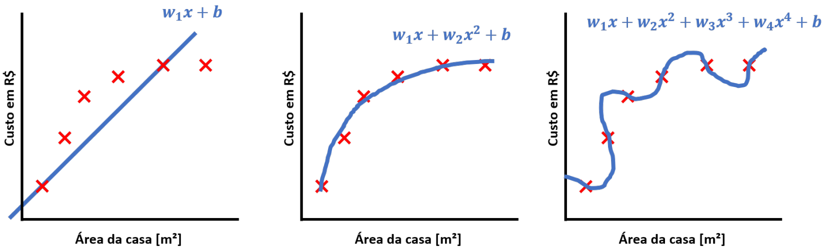


Pergunta

Olhando apenas para o **gráfico do meio**, escolha uma das opções abaixo.

1. J_{trein} é pequeno e J_{cv} será pequeno.
2. J_{trein} é pequeno e J_{cv} será grande.
3. J_{trein} é grande e J_{cv} será pequeno.
4. J_{trein} é grande e J_{cv} será grande.

Conclusão importante: Um modelo adequado apresenta uma boa performance tanto para os dados de estimação como também para dados não vistos anteriormente...

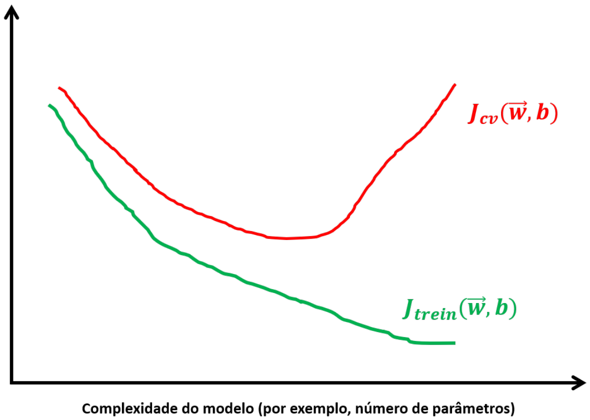


Pergunta

Analisando os três modelos acima, qual modelo possui maior ordem? Ou seja, é mais complexo?

Com base na resposta para essa pergunta e levando em conta o que já estudamos, podemos perceber o seguinte: (continua no próximo slide)

Diagnosticando underfitting e overfitting usando J_{trein} e J_{cv}



Pergunta

Onde queremos estar nessa figura?

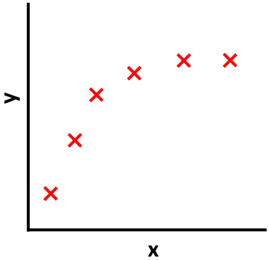
Regra prática:

Teste desde modelos mais simples até modelos altamente complexos. Selecione aquele que resulta no menor J_{cv}.

Como a regularização afeta o desempenho do seu modelo?

Suponha que você deseja ajustar um modelo do tipo $f_{\vec{w},b}\left(\vec{x}^{(i)}\right) = w_1 x + w_2 x^2 + \cdots + w_n x^n + b$ para os dados abaixo usando Regressão Linear com regularização:

$$J(\vec{w}, b) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{m} \left(f_{\vec{w},b}\left(\vec{x}^{(i)}\right) - y^{(i)}\right)^2 + \frac{\lambda}{2m} \sum_{j=1}^{n} w_j^2$$

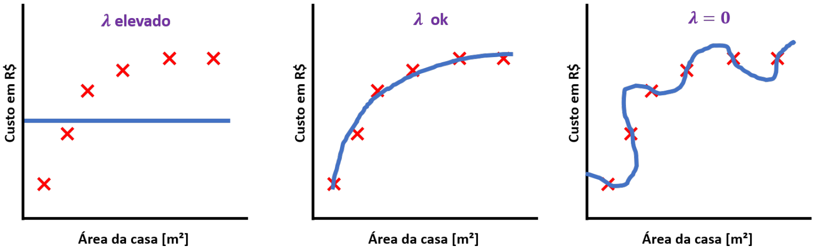


Pergunta:

Supondo, por exemplo, $n = 8$. Qual será o modelo resultante caso você escolha $\lambda = 1000000$?

Suponha que nos gráficos abaixo encontram-se representados apenas $\left(x^{(i)}, y^{(i)}\right) \rightarrow$ dados de treinamento.

$$\boxed{f = w_1 x + w_2 x^2 + \cdots + w_8 x^8 + b}$$



$J_{trein}(\vec{w}, b)$ e $J_{cv}(\vec{w}, b)$ elevados (alto viés)

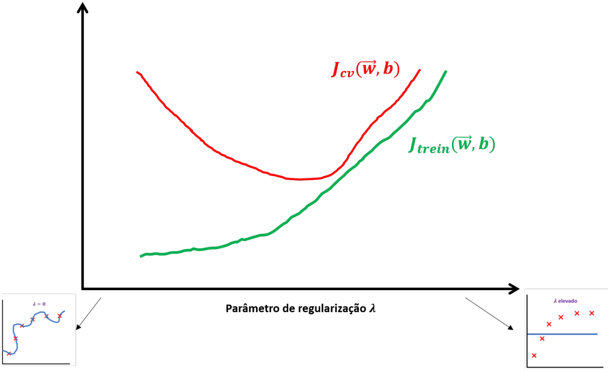
$J_{trein}(\vec{w}, b)$ e $J_{cv}(\vec{w}, b)$ pequenos

$J_{trein}(\vec{w}, b) \ll J_{cv}(\vec{w}, b)$ (alta variância)

Pergunta

Analisando os três modelos acima, quando $\lambda = 0$ teremos um modelo mais simples ou mais complexo?

Como a regularização afeta o desempenho do seu modelo?



Pergunta

Onde queremos estar nessa figura?

Regra prática:

Teste diferentes valores para λ (0; 0.01; 0.02; 0.04; 0.08; ...; 10). Selecione aquele que resulta no menor J_{cv}.

Exemplo Numérico: Classificação de tumor maligno ou benigno

Suponha as seguintes taxas de erro:

- $J_{train} = 10.8$ %
- $J_{cv} = 14.8$ %
- Performance humana média $= 10.6$ %

Suponha as seguintes taxas de erro:

- $J_{train} = 10.8$ %
- $J_{cv} = 14.8$ %
- Performance humana média $= 10.6$ %

Pergunta:

- O modelo encontra-se subestimando os dados de treinamento? Em outras palavras, temos um problema de alto viés?

Resposta:

- Não, afinal, para os dados de treinamento o modelo alcança praticamente um nível humano de performance.

Exemplo Numérico: Classificação de tumor maligno ou benigno

Suponha as seguintes taxas de erro:

- $J_{train} = 10.8$ %
- $J_{cv} = 14.8$ %
- Performance humana média $= 10.6$ %

Pergunta:

- O modelo encontra-se subestimando os dados de treinamento? Em outras palavras, temos um problema de alto viés?

Resposta:

- Não, afinal, para os dados de treinamento o modelo alcança praticamente um nível humano de performance.

Pergunta:

- O modelo encontra-se sobrestimando os dados de treinamento? Em outras palavras, temos um problema de alta variância?

Resposta:

- Podemos dizer que sim, afinal J_{cv} é significativamente maior que J_{train}.

No exemplo do slide anterior, nós usamos a **performance humana** como **performance de referência**. Entretanto, dependendo da aplicação, existem outras maneiras para se estabelecer tal referência, quais sejam:

- Comparar a performance do seu algoritmo com outros existentes na literatura
- Usar da sua experiência no assunto para definir um valor razoável de referência

Um outro exemplo numérico

Suponha as seguintes taxas de erro:

- $J_{train} = 16.8$ %
- $J_{cv} = 17.2$ %
- Performance de referência $= 10.1$ %

Um outro exemplo numérico

Suponha as seguintes taxas de erro:

- $J_{train} = 16.8$ %
- $J_{cv} = 17.2$ %
- Performance de referência $= 10.1$ %

Pergunta:

- O modelo encontra-se sobrestimando os dados de treinamento? Em outras palavras, temos um problema de alta variância?

Resposta:

- Não, afinal J_{cv} é próximo de J_{train}.

Um outro exemplo numérico

Suponha as seguintes taxas de erro:

- $J_{train} = 16.8$ %
- $J_{cv} = 17.2$ %
- Performance de referência $= 10.1$ %

Pergunta:

- O modelo encontra-se sobrestimando os dados de treinamento? Em outras palavras, temos um problema de alta variância?

Resposta:

- Não, afinal J_{cv} é próximo de J_{train}.

Pergunta:

- O modelo encontra-se subestimando os dados de treinamento? Em outras palavras, temos um problema de alto viés?

Resposta:

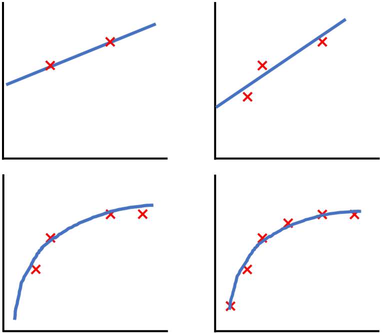
- Podemos dizer que sim, afinal, mesmo para os dados de treinamento o modelo não alcança um valor próximo ao de referência.

Já vimos como a complexidade do modelo pode afetar sua performance. Também fizemos tal análise com base na regularização. Agora buscaremos responder à seguinte pergunta:

Como o número de amostras afeta o desempenho do seu modelo?

Como o número de amostras afeta o desempenho do seu modelo?

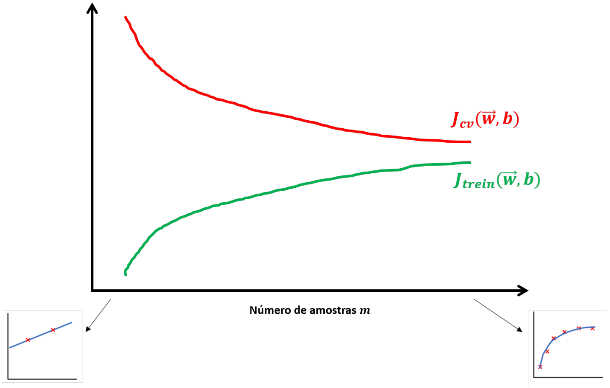
Suponha que você deseja ajustar um modelo do tipo $f_{\vec{w},b}\left(\vec{x}^{(i)}\right) = w_1x + w_2x^2 + b$ para os dados de treinamento abaixo, onde m varia.



Observação:

À medida com que mais amostras são utilizadas, o modelo vai conhecendo e se adequando melhor ao comportamento mais fundamental presente nos dados. J_{trein} tende a aumentar um pouco, porém J_{cv} tende a cair.

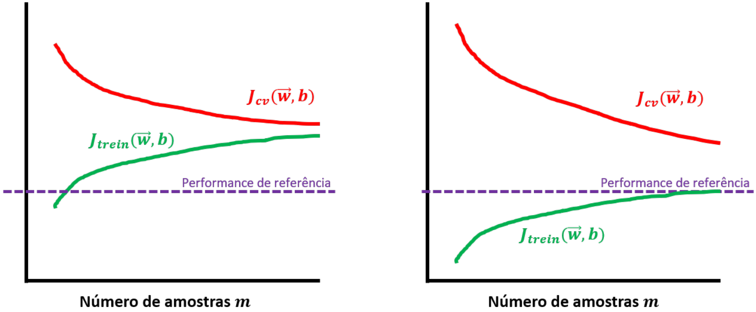
Como o número de amostras afeta o desempenho do seu modelo?



Pergunta

Onde queremos estar nessa figura?

Como o número de amostras afeta o desempenho do seu modelo?



Perguntas

- Qual é o tipo de problema que está provavelmente acontecendo com o modelo da esquerda? Sobrestimação ou Subestimação?
- Qual é o tipo de problema que está provavelmente acontecendo com o modelo da direita? Sobrestimação ou Subestimação?
- Qual dos dois tipos de problema mais se beneficia do aumento do número de amostras?

Suponha que você está implementado uma Regressão Linear com regularização para o problema de estimação do módulo da tensão num determinado ponto de um sistema elétrico complexo:

$$J(\vec{w}, b) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{m} \left(f_{\vec{w},b} \left(\vec{x}^{(i)} \right) - y^{(i)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2m} \sum_{j=1}^{n} w_j^2$$

Você percebeu que as previsões feitas pelo modelo atual são inaceitáveis. **O que fazer?**
Podemos tentar o seguinte:

- Conseguir mais dados $\rightarrow$ (em caso de sobrestimação)

Voltando ao exemplo inicial

Suponha que você está implementado uma Regressão Linear com regularização para o problema de estimação do módulo da tensão num determinado ponto de um sistema elétrico complexo:

$$J(\overrightarrow{w}, b) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{m} \left(f_{\overrightarrow{w}, b} \left(\overrightarrow{x}^{(i)} \right) - y^{(i)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2m} \sum_{j=1}^{n} w_j^2$$

Você percebeu que as previsões feitas pelo modelo atual são inaceitáveis. **O que fazer?**
Podemos tentar o seguinte:

- Conseguir mais dados $\rightarrow$ (em caso de sobrestimação)
- Excluir características (testar modelo mais simples) $\rightarrow$ (em caso de sobrestimação)

Voltando ao exemplo inicial

Suponha que você está implementado uma Regressão Linear com regularização para o problema de estimação do módulo da tensão num determinado ponto de um sistema elétrico complexo:

$$J(\overrightarrow{w}, b) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{m} \left(f_{\overrightarrow{w}, b} \left(\overrightarrow{x}^{(i)} \right) - y^{(i)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2m} \sum_{j=1}^{n} w_j^2$$

Você percebeu que as previsões feitas pelo modelo atual são inaceitáveis. **O que fazer?**
Podemos tentar o seguinte:

- Conseguir mais dados $\rightarrow$ (em caso de sobrestimação)
- Excluir características (testar modelo mais simples) $\rightarrow$ (em caso de sobrestimação)
- Incluir características (testar modelo mais complexo) $\rightarrow$ (em caso de subestimação)

Voltando ao exemplo inicial

Suponha que você está implementado uma Regressão Linear com regularização para o problema de estimação do módulo da tensão num determinado ponto de um sistema elétrico complexo:

$$J(\overrightarrow{w}, b) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{m} \left(f_{\overrightarrow{w}, b} \left(\overrightarrow{x}^{(i)} \right) - y^{(i)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2m} \sum_{j=1}^{n} w_j^2$$

Você percebeu que as previsões feitas pelo modelo atual são inaceitáveis. **O que fazer?**
Podemos tentar o seguinte:

- Conseguir mais dados $\rightarrow$ (em caso de sobrestimação)
- Excluir características (testar modelo mais simples) $\rightarrow$ (em caso de sobrestimação)
- Incluir características (testar modelo mais complexo) $\rightarrow$ (em caso de subestimação)
- Adicionar características polinomiais ao modelo $(x_1^2, x_2^2, x_1 x_2, \ldots)$ $\rightarrow$ (em caso de subestimação)

Voltando ao exemplo inicial

Suponha que você está implementado uma Regressão Linear com regularização para o problema de estimação do módulo da tensão num determinado ponto de um sistema elétrico complexo:

$$J(\overrightarrow{w}, b) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{m} \left(f_{\overrightarrow{w},b} \left(\overrightarrow{x}^{(i)} \right) - y^{(i)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2m} \sum_{j=1}^{n} w_j^2$$

Você percebeu que as previsões feitas pelo modelo atual são inaceitáveis. **O que fazer?**
Podemos tentar o seguinte:

- Conseguir mais dados $\rightarrow$ (em caso de sobrestimação)
- Excluir características (testar modelo mais simples) $\rightarrow$ (em caso de sobrestimação)
- Incluir características (testar modelo mais complexo) $\rightarrow$ (em caso de subestimação)
- Adicionar características polinomiais ao modelo $(x_1^2, x_2^2, x_1 x_2, \ldots)$ $\rightarrow$ (em caso de subestimação)
- Aumentar λ $\rightarrow$ (em caso de sobrestimação)

Voltando ao exemplo inicial

Suponha que você está implementado uma Regressão Linear com regularização para o problema de estimação do módulo da tensão num determinado ponto de um sistema elétrico complexo:

$$J(\overrightarrow{w}, b) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{m} \left(f_{\overrightarrow{w},b}\left(\overrightarrow{x}^{(i)}\right) - y^{(i)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2m} \sum_{j=1}^{n} w_j^2$$

Você percebeu que as previsões feitas pelo modelo atual são inaceitáveis. **O que fazer?**
Podemos tentar o seguinte:

- Conseguir mais dados $\rightarrow$ (em caso de sobrestimação)
- Excluir características (testar modelo mais simples) $\rightarrow$ (em caso de sobrestimação)
- Incluir características (testar modelo mais complexo) $\rightarrow$ (em caso de subestimação)
- Adicionar características polinomiais ao modelo $(x_1^2, x_2^2, x_1 x_2, \ldots)$ $\rightarrow$ (em caso de subestimação)
- Aumentar λ $\rightarrow$ (em caso de sobrestimação)
- Reduzir λ $\rightarrow$ (em caso de subestimação)

De olho no código!

Iremos agora verificar como implementar na prática os conceitos vistos até aqui.

Nome do arquivo que trabalharemos agora:

codigo - Dicas para implementar e testar métodos e modelos.ipynb

Atividade de aula

Parte 1

Rode todo o "codigo - Dicas para implementar e testar métodos e modelos.ipynb" sem fazer qualquer tipo de alteração. Certifique-se de que você o compreendeu.

Parte 2

1. Compare as curvas obtidas por meio do código com as curvas teóricas apresentadas nos slides. Faça uma análise das diferenças e semelhanças.
2. Mostre que aumentar o número de amostras m tende a não resolver problemas de alto viés (subestimação). **Dica:** teste um modelo bem simples para os dados (por exemplo, uma reta).