Regressão Linear Múltipla (Parte 2)

Notação sem vetorização

Modelo:

$$f_{w_1, w_2, \cdots, w_n, b}(x_1, x_2, \cdots, x_n) = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \cdots + w_n x_n + b$$

Parâmetros:

$$w_1, w_2, \cdots, w_n \quad \text{e} \quad b$$

Função custo:

$$J(w_1, w_2, \cdots, w_n, b)$$

Método do Gradiente consiste em repetir até convergir:

$$w_j = w_j - \alpha \frac{d}{dw_j} J(w_1, w_2, \cdots, w_n, b)$$

$$b = b - \alpha \frac{d}{db} J(w_1, w_2, \cdots, w_n, b)$$

Notação com vetorização

Modelo:

$$f_{\vec{w},b}(\vec{x}) = \vec{w} \cdot \vec{x} + b$$

Parâmetros:

$$\vec{w} \quad \text{e} \quad b$$

Função custo:

$$J(\vec{w}, b)$$

Método do Gradiente consiste em repetir até convergir:

$$w_j = w_j - \alpha \frac{d}{dw_j} J(\vec{w}, b)$$

$$b = b - \alpha \frac{d}{db} J(\vec{w}, b)$$

Perguntas:

- Agora que temos n características, quanto vale $\frac{d}{dw_j} J(\vec{w}, b)$ para cada w_j?
- Agora que temos n características, quanto vale $\frac{d}{db} J(\vec{w}, b)$?

É possível mostrar que

$$\frac{d}{dw_j} J(\vec{w}, b) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left(f_{\vec{w},b} \left(\vec{x}^{(i)} \right) - y^{(i)} \right) \vec{x}_j^{(i)}$$

$$\frac{d}{db} J(\vec{w}, b) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left(f_{\vec{w},b} \left(\vec{x}^{(i)} \right) - y^{(i)} \right)$$

Portanto, o Método do Gradiente aplicado ao contexto de Regressão Linear múltipla consiste em...

Repetir até convergir:

$$w_1 = w_1 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left(f_{\vec{w},b} \left(\vec{x}^{(i)} \right) - y^{(i)} \right) \vec{x}_1^{(i)}$$

$$\vdots$$

$$w_n = w_n - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left(f_{\vec{w},b} \left(\vec{x}^{(i)} \right) - y^{(i)} \right) \vec{x}_n^{(i)}$$

$$b = b - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left(f_{\vec{w},b} \left(\vec{x}^{(i)} \right) - y^{(i)} \right)$$

Observação:

Lembrar que devemos sempre fazer a **atualização simultânea** dos parâmetros.

De olho no código!

Vamos agora ver como implementar na prática o **Método do Gradiente para Regressão linear Múltipla**

Nome do arquivo que trabalharemos agora:

codigo - Regressao Linear Multipla.ipynb

Atividade de aula

Parte 1

Rode todo o "codigo 2 - Regressao Linear Multipla.ipynb" sem fazer qualquer tipo de alteração. Certifique-se de que você o compreendeu.

Parte 2

1. Quais foram os valores obtidos para $\overrightarrow{w}$ e b?
2. Esses valores são os melhores possíveis?
3. O que pode estar acontecendo?
4. Rode novamente o Método do Gradiente inicializando $\overrightarrow{w}$ e b num local mais próximo do ótimo. Quais foram os valores agora obtidos para $\overrightarrow{w}$ e b?