

Analyse actuarielle du péril incendie

Jérémie Barde

(sous la supervision de Hélène Cossette et Etienne Marceau)

École d'actuariat

Université Laval, Québec, Canada

8 février 2023

Séminaire CIMMUL

École d'actuariat, FSG

Université Laval



UNIVERSITÉ
LAVAL

Faculté des
sciences et de génie
École d'actuariat



CIRCERB

CIMMUL

Quantact

Études :

- Baccalauréat en actuariat
- Maîtrise en actuariat, automne 2022

Expérience :

- Auxiliaire d'enseignement pour le cours ACT-2001 Introduction à l'actuariat 2
- Auxiliaire d'enseignement pour le cours ACT-3000 Théorie du risque
- Auxiliaire de recherche à l'été 2022 sur le projet " Analyse actuarielle du péril incendie"

- 1 Introduction
- 2 Assurances dommages
- 3 Données pour le péril incendie de la ville de Toronto
- 4 Modélisation des pertes pour le péril incendie (sévérité)
- 5 Modélisation du processus d'avènements des incendies
- 6 Étude avec une mutuelle fictive
- 7 Remerciements
- 8 Références

Comment tarifer de manière juste le site de construction d'un immeuble en bois massif, dit CLT ?

Illustration panneau CLT :



Cross-laminated timber (CLT)

is a wood panel consisting of several (usually 3, 5, or 7) layers of dimension lumber oriented at right angles to one another and glued together to form structural panels. CLT is used for floors, walls, and roofs.

Source : [Kahn, 2020]

Le projet lié au bois CLT vient à l'étape 2 dans une planification des travaux sur un horizon sur 2 ans :

- Étape 1 : comprendre le péril incendie (présent projet)
- Étape 2 : aborder la quantification et la gestion du risque lié au péril incendie pour l'assurance construction d'un chantier d'un immeuble en bois massif

L'assurance dommages est constituée en majorité des lignes d'affaires suivantes :

- lignes personnelles : principalement assurance automobile et assurance habitation personnelle
- lignes commerciales : assurance aux entreprises, assurance construction, etc.

Acteurs principaux :

- Sociétés de courtage et sociétés de gestion d'assurances
- Compagnies d'assurance
- Compagnies de réassurance

Répartition des lignes d'affaires selon leur pourcentage de primes nettes écrites

Ligne d'affaire	Primes nettes écrites
Assurance automobile	43 %
Assurance habitation ligne personnelle	22 %
Assurance commerciale	15 %
Assurance responsabilité	11 %
Autres	11 %

Remarque : l'assurance aux entreprises n'est pas la ligne d'affaire la plus importante, mais elle représente un risque important puisque les pertes peuvent dépasser la capacité financière de la compagnie d'assurance

Source : Bureau d'Assurance du Canada

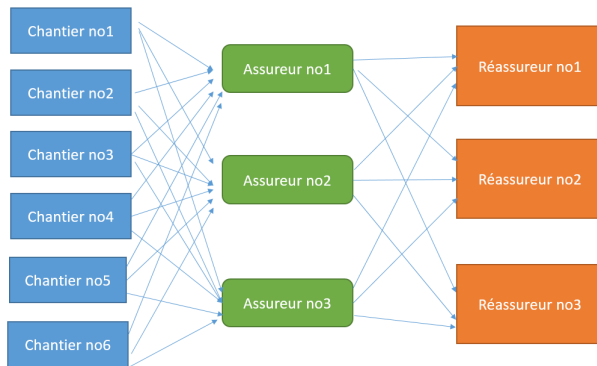
Comme les particuliers, les compagnies d'assurance ont une aversion au risque, c'est pourquoi ils ont recourt à la réassurance.

On peut voir les réassureurs comme les assureurs des assureurs.

Pour gérer son risque global d'assurance, une compagnie d'assurance choisit d'en transférer une partie vers une ou plusieurs compagnie(s) de réassurance

Une excellente introduction sur les aspects actuariels et statistiques de la réassurance est donnée dans [Albrecher et al., 2017].

Exemple de schéma de réassurance dans le contexte de l'assurance construction



Principales motivations de la réassurance (pour une compagnie d'assurance) ([Albrecher et al., 2017]) :

- 1 Réduire la probabilité de subir des pertes difficiles à assumer
- 2 Stabiliser les résultats commerciaux
- 3 Réduire le capital requis
- 4 Augmenter la capacité de souscription
- 5 Accéder à des *pools* de diversification plus importants
- 6 Recevoir de l'assistance dans l'évaluation, la tarification et la gestion des risques
- 7 Permettre à des risques d'être assurés qui autrement ne seraient pas assurables

La réassurance est cruciale pour l'assurance construction

La principale source de revenus des compagnies d'assurance sont les primes d'assurance. Pour cette raison, le processus de tarification est indispensable.

Objectif du processus de tarification : établir une prime juste et équitable qui leur permettra de répondre à leur engagement futur

Plusieurs ouvrages traitent de la tarification actuarielle :

- Assurance IARD : [Parodi, 2014]
- Assurance IARD aux particuliers : [Ohlsson and Johansson, 2010]
[Denuit et al., 2007]
- Assurance IARD aux entreprises : [Michaelides et al., 1997]
- Réassurance : [Albrecher et al., 2017]

Compagnie standard

$$\text{Prix} = \text{Coûts} + \text{Profits.}$$

Compagnie d'assurance

$$\begin{aligned} \text{Prime} = & \text{Sinistres} + \\ & \text{Frais de règlement de sinistre} + \\ & \text{Frais de souscription de sinistre} + \\ & \text{Profits de souscription} \end{aligned}$$

Principales étapes du processus de tarification :

- 1 Processus de souscription : se familiariser avec le risque ou les activités de l'assuré
- 2 Processus d'établissement des coûts : estimer les coûts en sinistres à l'aide des données passées
- 3 Prendre en considération les dépenses générales de la compagnie
- 4 Prendre en compte les revenus de placement
- 5 Prendre en considération la marge souhaitée pour le profit

Dans cet exposé, on va se concentrer sur le processus d'établissement des coûts

Généralement, le procédure d'établissement des coûts est basée sur des modèles actuariels, appelés modèles fréquence-sévérité

Ici on utilisera le modèle dynamique de fréquence-sévérité qui permet de tenir compte de l'évolution des coût dans le temps

Le processus \underline{S} est défini selon un processus agrégé, i.e,

$$S(t) = \sum_{k=1}^{N(t)} B_k$$

où \underline{N} est un processus de comptage et la v.a B_k modélise la sévérité.

Hypothèses classiques :

- $\underline{B} = \{B_1, B_2, \dots\}$ forme une suite de v.a. indépendantes
- B_1, B_2, \dots obéissent à la même distribution de probabilité que celle de la v.a B
- la v.a B et le processus de comptage $N(t)$ sont indépendants

Grâce à ces hypothèses, on calcule facilement l'espérance du montant total en coûts en sinistres pour une police

$$E[S(t)] = E[N(t)] \times E[B]$$

Interprétation :

- $E[S(t)]$ = prime pure de la police d'assurance sur $[0, t]$
- coûts espérés pour une police = nombre espérés de sinistres (fréquence) sur $[0, t]$ × coûts espérés par sinistre (sévérité)

Description des données canadiennes de sinistres incendies :

- 17 536 cas d'incendies
- 43 variables explicatives

Ajustement fait aux données :

- retrait de 1909 données indisponibles de la variable *pertes estimées*
- retrait de 2056 données dont les pertes estimées sont de 0

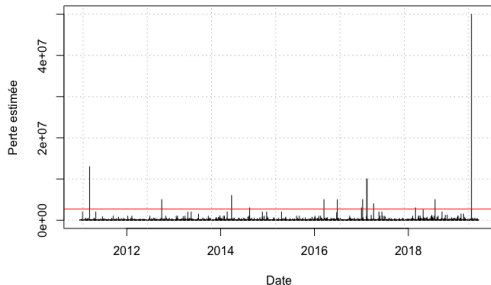
Exemples de 3 variables explicatives disponibles

Variable	Définition
Emplacement d'origine :	Brève description de l'emplacement d'origine du feu
Pertes estimées :	Montants de sinistre estimé
Type de bâtiment :	Normal, en construction, en rénovation, etc

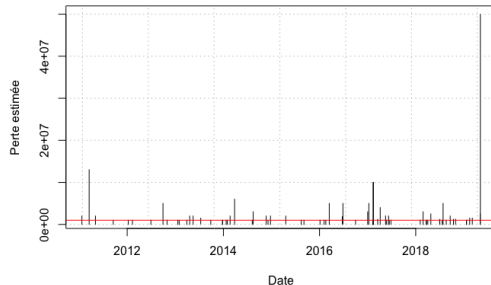
Statistiques descriptives pour les $n = 13\,571$ pertes estimées

Min.	1 ^{er} Qu.	Médiane	Moyenne	Variance	3 ^{er} Qu.	Max.
1	1000	5000	40 296	2.38×10^{11}	20 000	5×10^7

Pertes estimées selon la date du sinistre

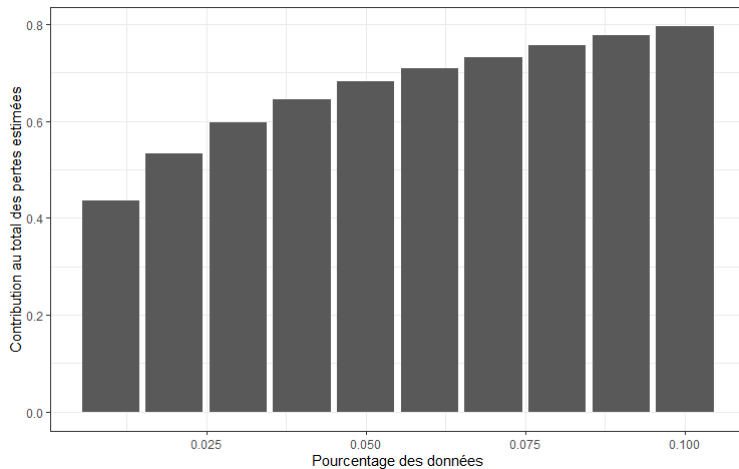


Pertes estimées supérieures à 1 million selon la date du sinistre



Données pour le péril incendie de la ville de Toronto

Contribution des plus grosse perte au total des pertes



Données pour le péril incendie de la ville de Toronto

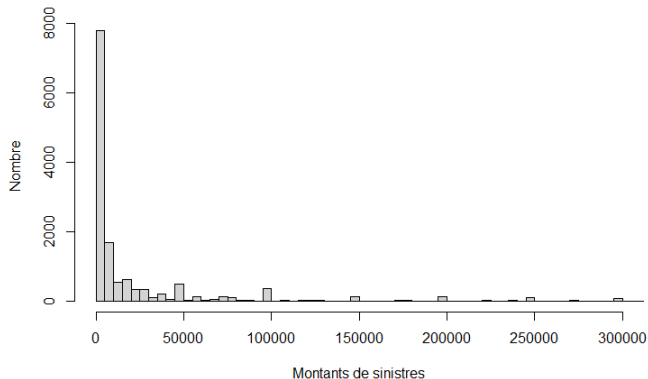
Illustration numérique avec les données canadiennes

x_{inf}	x_{sup}	# fréquence	% fréquence
0	5	11607	86%
5	50	1796	13%
50	100	99	0.007%
100	1000	65	0.005%
1000	∞	4	0.0002%

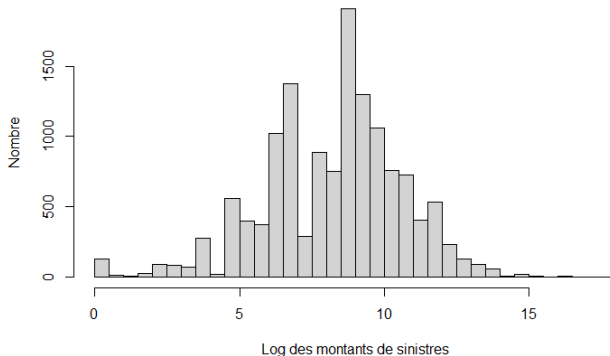
tableau – Données en multiples de 10 000

Remarque : Il est normal d'observer ce genre de phénomène pour les coûts liés au péril incendie

Histogramme des données canadiennes de sinistres incendies



Histogramme du log des données canadiennes de sinistres incendies



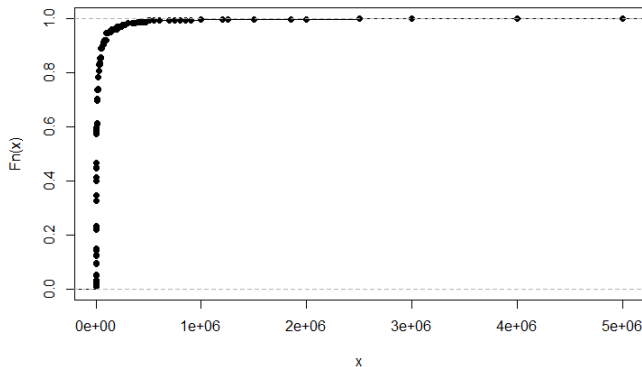
Le log du montant des sinistres incendies semble être distribué selon une loi normale

Proposition 1

Soit une variable aléatoire X où $\ln(X) \sim N(\mu, \sigma)$.

Alors X obéit à une loi lognormale de paramètres (μ, σ) , noté $X \sim LN(\mu, \sigma)$.

Fonction de répartition empirique des données canadiennes de risque incendies



Définition QQplots

Un bon outil pour l'analyse graphique le *QQplot*

Définition 1

Le QQ-plot d'une loi exponentielle est défini comme suit :

$$\left(-\ln \left(1 - \frac{i}{n+1} \right), X_{[i]} \right), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Définition 2

Le QQ-plot d'une loi Pareto est défini comme suit :

$$\left(-\ln \left(1 - \frac{i}{n+1} \right), \ln(X_{[i]}) \right), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Définition 3

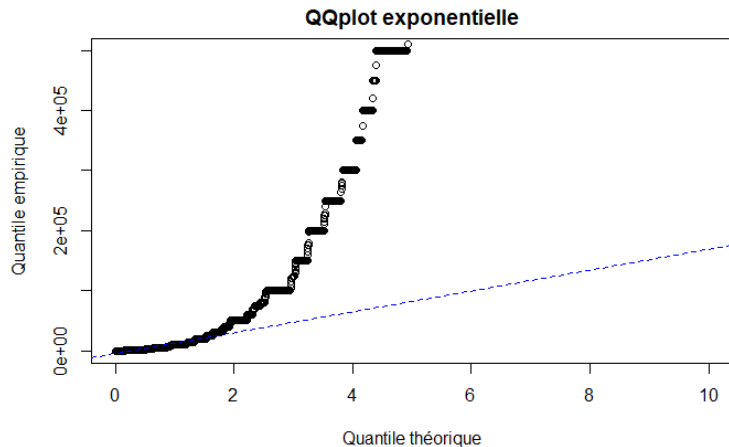
Le QQ-plot d'une loi lognormale est défini comme suit :

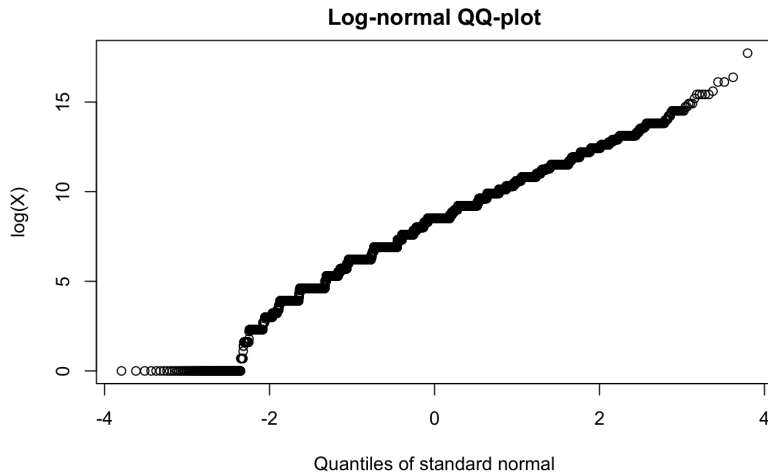
$$\left(\Phi \left(\frac{i}{n+1} \right), \ln(X_{[i]}) \right), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

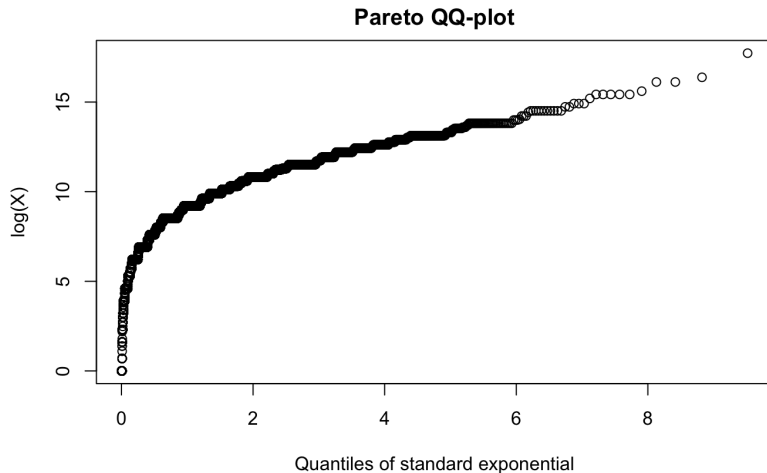
Remarque : Comme nous avons des données pour le péril incendie, on s'attend à avoir une distribution à queue lourde. Pour se convaincre, on regarde le *QQplot* exponentielle

Données pour le péril incendie de la ville de Toronto

QQplot exponentielle







Modélisation des pertes pour le péril incendie (sévérité)

Distributions de probabilité pour la modélisation

Il est important de bien modéliser les pertes importantes, car elles représentent un pourcentage significatif des pertes totales

On considère généralement les lois suivantes pour la modélisation des pertes importantes, pour plus d'information voir [Albrecher et al., 2017]

- Distribution lognormale : $B \sim LNorm(\mu, \sigma)$
- Distribution Pareto : $B \sim Pareto(\alpha, \lambda)$

Modélisation des pertes pour le péril incendie (sévérité)

Modélisation préliminaire par une loi lognormale

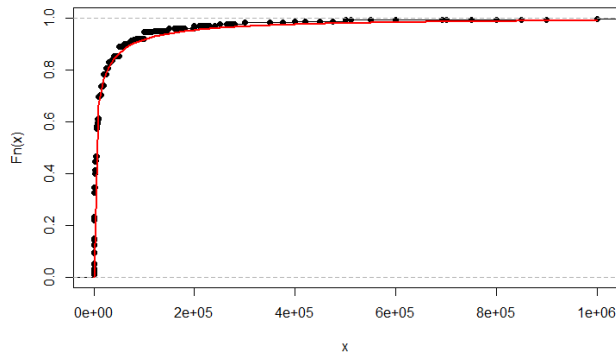
On utilise la loi lognormale pour modéliser tout le support

- Loi : lognormale de paramètres (μ, r)
- Espérance : $E[B] = e^{\mu + \frac{r^2}{2}}$

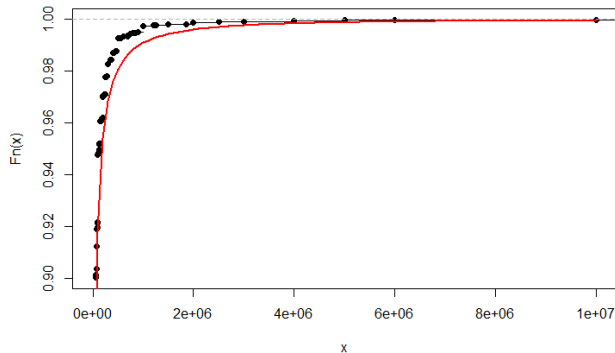
On utilise la méthode du maximum de vraisemblance pour estimer les paramètres

$\hat{\mu}$	\hat{r}
8.21	2.37

Comparaison de la fonction de répartition empirique avec la fonction de répartition de la loi lognormale



Comparaison de la fonction de répartition empirique avec la fonction de répartition de la loi lognormale pour des valeurs de F_n plus grande que 0.9



Modélisation des pertes pour le péril incendie (sévérité)

Méthode *Peak-over-Threshold* (POT)

Une méthode pour modéliser les sinistres dans la queue d'une distribution est la méthode *Peak-over-Threshold* (POT).

- Proposée par les hydrologistes et les ingénieurs civils
- Référence classique : [Embrechts et al., 2013]

On a recours à la loi Pareto généralisée dont les caractéristiques sont

- Cdf : $F_X(x) = 1 - \left(1 + \frac{\xi}{\sigma}(x - u)\right)^{-\frac{1}{\xi}}$
- Espérance : $E[X] = \frac{\sigma}{1-\xi} + u, \xi < 1$
- VaR : $VaR_{\kappa}(X) = \frac{\sigma}{\xi} \left((1 - \kappa)^{-\xi} - 1 \right) + u$
- $TVaR$: $TVaR_{\kappa}(X) = \frac{\sigma}{\xi} \left(\frac{1}{1-\xi} (1 - \kappa)^{-\xi} - 1 \right) + u$
- Lien avec la distribution Pareto $\alpha = \frac{1}{\xi}$ et $\lambda = \frac{\sigma}{\xi}$

Modélisation des pertes pour le péril incendie (sévérité)

Méthode *Peak-over-Threshold*(POT)

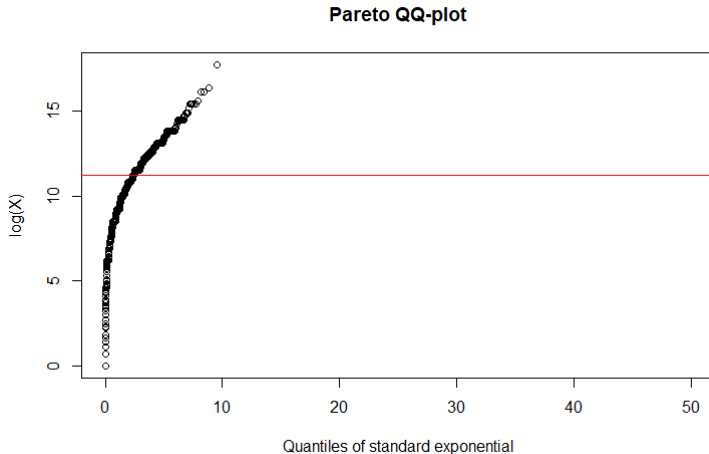
Défi et enjeu de l'utilisation de la méthode POT

- Défi : identifier un seuil u convenable
- Enjeu : avoir des résultats biaisés

Méthodes pour identifier le seuil :

- Analyse graphique : *QQplot* Pareto
- Détection automatique *Power-Law FIT* et double *bootstrap*

Graphique du *QQplot* Pareto



Seuil obtenu selon un test graphique et deux tests de détection automatique

Méthode	u
<i>QQplots</i> Pareto	75 000
<i>Power-Law FIT</i>	116 000
Double <i>bootstrap</i>	150 000

On choisit de conserver seulement $u = 75\,000$ et $u = 150\,000$

Modélisation des pertes pour le péril incendie (sévérité)

Méthode *Peak-over-Threshold*(POT)

On utilise la fonction `gpdFit` du package `tea` de R pour estimer les paramètres de la loi Pareto généralisée

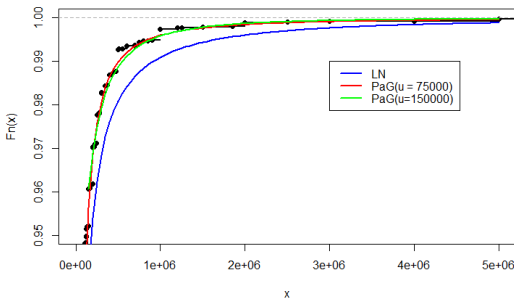
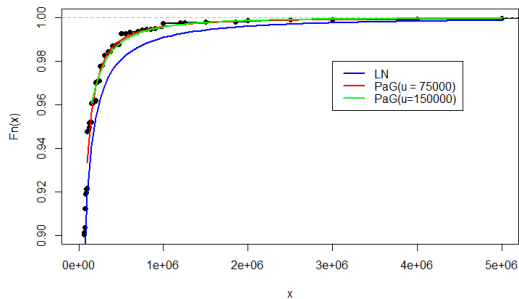
$\hat{\alpha}$	$\hat{\lambda}$	u
1.41	117 038	75 000

$\hat{\alpha}$	$\hat{\lambda}$	u
1.94	387 881	150 000

Dans la littérature actuarielle, on observe fréquemment une valeur de $\alpha \approx 1.5$ à partir de données pour le péril incendie

Source : [Antal and Re, 2007]

Comparaison de la fonction de répartition empirique avec la fonction de répartition de loi la Pareto généralisée et de la loi lognormale



Informations du seuil à 75 000

$F_n(u)$	Nb. obs. $> u$	% Sinistre $> u$
0.9122	1192	77 %

Modélisation des pertes pour le péril incendie (sévérité)

Définition des mesure de risque VaR et $TVaR$

La mesure VaR est définie avec la fonction quantile de la v.a B par

$$VaR_{\kappa}(B) = \inf\{x \in \mathbb{R} : F_B(x) \geq \kappa\}, \kappa \in (0,1)$$

Cependant, elle ne donne pas d'information sur des valeurs supérieures à $VaR_{\kappa}(B)$.

La mesure $TVaR$ est donnée par

$$TVaR_{\kappa}(B) = \frac{1}{1-\kappa} \int_{\kappa}^1 VaR_p(B) dp, p \in (0,1)$$

La mesure de risque $TVaR_{\kappa}(B)$ peut être considérée comme la moyenne arithmétique des mesures de risque $VaR_{\kappa}(B)$ pour des valeurs de p supérieures à κ .

Modélisation des pertes pour le péril incendie (sévérité)

Mesure de risque

On utilise les données empiriques pour la portion sous le seuil et on utilise la Pareto généralisée pour la portion au-dessus du seuil. La fonction de répartition est donnée par

$$F_X(x) = F_n(u) + (1 - F_n(u)) \left(1 - \left(1 + \frac{\xi}{\sigma}(x - u) \right)^{-\frac{1}{\xi}} \right)$$

On trouve les expressions des mesures VaR et $TVaR$ suivantes :

$$VaR_{\kappa}(X) = \frac{\sigma}{\xi} \left(\left(\frac{1 - \kappa}{\bar{F}_n(u)} \right)^{-\xi} - 1 \right) + u, \quad \kappa \geq F_n(u)$$

$$TVaR_{\kappa}(X) = \frac{\sigma}{\xi} \left(\frac{1}{1 - \xi} \left(\frac{1 - \kappa}{\bar{F}_n(u)} \right)^{-\xi} - 1 \right) + u, \quad \kappa \geq F_n(u)$$

Modélisation des pertes pour le péril incendie (sévérité)

Résultats des mesures VaR et $TVaR$

■ Mesure VaR :

κ	0.95	0.99	0.995	0.999
VaR	132 641	506 275	855 356	2 774 855

■ Mesure $TVaR$:

κ	0.95	0.99	0.995	0.999
$TVaR$	561 849	1 853 546	3 06 0361	9 69 6210

Motivation :

- Ne pas utiliser la portion empirique pour les données sous le seuil
- Avoir une meilleure adéquation à celle que l'on obtient avec une seule loi

Modélisation des pertes pour le péril incendie (sévérité)

Raccordement de lois

Lois testées :

- Lognormale-Pareto généralisée (LN-PaG)
- Weibull-Pareto généralisée (We-PaG)
- Coxienne-2-Pareto généralisée (Cox2-PaG)
- Bêta généralisée de type 2-Pareto généralisée (GB2-PaG)

Dans [Brazauskas and Kleefeld, 2016], les auteurs ont montré qu'il était possible d'assurer la continuité et la dérivabilité au point u en résolvant ce système d'équations :

$$\begin{cases} w \frac{f_{X_1}(u)}{F_{X_1}(u)} = (1-w) \frac{f_{X_2}(u)}{F_{X_2}(u)} & \text{(continuité)} \\ w \frac{f'_{X_1}(u)}{F_{X_1}(u)} = (1-w) \frac{f'_{X_2}(u)}{F_{X_2}(u)} & \text{(dérivabilité)} \end{cases} \quad (1)$$

Loi : LN-PaG de paramètres $(\mu, r, u, \xi, \sigma, w)$

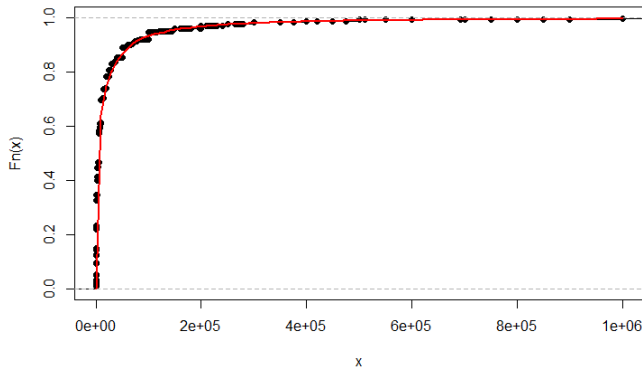
En résolvant le système d'équations on trouve les expressions suivantes :

$$\mu = \ln(u) - r^2 u \frac{1 + \xi}{\sigma},$$
$$w = \left(\sigma \frac{f_{X_1}(u)}{F_{X_1}(u)} + 1 \right)^{-1}$$

Avec la méthode du maximum de vraisemblance, on obtient les estimés suivants :

$\hat{\mu}$	\hat{r}	$\hat{\alpha}$	$\hat{\lambda}$	\hat{w}
8.65	2.69	1.41	117 236	0.91

Comparaison de la fonction de répartition empirique avec la fonction de répartition de la loi LN-PaG

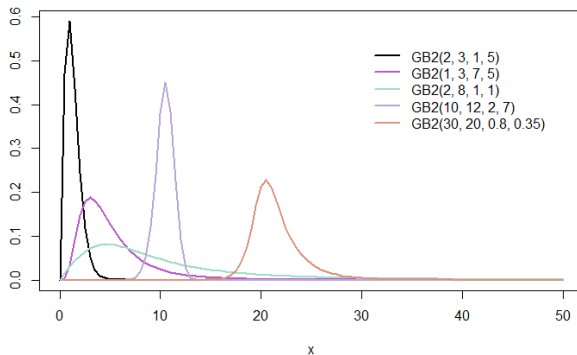


Modélisation des pertes pour le péril incendie (sévérité)

Loi bêta généralisée de type 2-Pareto généralisée

Loi : GB2-PaG de paramètres $(a, b, p, q, u, \xi, \sigma)$

Motivation : Avec ses 4 paramètres, la loi GB2 a l'avantage d'être très flexible



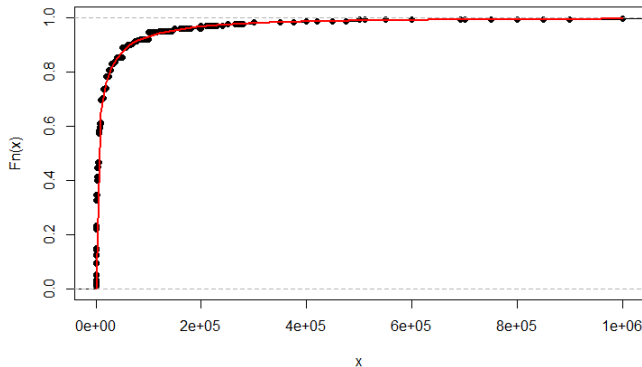
La fonction de densité de la GB2 est donnée par

$$f_X(x) = \frac{ax^{ap-1}}{b^{ap}I(p,q)(1 + (\frac{x}{b})^a)^{p+q}}$$

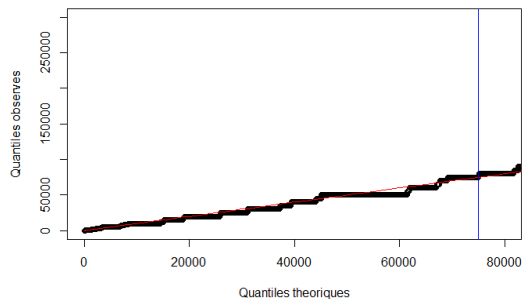
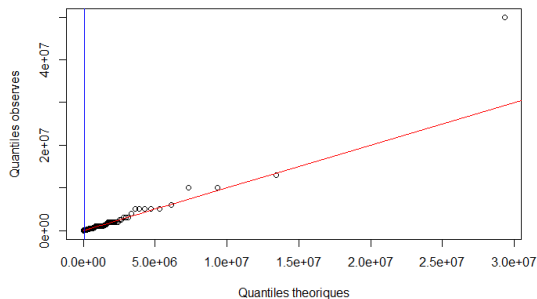
Avec la méthode du maximum de vraisemblance, on obtient les estimés suivants :

\hat{a}	\hat{b}	\hat{p}	\hat{q}	$\hat{\alpha}$	$\hat{\lambda}$	\hat{w}
0.47	19 990	1.57	2.89	1.42	120 149	0.91

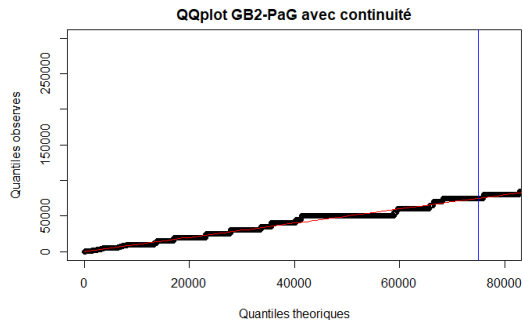
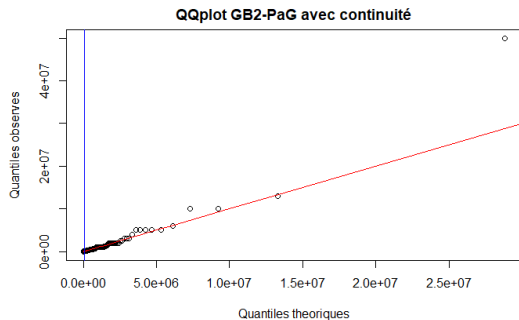
Comparaison de la fonction de répartition empirique avec la fonction de répartition de la loi GB2-PaG



Test d'adéquation graphique pour la loi LN-PaG



Test d'adéquation graphique pour la loi GB2-PaG



Modélisation des pertes pour le péril incendie (sévérité)

Tests quantitatifs

Tests performés

- Cramer-Von Mises (W^2)
- Anderson-Darling (A^2)
- AIC
- BIC

Résultats obtenus pour chaque loi

Loi	W^2	A^2	AIC	BIC
LN-PaG	6.02	33.24	284 503	284 465
We-PaG	6.18	34.22	284 502	284 464
We-PaG avec cont.	6.56	36.88	284 529	284 499
Cox2-PaG	10.70	86.64	285 494	285 449
Cox2-PaG avec cont.	13.75	85.41	285 516	285 478
GB2-PaG avec cont.	4.74	24.61	284 319	284 274

Espérance et variance

Loi	$E[X]$	$\text{Var}(X)$
empirique	40296	238004336993*
LN-PaG	41562	∞
GB2-PaG	41077	∞

***Remarque** : La variance empirique est extrêmement élevée, c'était un indice que la variance des pertes estimées était non finie

Modélisation des pertes pour le péril incendie (sévérité)

Informations sur les loi LN-PaG et GB2-PaG

Loi \backslash κ	0.90	0.95	0.99	0.995	0.999
empirique	60000	125000	500000	1000000	2715000
LN-PaG	66841	132752	506608	855718	2774167
GB2-PaG	65445	134862	513663	865066	2780455

(a) Valeurs de la mesure VaR

Loi \backslash κ	0.90	0.95	0.99	0.995	0.999
empirique	321120	562888	2227303	4720000	9071428
LN-PaG	327028	561683	1851936	3056788	9677751
GB2-PaG	328020	562678	1841745	3028301	9495836

(b) Mesure de la mesure $TVaR$

Avec la variable *TFS Alarm Time*, qui donne l'heure à laquelle le système d'alarme s'est déclenché, il est possible de modéliser le processus d'avènements des incendies.

On utilise la méthode maximum de vraisemblance pour estimer le paramètre λ

$$\hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{nt}$$

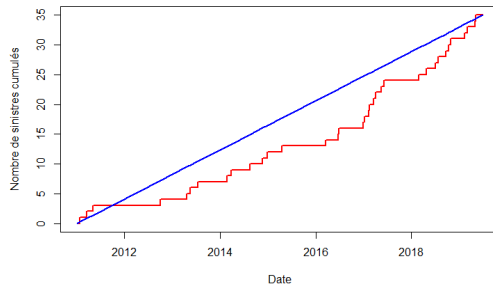
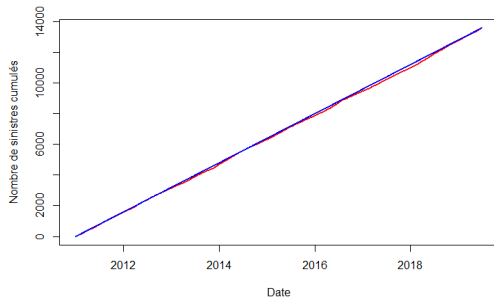
Valeur du paramètre $\hat{\lambda}$ pour les années de 2011 à 2019

2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
1576	1566	1547	1617	1558	1585	1529	1758	835

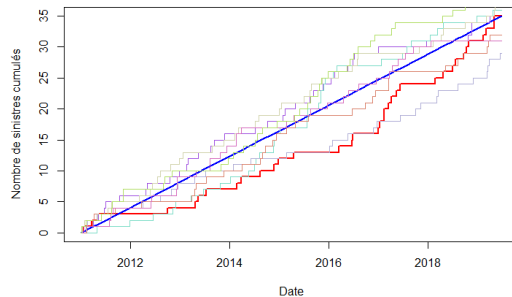
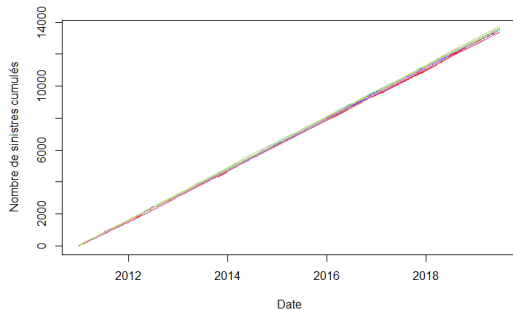
On obtient $\hat{\lambda} = 4.37$ pour une journée

On trouve $\hat{\lambda} = 0.011$ pour une journée pour les sinistres supérieurs à 1 million

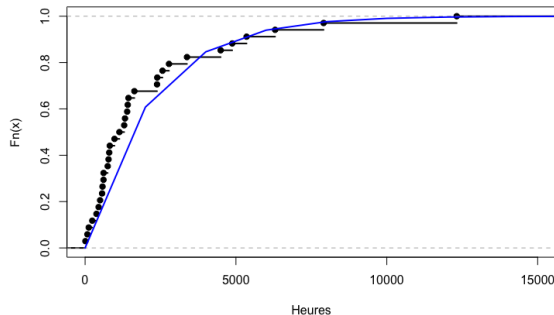
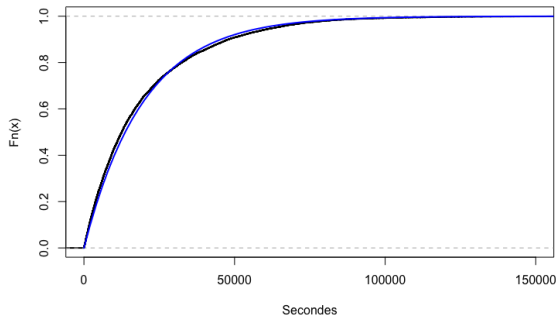
Comparaison du nombre de sinistres espérés en fonction du nombre de sinistres observés



On a simulé des trajectoire possible des deux processus de Poisson avec les deux 2 paramètres



On vérifie que le temps entre les sinistres peut être modélisé par une loi exponentielle



On utilise la maximum de vraisemblance pour estimer le paramètre β :

$$\hat{\beta} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n x_i}$$

On obtient : $\hat{\beta} = 0.00047$

On utilise la statistique de Kolmogorov-Smirnov pour vérifier l'hypothèse que le temps inter-sinistre est distribué exponentiellement

$$D = \max_{x \geq u} |F_n(x) - F_X(x)|$$

On obtient un seuil de 0.334, on ne rejette pas l'hypothèse d'une distribution exponentielle

Objectif : crée une mutuelle d'assurance pour le péril incendie de la ville de Toronto

On teste les 4 scénarios suivants :

- 1 Prime pure, 181 770 \$ par jour + 0 \$ de mise de fonds initiale
- 2 prime pure + surcharge de 10 %, 200 000 \$ par jour + 0 \$ de mise de fonds initiale
- 3 Prime pure + surcharge de 10 %, 200 000 \$ par jour + 1 million \$ de mise de fonds initiale
- 4 Prime pure + surcharge de 10 %, 200 000 \$ par jour + 2 million \$ de mise de fonds initiale et contrat de réassurance pour la portion des sinistres supérieurs à 3 millions

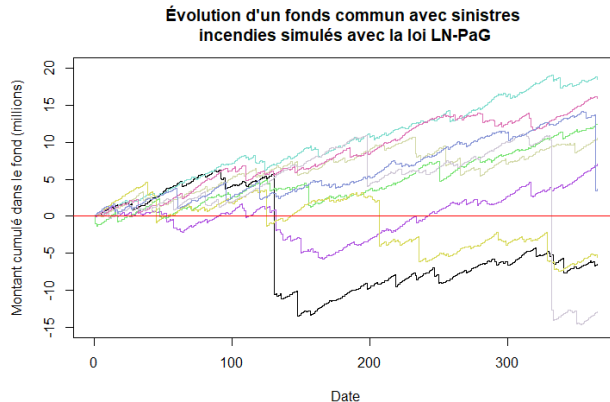
Définition 4

Soit une variable aléatoire S qui représente le coût d'un portefeuille. Alors la probabilité de ruine est

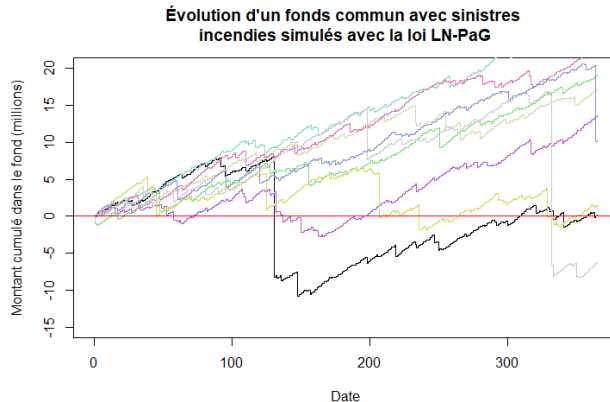
$$\zeta(x) = \Pr\left(\inf_{t \geq 0} U_t < 0 \mid U_0 = x\right)$$

où U_t est le revenu de prime et x est la mise de fonds initial.

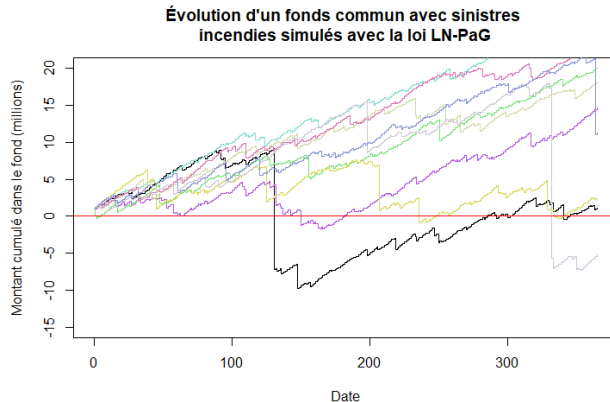
On utilise la méthode de simulation de Monte-Carlo pour évaluer approximativement la probabilité de ruine



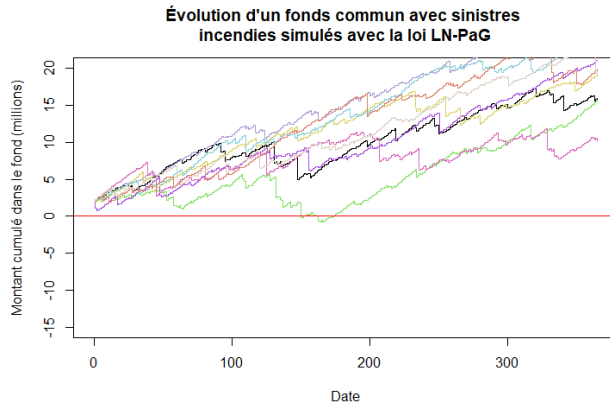
Probabilité de ruine : 82 %



Probabilité de ruine : 73 %



Probabilité de ruine : 50 %



Probabilité de ruine : 19 %

Les lois GB2-PaG et LN-PaG seraient les plus adéquates parmi les lois testées pour modéliser les données canadiennes de sinistres incendies.

Il est envisageable de penser que le processus d'avènement des sinistres pourrait être modélisé par un processus de Poisson homogène.

Pour les tests sur un fonds fictif, il faudrait regarder divers scénarios, par exemple, regarder différents horizons temporels, tester différentes primes et mise de fonds initiaux. Il serait aussi intéressant de regarder différentes stratégies de réassurance.

Il faudra aussi envisager d'affiner l'analyse du péril incendie en se concentrer davantage sur le milieu de la construction, puisque l'objectif ultime est de faire l'analyse du bois CLT.

Source : [Barde, 2022]





Je remercie sincèrement le Centre Interdisciplinaire de Modélisation Mathématique de l'Université Laval (CIMMUL) pour une **Bourse de premier cycle du CIMMUL** qui a financé une partie des travaux de ce rapport et qui m'a permis de travailler à temps plein durant l'été 2022.




Je tiens aussi à remercier les personnes suivantes :




- Prof. Etienne Marceau
- Prof. Hélène Cossette
- Christopher Blier-Wong
- André Orelieu Chuisseu Tchuisse

Merci pour votre attention !

Des questions ?

-  Albrecher, H., Beirlant, J., and Teugels, J. L. (2017).
Reinsurance : actuarial and statistical aspects.
John Wiley & Sons.
-  Antal, D. P. and Re, S. (2007).
Mathematical methods in reinsurance.
Lecture Notes, ETH Zurich.
-  Barde, J. (2022).
Analyse actuarielle du péril incendie.
Technical report, Université Laval.
-  Brazauskas, V. and Kleefeld, A. (2016).
Modeling severity and measuring tail risk of norwegian fire claims.
North American Actuarial Journal, 20(1) :1–16.

-  Denuit, M., Maréchal, X., Pitrebois, S., and Walhin, J.-F. (2007).
Actuarial modelling of claim counts : Risk classification, credibility and bonus-malus systems.
John Wiley & Sons.
-  Embrechts, P., Klüppelberg, C., and Mikosch, T. (2013).
Modelling Extremal Events : for Insurance and Finance, volume 33.
Springer Science & Business Media.
-  Kahn, D. (2020).
The mass timber revolution.
White paper ISO A Verisk Business.

-  Michaelides, N., Brown, P., Chacko, F., Graham, M., Haynes, J., Hindley, D., Howard, S., Johnson, H., Morgan, K., Pettengell, C., et al. (1997).
The premium rating of commercial risks.
In *General Insurance Convention*, pages 397–491.
-  Ohlsson, E. and Johansson, B. (2010).
Non-life insurance pricing with generalized linear models, volume 2.
Springer.
-  Parodi, P. (2014).
Pricing in general insurance.
CRC press.