Día: Mes: Año:

Teórico parte 1 Colisiones 2D de duración infinita

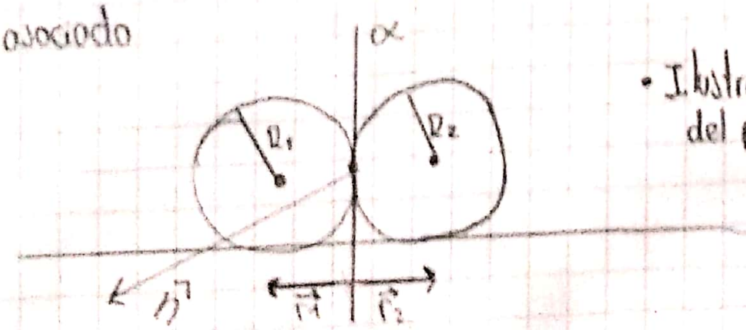
En el modelo de esfera dura en el que se puede expresar la interacción partícula a partícula es:

$$\vec{f}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)=\begin{cases} K|\vec{r}_1-\vec{r}_2|^3\,\hat{n} & \text{si } |\vec{r}_1-\vec{r}_2|<R_1+R_2 \\ 0 & \text{d.l.c} \end{cases}$$

R_1 y R_2 son los radios de las esferas ; $\hat{n}$ es el vector normal al plano de contacto

Evaluemos en primer lugar un poco sobre la expresión para entenderla

Trasladando la física expresada en matemáticas a palabras, vemos que la interacción crece rápidamente desde que las esferas se acercan, claro está, cuando hay contacto (por ello la condición de la primera ecuación). Dicha interacción de contacto es dependiente del vector normal al plano de contacto y a un valor K asociado



• Ilustración del problema

b) Para pensar un poco mejor sobre qué es K, pensemos un poco más sobre la interacción.

En general las fuerzas por contacto son no conservativas

$$\frac{\partial\vec{f}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)}{\partial\vec{r}_1}=\frac{-\partial\vec{f}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)}{\partial\vec{r}_2}$$

El cambio en la fuerza para ambas esferas debe ser el mismo.

$T = ma = \frac{L M}{T^2}$

Día: Mes: Año:

Suponga $\vec{r_1} - \vec{r_2} > 0$

$$\frac{\partial [K(\vec{r_1}-\vec{r_2})^3 \hat{n}]}{\partial \vec{r_1}} = -\frac{\partial [K(\vec{r_1}-\vec{r_2})] \hat{n}}{\partial \vec{r_2}}$$

Podemos sacar las constantes asumiendo que se mantienen

$$\frac{\partial (\vec{r_1}-\vec{r_2})^3}{\partial \vec{r_1}} = -\frac{\partial (\vec{r_1}-\vec{r_2})^3}{\partial \vec{r_2}}$$

$$\frac{3(\vec{r_1}-\vec{r_2})^3}{|\vec{r_1}-\vec{r_2}|} = +\frac{3(\vec{r_1}-\vec{r_2})^3}{|\vec{r_1}-\vec{r_2}|}$$

Se ve que el cambio en ambas se transfiere luego es conservativa

a)) Ahora bien como se nos solicita entender físicamente el significado de K, pensemos para ello en su dimensionalidad

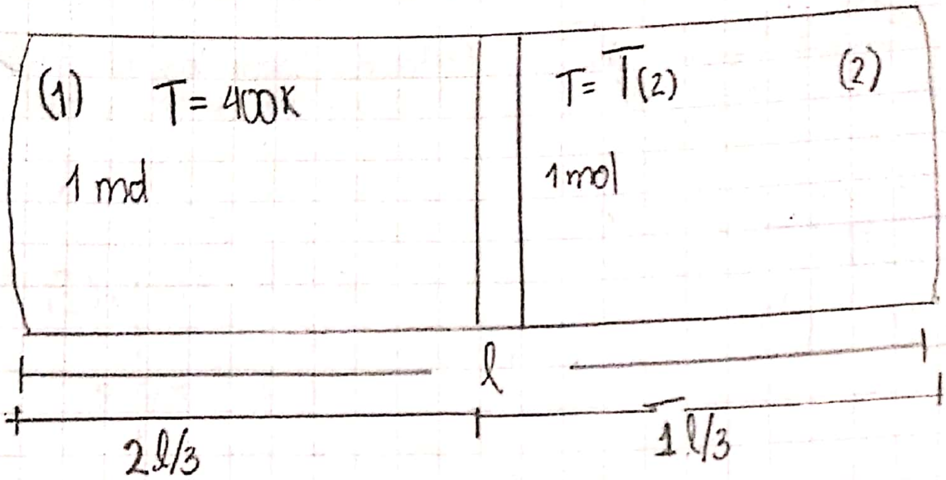
$K = N/m^3$ → Se tienen unidades de fuerza sobre unidades volumetricas.

Esto es que K representa una cantidad de fuerza necesaria por unidad de volumen para que se de la fuerza de interacción entre dos moleculas a una distancia ≤ 0.

Escaneado con CamScanner

Día: Mes: Año:

Termodinámica



a.) Encuentre la temperatura de equilibrio de la sección derecha antes de conectar el alambre

- Suponemos que debido a que nos mencionan que se debe conectar un alambre para el intercambio de calor, entonces el piston es aislante y no permite el intercambio de calor entre (1) y (2)

Condiciones y datos iniciales

$T_0^1 = 400K$

$N_0^1 = 1$ mol (monoatomico)

$P_0^1 = P_0^2 \rightsquigarrow$ Condición de equilibrio

$T_0^2 = ?$

$N_0^2 = 1$ mol (monoatómico)

El volumen total del cilindro es

$V_T = l\pi r^2$

$V_0^1 = \frac{2l\pi r^2}{3} \wedge V_0^2 = \frac{1l\pi r^2}{3}$

Planteando la ecuación fundamental de gases ideales

$$PV = NRT$$

$$P_0^1 = P_0^2 \rightsquigarrow \frac{N_0^1 R T_0^1}{V_0^1} = \frac{N_0^2 R T_0^2}{V_0^2}$$

Día: Mes: Año:

$$\frac{1\,\cancel{mol} \times \cancel{R} \times 400K}{V_0^1} = \frac{1\,\cancel{mol} \times \cancel{R} \times T_0^2}{V_0^2}$$

$\frac{400K\, V_0^2}{V_0^1} = T_0^2 \Rightarrow$ Sabemos que $\frac{V_0^2}{V_0^1} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

$$\boxed{T_0^2 = 200K}$$

b) La primera ley de la termodinámica indica que

$$\underbrace{\Delta U}_{\text{Energía interna}} = \underbrace{\Delta W}_{\text{Trabajo}} + \underbrace{\Delta Q}_{\text{calor}} \qquad (1)$$

La ley de transferencia de Fourier indica que

$$\frac{dQ}{\underbrace{dt}_{\text{tiempo}}} = \frac{KA[T_1-T_2]}{l} \qquad (2)$$ Conocemos todas las constantes

→ Sabemos que por condición del problema no se efectúa trabajo!

(1) $\Delta U = \Delta Q \rightsquigarrow \frac{dU}{dt} = \frac{dQ}{dt}$

$nC_v\,\Delta T = \frac{KA[T_1-T_2]}{l}$ Recuerde que $C = \frac{KA}{nC_v l}$

$$\boxed{nC_v\frac{dT_1}{dt} = \frac{-KA}{l}[T_1-T_2] \;\wedge\; nC_v\frac{dT_2}{dt} = \frac{KA}{l}[T_1-T_2]}$$

... resultado esperado por el enunciado

Día: Mes: Año:

Remplazando con C en las expresiones

$$\frac{dT_1}{dt} = -C[T_1 - T_2] \quad \wedge \quad \frac{dT_2}{dt} = C[T_1 - T_2]$$

Para inicial tenemos

$$\left.\frac{dT_1}{dt}\right|_{t=0} = -C[T_0^1 - T_0^2] \quad \wedge \quad \left.\frac{dT_2}{dt}\right|_{t=0} = C[T_1^0 - T_2^0]$$

Día ___ Mes ___ Año ___

- Sea $\frac{dT_1}{dt} = T_1'$ y $\frac{dT_2}{dt} = T_2'$

$$T_1' = -C[T_1 - T_2] \wedge T_2' = C[T_1 - T_2]$$

- Despejando T_1 de las ecuaciones.

$$T_2' = CT_1 - CT_2$$

$$T_2' + CT_2 = +CT_1 \quad \text{luego} \quad \frac{-T_2'}{C} + T_2 = T_1$$

- Podemos volver a derivar para obtener T_1'

$$\frac{-T_2''}{C} + T_2' = T_1'$$

- Remplazando vemos que

$$\frac{-T_2''}{C} + T_2' = -C\left[\left[\frac{-T_2'}{C} + T_2\right] - T_2\right]$$

$$\frac{-T_2''}{C} + T_2' = +T_2' - CT_2 + CT_2$$

$$\frac{-T_2''}{C} + T_2' + T_2' = 0 \Rightarrow \frac{-T_2''}{C} + 2T_2' = 0$$

Solucionando la ecuación diferencial

$$T_2 = C_1 + C_2 e^{-2ct}$$

- Podemos derivar la solución y obtener T_2'

Día: Mes: Año:

$$T_1 = \frac{1}{c} T_2' + T_2$$ Reemplazando lo obtenido

$$T_1 = \frac{1}{c}\left[-2ct\, C_2 e^{-2ct} + C_1 e^{-2ct}\right]$$

$$T_1 = -2t\, C_2 e^{-2ct} + \frac{C_1}{c} e^{-2ct}$$