
Konstruktives Projekt 4

Verfasser:

Jennifer Wozniak

Matrikelnummer: 10004257

Schaufelder Straße 33A

30167 Hannover

Studiengang:

B.Sc. Maschinenbau

Eingereicht am:

23. Mai 2018

Inhaltsverzeichnis

1	Anforderungsliste	1
2	Vorauslegung	2
2.1	Übersetzungen und Drehzahlen	2
2.2	Torsionsmomente & Mindestdurchmesser	4
2.3	Zahnräder	11
2.3.1	Stirnräder	11
2.3.2	Planetengetriebe	18
2.3.3	Kegelräder	19
2.4	Endgültige Abmaße	21
2.5	Kräfte	24
3	Berechnung der Schnittkräfte	27
3.1	Berechnung der Lagerreaktionen der Hohlwelle	27
3.2	Berechnung der Lagerreaktionen von Welle II	28
3.3	Berechnung der Schnittkraftverläufe	30
3.4	Resultierende Momente	36
4	Dauerfestigkeitsberechnung für Welle I	37
4.1	Werkstoffkennwerte	37
4.2	Passfedernutberechnung	37
4.3	Freistichberechnung	42
5	Lagerlebensdauerberechnung	48
5.1	Berechnung der Lagerkräfte im Gang 1	48
5.2	Berechnung der äquivalenten dynamischen Lagerbelastung	50
5.3	Bestimmung der Lastkollektive und der Lebensdauer	54
6	Schwachstellenberechnung	55
6.1	Berechnung Welle-Nabe-Verbindungen	55
6.2	Berechnung der Schraubenverbindungen	58
6.2.1	Verschraubung Lagerdeckel	58
6.2.2	Verschraubung Kupplung	63
7	Passungsberechnung	69
8	Quellen	75
8.1	Literatur	75

8.2 Internet	75
A Anhang	76

Anforderungsliste

Anforderungsliste Drehmaschine			KPIII 2017/18						Bearbeiter: Jennifer Wozniak, 10004257			
Nr.	Anforderungen	Art	Variable	-Tolerant	Wert exakt	+ Tolerant	Einheit	Quelle/Initiator	Verantwortung Datum	Was	Wer	Wann
1	Geometrie								Jennifer Wozniak	25.09.17		
1.1	Achsabstand 1	F	a_1	175	200	225	mm	IMKT				
1.2	Achsabstand 2	F	a_2	142,5	150	157,5	mm	IMKT				
2	Norm/Zukaufteile								Jennifer Wozniak	25.09.17		
2.1	Stirnäder	F			geradzahnt			IMKT				
2.2	Trapezgewinde Werkzeugschlitten	F			Tr 20x4			IMKT				
2.3	Überlastkupplung	F			ja			IMKT				
3	Technische Voraussetzungen								Jennifer Wozniak	25.09.17		
3.1	Rotierendes Spannfutter	F			eine Drehzahl			IMKT				
3.2	Werkzeugschlitten Vorwärtsbewegung	F			zwei			IMKT				
3.3	Werkzeugschlitten Rückwärtsbewegung	F			eine			IMKT				
3.4	Zul. Torsionsspannung	F	τ_{zul}		44,00		N/mm ²	IMKT				
3.5	Nennlastwert Zahnräder	F	B_{zR}		4,00		N/mm ²	IMKT				
3.6	Geforderte Wälzlagerlebensdauer	F	L_{10h}		10000,00		h	IMKT				
3.7	Reibwert Gewinde	F	μ		0,20			IMKT				
4	Technische Daten								Jennifer Wozniak	25.09.17		
4.1	Vorschub Gang 1	F	f_1		0,15		mm/U	IMKT				
4.2	Vorschub Gang 2	F	f_2		0,45		mm/U	IMKT				
4.3	Vorschub Gang R	F	f_r		0,5		mm/U	IMKT				
4.4	Schnittgeschwindigkeit	F	v_c		46,00		m/min	IMKT				
4.5	Übersetzung Schneckenstufe	F	$i_{3,2,1}$		10,00		m/min	IMKT				
4.6	Antriebsdrehzahl	F	n_1		1200,00		1/min	IMKT				
5	sonstiges								Jennifer Wozniak	25.09.17		
5.1	Stückzahl	F			kleinserie			IMKT				
5.2	Gehäuse	F	G		Guss			IMKT				
5.3	Schmierung	F			Fett			IMKT				
Bemerkung:												
Bestätigt:												
											Datum: 25.09.17	

2 Vorauslegung

2.1 Übersetzungen und Drehzahlen

Festlegen der Gänge:

Gang 1: $Z1/Z2$ und $Z6/Z7$

Gang 2: $Z1/Z2$ und $Z4/Z5$

Gang 3: $Z1/Z3$ und $Z6/Z7$

Gang 4: $Z1/Z3$ und $Z4/Z5$

Gegeben:

$$v_{c,1} = 20 \frac{\text{m}}{\text{min}}, v_{c,2} = 40 \frac{\text{m}}{\text{min}}, v_{c,3} = 80 \frac{\text{m}}{\text{min}}, v_{c,4} = 160 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$D_{WZ,U} = 120\text{mm}; D_{WZ,S} = 120\text{mm}$$

$$n_{an} = n_I = 1200 \frac{1}{\text{min}}$$

$$i_{1,2} = i_{1,3} = -3$$

$$\text{Planetengetriebe: } i_0 = -3$$

$$n_{10} = 0$$

Berechnungen:

Verwendete Formeln aus den Skripten KL II¹ S. 34 und KL III² S. 2

Mithilfe der Schnittgeschwindigkeiten werden die Abtriebsdrehzahlen der einzelnen Gänge bestimmt. Anschließend können dann die fehlenden Übersetzungen ermittelt werden.

¹Vgl. [Den17]

²Vgl. [Pol17a]

- Gang 1:

$$n_{II,1} = \frac{n_{an}}{i_{1,2}} = 400 \frac{1}{\text{min}}$$

$$\text{Formel nach Willis: } n_9 = \frac{n_8 - i_0 \cdot n_{10}}{1 - i_0}$$

$$n_{9,1} = n_{III,1} = \frac{n_{8,1}}{1 - i_0} = \frac{400 \frac{1}{\text{min}}}{1 - (-3)} = 100 \frac{1}{\text{min}}$$

$$n_{IV,1} = n_{ab,1} = \frac{v_{c,1}}{\pi \cdot D_{WZ}} = 53,05 \frac{1}{\text{min}}$$

$$\Rightarrow i_{6,7} = \frac{n_{III,1}}{n_{IV,1}} = -1,89$$

- Gang 2:

$$n_{II,2} = \frac{n_{an}}{i_{1,2}} = 400 \frac{1}{\text{min}}$$

$$n_{IV,2} = n_{ab,2} = \frac{v_{c,2}}{\pi \cdot D_{WZ}} = 106,1 \frac{1}{\text{min}}$$

$$\Rightarrow i_{4,5} = \frac{n_{III,2}}{n_{IV,2}} = 3,77$$

- Gang 3:

$$n_{III,3} = \frac{n_{an}}{i_{1,3}} = 400 \frac{1}{\text{min}}$$

$$n_{IV,3} = \frac{n_{III,3}}{i_{6,7}} = 212,2 \frac{1}{\text{min}}$$

$$\text{Überprüfung der Abtriebsdrehzahl: } n_{IV,3} = n_{ab,3} = \frac{v_{c,3}}{\pi \cdot D_{WZ}} = 212,2 \frac{1}{\text{min}}$$

- Gang 4:

$$n_{\text{III},4} = n_{9,4} = \frac{n_{an}}{i_{1,3}} = 400 \frac{1}{\text{min}}$$

$$\text{Formel nach Willis: } n_8 = i_0 \cdot n_{10} + n_9 \cdot (1 - i_0)$$

$$n_{8,4} = n_{\text{II},4} = n_{9,4} \cdot (1 - i_0) = 400 \frac{1}{\text{min}} \cdot (1 - (-3)) = 1600 \frac{1}{\text{min}}$$

$$n_{\text{IV},4} = \frac{n_{\text{II},4}}{i_{4,5}} = 424,4 \frac{1}{\text{min}}$$

$$\text{Überprüfung der Abtriebsdrehzahl: } n_{\text{IV},4} = n_{ab,4} = \frac{v_{c,4}}{\pi \cdot D_{WZ}} = 424,4 \frac{1}{\text{min}}$$

2.2 Torsionsmomente & Mindestdurchmesser

Um die wirkenden Torsionsmomente zu bestimmen, wird zunächst die benötigte Schnittleistung für das Umfangs- sowie das Stirnfräsen berechnet. Die verwendeten Formeln stammen aus dem Aufgabenblatt, welches vom IMKT ausgehändigt wurde.

Schnittleistung:

- Umfangsfräsen:

gegeben:

$$D_{WZ,U} = 120 \text{ mm}, a_e = 52 \text{ mm} \implies u_U = \frac{D_{WZ,U}}{2} - a_e = 8 \text{ mm}$$

$$z = 12, a_p = b = 2 \text{ mm}, \kappa = 90^\circ$$

$$f_{z,1} = 0,06 \text{ mm}, f_{z,2} = 0,09 \text{ mm}, f_{z,3} = 0,12 \text{ mm}, f_{z,4} = 0,15 \text{ mm}$$

Rechnung:

$$\varphi_s = \arccos\left(1 - \frac{2 \cdot (u_U + a_e)}{D_{WZ,U}}\right) - \arccos\left(1 - \frac{2 \cdot u_U}{D_{WZ,U}}\right) = 60,07^\circ$$

$$z_{iE} = \text{RUNDEN}\left(\frac{\varphi \cdot z}{360^\circ}\right) = 2$$

$$h_m = \frac{114,6^\circ}{\varphi_s} \cdot f_z \cdot \frac{a_e}{D_{WZ,U}} \cdot \sin(\kappa)$$

$$h_{m,1} = \frac{114,6^\circ}{60,07^\circ} \cdot 0,06 \text{ mm} \cdot \frac{52 \text{ mm}}{120 \text{ mm}} \cdot \sin(90^\circ) = 0,05 \text{ mm}$$

$$h_{m,2} = 0,074 \text{ mm}$$

$$h_{m,3} = 0,099 \text{ mm}$$

$$h_{m,4} = 0,12 \text{ mm}$$

$$F_{cz} = b \cdot h_m^{1-z} \cdot k_{c1.1} \cdot K_{V,c}$$

$$F_{cz,1} = 2 \text{ mm} \cdot 0,05 \text{ mm}^{0,7} \cdot 2500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 1,7 = 926,1 \text{ N}$$

$$F_{cz,2} = 1237,8 \text{ N}$$

$$F_{cz,3} = 1535,3 \text{ N}$$

$$F_{cz,4} = 1770,2 \text{ N}$$

$$\implies P_c = z_{iE} \cdot v_c \cdot F_{cz}$$

$$P_{c,1} = 2 \cdot 0,34 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 926,1 \text{ N} = 629,75 \text{ W}$$

$$P_{c,2} = 1658,7 \text{ W}$$

$$P_{c,3} = 4114,6 \text{ W}$$

$$P_{c,4} = 9452,87 \text{ W}$$

- Stirnfräsen:

gegeben:

$$D_{WZ,S} = 120 \text{ mm}, a_e = 120 \text{ mm} \implies u_S = \frac{D_{WZ,S}}{2} - a_e = 0 \text{ mm}$$

$$z = 6, a_p = b = 2 \text{ mm}, \kappa = 90^\circ$$

$$f_{z,1} = 0,06 \text{ mm}, f_{z,2} = 0,09 \text{ mm}, f_{z,3} = 0,12 \text{ mm}, f_{z,4} = 0,15 \text{ mm}$$

Rechnung:

$$\varphi_s = \arccos\left(1 - \frac{2 \cdot (u_S + a_e)}{D_{WZ,S}}\right) - \arccos\left(1 - \frac{2 \cdot u_S}{D_{WZ,S}}\right) = 180^\circ$$

$$z_{iE} = \text{RUNDEN}\left(\frac{\varphi \cdot z}{360^\circ}\right) = 3$$

$$h_m = \frac{114,6^\circ}{\varphi_s} \cdot f_z \cdot \frac{a_e}{D_{WZ,S}} \cdot \sin(\kappa)$$

$$h_{m,1} = \frac{114,6^\circ}{180^\circ} \cdot 0,06 \text{ mm} \cdot \frac{120 \text{ mm}}{120 \text{ mm}} \cdot \sin(90^\circ) = 0,038 \text{ mm}$$

$$h_{m,2} = 0,057 \text{ mm}$$

$$h_{m,3} = 0,0764 \text{ mm}$$

$$h_{m,4} = 0,0955 \text{ mm}$$

$$F_{cz} = b \cdot h_m^{1-z} \cdot k_{c1.1} \cdot K_{V,c}$$

$$F_{cz,1} = 2 \text{ mm} \cdot 0,038 \text{ mm}^{0,7} \cdot 2500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 1,7 = 755,9 \text{ N}$$

$$F_{cz,2} = 1020,39 \text{ N}$$

$$F_{cz,3} = 1267,38 \text{ N}$$

$$F_{cz,4} = 1494,93 \text{ N}$$

$$\implies P_c = z_{iE} \cdot v_c \cdot F_{cz}$$

$$P_{c,1} = 3 \cdot 0,34 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 755,9 \text{ N} = 771,02 \text{ W}$$

$$P_{c,2} = 2050,98 \text{ W}$$

$$P_{c,3} = 5094,87 \text{ W}$$

$$P_{c,4} = 11974,39 \text{ W}$$

Torsionsmomente:

Die verwendete Formel zur Berechnung der Torsionsmomente stammt aus dem Skript zur Konstruktionslehre III³ Seite 2.

$$T = \frac{P}{2\pi \cdot n}$$

³Vgl. [Pol17a]

- Umfangsfräsen:

Gang 1:

$$T_{I,1,U} = \frac{P_{c,1,U}}{2\pi \cdot n_{an}} = \frac{629,75 \text{ W}}{2\pi \cdot 1200 \frac{1}{\text{min}}} = 5 \text{ Nm}$$

$$T_{II,1,U} = \frac{P_{c,1,U}}{2\pi \cdot n_{II,1}} = \frac{629,75 \text{ W}}{2\pi \cdot 400 \frac{1}{\text{min}}} = 15 \text{ Nm}$$

$$T_{III,1,U} = \frac{P_{c,1,U}}{2\pi \cdot n_{III,1}} = \frac{629,75 \text{ W}}{2\pi \cdot 100 \frac{1}{\text{min}}} = 60,14 \text{ Nm}$$

$$T_{IV,1,U} = \frac{P_{c,1,U}}{2\pi \cdot n_{IV,1}} = \frac{629,75 \text{ W}}{2\pi \cdot 53,05 \frac{1}{\text{min}}} = 112,36 \text{ Nm}$$

Gang 2:

$$T_{I,2,U} = \frac{P_{c,2,U}}{2\pi \cdot n_{an}} = \frac{1658,7 \text{ W}}{2\pi \cdot 1200 \frac{1}{\text{min}}} = 13,2 \text{ Nm}$$

$$T_{II,2,U} = \frac{P_{c,2,U}}{2\pi \cdot n_{II,2}} = 39,6 \text{ Nm}$$

$$T_{IV,2,U} = \frac{P_{c,2,U}}{2\pi \cdot n_{IV,2}} = 149,29 \text{ Nm}$$

Gang 3:

$$T_{I,3,U} = \frac{P_{c,3,U}}{2\pi \cdot n_{an}} = \frac{4114,6 \text{ W}}{2\pi \cdot 1200 \frac{1}{\text{min}}} = 32,74 \text{ Nm}$$

$$T_{III,3,U} = \frac{P_{c,3,U}}{2\pi \cdot n_{III,3}} = 98,23 \text{ Nm}$$

$$T_{IV,3,U} = \frac{P_{c,3,U}}{2\pi \cdot n_{IV,3}} = 185,16 \text{ Nm}$$

Gang 4:

$$T_{I,4,U} = \frac{P_{c,4,U}}{2\pi \cdot n_{an}} = \frac{9452,87 \text{ W}}{2\pi \cdot 1200 \frac{1}{\text{min}}} = 75,22 \text{ Nm}$$

$$T_{II,4,U} = \frac{P_{c,4,U}}{2\pi \cdot n_{II,4}} = 56,42 \text{ Nm}$$

$$T_{III,4,U} = \frac{P_{c,4,U}}{2\pi \cdot n_{III,4}} = 225,67 \text{ Nm}$$

$$T_{IV,4,U} = \frac{P_{c,4,U}}{2\pi \cdot n_{IV,4}} = 212,35 \text{ Nm}$$

- Stirnfräsen:

Gang 1:

$$T_{I,1,S} = \frac{P_{c,1,S}}{2\pi \cdot n_{an}} = \frac{771,02 \text{ W}}{2\pi \cdot 1200 \frac{1}{\text{min}}} = 6,12 \text{ Nm}$$

$$T_{II,1,S} = \frac{P_{c,1,S}}{2\pi \cdot n_{II,1}} = \frac{771,02 \text{ W}}{2\pi \cdot 400 \frac{1}{\text{min}}} = 18,4 \text{ Nm}$$

$$T_{III,1,S} = \frac{P_{c,1,S}}{2\pi \cdot n_{III,1}} = \frac{771,02 \text{ W}}{2\pi \cdot 100 \frac{1}{\text{min}}} = 73,63 \text{ Nm}$$

$$T_{IV,1,S} = \frac{P_{c,1,S}}{2\pi \cdot n_{IV,1}} = \frac{771,02 \text{ W}}{2\pi \cdot 53,05 \frac{1}{\text{min}}} = 138,79 \text{ Nm}$$

Gang 2:

$$T_{I,2,S} = \frac{P_{c,2,S}}{2\pi \cdot n_{an}} = \frac{2050,98 \text{ W}}{2\pi \cdot 1200 \frac{1}{\text{min}}} = 16,32 \text{ Nm}$$

$$T_{II,2,S} = \frac{P_{c,2,S}}{2\pi \cdot n_{II,2}} = 48,96 \text{ Nm}$$

$$T_{IV,2,S} = \frac{P_{c,2,S}}{2\pi \cdot n_{IV,2}} = 184,59 \text{ Nm}$$

Gang 3:

$$T_{I,3,S} = \frac{P_{c,3,S}}{2\pi \cdot n_{an}} = \frac{5094,87 \text{ W}}{2\pi \cdot 1200 \frac{1}{\text{min}}} = 40,54 \text{ Nm}$$

$$T_{III,3,S} = \frac{P_{c,3,S}}{2\pi \cdot n_{III,3}} = 121,63 \text{ Nm}$$

$$T_{IV,3,S} = \frac{P_{c,3,S}}{2\pi \cdot n_{IV,3}} = 229,28 \text{ Nm}$$

Gang 4:

$$T_{I,4,S} = \frac{P_{c,4,S}}{2\pi \cdot n_{an}} = \frac{11974,39 \text{ W}}{2\pi \cdot 1200 \frac{1}{\text{min}}} = 95,29 \text{ Nm}$$

$$T_{II,4,S} = \frac{P_{c,4,S}}{2\pi \cdot n_{II,4}} = 71,47 \text{ Nm}$$

$$T_{III,4,S} = \frac{P_{c,4,S}}{2\pi \cdot n_{III,4}} = 285,87 \text{ Nm}$$

$$T_{IV,4,S} = \frac{P_{c,4,S}}{2\pi \cdot n_{IV,4}} = 268,99 \text{ Nm}$$

Auf jeden Welle wirken im vierten Gang beim Stirnfräsen die höchsten Torsionsmomente. Im Folgenden wird das Getriebe deshalb auf Basis dieser Momente ausgelegt.

Mindestdurchmesser:

Mithilfe der berechneten Torsionsmomente kann nun auf die Mindestdurchmesser der jeweiligen Wellen geschlossen werden. Die verwendeten Formeln stammen aus dem Skript zur Konstruktionslehre III⁴ Seiten 150 - 153 und dem Roloff/Matek⁵ Seite 391

$$\tau_t = \frac{M}{W_p} \implies W_p = \frac{M}{\tau_{zul}} \text{ mit } W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

$$\tau_{zul} = 44 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ (Einsatzstahl) , } S = 2$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{T \cdot S}{\tau_{zul}} \cdot \frac{16}{\pi}}$$

$$d_{\text{I}} \geq \sqrt[3]{\frac{95290 \text{ Nmm} \cdot 2}{44 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \cdot \frac{16}{\pi}} = 28,05 \text{ mm} \implies d_{\text{I}} = 29 \text{ mm}$$

$$d_{\text{II}} \geq \sqrt[3]{\frac{71470 \text{ Nmm} \cdot 2}{44 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \cdot \frac{16}{\pi}} = 25,48 \text{ mm} \implies d_{\text{II}} = 26 \text{ mm}$$

$$d_{\text{IV}} \geq \sqrt[3]{\frac{268990 \text{ Nmm} \cdot 2}{44 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \cdot \frac{16}{\pi}} = 39,64 \text{ mm} \implies d_{\text{IV}} = 40 \text{ mm}$$

Hohlwelle:

$$d_{a,\text{III}} \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T_{\text{III}} \cdot S}{\pi \cdot (1 - k^4) \cdot \tau_{zul}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 285870 \text{ Nmm} \cdot 2}{\pi \cdot (1 - 0,6^4) \cdot 44 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 42,36 \text{ mm}$$

Wähle $d_{i,\text{III}} = 62 \text{ mm}$, damit der Mindestdurchmesser der Welle 2 eingehalten werden kann und ausreichend Raum für die Lager gelassen wird.

$$\implies d_{a,\text{III}} \geq \frac{d_{i,\text{III}}}{k} = 103,3 \text{ mm} \implies d_{a,\text{III}} = 104 \text{ mm}$$

⁴Vgl. [Pol17a]

⁵Vgl. [Wit+17]

2.3 Zahnräder

2.3.1 Stirnräder

verwendete Formeln:

Breiten-/ Durchmesser verhältnisse:

Formeln aus dem Skript zur Konstruktionslehre III⁶ Seiten 150 - 153:

$$b \cdot d^2 \geq \frac{2 \cdot M}{B_{zul}}$$

$$\frac{b}{d} = (0,1...0,5) + \frac{i}{20}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot M}{\left(\frac{b}{d}\right) \cdot 4 \frac{N}{mm^2}}}$$

- $Z_1/Z_2/Z_3$:

$$\left(\frac{b}{d}\right)_{1,2} = (0,1...0,5) + \frac{i_{1,2}}{20} \text{ mit } i_{1,2} = i_{1,3} = 3$$

$$\left(\frac{b}{d}\right)_{1,2} = \left(\frac{b}{d}\right)_{1,3} = (0,25...0,65)$$

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 95290 \text{ Nmm}}{(0,25...0,65) \cdot 4 \frac{N}{mm^2}}} = (41,85...57,55) \text{ mm}$$

$$d_2 \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 71470 \text{ Nmm}}{(0,25...0,65) \cdot 4 \frac{N}{mm^2}}} = (38,02...52,29) \text{ mm}$$

$$d_3 \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 285870 \text{ Nmm}}{(0,25...0,65) \cdot 4 \frac{N}{mm^2}}} = (60,36...83) \text{ mm}$$

$$b_1 = \left(\frac{b}{d}\right)_{1,2} \cdot d_1 = (10,46...37,4) \text{ mm}$$

$$b_2 = \left(\frac{b}{d}\right)_{1,2} \cdot d_2 = (9,5...33,99) \text{ mm}$$

$$b_3 = \left(\frac{b}{d}\right)_{1,3} \cdot d_3 = (15,09...53,95) \text{ mm}$$

⁶Vgl. [Pol17a]

- Z_4/Z_5 :

$$\left(\frac{b}{d}\right)_{4,5} = (0, 1...0, 5) + \frac{i_{4,5}}{20} \text{ mit } i_{4,5} = 3,77$$

$$\left(\frac{b}{d}\right)_{4,5} = (0, 29...0, 69)$$

$$d_4 \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 71470 \text{ Nmm}}{(0, 29...0, 69) \cdot 4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = (37, 29...49, 82) \text{ mm}$$

$$d_5 \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 268990 \text{ Nmm}}{(0, 29...0, 69) \cdot 4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = (58...77, 5) \text{ mm}$$

$$b_4 = \left(\frac{b}{d}\right)_{4,5} \cdot d_4 = (10, 78...34, 33) \text{ mm}$$

$$b_5 = \left(\frac{b}{d}\right)_{4,5} \cdot d_5 = (16, 76...53, 4) \text{ mm}$$

- Z_6/Z_7 :

$$\left(\frac{b}{d}\right)_{6,7} = (0, 1...0, 5) + \frac{i_{6,7}}{20} \text{ mit } i_{6,7} = 1,89$$

$$\left(\frac{b}{d}\right)_{6,7} = (0, 19...0, 59)$$

$$d_6 \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 285870 \text{ Nmm}}{(0, 19...0, 59) \cdot 4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = (62, 37...90, 95) \text{ mm}$$

$$d_7 \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 268990 \text{ Nmm}}{(0, 19...0, 59) \cdot 4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = (61, 09...89, 12) \text{ mm}$$

$$b_6 = \left(\frac{b}{d}\right)_{6,7} \cdot d_6 = (11, 84...53, 66) \text{ mm}$$

$$b_7 = \left(\frac{b}{d}\right)_{6,7} \cdot d_7 = (11, 61...52, 58) \text{ mm}$$

Profilverschiebung Z4/Z5:

Formeln zur Berechnung der Profilverschiebung aus Roloff/Matek⁷ S. 786-791 und S. 789-800 :

$$\text{Teilkreisdurchmesser: } d = z \cdot \frac{m_n}{\cos(\beta)}$$

$$\text{Wälzkreisdurchmesser: } d_w = d \cdot \frac{\cos(\alpha_t)}{\cos(\alpha_{wt})}$$

$$\text{Grundkreisdurchmesser: } d_b = d \cdot \cos(\alpha_t)$$

$$\text{Fußkreisdurchmesser: } d_f = d - 2 \cdot ((m + c) - V)$$

$$\text{Kopfrücknahme: } k = \Delta a - m_n \cdot (x_1 + x_2)$$

$$\text{Kopfkreisdurchmesser: } d_a = d + 2 \cdot (m_n + V + k)$$

$$\text{Aufteilung Profilverschiebung: } x_1 \approx \frac{x_1 + x_2}{2} + \left(0,5 - \frac{x_1 + x_2}{2}\right) \cdot \frac{\lg(u)}{\lg\left(\frac{z_1 \cdot z_2}{100}\right)}$$

$$\text{Ersatzzähnezahl: } z_n = \frac{z}{\cos^3 \beta}$$

$$\text{Profilverschiebung: } V = x \cdot m_n$$

- Vorauslegung:

$$a = 215 \text{ mm}, \alpha = \beta = 20^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{d_4 + d_5}{2} \\ i_{4,5} = \frac{d_5}{d_4} \end{array} \right\} d_4 = \frac{2 \cdot a}{1 + i_{4,5}}$$

$$d_4 = \frac{2 \cdot 215 \text{ mm}}{1 + 3,77} = 90,15 \text{ mm}$$

$$d_5 = d_4 \cdot i_{4,5} = 339,87 \text{ mm}$$

$$\text{Wähle: } m_n = 4 \text{ mm}$$

$$z_4 = \frac{90,15 \text{ mm} \cdot \cos(20^\circ)}{4} \text{ mm} = 21,18 \implies z_4 = 21$$

$$z_5 = \frac{339,87 \text{ mm} \cdot \cos(20^\circ)}{4} \text{ mm} = 79,84 \implies z_5 = 80$$

$$\implies d_4 = \frac{21 \cdot 4 \text{ mm}}{\cos(20^\circ)} = 89,39093 \text{ mm}$$

$$\implies d_5 = \frac{80 \cdot 4 \text{ mm}}{\cos(20^\circ)} = 340,53689 \text{ mm}$$

$$a^* = 214,96391 \text{ mm}$$

⁷Vgl. [Wit+17]

- Modul und Eingriffswinkel:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos(\beta)} = 4,257 \text{ mm}$$

$$\text{Eingriffswinkel Teilkreis: } \alpha_t = \tan^{(-1)} \left(\frac{\tan(\alpha)}{\cos(\beta)} \right) = 21,17283^\circ$$

$$\text{Eingriffswinkel Wälzkreis: } \alpha_{\omega t} = \arccos \left(\frac{a^*}{a} \cdot \cos(\alpha_t) \right) = 21,19765^\circ$$

$$\text{inv}(\alpha) = \tan(\alpha) - \alpha \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$\text{inv}(\alpha_t) = 0,017793$$

$$\text{inv}(\alpha_{\omega t}) = 0,017858$$

- Profilverschiebungsfaktoren:

$$x_4 + x_5 = \frac{\text{inv}(\alpha_{\omega t}) - \text{inv}(\alpha_t)}{2 \cdot \tan(\alpha_n)} \cdot (z_4 + z_5) = \frac{a - a^*}{m_n} = 0,009$$

$$z_{n,4} = \frac{21}{\cos^3(20^\circ)} = 25,3, \quad z_{n,5} = \frac{80}{\cos^3(20^\circ)} = 96,41$$

$$x_4 = \frac{0,009}{2} + \left(0,5 - \frac{0,009}{2} \right) \cdot \frac{\lg(3,77)}{\lg\left(\frac{21 \cdot 80}{100}\right)} = 0,238$$

$$x_5 = 0,009 - 0,238 = -0,229$$

$$V_4 = 0,238 \cdot 4 \text{ mm} = 0,953 \text{ mm}, \quad V_5 = -0,229 \cdot 4 \text{ mm} = -0,916 \text{ mm}$$

- endgültige Werte:

$$z_4 = 21, z_5 = 80$$

$$d_4 = 89,39 \text{ mm}$$

$$d_{w,4} = 89,39 \text{ mm} \cdot \frac{\cos(21,17283^\circ)}{\cos(21,19765^\circ)} = 89,41 \text{ mm}$$

$$d_{b,4} = 89,39 \text{ mm} \cdot \cos(21,17283^\circ) = 83,36 \text{ mm}$$

$$d_{f,4} = 89,39 \text{ mm} - 2 \cdot ((4,257 \text{ mm} + 1,06) - 0,953) = 80,66 \text{ mm}$$

$$k_4 = -0,039 \text{ mm} - 4 \text{ mm} \cdot (0,009) = -0,051 \text{ mm}$$

$$d_{a,4} = 89,39 \text{ mm} + 2 \cdot (4 \text{ mm} + 0,953 \text{ mm} - 0,051 \text{ mm}) = 99,2 \text{ mm}$$

$$d_5 = 340,54 \text{ mm}$$

$$d_{w,5} = 340,54 \text{ mm} \cdot \frac{\cos(21,17283^\circ)}{\cos(21,19765^\circ)} = 340,6 \text{ mm}$$

$$d_{b,5} = 340,54 \text{ mm} \cdot \cos(21,17283^\circ) = 317,55 \text{ mm}$$

$$d_{f,5} = 340,54 \text{ mm} - 2 \cdot ((4,257 \text{ mm} + 1,06) + 0,916) = 328,1 \text{ mm}$$

$$k_5 = -0,039 \text{ mm} - 4 \text{ mm} \cdot (0,009) = -0,051 \text{ mm}$$

$$d_{a,5} = 340,54 \text{ mm} + 2 \cdot (4 \text{ mm} - 0,916 \text{ mm} - 0,051 \text{ mm}) = 346,6 \text{ mm}$$

Profilverschiebung Z6/Z7:

- Vorauslegung:

$$a = 215 \text{ mm}, \alpha = \beta = 20^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{d_6 + d_7}{2} \\ i_{6,7} = \frac{d_7}{d_6} \end{array} \right\} d_6 = \frac{2 \cdot a}{1 + i_{6,7}}$$

$$d_6 = \frac{2 \cdot 215 \text{ mm}}{1 + 1,89} = 148,79 \text{ mm}$$

$$d_7 = d_6 \cdot i_{6,7} = 281,21 \text{ mm}$$

$$\text{Wähle: } m_n = 4 \text{ mm}$$

$$z_6 = \frac{148,79 \text{ mm} \cdot \cos(20^\circ)}{4} \text{ mm} = 34,95 \implies z_6 = 35$$

$$z_7 = \frac{281,21 \text{ mm} \cdot \cos(20^\circ)}{4} \text{ mm} = 66,06 \implies z_7 = 66$$

$$\implies d_6 = \frac{35 \cdot 4 \text{ mm}}{\cos(20^\circ)} = 148,98489 \text{ mm}$$

$$\implies d_7 = \frac{66 \cdot 4 \text{ mm}}{\cos(20^\circ)} = 280,942932 \text{ mm}$$

$$a^* = 214,96391 \text{ mm}$$

- Modul und Eingriffswinkel:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos(\beta)} = 4,257 \text{ mm}$$

$$\text{Eingriffswinkel Teilkreis: } \alpha_t = \tan^{-1} \left(\frac{\tan(\alpha)}{\cos(\beta)} \right) = 21,17283^\circ$$

$$\text{Eingriffswinkel Wälzkreis: } \alpha_{\omega t} = \arccos \left(\frac{a^*}{a} \cdot \cos(\alpha_t) \right) = 21,19765^\circ$$

$$\text{inv}(\alpha) = \tan(\alpha) - \alpha \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$\text{inv}(\alpha_t) = 0,017793$$

$$\text{inv}(\alpha_{\omega t}) = 0,017858$$

- Profilverschiebungsfaktoren:

$$x_6 + x_7 = \frac{\text{inv}(\alpha_{\omega t}) - \text{inv}(\alpha_t)}{2 \cdot \tan(\alpha_n)} \cdot (z_6 + z_7) = \frac{a - a^*}{m_n} = 0,009$$

$$z_{n,6} = \frac{35}{\cos^3(20^\circ)} = 42,18, \quad z_{n,7} = \frac{66}{\cos^3(20^\circ)} = 79,54$$

$$x_6 = \frac{0,009}{2} + \left(0,5 - \frac{0,009}{2} \right) \cdot \frac{\lg(1,89)}{\lg\left(\frac{35 \cdot 66}{100}\right)} = 0,105$$

$$x_7 = 0,009 - 0,105 = -0,096$$

$$V_6 = 0,105 \cdot 4 \text{ mm} = 0,42 \text{ mm}, \quad V_7 = -0,096 \cdot 4 \text{ mm} = -0,384 \text{ mm}$$

- endgültige Werte:

$$z_6 = 35, z_7 = 66$$

$$d_6 = 148,98 \text{ mm}$$

$$d_{w,6} = 148,98 \text{ mm} \cdot \frac{\cos(21,17283^\circ)}{\cos(21,19765^\circ)} = 149 \text{ mm}$$

$$d_{b,6} = 148,98 \text{ mm} \cdot \cos(21,17283^\circ) = 138,9 \text{ mm}$$

$$d_{f,6} = 148,98 \text{ mm} - 2 \cdot ((4,257 \text{ mm} + 1,06) - 0,42) = 139,19 \text{ mm}$$

$$k_6 = -0,039 \text{ mm} - 4 \text{ mm} \cdot (0,009) = -0,051 \text{ mm}$$

$$d_{a,6} = 148,98 \text{ mm} + 2 \cdot (4 \text{ mm} + 0,42 \text{ mm} - 0,051 \text{ mm}) = 157,72 \text{ mm}$$

$$d_7 = 280,94 \text{ mm}$$

$$d_{w,7} = 280,94 \text{ mm} \cdot \frac{\cos(21,17283^\circ)}{\cos(21,19765^\circ)} = 280,99 \text{ mm}$$

$$d_{b,7} = 280,94 \text{ mm} \cdot \cos(21,17283^\circ) = 261,98 \text{ mm}$$

$$d_{f,7} = 280,94 \text{ mm} - 2 \cdot ((4,257 \text{ mm} + 1,06) + 0,384) = 269,54 \text{ mm}$$

$$k_7 = -0,039 \text{ mm} - 4 \text{ mm} \cdot (0,009) = -0,051 \text{ mm}$$

$$d_{a,7} = 280,94 \text{ mm} + 2 \cdot (4 \text{ mm} - 0,384 \text{ mm} - 0,051 \text{ mm}) = 288,1 \text{ mm}$$

Erste Getriebestufe:

Die verwendeten Formeln stammen aus dem Roloff/Matek⁸ Seite 796:

$$d = z \cdot \frac{m_n}{\cos(\beta)}$$

$$d_a = m_n \cdot \left(\frac{z}{\cos(\alpha_n)} + 2 \right), d_f = d - 2,5 \cdot m_n$$

⁸Vgl. [Wit+17]

Wähle: $m_n = 4 \text{ mm}$, $d_2 = d_3 = 210 \text{ mm}$

$$m_t = \frac{m_n}{\cos(\beta)} = 4,26 \text{ mm}$$

$$d_1 = \frac{d_3}{i_{1,3}} = 70 \text{ mm}$$

$$z_1 = \frac{70 \text{ mm} \cdot \cos(20^\circ)}{4 \text{ mm}} \text{ mm} = 16,4 \implies z_1 = 17$$

$$z_2 = z_3 = z_1 \cdot i_{1,3} = 19 \cdot 3 = 51$$

$$d_{1,neu} = \frac{17 \cdot 4 \text{ mm}}{\cos(20^\circ)} = 72,36 \text{ mm}$$

$$d_{2,neu} = d_{3,neu} = \frac{51 \cdot 4 \text{ mm}}{\cos(20^\circ)} = 217,1 \text{ mm}$$

$$d_{1,a} = 4 \text{ mm} \cdot \left(\frac{17}{\cos(20^\circ)} + 2 \right) = 80,36 \text{ mm}$$

$$d_{1,f} = 72,36 \text{ mm} - 2,5 \cdot 4 \text{ mm} = 62,36 \text{ mm}$$

$$d_{2,a} = d_{3,a} = 4 \text{ mm} \cdot \left(\frac{51}{\cos(20^\circ)} + 2 \right) = 225,09 \text{ mm}$$

$$d_{2,f} = d_{3,f} = 217,1 \text{ mm} - 2,5 \cdot 4 \text{ mm} = 207,1 \text{ mm}$$

2.3.2 Planetengetriebe

Um das Planetengetriebe auszulegen, werden zunächst die Einzelübersetzungen ermittelt (siehe Roloff/Matek⁹ Seite 884). Anschließend wird der Minstdurchmesser des Sonnenrades (Z8) bestimmt. Damit lassen sich dann durch Übersetzungsverhältnisse die Durchmesser der Planetenräder bestimmen. Die verwendeten Formeln für Fuß- und Kopfkreisdurchmesser stammen aus dem Roloff/Matek¹⁰ S. 780: $d_a = m_n \cdot (z + 2)$, $d_f = m_n \cdot (z - 2,5)$

Wähle $m = 4 \text{ mm}$

$$i_{8,9} = 1 - i_0 = 4$$

$$i_{9,8} = \frac{1}{1 - i_0} = 0,25$$

$$\left(\frac{b}{d} \right)_{9,8} = (0,1 \dots 0,5) + \frac{0,25}{20} = (0,11 \dots 0,51)$$

⁹Vgl. [Wit+17]

¹⁰Vgl. [Wit+17]

- Sonnenrad

$$d_8 \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 71470 \text{ Nmm}}{(0,11 \dots 0,51) \cdot 4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = (41,23 \dots 68,74) \text{ mm}$$

$$b_8 = \left(\frac{b}{d}\right)_{9,8} \cdot d_8 = (4,54 \dots 35,1) \text{ mm}$$

wähle: $d_8 = 112 \text{ mm}$, $b_8 = 35 \text{ mm}$

$$z_8 = \frac{d_8}{m} = 28$$

$$d_{8,a} = 4 \text{ mm} \cdot (28 + 2) = 120 \text{ mm}$$

$$d_{8,f} = 4 \text{ mm} \cdot (28 - 2,5) = 102 \text{ mm}$$

- Planetenräder

$$d_9 = \frac{i_{8,9} \cdot d_8}{2} - d_8 = 112 \text{ mm}$$

$$z_9 = \frac{d_9}{m} = 28$$

wähle $b_9 = 28 \text{ mm}$

$$d_{9,a} = 4 \text{ mm} \cdot (28 + 2) = 120 \text{ mm}$$

$$d_{9,f} = 4 \text{ mm} \cdot (28 - 2,5) = 102 \text{ mm}$$

$$\text{Anzahl Planeten: } \frac{z_8 + z_{10}}{4} = 32,25 \implies 4 \text{ Planeten}$$

- Hohlrad:

$$d_{10} = d_8 + 2 \cdot d_9 = 336 \text{ mm}$$

wähle $b_{10} = 30 \text{ mm}$

$$z_{10} = \frac{d_{10}}{m} = 84$$

$$d_{10,f} = 4 \text{ mm} \cdot (84 + 2,5) = 346 \text{ mm}$$

$$d_{10,a} = 4 \text{ mm} \cdot (84 - 2) = 328 \text{ mm}$$

2.3.3 Kegelräder

Die Abmaße der Kegelräder werden mit den Formeln aus Roloff/Matek¹¹ Seite 832 bis 835 ermittelt. Dabei werden zunächst Richtwerte ermittelt, auf deren Basis dann die

¹¹Vgl. [Wit+17]

endgültigen Abmaße bestimmt werden.

$$\begin{aligned}\text{Achsenwinkel } \sum &= \delta_{11} + \delta_{12} = 90^\circ \\ \delta_{11} &= \delta_{12} = 45^\circ, \text{ da die Übersetzung } i_{11,12} = 1\end{aligned}$$

Nach Tabelle 22-1 aus Roloff/Matek Tabellenbuch¹²: $z_{11} = z_{12} = 30$

mittlerer Modul:

aus Roloff/Matek¹³ Seite 841

$$\begin{aligned}m'_m &\geq \frac{(2, 4...2, 6) \cdot d_{sh}}{z} \\ m'_m &\geq \frac{(2, 4...2, 6) \cdot d_{IV}}{z_{11}} = \frac{(2, 4...2, 6) \cdot 40 \text{ mm}}{30} = (3, 2...3, 5) \text{ mm}\end{aligned}$$

Breitenverhältnis:

$$\begin{aligned}\frac{b}{d} &= \frac{\left((0, 1...0, 5) + \frac{i}{10}\right) \cdot i}{\sqrt{i^2 + 1}} \text{ mit } i_{11,12} = 1 \\ \frac{b}{d} &= (0, 14...0, 42) \\ \left. \begin{aligned} F_t &\geq B_{zul} \cdot d \cdot b \\ T &= \frac{d}{2} \cdot F_t \end{aligned} \right\} b \cdot d^2 &\geq \frac{2 \cdot T}{B_{zul}} \\ \Rightarrow d^3 &\geq \frac{2 \cdot T}{(0, 19...0, 51) \cdot B_{zul}} \text{ mit } T_{IV} = 268,99 \text{ Nm und } B_{zul} = 4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \\ d_{11} &\geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 268990 \text{ Nmm}}{(0, 14...0, 42) \cdot 4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = (68, 42...98, 67) \text{ mm} \\ b_{11} &= (68, 42 \cdot 0, 14...98, 67 \cdot 0, 42) \text{ mm} = (9, 58...41, 44) \text{ mm}\end{aligned}$$

äußerer Teilkreisdurchmesser:

$$d_{e,min} = d_{m,min} + b_{min} \cdot \sin \delta_{11} = 68,42 \text{ mm} + 9,58 \text{ mm} \cdot \sin 45^\circ = 75,2 \text{ mm}$$

$$d_{e,max} = d_{m,max} + b_{max} \cdot \sin \delta_{11} = 98,67 \text{ mm} + 41,44 \text{ mm} \cdot \sin 45^\circ = 128 \text{ mm}$$

äußere Teilkegellänge:

$$R_{e,min} = \frac{d_{e,min}}{2 \cdot \sin \delta_{11}} = 53,17 \text{ mm}$$

¹²Vgl. [Wit+15]

¹³Vgl. [Wit+17]

$$R_{e,max} = \frac{d_{e,max}}{2 \cdot \sin \delta_{11}} = 90,5 \text{ mm}$$

äußerer Modul:

$$m_e = \frac{d_e}{z_{11}} = \frac{(75,2 \dots 128)}{30} = (2,5 \dots 4,3) \text{ mm}$$

endgültige Abmaße:

$$b = 28 \text{ mm}$$

$$m_e = 4 \text{ mm}$$

$$d_{e,11} = d_{e,12} = z_{11} \cdot m_e = 30 \cdot 4 \text{ mm} = 120 \text{ mm}$$

$$R_e \geq 3 \cdot b = 84 \text{ mm}$$

$$R_e = \frac{d_{e,11}}{2 \cdot \sin \delta_{11}} = 84,85 \text{ mm}$$

- Zahnkopf-, Zahnfuß-, und Zahnhöhe:

$$h_{ae} = m_e = 4 \text{ mm}; h_{fe} = 1,25 \cdot m_e = 5 \text{ mm}; h_e = 2,25 \cdot m_e = 9 \text{ mm}$$

- äußerer Kopfkreisdurchmesser:

$$d_{ae,11} = m_e \cdot (z_{11} + 2 \cdot \cos \delta_{11}) = 125,66 \text{ mm}$$

$$d_{ae,12} = m_e \cdot (z_{12} + 2 \cdot \cos \delta_{12}) = 125,66 \text{ mm}$$

2.4 Endgültige Abmaße

Bei der Konstruktion haben sich aufgrund der vorgegebenen Achsabstände und anderen konstruktiven Gründen einige Änderungen in den endgültigen Abmaßen der Zahnräder verändert. Deshalb werden im Folgenden alle endgültigen Werte dargestellt.

Stirnräder:

$d_1 = 72,36 \text{ mm}$	$b_1 = 32 \text{ mm}$
$d_2 = 217,1 \text{ mm}$	$b_2 = 30 \text{ mm}$
$d_3 = 217,1 \text{ mm}$	$b_3 = 30 \text{ mm}$
$d_4 = 89,4 \text{ mm}$	$b_4 = 32 \text{ mm}$
$d_5 = 340,5 \text{ mm}$	$b_5 = 30 \text{ mm}$
$d_6 = 149 \text{ mm}$	$b_6 = 32 \text{ mm}$
$d_7 = 280,9 \text{ mm}$	$b_7 = 30 \text{ mm}$
$d_8 = 112 \text{ mm}$	$b_8 = 35 \text{ mm}$
$d_9 = 112 \text{ mm}$	$b_9 = 28 \text{ mm}$
$d_{10} = 336 \text{ mm}$	$b_{10} = 30 \text{ mm}$

Kegelräder:

$$d_{e,11} = d_{e,12} = 120 \text{ mm}$$

$$b_{11} = b_{12} = 28 \text{ mm}$$

$$R_e = 84,85 \text{ mm}$$

Überprüfung der Gesamtübersetzung:

- geforderte Gesamtübersetzung:

$$i_{ges,1} = \frac{n_{an}}{n_{IV,1}} = \frac{1200 \frac{1}{\text{min}}}{53,05 \frac{1}{\text{min}}} = 22,62$$

$$i_{ges,2} = \frac{n_{an}}{n_{IV,2}} = \frac{1200 \frac{1}{\text{min}}}{106,1 \frac{1}{\text{min}}} = 11,31$$

$$i_{ges,3} = \frac{n_{an}}{n_{IV,3}} = \frac{1200 \frac{1}{\text{min}}}{212,2 \frac{1}{\text{min}}} = 5,66$$

$$i_{ges,4} = \frac{n_{an}}{n_{IV,4}} = \frac{1200 \frac{1}{\text{min}}}{424,4 \frac{1}{\text{min}}} = 2,83$$

- tatsächliche Gesamtübersetzung:

$$i_{ges,1} = i_{1,2} \cdot i_{8,9} \cdot i_{6,7} = \frac{z_2}{z_1} \cdot i_{8,9} \cdot \frac{z_7}{z_6} = \frac{57}{19} \cdot 4 \cdot \frac{66}{35} = 22,63$$

$$i_{ges,2} = i_{1,2} \cdot i_{4,5} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_5}{z_4} = \frac{57}{19} \cdot \frac{80}{21} = 11,4$$

$$i_{ges,3} = i_{1,3} \cdot i_{6,7} = \frac{z_3}{z_1} \cdot \frac{z_7}{z_6} = \frac{57}{19} \cdot \frac{66}{35} = 5,66$$

$$i_{ges,4} = i_{1,3} \cdot i_{9,8} \cdot i_{4,5} = \frac{z_3}{z_1} \cdot i_{9,8} \cdot \frac{z_5}{z_4} = \frac{57}{19} \cdot 0,25 \cdot \frac{80}{21} = 2,857$$

maximale prozentuale Abweichung im Gang 4: $\frac{2,857}{2,83} = 1,00954$

\Rightarrow 0,95% Abweichung

Diese Abweichung liegt innerhalb der maximal erlaubten Abweichung von 1 Prozent.

2.5 Kräfte

In allen Schaltstellungen wirkt beim Stirnfräsen ein höheres Moment auf die Zahnräder als beim Umfangsfräsen. Deswegen wird im Folgenden nur mit den Werten der Torsionsmomente vom Stirnfräsen gerechnet.

- Stirnradpaarungen:

Um die Zahnräder richtig auszulegen, werden die Kräfte für die jeweils höchstbelastete Stellung berechnet, in der das Zahnradpaar am Leistungsfluss beteiligt ist. Die verwendeten Formeln stammen aus dem Skript KL III¹⁴ S. 7

$$F_t = \frac{2 \cdot T}{d}$$

$$F_r = \frac{F_t \cdot \tan \alpha_n}{\cos(\beta)}$$

$$F_a = F_t \cdot \tan(\beta)$$

¹⁴Vgl. [Pol17a]

Z1, Gang 4:

$$F_{t,1} = \frac{2 \cdot T_{I,4,S}}{d_1} = \frac{2 \cdot 95,29 \text{ Nm}}{0,0724 \text{ m}} = 2632,32 \text{ N}$$

$$F_{r,1} = \frac{2632,32 \text{ N} \cdot \tan(20^\circ)}{\cos(20^\circ)} = 1019,57 \text{ N}$$

$$F_{a,1} = 2632,32 \cdot \tan(20^\circ) = 958,1 \text{ N}$$

Z2, Gang 2:

$$F_{t,2} = \frac{2 \cdot T_{II,2,S}}{d_2} = \frac{2 \cdot 48,96 \text{ Nm}}{0,2171 \text{ m}} = 451 \text{ N}$$

$$F_{r,2} = \frac{451 \text{ N} \cdot \tan(20^\circ)}{\cos(20^\circ)} = 174,69 \text{ N}$$

$$F_{a,2} = 451 \cdot \tan(20^\circ) = 164,15 \text{ N}$$

Z3, Gang 4:

$$F_{t,3} = \frac{2 \cdot T_{III,4,S}}{d_3} = \frac{2 \cdot 285,87 \text{ Nm}}{0,2171 \text{ m}} = 2633,53 \text{ N}$$

$$F_{r,3} = \frac{2633,53 \text{ N} \cdot \tan(20^\circ)}{\cos(20^\circ)} = 1020,04 \text{ N}$$

$$F_{a,3} = 2633,53 \cdot \tan(20^\circ) = 958,53 \text{ N}$$

Z4, Gang 4:

$$F_{t,4} = \frac{2 \cdot T_{II,4,S}}{d_4} = \frac{2 \cdot 71,47 \text{ Nm}}{0,0894 \text{ m}} = 1598,88 \text{ N}$$

$$F_{r,4} = \frac{1598,88 \text{ N} \cdot \tan(20^\circ)}{\cos(20^\circ)} = 619,29 \text{ N}$$

$$F_{a,4} = 1598,88 \cdot \tan(20^\circ) = 581,94 \text{ N}$$

Z5, Gang 4:

$$F_{t,5} = \frac{2 \cdot T_{IV,4,S}}{d_5} = \frac{2 \cdot 268,99 \text{ Nm}}{0,3405 \text{ m}} = 1579,97 \text{ N}$$

$$F_{r,5} = \frac{1579,97 \text{ N} \cdot \tan(20^\circ)}{\cos(20^\circ)} = 611,97 \text{ N}$$

$$F_{a,5} = 1579,97 \cdot \tan(20^\circ) = 575,06 \text{ N}$$

Z6, Gang 3:

$$F_{t,6} = \frac{2 \cdot T_{III,3,S}}{d_6} = \frac{2 \cdot 121,63 \text{ Nm}}{0,149 \text{ m}} = 1632,62 \text{ N}$$

$$F_{r,6} = \frac{1632,62 \text{ N} \cdot \tan(20^\circ)}{\cos(20^\circ)} = 632,36 \text{ N}$$

$$F_{a,6} = 1632,62 \cdot \tan(20^\circ) = 594,23 \text{ N}$$

Z7, Gang 3:

$$F_{t,7} = \frac{2 \cdot T_{IV,3,S}}{d_7} = \frac{2 \cdot 229,28 \text{ Nm}}{0,2809 \text{ m}} = 1632,47 \text{ N}$$

$$F_{r,7} = \frac{1632,47 \text{ N} \cdot \tan(20^\circ)}{\cos(20^\circ)} = 632,3 \text{ N}$$

$$F_{a,7} = 1632,47 \cdot \tan(20^\circ) = 594,17 \text{ N}$$

- Planetengetriebe:

Auf die Zahnräder des Planetengetriebes wirken im vierten Gang die höchsten Torsionsmomente. Da vier Planetenräder mit dem Sonnenrad im Eingriff sind, wirkt auf jedes Planetenrad nur 1/4 der zur Momentenübertragung benötigten Kraft.

$$F_{t,8} = F_{t,9} = F_{t,10} = \frac{2 \cdot T_{II,4,S}}{d_8 \cdot 4} = \frac{2 \cdot 71,47 \text{ Nm}}{0,112 \text{ m} \cdot 4} = 319,1 \text{ N}$$

$$F_{r,8} = F_{r,9} = F_{r,10} = 319,1 \text{ N} \cdot \tan(20^\circ) = 116,13 \text{ N}$$

$$F_{a,8} = F_{a,9} = F_{a,10} = 0 \text{ N}$$

- Kegelräder:

Formel aus Roloff/Matek¹⁵ Seite 795

$$d_{m,11} = d_{m,12} = d_{11} - b_{11} \cdot \sin \delta_{11} = 120 \text{ mm} - 28 \text{ mm} \cdot \sin(45^\circ) = 100,2 \text{ mm}$$

$$F_{tm,11} = F_{tm,12} = \frac{2 \cdot T_V}{d_{m,11}} = \frac{2 \cdot 268,99 \text{ Nm}}{0,1002 \text{ m}} = 5369,06 \text{ N}$$

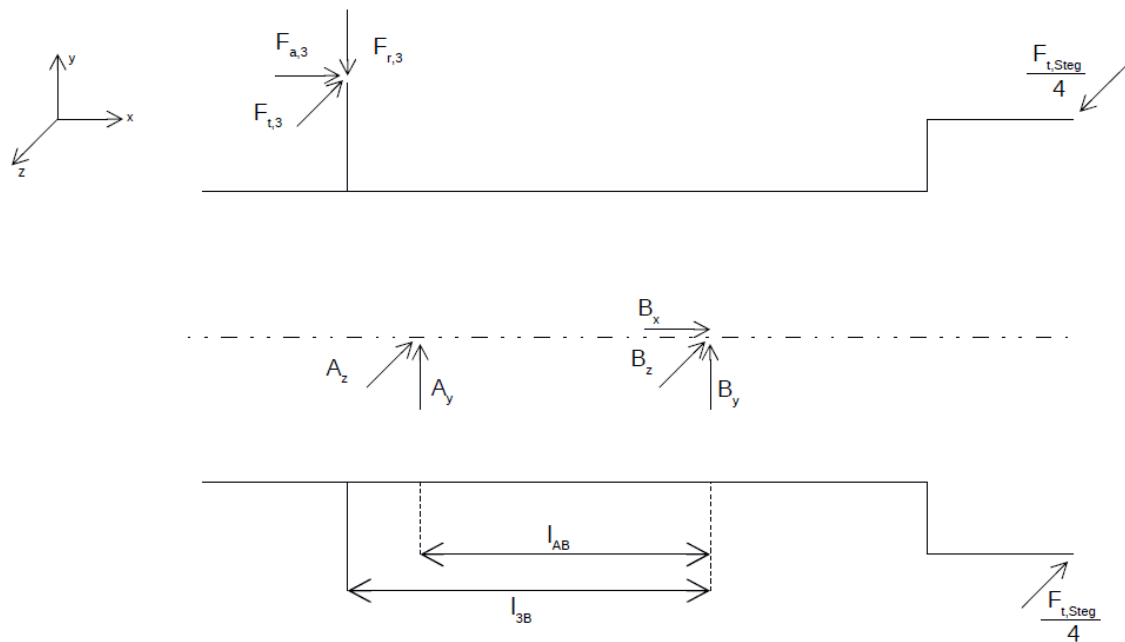
$$F_{r,11} = F_{r,12} = F_{tm,11} \cdot \tan \alpha \cdot \cos \delta_{11} = 1381,81 \text{ N}$$

$$F_{a,11} = F_{a,12} = F_{tm,11} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \delta_{11} = 1381,81 \text{ N}$$

¹⁵Vgl. [Wit+17]

3 Berechnung der Schnittkräfte

3.1 Berechnung der Lagerreaktionen der Hohlwelle



- Gegebene Werte:

$$l_{AB} = 171 \text{ mm} , l_{3B} = 175,8 \text{ mm} , d_3 = 217,1 \text{ mm}$$

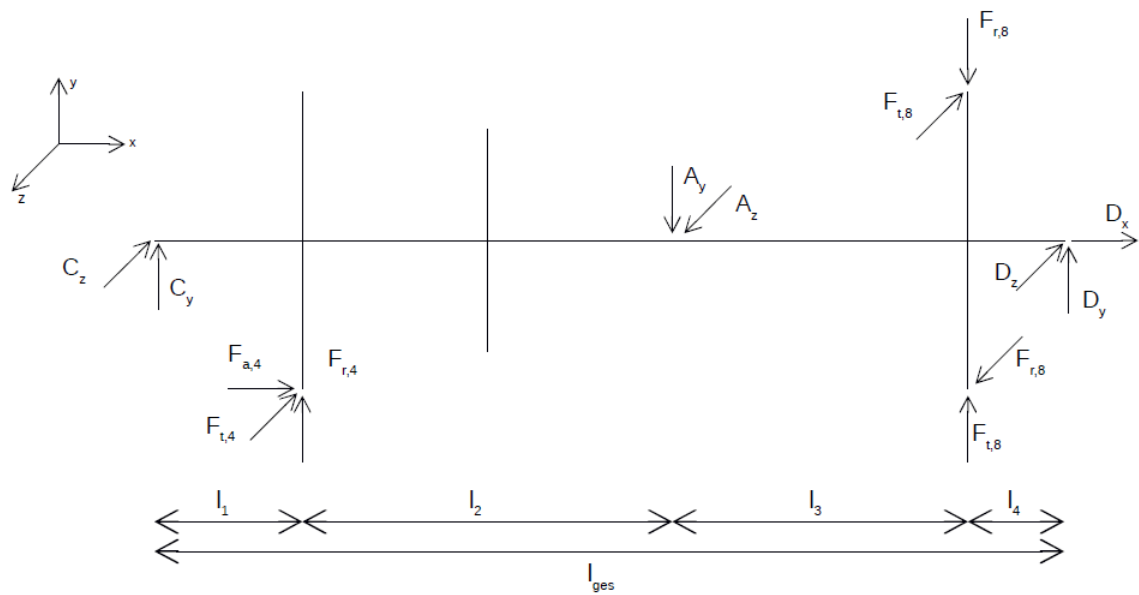
$$F_{t,3} = 2633,53 \text{ N} , F_{r,3} = 1020,04 \text{ N} , F_{a,3} = 958,53 \text{ N}$$

- Momentensummen:

$$\begin{aligned} \sum M_y^{(B)} &\stackrel{!}{=} 0 = -A_z \cdot l_{AB} - F_{t,3} \cdot l_{3B} \\ \Rightarrow A_z &= -F_{t,3} \cdot \frac{l_{3B}}{l_{AB}} = -2707,45 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_z^{(B)} &\stackrel{!}{=} 0 = -A_y \cdot l_{AB} + F_{r,3} \cdot l_{3B} - F_{a,3} \cdot \frac{d_3}{2} \\ \Rightarrow A_y &= \frac{F_{r,3} \cdot l_{3B} - F_{a,3} \cdot \frac{d_3}{2}}{l_{AB}} = 440,2 \text{ N} \end{aligned}$$

3.2 Berechnung der Lagerreaktionen von Welle II



- Gegebene Werte:

$$l_1 = 118,5 \text{ mm} , l_2 = 226,5 \text{ mm} , l_3 = 273 \text{ mm} , l_4 = 47 \text{ mm} , l_{ges} = 665 \text{ mm}$$

$$d_4 = 89,4 \text{ mm} , d_8 = 112 \text{ mm}$$

$$F_{t,4} = 1598,88 \text{ N} , F_{r,4} = 619,29 \text{ N} , F_{a,4} = 581,94 \text{ N}$$

$$F_{t,8} = 319,1 \text{ N} , F_{r,8} = 116,13 \text{ N}$$

- Gleichgewichte:

$$\sum F_x \stackrel{!}{=} 0 = F_{a,4} + D_x \implies D_x = -F_{a,4} = -581,94 \text{ N}$$

$$\sum F_y \stackrel{!}{=} 0 = C_y + F_{r,4} - A_y + D_y - F_{r,8} + F_{r,8}$$

$$\sum F_z \stackrel{!}{=} 0 = A_z - C_z - D_z - F_{t,4} + F_{t,8} - F_{t,8}$$

$$\sum M_y^{(D)} \stackrel{!}{=} 0 = A_z \cdot (l_3 + l_4) - F_{t,4} \cdot (l_2 + l_3 + l_4) - C_z \cdot l_{ges} + l_4 \cdot F_{t,8} - l_4 \cdot F_{t,8}$$

$$\implies C_z = \frac{(l_3 + l_4) \cdot A_z - F_{t,4} \cdot (l_2 + l_3 + l_4)}{l_{ges}} = -2616,8 \text{ N}$$

$$\implies D_z = A_z - C_z - F_{t,4} = -1689,53 \text{ N}$$

$$\sum M_z^{(D)} \stackrel{!}{=} 0 = (l_3 + l_4) \cdot A_y + \frac{d_4}{2} \cdot F_{a,4} - (l_2 + l_3 + l_4) \cdot F_{r,4} - l_{ges} \cdot C_y$$

$$\implies C_y = \frac{(l_3 + l_4) \cdot A_y + \frac{d_4}{2} \cdot F_{a,4} - (l_2 + l_3 + l_4) \cdot F_{r,4}}{l_{ges}} = -258 \text{ N}$$

$$\implies D_y = A_y - C_y - F_{r,4} = 78,9 \text{ N}$$

$$C_x = \underline{0 \text{ N}}$$

$$D_x = \underline{-581,94 \text{ N}}$$

$$C_y = \underline{-258 \text{ N}}$$

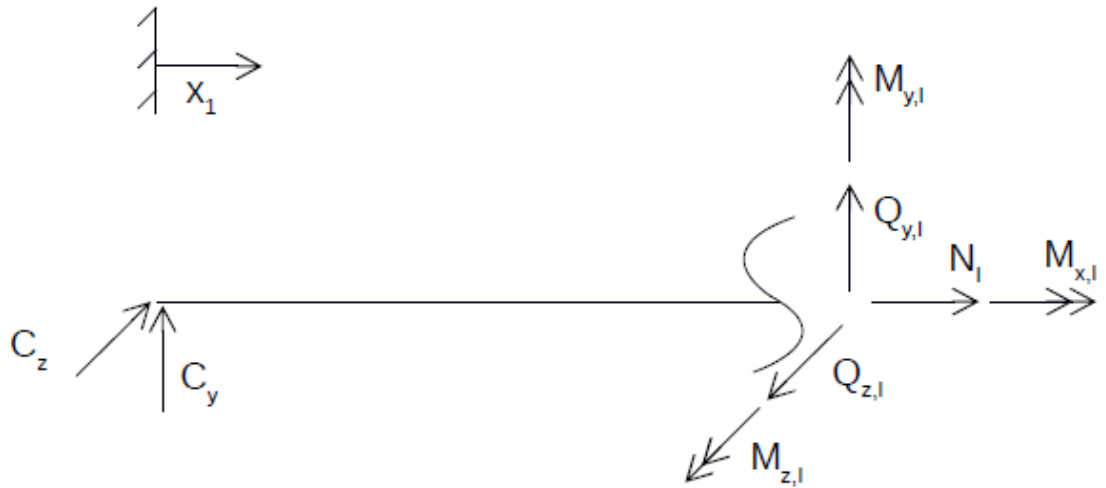
$$D_y = \underline{78,9 \text{ N}}$$

$$C_z = \underline{-2616,8 \text{ N}}$$

$$D_z = \underline{-1689,53 \text{ N}}$$

3.3 Berechnung der Schnittkraftverläufe

i) Bereich I: $0 \leq x_1 \leq l_1$



$$\sum F_x \stackrel{!}{=} 0 = N_I \quad \Rightarrow \quad N_I = 0 \text{ N}$$

$$\sum F_y \stackrel{!}{=} 0 = Q_{y,I} + C_y \quad \Rightarrow \quad Q_{y,I} = -C_y = 258 \text{ N}$$

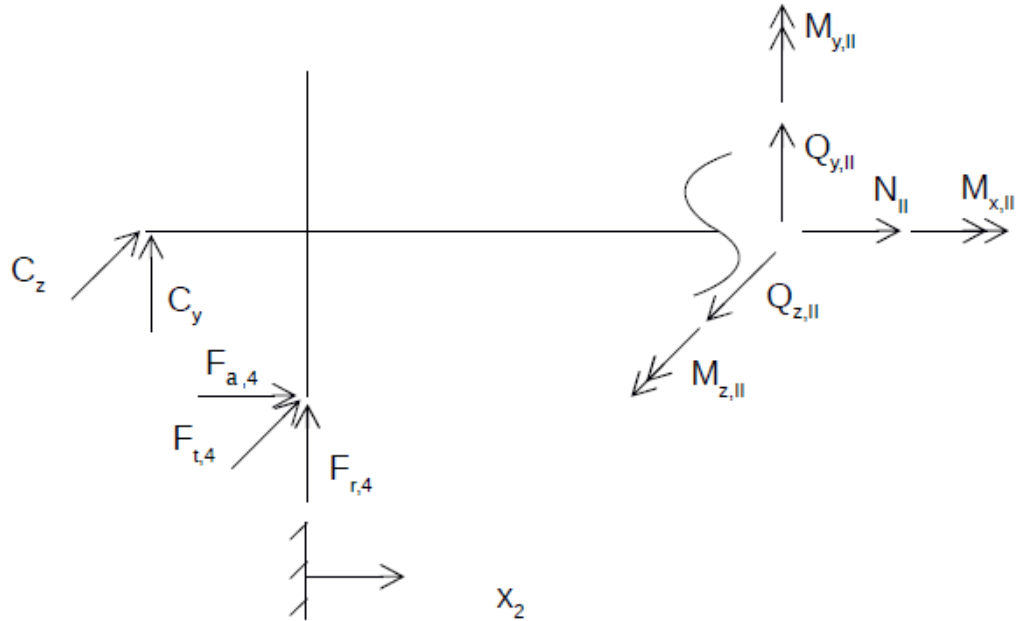
$$\sum F_z \stackrel{!}{=} 0 = Q_{z,I} - C_z \quad \Rightarrow \quad Q_{z,I} = C_z = -2616,8 \text{ N}$$

$$\sum M_x^{(P)} \stackrel{!}{=} 0 = M_{x,I} \quad \Rightarrow \quad M_{x,I} = 0 \text{ Nm}$$

$$\sum M_y^{(P)} \stackrel{!}{=} 0 = M_{y,I} - x_1 \cdot C_z \quad \Rightarrow \quad M_{y,I} = x_1 \cdot C_z = -2616,8 \text{ N} \cdot x_1$$

$$\sum M_z^{(P)} \stackrel{!}{=} 0 = M_{z,I} - x_1 \cdot C_y \quad \Rightarrow \quad M_{z,I} = x_1 \cdot C_y = -258 \text{ N} \cdot x_1$$

ii) Bereich II: $0 \leq x_2 \leq l_2$



$$\sum F_x \stackrel{!}{=} 0 = F_{a,4} + N_{II} \Rightarrow N_{II} = -F_{a,4} = -581,94 \text{ N}$$

$$\sum F_y \stackrel{!}{=} 0 = C_y + F_{r,4} + Q_{y,II} \Rightarrow Q_{y,II} = -C_y - F_{r,4} = -61,29 \text{ N}$$

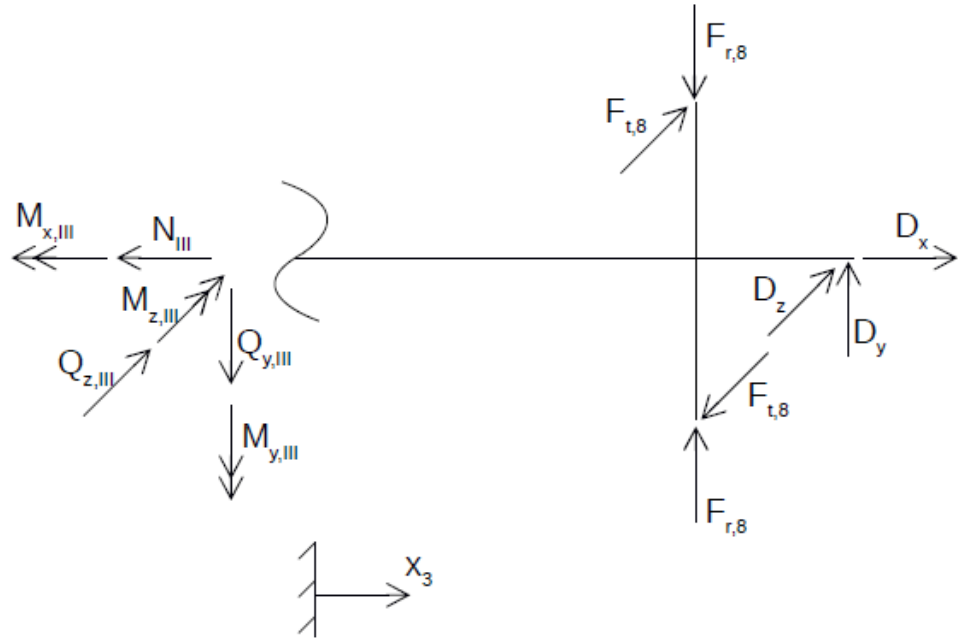
$$\sum F_z \stackrel{!}{=} 0 = -C_z - F_{t,4} + Q_{z,II} \Rightarrow Q_{z,II} = C_z + F_{t,4} = -1017,92 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} \sum M_x^{(P)} \stackrel{!}{=} 0 &= M_{x,II} + r_4 \cdot F_{t,4} \\ \Rightarrow M_{x,II} &= -\frac{d_4}{2} \cdot F_{t,4} = -71,5 \text{ Nm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_y^{(P)} \stackrel{!}{=} 0 &= M_{y,II} - x_2 \cdot F_{t,4} - (l_1 + x_2) \cdot C_z \\ \Rightarrow M_{y,II} &= (l_1 + x_2) \cdot C_z + x_2 \cdot F_{t,4} = -310,1 \text{ Nm} - 1017,92 \text{ N} \cdot x_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_z^{(P)} \stackrel{!}{=} 0 &= M_{z,II} + \frac{d_4}{2} \cdot F_{a,4} - x_2 \cdot F_{r,4} - (l_1 + x_2) \cdot C_y \\ \Rightarrow M_{z,II} &= -\frac{d_4}{2} \cdot F_{a,4} + x_2 \cdot F_{r,4} + (l_1 + x_2) \cdot C_y \\ &= -56,59 \text{ Nm} + 361,29 \text{ N} \cdot x_2 \end{aligned}$$

iii) Bereich III: $0 \leq x_3 \leq l_3$



$$\sum F_x \stackrel{!}{=} 0 = D_x - N_{\text{III}} \implies N_{\text{III}} = D_x = -581,94 \text{ N}$$

$$\sum F_y \stackrel{!}{=} 0 = D_y - Q_{y,\text{III}} - F_{r,8} + F_{r,8} \implies Q_{y,\text{III}} = D_y = 78,9 \text{ N}$$

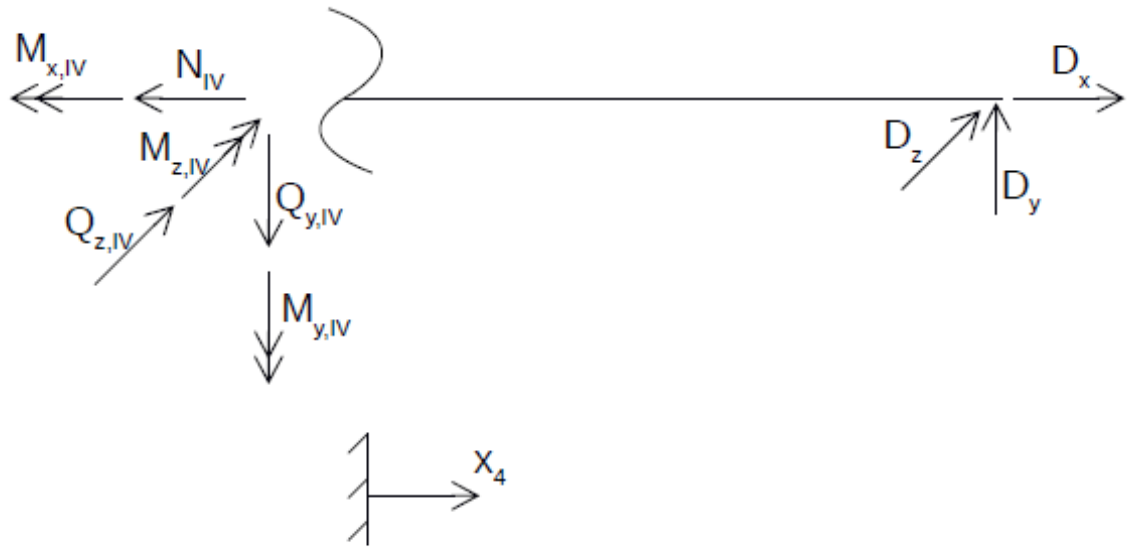
$$\sum F_z \stackrel{!}{=} 0 = -D_z - Q_{z,\text{III}} + F_{t,8} - F_{t,8} \implies Q_{z,\text{III}} = -D_z = 1689,53 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} \sum M_x^{(\text{P})} \stackrel{!}{=} 0 &= -M_{x,\text{III}} - 4 \cdot \frac{d_8}{2} \cdot F_{t,8} \\ \implies M_{x,\text{III}} &= -4 \cdot \frac{d_8}{2} \cdot F_{t,8} = -71,5 \text{ Nm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_y^{(\text{P})} \stackrel{!}{=} 0 &= -M_{y,\text{III}} + D_z \cdot (l_4 + (l_3 - x_3)) + F_{t,8} \cdot (l_3 - x_3) - F_{t,8} \cdot (l_3 - x_3) \\ \implies M_{y,\text{III}} &= (l_4 + (l_3 - x_3)) \cdot D_z = -540,65 \text{ Nm} + 1689,53 \text{ N} \cdot x_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_z^{(\text{P})} \stackrel{!}{=} 0 &= -M_{z,\text{III}} + D_y \cdot (l_4 + (l_3 - x_3)) + F_{r,8} \cdot (l_3 - x_3) - F_{r,8} \cdot (l_3 - x_3) \\ \implies M_{z,\text{III}} &= D_y \cdot (l_4 + (l_3 - x_3)) = 25,25 \text{ Nm} - 78,9 \text{ N} \cdot x_3 \end{aligned}$$

iv) Bereich IV: $0 \leq x_4 \leq l_4$



$$\sum F_x \stackrel{!}{=} 0 = D_x - N_{IV} \implies N_{IV} = D_x = -581,94 \text{ N}$$

$$\sum F_y \stackrel{!}{=} 0 = D_y - Q_{y,IV} \implies Q_{y,IV} = D_y = 78,9 \text{ N}$$

$$\sum F_z \stackrel{!}{=} 0 = -D_z - Q_{z,IV} \implies Q_{z,IV} = -D_z = 1689,53 \text{ N}$$

$$\sum M_x^{(P)} \stackrel{!}{=} 0 = -M_{x,IV} \implies M_{x,IV} = 0 \text{ Nm}$$

$$\begin{aligned} \sum M_y^{(P)} \stackrel{!}{=} 0 &= -M_{y,IV} + D_z \cdot (l_4 - x_4) \\ \implies M_{y,IV} &= (l_4 - x_4) \cdot D_z = -79,4 \text{ Nm} + 1689,53 \text{ N} \cdot x_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_z^{(P)} \stackrel{!}{=} 0 &= -M_{z,IV} + D_y \cdot (l_4 - x_4) \\ \implies M_{z,IV} &= D_y \cdot (l_4 - x_4) = 3,7 \text{ Nm} - 78,9 \text{ N} \cdot x_4 \end{aligned}$$

Eckwerte:

Bereich i)

$$N_I(0) = N_I(l_1) = 0 \text{ N}$$

$$Q_{y,I}(0) = Q_{y,I}(l_1) = 258 \text{ N}$$

$$Q_{z,I}(0) = Q_{z,I}(l_1) = -2616,8 \text{ N}$$

$$M_{x,I}(0) = M_{x,I}(l_1) = 0 \text{ Nm}$$

$$M_{y,I}(0) = 0 \text{ Nm}$$

$$M_{z,I}(0) = 0 \text{ Nm}$$

$$M_{y,I}(l_1) = -310,1 \text{ Nm}$$

$$M_{z,I}(l_1) = -30,57 \text{ Nm}$$

Bereich ii)

$$N_{II}(0) = N_{II}(l_2) = -581,94 \text{ N}$$

$$Q_{y,II}(0) = Q_{y,II}(l_2) = -61,29 \text{ N}$$

$$Q_{z,II}(0) = Q_{z,II}(l_2) = -1017,92 \text{ N}$$

$$M_{x,II}(0) = M_{x,II}(l_2) = -71,5 \text{ Nm}$$

$$M_{y,II}(0) = -310,1 \text{ Nm}$$

$$M_{z,II}(0) = -56,59 \text{ Nm}$$

$$M_{y,II}(l_2) = -540,65 \text{ Nm}$$

$$M_{z,II}(l_2) = 25,25 \text{ Nm}$$

Bereich iii)

$$N_{III}(0) = N_{III}(l_3) = -581,94 \text{ N}$$

$$Q_{y,III}(0) = Q_{y,III}(l_3) = 78,9 \text{ N}$$

$$Q_{z,III}(0) = Q_{z,III}(l_3) = 1689,53 \text{ N}$$

$$M_{x,III}(0) = M_{x,III}(l_3) = -71,5 \text{ Nm}$$

$$M_{y,III}(0) = -540,65 \text{ Nm}$$

$$M_{z,III}(0) = 25,25 \text{ Nm}$$

$$M_{y,III}(l_3) = -79,4 \text{ Nm}$$

$$M_{z,III}(l_3) = 3,7 \text{ Nm}$$

Bereich iv)

$$N_{\text{IV}}(0) = N_{\text{IV}}(l_3) = -581,94 \text{ N}$$

$$Q_{y,\text{IV}}(0) = Q_{y,\text{IV}}(l_3) = 78,9 \text{ N}$$

$$Q_{z,\text{IV}}(0) = Q_{z,\text{IV}}(l_3) = 1689,53 \text{ N}$$

$$M_{x,\text{IV}}(0) = M_{x,\text{IV}}(l_3) = 0 \text{ Nm}$$

$$M_{y,\text{IV}}(0) = -79,4 \text{ Nm}$$

$$M_{z,\text{IV}}(0) = 3,7 \text{ Nm}$$

$$M_{y,\text{IV}}(l_3) = 0 \text{ Nm}$$

$$M_{z,\text{IV}}(l_3) = 0 \text{ Nm}$$

3.4 Resultierende Momente

$$|M_{b,res}(x)| = \sqrt{(M_y(x))^2 + (M_z(x))^2}$$

Bereich i)

$$|M_{b,res}(x = 0)| = 0 \text{ Nm}$$

$$|M_{b,res}(x = l_1)| = 311,6 \text{ Nm}$$

Bereich ii)

$$|M_{b,res}(x = l_1)| = 315,22 \text{ Nm}$$

$$|M_{b,res}(x = l_1 + l_2)| = 541,24 \text{ Nm}$$

Bereich iii)

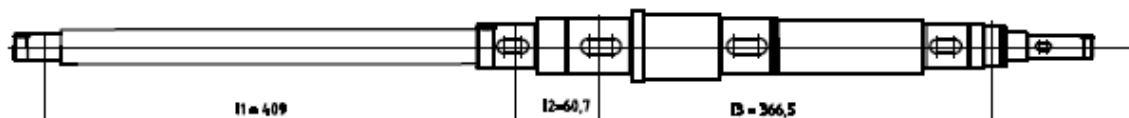
$$|M_{b,res}(x = l_1 + l_2)| = 541,24 \text{ Nm}$$

$$|M_{b,res}(x = l_1 + l_2 + l_3)| = 79,5 \text{ Nm}$$

Bereich iv)

$$|M_{b,res}(x = l_1 + l_2 + l_3)| = 79,5 \text{ Nm}$$

$$|M_{b,res}(x = l_{ges})| = 0 \text{ Nm}$$



4 Dauerfestigkeitsberechnung für Welle I

In diesem Kapitel werden die beiden am meisten gefährdeten Querschnitte der Welle I auf Dauerfestigkeit und bleibende Verformung untersucht. Der Sicherheitsfaktor sollte dabei nach DIN 743 mindestens $S_{min} = 1,2$ betragen.

4.1 Werkstoffkennwerte

Als Werkstoff wurde der Vergütungsstahl 34CrMo4 gewählt. Die folgenden Festigkeitswerte stammen aus der Tabelle A.4 der DIN 743 - 3.

$$R_{p0,2} = 800 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \sigma_S$$

$$R_m = 1000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \sigma_B$$

$$\sigma_{zdW} = 400 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{bW} = 500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{tW} = 300 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

4.2 Passfedernutberechnung

Der Durchmesser des gefährdeten Absatzes ist $d = 40$ mm. Die Sicherheit der Passfeder-Verbindung wird bei Umlaufbiegung und statischer Torsion berechnet. Da hier die Dauerfestigkeit betrachtet wird, wird mit dem im Betrieb wirksamen Torsionsmoment gerechnet anstatt den Sicherheitsfaktor der Kupplung mit einzubeziehen.

Als Bezugsdurchmesser wird $d_{BK} = 40$ mm verwendet.

Wirkende Spannungen (nach DIN 743 - 1 Tabelle 1)

$$\begin{aligned}\sigma_{zda} &= \frac{F_{zda}}{A} = \frac{N}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{2318,49 \text{ N}}{1256,6 \text{ mm}^2} = 1,85 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \\ \sigma_{ba} &= \frac{M_{ba}}{A} = \frac{|M_{b,res}(z = 409 \text{ mm})|}{\frac{\pi \cdot d^3}{32}} = \frac{235730 \text{ Nmm}}{6283,19 \text{ mm}^3} = 37,52 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \\ \tau_{ta} &= \frac{M_{ta}}{A} = \frac{M_I}{\frac{\pi \cdot d^3}{16}} = \frac{60170 \text{ Nmm}}{12566,37 \text{ mm}^3} = 4,79 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\end{aligned}$$

Gesamteinflussfaktor für Biegung

Die folgenden Formeln stammen, soweit nichts anderes vermerkt, aus der DIN 743 - 2.

- Technologischer Größeneinflussfaktor $K_1(d_{eff})$

mit $d_{eff} = 40 \text{ mm}$ und $d_B = 16 \text{ mm}$

$$\text{Streckgrenze Vergütungsstahl: } K_{1,Re}(d_{eff}) = 1 - 0,34 \lg\left(\frac{d_{eff}}{d_B}\right) = 0,865 \quad (14)$$

$$\text{Zugfestigkeit Vergütungsstahl: } K_{1,Rm}(d_{eff}) = 1 - 26 \lg\left(\frac{d_{eff}}{d_B}\right) = 0,897 \quad (12)$$

- Kerbwirkungszahl $\beta_\sigma(d_{BK})$

$$\begin{aligned}\sigma_B(d) &= \sigma_B \cdot K_{1,Rm}(d_{eff} = 40 \text{ mm}) = 897 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \\ \implies \beta_\sigma(d_{BK}) &= 2,89 \quad (\text{Tabelle 1})\end{aligned}$$

- Geometrischer Größeneinflussfaktor $K_3(d)$ (17)

$$\begin{aligned}K_3(d) &= 1 - 0,2 \cdot \lg(\beta_\sigma(d_{BK})) \cdot \frac{\lg(d/7,5 \text{ mm})}{\lg 20} \\ &= 0,949 \\ K_3(d_{BK}) &= 1 - 0,2 \cdot \lg(\beta_\sigma(d_{BK})) \cdot \frac{\lg(d_{BK}/7,5 \text{ mm})}{\lg 20} \\ &= 0,949\end{aligned}$$

- Kerbwirkungszahl β_σ für d (3)

$$\beta_\sigma = \beta_\sigma(d_{BK}) \cdot \frac{K_3(d_{BK})}{K_3(d)} = 2,89$$

- Geometrischer Größeneinflussfaktor $K_2(d)$ (16)

$$K_2(d) = 1 - 0,2 \cdot \frac{\lg(d/7,5 \text{ mm})}{\lg 20} = 0,888$$

- Einflussfaktor der Oberflächenrauheit (aus KL III ¹⁶ Abb. 6.4.9)

$$K_{F\sigma} = 0,88 \text{ mit } R_z = 6,3$$

- Einflussfaktor der Oberflächenverfestigung (aus KL III ¹⁷ Seite 172)

$$K_V = 1$$

- Gesamteinflussfaktor K_σ aus DIN 743 - 1 (8)

$$K_\sigma = \left(\frac{\beta_\sigma}{K_2(d)} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_V} = 3,39$$

Vorhandene Sicherheitszahl für Dauerfestigkeitsnachweis nach Belastungsfall 1

verwendete Formeln aus der DIN 743 - 1

- Vergleichsmittelspannung (23)

$$\begin{aligned}\sigma_{mv} &= \sqrt{\sigma_{bm}^2 + 3 \cdot \tau_{tm}^2} \\ \sigma_{bm} &= 0 \text{ (da Umlaufbiegung vorliegt)} \\ \tau_{tm} &= \tau_{ta} = 4,79 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \\ \implies \sigma_{mv} &= 8,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\end{aligned}$$

- Bauteilwecheselfestigkeit σ_{bWK} (6)

$$\begin{aligned}\sigma_{bWK} &= \frac{\sigma_{bW} \cdot K_{1,Rm}(d_{eff})}{K_\sigma} \\ &= \frac{500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 0,897}{3,39} = 132,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\end{aligned}$$

¹⁶Vgl. [Pol17a]

¹⁷Vgl. [Pol17a]

- Einflussfaktor der Mittelspannungsempfindlichkeit $\Psi_{b\sigma K}$ (21)

$$\begin{aligned}\Psi_{b\sigma K} &= \frac{\sigma_{bWK}}{2 \cdot K_{1,Rm}(d_{eff}) \cdot \sigma_B(d_B) - \sigma_{bWK}} \\ &= \frac{132,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{2 \cdot 0,897 \cdot 1000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} - 132,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 0,08\end{aligned}$$

- Spannungsamplitude der Bauteildauerfestigkeit σ_{bADK} (11)

$$\begin{aligned}\sigma_{bADK} &= \sigma_{bWK} - \Psi_{b\sigma K} \cdot \sigma_{mv} \\ &= 132,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} - 0,08 \cdot 8,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 131,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\end{aligned}$$

- vorhandene Sicherheitszahl S (3)

$$S = \frac{\sigma_{bADK}}{\sigma_{ba}} = \frac{131,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{37,52 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 3,5$$

Vorhandene Sicherheitszahl S für Nachweis gegen Überschreiten der Fließgrenze

verwendete Formeln aus der DIN 743 - 1

- Statische Stützwirkung K_{2F} für Biegung und Torsion nach Tabelle 3

$$K_{2F\sigma} = 1,2$$

$$K_{2F\tau} = 1,2$$

- Erhöhungsfaktor der Fließgrenze $\gamma_{F\sigma}$ nach Tabelle 2

$$\gamma_{F\sigma} = 1,1 \text{ (Beanspruchung Biegung bei } \beta_\sigma = 2,86)$$

$$\gamma_{F\tau} = 1$$

- Bauteilfließgrenze

$$\begin{aligned}\sigma_{bFK} &= K_{1,Re}(d_{eff}) \cdot K_{2F} \cdot \gamma_{F\sigma} \cdot \sigma_S(d_B) \\ &= 0,865 \cdot 1,2 \cdot 1,1 \cdot 800 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\end{aligned}\quad (31)$$

$$\begin{aligned}&= 913,44 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \\ \tau_{tFK} &= K_{1,Re}(d_{eff}) \cdot K_{2F} \cdot \gamma_{F\tau} \cdot \sigma_S(d_B) / \sqrt{3} \\ &= 0,865 \cdot 1,2 \cdot 1,1 \cdot 800 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} / \sqrt{3} \\ &= 479,43 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\end{aligned}\quad (32)$$

- Vorhandene Sicherheitszahl S Hier wird eine stoßartige Belastung der Passfeder angenommen, da es aufgrund der wirkenden Schnittkräfte an Welle II zu leichten Stößen kommen kann.

$$\begin{aligned}\sigma_{bmax} &= 1,5 \cdot \sigma_{ba} = 56,28 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \\ \tau_{tmax} &= 1,5 \cdot \tau_m = 7,19 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \\ S &= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{bmax}}{\sigma_{bFK}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{tmax}}{\tau_{tFK}}\right)^2}} \\ &= 15,8\end{aligned}\quad (25)$$

Die Berechnung zeigt, dass die Passfedernut gegen Dauerbruch und bleibende Verformung ausreichend ausgelegt wurde und somit der Belastung stand hält.

4.3 Freistichberechnung

Abmessungen:

$$\begin{aligned}
 D &= 50 \text{ mm} & \frac{r}{t} &= 0,15 \\
 d &= 39,4 \text{ mm} & \frac{r}{d} &= 0,02 \\
 r &= 0,8 \text{ mm} & \frac{d}{D} &= 0,788 \\
 t &= \frac{D-d}{2} = 5,3 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

Wirkende Spannungen (nach DIN 743 - 1 Tabelle 1)

$$\begin{aligned}
 \sigma_{zda} &= \frac{F_{zda}}{A} = \frac{N}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{2318,49 \text{ N}}{1219,22 \text{ mm}^2} = 1,9 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \\
 \sigma_{ba} &= \frac{M_{ba}}{A} = \frac{|M_{b,res}(z = 409 \text{ mm})|}{\frac{\pi \cdot d^3}{32}} = \frac{235730 \text{ Nmm}}{6004,66 \text{ mm}^3} = 39,26 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \\
 \tau_{ta} &= \frac{M_{ta}}{A} = \frac{M_I}{\frac{\pi \cdot d^3}{16}} = \frac{60170 \text{ Nmm}}{12009,32 \text{ mm}^3} = 5,01 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}
 \end{aligned}$$

Gesamteinflussfaktor

Die folgenden Formeln stammen, soweit nichts anderes vermerkt, aus der DIN 743 - 2.

- Bezogenes Spannungsgefälle G' (Tabelle 2)

$$\begin{aligned}
 \text{Hilfsgröße } \Phi &= \frac{1}{4 \cdot \sqrt{\frac{t}{r}} + 2} = 0,08 \\
 G'_{ZD} &= \frac{2,3 \cdot (1 + \Phi)}{r} = 3,12 \frac{1}{\text{mm}} \\
 G'_B &= G'_{ZD} = 3,12 \frac{1}{\text{mm}} \\
 G'_T &= \frac{1,15}{r} = 1,44 \frac{1}{\text{mm}}
 \end{aligned}$$

- Technologischer Größeneinflussfaktor $K_1(d_{eff})$

zur Vereinfachung wird angenommen $d_{eff} = D = 50 \text{ mm}$ und $d_B = 16 \text{ mm}$

Streckgrenze Vergütungsstahl: $K_{1,Re}(d_{eff}) = 1 - 0,34 \lg \left(\frac{d_{eff}}{d_B} \right) = 0,83$ (14)

Zugfestigkeit Vergütungsstahl: $K_{1,Rm}(d_{eff}) = 1 - 26 \lg \left(\frac{d_{eff}}{d_B} \right) = 0,87$ (12)

- Formzahl α

$$\alpha_{\sigma ZD} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,62 \cdot \frac{r}{t} + 7 \cdot \frac{r}{d} (1 + 2 \cdot \frac{r}{d})^2}} = 3,02 \quad (\text{Bild 8})$$

$$\alpha_{\sigma B} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,62 \cdot \frac{r}{t} + 11,6 \cdot \frac{r}{d} (1 + 2 \cdot \frac{r}{d})^2 + 0,2 \cdot (\frac{r}{t})^3 \cdot \frac{d}{D}}} = 2,7 \quad (\text{Bild 9})$$

$$\alpha_{\tau} = 1 + \frac{1}{\sqrt{3,4 \cdot \frac{r}{t} + 38 \cdot \frac{r}{d} (1 + 2 \cdot \frac{r}{d})^2 + (\frac{r}{t})^2 \cdot \frac{d}{D}}} = 1,86 \quad (\text{Bild 10})$$

- Stützziffer n (5)

$$n = 1 + \sqrt{G' \cdot \text{mm}} \cdot 10^{-\left(0,33 + \frac{\sigma_S(d)}{712 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}\right)}$$

$$\text{mit } \sigma_S(d) = K_{1,Re}(d_{eff}) \cdot \sigma_S(d_B)$$

$$= 0,83 \cdot 800 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 664 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$n_{ZD} = n_B = 1 + \sqrt{3,12} \cdot 10^{-(0,33 + \frac{664}{712})}$$

$$= 1,1$$

$$n_{\tau} = 1 + \sqrt{1,44} \cdot 10^{-(0,33 + \frac{664}{712})}$$

$$= 1,07$$

Formel für σ_S aus Skript KL III ¹⁸ S.168

- Kerbwirkungszahl β (4)

$$\beta_{\sigma ZD} = \frac{\alpha_{\sigma ZD}}{n_{ZD}} = 2,75$$

$$\beta_{\sigma B} = \frac{\alpha_{\sigma B}}{n_B} = 2,45$$

$$\beta_{\tau} = \frac{\alpha_{\sigma \tau}}{n_{\tau}} = 1,74$$

¹⁸Vgl. [Pol17a]

- Geometrischer Größeneinflussfaktor $K_2(d)$

$$\text{Zug/Druck: } K_{2ZD}(d) = 1 \quad (15)$$

$$\text{Biegung/Torsion: } K_{2B,\tau}(d) = 1 - 0,2 \cdot \frac{\lg(d/7,5 \text{ mm})}{\lg 20} = 0,89 \quad (16)$$

- Einflussfaktor der Oberflächenrauheit $K_{F\sigma,\tau}$ (Skript KL III ¹⁹ S.171)

$$\text{Zug/Druck \& Biegung: } K_{F\sigma} = 1 - 0,22 \cdot \lg\left(\frac{Rz}{\mu m}\right) \cdot \left(\lg\left(\frac{\sigma_B(d)}{20} \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right) - 1\right) \quad (18)$$

$$\text{mit } \sigma_B(d) = K_{1,Re}(d_{eff}) \cdot \sigma_B(d_B)$$

$$= 0,83 \cdot 1000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 830 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\implies K_{F\sigma} = 0,89$$

$$\text{Torsion: } K_{F\tau} = 0,575 \cdot K_{F\sigma} + 0,425 = 0,937 \quad (19)$$

- Einflussfaktor der Oberflächenverfestigung (aus KL III ²⁰ Seite 172)

$$K_V = 1$$

- Gesamteinflussfaktor K_σ nach DIN 743 - 1

$$\text{Zug/Druck: } K_{\sigma ZD} = \left(\frac{\beta_{\sigma ZD}}{K_{2ZD}(d)} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1\right) \cdot \frac{1}{K_V} \quad (8)$$

$$= \left(\frac{2,75}{1} + \frac{1}{0,89} - 1\right) \cdot \frac{1}{1}$$

$$= 2,87$$

$$\text{Biegung: } K_{\sigma B} = \left(\frac{\beta_{\sigma B}}{K_{2B}(d)} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1\right) \cdot \frac{1}{K_V} \quad (8)$$

$$= \left(\frac{2,45}{0,89} + \frac{1}{0,89} - 1\right) \cdot \frac{1}{1}$$

$$= 2,88$$

$$\text{Torsion: } K_\tau = \left(\frac{\beta_\tau}{K_{2\tau}(d)} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1\right) \cdot \frac{1}{K_V} \quad (9)$$

$$= \left(\frac{1,74}{0,89} + \frac{1}{0,937} - 1\right) \cdot \frac{1}{1}$$

$$= 2,02$$

¹⁹Vgl. [Pol17a]

²⁰Vgl. [Pol17a]

Vorhandene Sicherheitszahl für Dauerfestigkeitsnachweis nach Belastungsfall 1

verwendete Formeln aus der DIN 743 - 1

- Vergleichsmittelspannung

$$\sigma_{mv} = \sqrt{(\sigma_{zdm} + \sigma_{bm})^2 + 3 \cdot \tau_{tm}^2} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{(1,9 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} + 0)^2 + 3 \cdot (5,01 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2})^2} \\ &= 8,88 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \\ \tau_{mv} &= \frac{\sigma_{mv}}{\sqrt{3}} = 5,13 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \end{aligned} \quad (24)$$

- Bauteilwecheselfestigkeit σ_{WK}

$$\begin{aligned} \sigma_{zdWK} &= \frac{\sigma_{zdW} \cdot K_{1,Rm}(d_{eff})}{K_{\sigma ZD}} \\ &= \frac{400 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 0,87}{2,87} = 121,25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{bWK} &= \frac{\sigma_{bW} \cdot K_{1,Rm}(d_{eff})}{K_{\sigma B}} \\ &= \frac{500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 0,87}{2,88} = 135,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \tau_{tWK} &= \frac{\tau_{tW} \cdot K_{1,Rm}(d_{eff})}{K_{\tau}} \\ &= \frac{300 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 0,87}{2,02} = 129,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \end{aligned} \quad (7)$$

- Einflussfaktor der Mittelspannungsempfindlichkeit Ψ_K

$$\begin{aligned} \Psi_{zd\sigma K} &= \frac{\sigma_{zdWK}}{2 \cdot K_{1,Rm}(d_{eff}) \cdot \sigma_B(d_B) - \sigma_{zdWK}} \\ &= \frac{121,25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{2 \cdot 0,87 \cdot 1000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} - 121,25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 0,075 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{b\sigma K} &= \frac{\sigma_{bWK}}{2 \cdot K_{1,Rm}(d_{eff}) \cdot \sigma_B(d_B) - \sigma_{bWK}} \\ &= \frac{135,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{2 \cdot 0,87 \cdot 1000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} - 135,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 0,08 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{\tau K} &= \frac{\tau_{tWK}}{2 \cdot K_{1,Rm}(d_{eff}) \cdot \sigma_B(d_B) - \tau_{tWK}} \\ &= \frac{129,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{2 \cdot 0,87 \cdot 1000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} - 129,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 0,08 \end{aligned} \quad (22)$$

- Spannungsamplitude der Bauteildauerfestigkeit

$$\begin{aligned}\sigma_{zdADK} &= \sigma_{zdWK} - \Psi_{zd\sigma K} \cdot \sigma_{mv} \\ &= 121,25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} - 0,075 \cdot 8,88 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 120,58 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\end{aligned}\quad (10)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{bADK} &= \sigma_{bWK} - \Psi_{b\sigma K} \cdot \sigma_{mv} \\ &= 135,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} - 0,08 \cdot 8,88 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 134,69 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\end{aligned}\quad (11)$$

$$\begin{aligned}\tau_{tADK} &= \tau_{tWK} - \Psi_{\tau K} \cdot \tau_{mv} \\ &= 129,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} - 0,08 \cdot 5,13 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 128,79 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\end{aligned}\quad (12)$$

- vorhandene Sicherheitszahl S

$$\begin{aligned}S &= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{zda}}{\sigma_{zdADK}} + \frac{\sigma_{ba}}{\sigma_{bADK}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{ta}}{\tau_{tADK}}\right)^2}} \\ S &= 3,23\end{aligned}\quad (2)$$

Vorhandene Sicherheitszahl S für Nachweis gegen Überschreiten der Fließgrenze

verwendete Formeln aus der DIN 743 - 1

- Statische Stützwirkung K_{2F} nach Tabelle 3

$$K_{2F\sigma zd} = 1$$

$$K_{2F\sigma b} = 1,2$$

$$K_{2F\tau} = 1,2$$

- Erhöhungsfaktor der Fließgrenze γ_F nach Tabelle 2

$$\gamma_{F\sigma} = 1,1 \text{ (Für } \beta_{\sigma} = 2,0 \text{ bis } 3,0)$$

$$\gamma_{F\tau} = 1$$

- Bauteilfließgrenze

$$\sigma_{zd,bFK} = K_{1,Re}(d_{eff}) \cdot K_{2F\sigma} \cdot \gamma_{F\sigma} \cdot \sigma_S(d_B) \quad (31)$$

$$\sigma_{zdFK} = 0,83 \cdot 1 \cdot 1,1 \cdot 800 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$= 730 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{bFK} = 0,83 \cdot 1,2 \cdot 1,1 \cdot 800 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$= 876,48 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{tFK} = K_{1,Re}(d_{eff}) \cdot K_{2F\tau} \cdot \gamma_{F\tau} \cdot \sigma_S(d_B) / \sqrt{3} \quad (32)$$

$$= 0,83 \cdot 1,2 \cdot 1,1 \cdot 800 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} / \sqrt{3}$$

$$= 460 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

- Vorhandene Sicherheitszahl S Für diesen Fall wird mit den wirkenden Spannungsamplituden als maximale Spannungen gerechnet, da keine stoßartige Belastung angenommen wird.

$$S = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{zdmax}}{\sigma_{zdFK}} + \frac{\sigma_{bmax}}{\sigma_{bFK}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{tmax}}{\tau_{tFK}}\right)^2}} \quad (25)$$

$$= 20,56$$

Die Schwachstelle 2, also der Freistich, ist ebenfalls gegen Dauerbruch und plastische Verformung ausreichend ausgelegt.

5 Lagerlebensdauerberechnung

5.1 Berechnung der Lagerkräfte im Gang 1

Der folgende Rechenweg entspricht dem aus den Kapiteln 3.1 und 3.2. Anstelle des Zahnrades 6 wird nun Zahnrad 4 betrachtet, da dieses im 1. Gang im Eingriff ist.

- Auf die Zahnräder wirkende Kräfte:

$$M_8 = \frac{P_{c,1}}{2\pi \cdot n_{an}} = \frac{3311,85 \text{ W}}{2\pi \cdot 1200 \frac{1}{60 \text{ s}}} = 26,35 \text{ Nm}$$

$$d_{m,8} = d_8 - b_8 \cdot \sin \delta_8 = 124 \text{ mm} - 30 \text{ mm} \cdot \sin(36,13^\circ) = 106,31 \text{ mm}$$

$$F_{tm,8} = \frac{2 \cdot M_8}{d_{m,8}} = \frac{2 \cdot 26,35 \text{ Nm}}{0,10631 \text{ m}} = 495,72 \text{ N}$$

$$F_{r,8} = F_{tm,8} \cdot \tan \alpha \cdot \cos \delta_8 = 145,73 \text{ N}$$

$$F_{a,8} = F_{tm,8} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \delta_8 = 106,38 \text{ N}$$

$$M_4 = \frac{P_{IV,1}}{2\pi \cdot n_{an}} = \frac{21,89 \text{ W}}{2\pi \cdot 1200 \frac{1}{60 \text{ s}}} = 0,17 \text{ Nm}$$

$$F_{t,4} = \frac{2 \cdot M_4}{d_4} = \frac{2 \cdot 0,17 \text{ Nm}}{0,085 \text{ m}} = 4 \text{ N}$$

$$F_{r,4} = F_{t,6} \cdot \tan \alpha = 4 \text{ N} \cdot \tan(20^\circ) = 1,46 \text{ N}$$

$$F_{a,4} = 0 \text{ N}$$

- Berechnung der Lagerkräfte:

Gegebene Werte:

$$l_1 = 409 \text{ mm}, \quad l_2 = 205 \text{ mm}, \quad l_3 = 194,2 \text{ mm}$$

$$l_{\text{ges}} = 808,2 \text{ mm}, \quad F_K = 2318,49 \text{ N}$$

$$\sum F_z \stackrel{!}{=} 0 = A_z + F_{a,8} - F_K \implies A_z = -F_{a,8} + F_K = 2212,11 \text{ N}$$

$$\sum F_y \stackrel{!}{=} 0 = -A_y - B_y - F_{t,4} + F_{t,8}$$

$$\sum F_x \stackrel{!}{=} 0 = A_x + B_x - F_{r,8} + F_{r,6}$$

$$\sum M_y^{(A)} \stackrel{!}{=} 0 = l_1 \cdot F_{r,4} - (l_1 + l_2) \cdot F_{r,6} + \frac{d_{m,8}}{2} \cdot F_{a,8} - l_{\text{ges}} \cdot B_x$$

$$\implies B_x = \frac{F_{r,8} \cdot l_1 + F_{a,8} \cdot \frac{d_{m,8}}{2} - F_{r,4} \cdot (l_1 + l_2)}{l_{\text{ges}}} = 79,64 \text{ N}$$

$$\implies A_x = F_{r,8} - F_{r,4} - B_x = 64,63 \text{ N}$$

$$\sum M_x^{(A)} \stackrel{!}{=} 0 = l_{\text{ges}} \cdot B_y - l_1 \cdot F_{t,8} + (l_1 + l_2) \cdot F_{t,4}$$

$$\implies B_y = \frac{l_1 \cdot F_{t,8} - (l_1 + l_2) \cdot F_{t,4}}{l_{\text{ges}}} = 247,83 \text{ N}$$

$$\implies A_y = F_{t,8} - B_y - F_{t,4} = 243,89 \text{ N}$$

$$A_x = \underline{64,63 \text{ N}}$$

$$B_x = \underline{79,64 \text{ N}}$$

$$A_y = \underline{243,89 \text{ N}}$$

$$B_y = \underline{247,83 \text{ N}}$$

$$A_z = \underline{2212,11 \text{ N}}$$

5.2 Berechnung der äquivalenten dynamischen Lagerbelastung

Die Formeln für die Berechnung stammen aus dem Skript KL III²¹ Seite 73 bis 74. Die Werte für die statische und dynamisch Tragzahl stammen aus dem Tabellenbuch Roloff/-Matek²² Seite 152.

Gang 1, Festlager:

2 Schrägkugellager in X-Anordnung, DIN 628-7205B

- gegebene Werte:

n_{an}	$= 1200 \frac{1}{\text{min}}$
statische Tragzahl Einzellager $C_{0,Einzel}$	$= 9300 \text{ N}$
statische Tragzahl C_0	$= 2 \cdot C_{0,Einzel} = 18600 \text{ N}$
dynamische Tragzahl Einzellager C_{Einzel}	$= 14600 \text{ N}$
dynamische Tragzahl C	$= 1,62 \cdot C_{Einzel} = 23652 \text{ N}$
Lebensdauerexponent p	$= 3 \text{ (für Wälzlager)}$
F_{Ax}	$= 64,63 \text{ N}$
F_{Ay}	$= 243,89 \text{ N}$
F_{Az}	$= 2212,11 \text{ N}$

- Berechnung der äquivalenten dynamischen Belastung

dynamische radiale Lagerkraft F_r	$= \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = 252,3 \text{ N}$
dynamische axiale Lagerkraft F_a	$= F_{Az} = 2212,11 \text{ N}$
Belastungsfaktor e	$= 1,14 \text{ (für Schrägkugellager)}$

$$\frac{F_a}{F_r} = 8,77 \implies \frac{F_a}{F_r} > e$$

²¹Vgl. [Pol17a]

²²Vgl. [Wit+15]

Deshalb folgt aus Tabelle 2.9 im Skript KL III²³ : $X = 0,57$, $Y = 0,93$
 Die äquivalente dynamische Belastung ergibt sich zu:

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a = 2201,1 \text{ N}$$

Gang 1, Loslager:

Rillenkugellager, DIN 625-6007

- gegebene Werte:

n_{an}	$= 1200 \frac{1}{\text{min}}$
statische Tragzahl C_0	$= 10200 \text{ N}$
dynamische Tragzahl C	$= 16000 \text{ N}$
Lebensdauerexponent p	$= 3$
F_{Bx}	$= 79,64 \text{ N}$
F_{By}	$= 247,83 \text{ N}$

- Berechnung der äquivalenten dynamischen Belastung

dynamische radiale Lagerkraft F_r	$= \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = 260,31 \text{ N}$
dynamische axiale Lagerkraft F_a	$= F_{Bz} = 0 \text{ N}$

Da es sich um eine reine Radialbelastung handelt, ergeben sich der Radial- und Axialfaktor zu: $X = 1$ und $Y = 0$

Daraus ergibt sich die äquivalente dynamische Lagerbelastung zu:

$$P = X \cdot F_r = 260,31 \text{ N}$$

²³Vgl. [Pol17a]

Gang 2, Festlager:

2 Schrägkugellager in X-Anordnung, DIN 628-7205B

- gegebene Werte:

n_{an}	$= 1200 \frac{1}{\text{min}}$
statische Tragzahl Einzellager $C_{0,Einzel}$	$= 9300 \text{ N}$
statische Tragzahl C_0	$= 2 \cdot C_{0,Einzel} = 18600 \text{ N}$
dynamische Tragzahl Einzellager C_{Einzel}	$= 14600 \text{ N}$
dynamische Tragzahl C	$= 1,62 \cdot C_{Einzel} = 23652 \text{ N}$
Lebensdauerexponent p	$= 3$
F_{Ax}	$= 145,44 \text{ N}$
F_{Ay}	$= 548,63 \text{ N}$
F_{Az}	$= 2078,59 \text{ N}$

- Berechnung der äquivalenten dynamischen Belastung

dynamische radiale Lagerkraft F_r	$= \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = 567,58 \text{ N}$
dynamische axiale Lagerkraft F_a	$= F_{Az} = 2078,59 \text{ N}$
Belastungsfaktor e	$= 1,14$ (für Schrägkugellager)

$$\frac{F_a}{F_r} = 3,66 \implies \frac{F_a}{F_r} > e$$

Deshalb folgt aus Tabelle 2.9 im Skript KL III²⁴ : $X = 0,57$, $Y = 0,93$

Die äquivalente dynamische Belastung ergibt sich zu:

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a = 2256,6 \text{ N}$$

²⁴Vgl. [Pol17a]

Gang 2, Loslager:

Rillenkugellager, DIN 625-6007

- gegebene Werte:

n_{an}	$= 1200 \frac{1}{\text{min}}$
statische Tragzahl C_0	$= 10200 \text{ N}$
dynamische Tragzahl C	$= 16000 \text{ N}$
Lebensdauerexponent p	$= 3$
F_{Bx}	$= 180,11 \text{ N}$
F_{By}	$= 560,8 \text{ N}$

- Berechnung der äquivalenten dynamischen Belastung

dynamische radiale Lagerkraft F_r	$= \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = 589 \text{ N}$
dynamische axiale Lagerkraft F_a	$= F_{Bz} = 0 \text{ N}$

Da es sich um eine reine Radialbelastung handelt, ergeben sich der Radial- und Axialfaktor zu: $X = 1$ und $Y = 0$

Daraus ergibt sich die äquivalente dynamische Lagerbelastung zu:

$$P = X \cdot F_r = 589 \text{ N}$$

5.3 Bestimmung der Lastkollektive und der Lebensdauer

Die Formeln für die Berechnung stammen aus dem Skript KL III²⁵ Seite 76

Lastkollektiv Festlager

$$\begin{aligned}
 n_m &= 1200 \frac{1}{\min}, \text{ da die Drehzahl in beiden Gängen gleich ist} \\
 P_{\text{äq}} &= \sqrt[p]{P_1^p \cdot \frac{n_1}{n_m} \cdot \frac{q_1}{100\%} + P_2^p \cdot \frac{n_2}{n_m} \cdot \frac{q_2}{100\%}} \text{ mit } q_1 = 70 \text{ und } q_2 = 30 \\
 &= \sqrt[3]{(2201,1 \text{ N})^3 \cdot \frac{1200}{1200} \cdot \frac{70\%}{100\%} + (2256,6 \text{ N})^3 \cdot \frac{1200}{1200} \cdot \frac{30\%}{100\%}} = 2218,04 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Lastkollektiv Loslager

$$\begin{aligned}
 n_m &= 1200 \frac{1}{\min}, \text{ da die Drehzahl in beiden Gängen gleich ist} \\
 P_{\text{äq}} &= \sqrt[p]{P_1^p \cdot \frac{n_1}{n_m} \cdot \frac{q_1}{100\%} + P_2^p \cdot \frac{n_2}{n_m} \cdot \frac{q_2}{100\%}} \text{ mit } q_1 = 70 \text{ und } q_2 = 30 \\
 &= \sqrt[3]{(260,31 \text{ N})^3 \cdot \frac{1200}{1200} \cdot \frac{70\%}{100\%} + (589 \text{ N})^3 \cdot \frac{1200}{1200} \cdot \frac{30\%}{100\%}} = 419,17 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Lebensdauer Festlager

$$L_{10h} = \left(\frac{C}{P_{\text{äq}}} \right)^p \cdot \frac{10^6}{n \cdot 60} = \left(\frac{23652 \text{ N}}{2218,04 \text{ N}} \right)^3 \cdot \frac{10^6}{1200 \cdot \frac{1}{\min} \cdot 60} = 16840,81 \text{ h} = 1,92 \text{ a}$$

Lebensdauer Festlager

$$L_{10h} = \left(\frac{C}{P_{\text{äq}}} \right)^p \cdot \frac{10^6}{n \cdot 60} = \left(\frac{16000 \text{ N}}{419,17 \text{ N}} \right)^3 \cdot \frac{10^6}{1200 \cdot \frac{1}{\min} \cdot 60} = 772425,98 \text{ h} = 88,18 \text{ a}$$

²⁵Vgl. [Pol17a]

6 Schwachstellenberechnung

6.1 Berechnung Welle-Nabe-Verbindungen

In diesem Kapitel wird die maximale Flächenpressung für jede Passfederverbindung berechnet. Dieses wird anschließend mit der durch den Werkstoff vorgegebenen zulässigen Pressung verglichen. Als Sicherheitsfaktor wird $S=1,5$ gewählt.

- Zulässige Flächenpressung (Skript KL IV²⁶ S. 56)

$$\text{Werkstoff C45: } R_{e,min} = 430 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ bei } d \leq 40 \text{ mm}$$

$$R_{e,min} = 370 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ bei } d > 40 \text{ mm}$$

$$p_{zul} = 0,9 \cdot R_{e,min}$$

$$p_{zul} = 387 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ für } d \leq 40 \text{ mm}$$

$$p_{zul} = 330 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ für } d > 40 \text{ mm}$$

- maximale Flächenpressung (Skript KL IV²⁷ S. 55 - 56)

$$p_m = \frac{2 \cdot c_B \cdot T}{d \cdot h' \cdot l' \cdot n \cdot \phi}$$

$$\text{für alle Passfedern gilt: } n = 1$$

$$\phi = 1$$

$$c_B = 1 \text{ (leichte Stöße, Tabelle 3.2 aus Skript KL IV)}$$

$$l' = l - b \text{ wenn } l' \leq 1,2 \cdot d \quad \implies \text{sonst setze } l' = 1,2 \cdot d$$

$$h' = 0,45 \cdot h$$

²⁶Vgl. [Pol17b]

²⁷Vgl. [Pol17b]

Als Beispiel wird Passfeder 2 (Positionsnummer 39) auf Welle II berechnet:

$$M = 1,5 \cdot T_{II,4,S} = 1,5 \cdot 71,47 \text{ Nm} = 107,21 \text{ Nm}$$

$$d = 35 \text{ mm}$$

$$l = 22 \text{ mm}$$

$$h = 8 \text{ mm}$$

$$b = 10 \text{ mm}$$

$$l' = 12 \text{ mm}$$

$$h' = 3,6 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow p_m = \frac{2 \cdot 1,1 \cdot 107210 \text{ Nmm}}{35 \text{ mm} \cdot 3,6 \text{ mm} \cdot 12 \text{ mm} \cdot 1 \cdot 1} = 155,99 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$p_m < p_{zul} = 387 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Als weiteres Beispiel wird die Passfeder 1 (Positionsnummer 15) auf Welle I berechnet, da hier je nachdem, welche Zahnräder im Eingriff sind, unterschiedliche Längen der Passfeder beansprucht werden:

$$d = 30 \text{ mm}$$

$$h = 7 \text{ mm}$$

$$b = 8 \text{ mm}$$

$$h' = 3,15 \text{ mm}$$

$$\text{Z1/Z2:} \quad l_1 = 40 \text{ mm}, l'_1 = 32 \text{ mm}$$

$$M_1 = 1,5 \cdot T_{I,2,S} = 1,5 \cdot 16,32 \text{ Nm} = 24,48 \text{ Nm}$$

$$\Rightarrow p_{m,1} = 17,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\text{Z1/Z3:} \quad l_2 = 54 \text{ mm}, l'_2 = 46 \text{ mm}$$

$$M_2 = 1,5 \cdot T_{I,4,S} = 1,5 \cdot 95,29 \text{ Nm} = 142,94 \text{ Nm}$$

$$\Rightarrow p_{m,2} = 72,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Alle weiteren Werte der Passfederberechnung sind in der folgenden Tabelle dargestellt.
Alle Längen werden in der Einheit Millimeter angegeben.

Passfeder	Pos. Nr.	Welle	d	l	b	h	l'	h'	T(Nm)	$p_m(\frac{N}{mm^2})$
1, bei Z_1 (Eingriff Z2)	19	I	30	40	8	7	32	3,15	24,28	17,8
1, bei Z_1 (Eingriff Z2)	19	I	30	54	8	7	46	3,15	142,94	72,3
2, bei Z_4	39	II	35	22	10	8	12	3,6	107,21	155,99
3, bei Z_2	102	II	42	32	12	8	20	3,6	107,21	78
4, bei Z_8	39	II	35	22	10	8	12	3,6	107,21	155,99
5, bei Kupplung	127	IV	55	28	16	10	66	4,5	268,99	36,23
6, bei Kupplung	118	IV	85	20	12	8	8	3,6	268,99	241,74
7, bei Z_{11}	75	V	40	28	12	8	16	3,6	268,99	256,85
8, bei Z_{12}	94	VI	40	28	12	8	16	3,6	268,99	256,85

Da bei allen Passfedern gilt $p_m < p_{zul}$ halten die Passfedern der Belastung stand.

6.2 Berechnung der Schraubenverbindungen

6.2.1 Verschraubung Lagerdeckel

Da an allen Festlagern dieselben Schrauben verwendet wurden, muss nur die Schraubenverbindung mit der höchsten Belastung berechnet werden. Diese ergibt sich durch die Axialkraft, die auf die jeweilige Welle wirkt. Wegen der Kupplungskraft, die aufgrund der Konuskupplung als Normalkraft in die Welle eingeleitet wird, ist die Welle I am höchsten belastet. Da das Loslager keine Axialkräfte aufnehmen kann, muss die Schraubenverbindung an diesem Lagerdeckel nicht berechnet werden. Aus diesen Gründen wird im Folgenden die Schraubenverbindung des Lagerdeckels am Festlager der Welle I berechnet.

Kräfte

$$F_A = F_K - F_{a,8} = 2078,59 \text{ N}$$

Betriebskraft pro Schraube: $F_B = \frac{F_A}{Z} = \frac{2078,59 \text{ N}}{4} = 519,65 \text{ N}$

Vorspannungsverhältnis soll im Bereich $\frac{F_V}{F_B} = 2,5 \dots 3,5$ liegen (siehe Skript KL IV ²⁸ Seite 37).

Wähle Faktor 2,5 $\implies F_V = 2,5 \cdot F_B = 1299,12 \text{ N}$

²⁸Vgl. [Pol17b]

Schraubendaten

Sechskantschraube M5x25 nach DIN EN ISO 4014, Festigkeitsklasse 8.8

$$R_m = 800 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$R_e = 8 \cdot 8 \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 640 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Nenndurchmesser: $d = 5 \text{ mm}$

$$\text{Nennquerschnitt: } A_N = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 19,63 \text{ mm}^2$$

Steigung: $P = 0,8 \text{ mm}$

Flankendurchmesser: $d_2 = 4,48 \text{ mm}$

Kerndurchmesser: $d_3 = 4,02 \text{ mm}$

Flankenwinkel: $\beta = 60^\circ$

$$\text{Kernquerschnitt: } A_3 = \frac{\pi \cdot d_3^2}{4} = 12,69 \text{ mm}^2$$

Spannungsquerschnitt: $A_S = 14,2 \text{ mm}^2$

Schlüsselweite: $S = 8 \text{ mm}$

Durchmesser Durchgangsbohrung: $D_B = 5,5 \text{ mm}$ (DIN EN 20273)

Vorspannen

Formeln aus dem Skript KL IV ²⁹ Seite 37 bis 39, Reibwerte aus dem Anhang A.1.5 und A.1.6

Anzugsmoment

- Bestimmung Gewindereibmoment:

$$M_{RG} = F_U \cdot \frac{d_2}{2} = F_V \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \tan(\phi + p')$$

$$\tan(\phi) = \frac{P}{d_2 \cdot \pi} \implies \phi = 3,25^\circ$$

$$\tan(p') = \frac{\mu_G}{\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)} \text{ mit } \mu_G = 0,14 \implies p' = 9,18^\circ$$

$$\implies \text{einsetzen liefert: } M_{RG} = 0,6414 \text{ Nm} = 641,4 \text{ Nmm}$$

- Bestimmung Kopfreibmoment:

$$M_{RK} = F_V \cdot \mu_K \cdot \frac{d_R}{2} \text{ mit } \mu_K = 0,14$$

$$d_R = \frac{S + D_B}{2} = 6,75 \text{ mm}$$

$$\implies \text{einsetzen liefert: } M_{RK} = 0,6138 \text{ Nm} = 613,8 \text{ Nmm}$$

- Gesamtanzugsmoment: $M_A = M_{RG} + M_{RK} = 1228,2 \text{ Nmm}$

²⁹Vgl. [Pol17b]

Spannungen beim Vorspannen

- maximale Schubspannung:

$$\tau_{t,V} = \frac{M_{RG}}{W_p}$$

$$W_p = \frac{\pi \cdot d_3^3}{16} = 12,76 \text{ mm}^3$$

$$\Rightarrow \tau_{t,V} = 48,1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

- Bestimmung Zugspannung:

$$\sigma_{Z,V} = \frac{F_V}{A_S} = 91,49 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

- Berechnung der resultierenden Vergleichsspannung:

$$\sigma_{v,V} = \sqrt{\sigma_{Z,V}^2 + 3 \cdot \tau_{t,V}^2} = 123,74 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Die Sicherheit der Schraubenverbindung gegen plastische Verformung beträgt:

$$S_F = \frac{R_{p0,2}}{\sigma_{v,V}} = 5,12$$

unter Betriebslast

Formeln aus dem Skript KL IV ³⁰ Seite 41 bis 43

Kräfte

- Nachgiebigkeit der Schraube:

$$\delta_S = \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{1}{d} + \frac{l_1}{A_N} + \frac{l_2}{A_S} \right)$$

$$\text{mit } E = 2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, l_1 = 9 \text{ mm}, l_2 = 16 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \delta_S = 8,5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mm}}{\text{N}}$$

- Bestimmung der Nachgiebigkeit der verspannten Elemente nach Fall b)

$$\alpha = 0,1 \text{ für Stahl, } D_A = 14 \text{ mm, } l_K = 25 \text{ mm}$$

$$\delta_H = \frac{l_K}{E \cdot A_{ers}}$$

$$\text{mit } A_{ers} = \frac{\pi}{4} \cdot (d_K^2 - D_B^2) + \frac{\pi}{8} \cdot \left(\frac{D_A}{d_K} - 1 \right) \cdot \left(\frac{d_K \cdot l_K}{5} + \alpha^2 \cdot l_K^2 \right) = 40,12 \text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow \delta_H = 2,97 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mm}}{\text{N}}$$

Damit ergibt sich die Schraubenkraft unter Betriebslast zu:

$$F_S = F_V + \frac{F_B}{1 + \frac{\delta_S}{\delta_H}} = 1433,68 \text{ N}$$

Die verbleibende Klemmkraft beträgt dann $F_{Kl} = F_S - F_B = 914,03 \text{ N}$

³⁰Vgl. [Pol17b]

Spannungen

- Zugspannung: $\sigma_{Z,B} = \frac{F_S}{A_S} = 100,96 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
- Torsionsspannung:

Das Torsionsmoment im Betrieb hat die Größe des kleineren Wertes von M_{RK} und M_{RG} , also:

$$\tau_{t,B} = \frac{M_{RK}}{W_p} = 48,1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

- resultierende Vergleichsspannung: $\sigma_{v,B} = \sqrt{\sigma_{Z,B}^2 + 3 \cdot \tau_{t,B}^2} = 130,9 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Daraus ergibt sich die Sicherheit der Verbindung gegen plastische Verformung zu:

$$S_F = \frac{R_{p0,2}}{\sigma_{v,B}} = 4,89$$

Die Schraubenverbindung hält der Belastung also stand.

6.2.2 Verschraubung Kupplung

Da an allen Festlagern dieselben Schrauben verwendet wurden, muss nur die Schraubenverbindung mit der höchsten Belastung berechnet werden. Diese ergibt sich durch die Axialkraft, die auf die jeweilige Welle wirkt. Wegen der Kupplungskraft, die aufgrund der Konuskupplung als Normalkraft in die Welle eingeleitet wird, ist die Welle I am höchsten belastet. Da das Loslager keine Axialkräfte aufnehmen kann, muss die Schraubenverbindung an diesem Lagerdeckel nicht berechnet werden. Aus diesen Gründen wird im Folgenden die Schraubenverbindung des Lagerdeckels am Festlager der Welle I berechnet.

Kräfte

$$F_A = F_K = 2318,49 \text{ N}$$

Betriebskraft pro Schraube: $F_B = \frac{F_A}{Z} = \frac{2318,49 \text{ N}}{8} = 289,8 \text{ N}$

Vorspannungsverhältnis soll im Bereich $\frac{F_V}{F_B} = 2,5 \dots 3,5$ liegen (siehe Skript KL IV ³¹ Seite 37).

Wähle Faktor 2,5 $\implies F_V = 2,5 \cdot F_B = 724,5 \text{ N}$

³¹Vgl. [Pol17b]

Schraubendaten

Sechskantschraube M3x20 nach DIN EN ISO 4014, Festigkeitsklasse 8.8

$$R_m = 800 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$R_e = 8 \cdot 8 \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 640 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Nenndurchmesser: $d = 3 \text{ mm}$

$$\text{Nennquerschnitt: } A_N = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 7,07 \text{ mm}^2$$

Steigung: $P = 0,5 \text{ mm}$

Flankendurchmesser: $d_2 = 2,68 \text{ mm}$

Kerndurchmesser: $d_3 = 2,39 \text{ mm}$

Flankenwinkel: $\beta = 60^\circ$

$$\text{Kernquerschnitt: } A_3 = \frac{\pi \cdot d_3^2}{4} = 4,49 \text{ mm}^2$$

Spannungsquerschnitt: $A_S = 5,03 \text{ mm}^2$

Schlüsselweite: $S = 5,5 \text{ mm}$

Durchmesser Durchgangsbohrung: $D_B = 3,4 \text{ mm}$ (DIN EN 20273)

Vorspannen

Formeln aus dem Skript KL IV ³² Seite 37 bis 39, Reibwerte aus dem Anhang A.1.5 und A.1.6

Anzugsmoment

- Bestimmung Gewindereibmoment:

$$M_{RG} = F_U \cdot \frac{d_2}{2} = F_V \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \tan(\phi + p')$$

$$\tan(\phi) = \frac{P}{d_2 \cdot \pi} \implies \phi = 3,4^\circ$$

$$\tan(p') = \frac{\mu_G}{\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)} \text{ mit } \mu_G = 0,14 \implies p' = 9,18^\circ$$

$$\implies \text{einsetzen liefert: } M_{RG} = 0,2167 \text{ Nm} = 216,65 \text{ Nmm}$$

- Bestimmung Kopfreibmoment:

$$M_{RK} = F_V \cdot \mu_K \cdot \frac{d_R}{2} \text{ mit } \mu_K = 0,14$$

$$d_R = \frac{S + D_B}{2} = 4,45 \text{ mm}$$

$$\implies \text{einsetzen liefert: } M_{RK} = 0,2257 \text{ Nm} = 225,68 \text{ Nmm}$$

- Gesamtanzugsmoment: $M_A = M_{RG} + M_{RK} = 442,33 \text{ Nmm}$

³²Vgl. [Pol17b]

Spannungen beim Vorspannen

- maximale Schubspannung:

$$\tau_{t,V} = \frac{M_{RG}}{W_p}$$

$$W_p = \frac{\pi \cdot d_3^3}{16} = 2,68 \text{ mm}^3$$

$$\Rightarrow \tau_{t,V} = 80,84 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

- Bestimmung Zugspannung:

$$\sigma_{Z,V} = \frac{F_V}{A_S} = 144 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

- Berechnung der resultierenden Vergleichsspannung:

$$\sigma_{v,V} = \sqrt{\sigma_{Z,V}^2 + 3 \cdot \tau_{t,V}^2} = 200,85 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Die Sicherheit der Schraubenverbindung gegen plastische Verformung beträgt:

$$S_F = \frac{R_{p0,2}}{\sigma_{v,V}} = 3,19$$

unter Betriebslast

Formeln aus dem Skript KL IV ³³ Seite 41 bis 43

Kräfte

- Nachgiebigkeit der Schraube:

$$\delta_S = \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{1}{d} + \frac{l_1}{A_N} + \frac{l_2}{A_S} \right)$$

$$\text{mit } E = 2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, l_1 = 8 \text{ mm}, l_2 = 12 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \delta_S = 1,97 \cdot 10^{-5} \frac{\text{mm}}{\text{N}}$$

- Bestimmung der Nachgiebigkeit der verspannten Elemente nach Fall b)

$$\alpha = 0,1 \text{ für Stahl, } D_A = 7,5 \text{ mm}, l_K = 20 \text{ mm}, d_K = 4,6 \text{ mm}$$

$$\delta_H = \frac{l_K}{E \cdot A_{ers}}$$

$$\text{mit } A_{ers} = \frac{\pi}{4} \cdot (d_K^2 - D_B^2) + \frac{\pi}{8} \cdot \left(\frac{D_A}{d_K} - 1 \right) \cdot \left(\frac{d_K \cdot l_K}{5} + \alpha^2 \cdot l_K^2 \right) = 13,09 \text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow \delta_H = 7,27 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mm}}{\text{N}}$$

Damit ergibt sich die Schraubenkraft unter Betriebslast zu:

$$F_S = F_V + \frac{F_B}{1 + \frac{\delta_S}{\delta_H}} = 802,62 \text{ N}$$

Die verbleibende Klemmkraft beträgt dann $F_{Kl} = F_S - F_B = 512,82 \text{ N}$

³³Vgl. [Pol17b]

Spannungen

- Zugspannung: $\sigma_{Z,B} = \frac{F_S}{A_S} = 159,57 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

- Torsionsspannung:

Das Torsionsmoment im Betrieb hat die Größe des kleineren Wertes von M_{RK} und M_{RG} , also:

$$\tau_{t,B} = \frac{M_{RG}}{W_p} = 80,84 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

- resultierende Vergleichsspannung: $\sigma_{v,B} = \sqrt{\sigma_{Z,B}^2 + 3 \cdot \tau_{t,B}^2} = 212,29 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Daraus ergibt sich die Sicherheit der Verbindung gegen plastische Verformung zu:

$$S_F = \frac{R_{p0,2}}{\sigma_{v,B}} = 3,01$$

Die Schraubenverbindung hält der Belastung also stand.

7 Passungsberechnung

In diesem Kapitel werden 5 verschiedene Passungen ausgewählt und berechnet. Bei den Toleranzen der Wälzlager wird die Genauigkeitsklasse P0 aus dem LFD Produktkatalog³⁴ Seite 27 berücksichtigt.

N : Nennmaß

T : Grundtoleranz

A_U : unteres Abmaß

A_O : oberes Abmaß

G_U : Mindestmaß

G_O : Höchstmaß

P_U : Mindestpassung

P_O : Höchstpassung

Die verwendeten Formeln stammen aus dem Skript KL I³⁵ S. 39

$$A_U + T = A_O$$

$$G_O = N + A_O$$

$$G_U = N - A_U$$

$$P_O = G_{oB} - G_{uW}$$

$$P_U = G_{uB} - G_{oW}$$

Die jeweiligen Werte von T , A_O und A_U stammen aus dem Tabellenbuch Metall³⁶ Seite 103 bis 105.

³⁴Vgl. [Wäl]

³⁵Vgl. [Lac16]

³⁶Vgl. [Fis14]

Passung 1: Lageraußenring Rillenkugellager (Festlager, Welle I) und Lagertopf

Bei dieser Passung wird eine Spielpassung gewählt. Es handelt sich zwar um ein Festlager, der Außenring wird allerdings nur auf Punktlast beansprucht, weshalb keine feste Passung notwendig ist. Außerdem darf nur ein Ring des Lagers fest angepasst werden (das wäre in diesem Fall der Innenring), da das Lager ansonsten nicht mehr zu montieren wäre.

Passung: J6 (Empfehlung Produktkatalog³⁷ Seite 21)

- Toleranz Außenring ("Welle"): 47 P0

$$\text{oberes Abmaß } A_o = 0\mu\text{m}$$

$$\text{unteres Abmaß } A_u = -11\mu\text{m}$$

$$G_o = 47 \text{ mm}$$

$$G_u = 46,989 \text{ mm}$$

- Toleranz Lagertopf ("Bohrung"): 47 J6

$$\text{Toleranzgrad 6} \implies \text{Grundtoleranz } T = 16\mu\text{m}$$

$$\text{oberes Abmaß } A_o = +24\mu\text{m}$$

$$A_o = +0,024 \text{ mm}$$

$$A_u = +0,008 \text{ mm}$$

$$G_o = 47,024 \text{ mm}$$

$$G_u = 47,008 \text{ mm}$$

- Passungsart

$$P_o = 47,024 \text{ mm} - 46,989 \text{ mm} = +0,035 \text{ mm}$$

$$P_u = 47,008 \text{ mm} - 47 \text{ mm} = +0,008 \text{ mm}$$

\implies Es liegt in jedem Fall Spiel vor.

³⁷Vgl. [Wäl]

Passung 2: Lagerinnenring Rillenkugellager (Festlager) und Welle I

Bei dieser Passung wird eine Übermaßpassung gewählt. Es handelt sich um ein Festlager, bei dem der Innenring auf Umfangslast beansprucht wird. Deshalb ist eine feste Passung notwendig.

Passung: k6 (Empfehlung Produktkatalog³⁸ Seite 21)

- Toleranz Welle: 25 k6

Toleranzgrad 6 \implies Grundtoleranz $T = 13\mu\text{m}$

unteres Abmaß $A_u = +2\mu\text{m}$

$A_u = +0,002 \text{ mm}$

$A_o = +0,015 \text{ mm}$

$G_u = 25,002 \text{ mm}$

$G_o = 25,015 \text{ mm}$

- Toleranz Bohrung: 25 P0

oberes Abmaß $A_o = 0\mu\text{m}$

unteres Abmaß $A_u = -10\mu\text{m}$

$G_o = 25 \text{ mm}$

$G_u = 24,990 \text{ mm}$

- Passungsart

$P_o = 25 \text{ mm} - 25,002 \text{ mm} = -0,002 \text{ mm}$

$P_u = 24,990 \text{ mm} - 25,015 \text{ mm} = -0,025 \text{ mm}$

\implies es liegt in jedem Fall ein Übermaß vor

³⁸Vgl. [Wäl]

Passung 3: Lageraußenring Rillenkugellager (Loslager, Welle I) und Lagertopf

Für die Passung des Loslagers wird eine Spielpassung gewählt. Bei eventueller thermischer Ausdehnung der Welle muss sich der Außenring des Lagers verschieben können, weshalb in jedem Fall Spiel vorliegen muss.

Passung: G7 (Empfehlung Produktkatalog³⁹ Seite 21)

- Toleranz Außenring ("Welle"): 62 P0

$$\text{oberes Abmaß } A_o = 0\mu\text{m}$$

$$\text{unteres Abmaß } A_u = -13\mu\text{m}$$

$$G_o = 62 \text{ mm}$$

$$G_u = 61,987 \text{ mm}$$

- Toleranz Lagertop ("Bohrung"): 62 G7

$$\text{Toleranzgrad 7} \implies \text{Grundtoleranz } T = 30\mu\text{m}$$

$$\text{unteres Abmaß } A_u = +10\mu\text{m}$$

$$A_o = +0,040 \text{ mm}$$

$$A_u = +0,010 \text{ mm}$$

$$G_o = 62,040 \text{ mm}$$

$$G_u = 62,010 \text{ mm}$$

- Passungsart

$$P_o = 62,040 \text{ mm} - 61,987 \text{ mm} = +0,053 \text{ mm}$$

$$P_u = 62,010 \text{ mm} - 62 \text{ mm} = +0,010 \text{ mm}$$

\implies Es liegt in jedem Fall Spiel vor.

³⁹Vgl. [Wäl]

Passung 4: Gleitlagerbuchse (Festlager, Schaltwelle 1) und Lagertopf

An dem Außenring der Gleitlagerbuchse ist eine feste Passung notwendig, das das Lager über eine Presspassung im Gehäuse montiert wird.

Passung: H7/s6

- Toleranz Welle: 21 s6

Toleranzgrad 6 \implies Grundtoleranz $T = 13\mu\text{m}$

unteres Abmaß $A_u = +43\mu\text{m}$

$A_u = +0,043 \text{ mm}$

$A_o = +0,056 \text{ mm}$

$G_u = 21,043 \text{ mm}$

$G_o = 21,056 \text{ mm}$

- Toleranz Bohrung: 21 H7

Toleranzgrad 7 \implies Grundtoleranz $T = 21\mu\text{m}$

unteres Abmaß $A_u = 0\mu\text{m} \implies G_u = N$

$A_u = 0 \text{ mm}$

$A_o = 0,021 \text{ mm}$

$G_u = 21 \text{ mm}$

$G_o = 21,021 \text{ mm}$

- Passungsart

$P_o = 21,021 \text{ mm} - 21,043 \text{ mm} = -0,022 \text{ mm}$

$P_u = 21 \text{ mm} - 21,056 \text{ mm} = -0,056 \text{ mm}$

\implies es liegt in jedem Fall ein Übermaß vor

Passung 5: Zahnrad 4 und Welle II

Da das Zahnrad per Hand auf die Welle aufgeschoben wird, wird für diese Passung ein geringes Passungsspiel gewählt.

Passung: H7/h6

- Toleranz Welle: 35 h6

$$\text{Toleranzgrad 6} \implies \text{Grundtoleranz } T = 16 \mu\text{m}$$

$$\text{oberes Abmaß } A_o = 0 \mu\text{m} \implies G_o = N$$

$$A_o = 0 \text{ mm}$$

$$A_u = -0,016 \text{ mm}$$

$$G_o = 35 \text{ mm}$$

$$G_u = 34,984 \text{ mm}$$

- Toleranz Bohrung: 35 H7

$$\text{Toleranzgrad 7} \implies \text{Grundtoleranz } T = 25 \mu\text{m}$$

$$\text{unteres Abmaß } A_u = 0 \mu\text{m} \implies G_u = N$$

$$A_u = 0 \text{ mm}$$

$$A_o = 0,025 \text{ mm}$$

$$G_u = 35 \text{ mm}$$

$$G_o = 35,025 \text{ mm}$$

- Passungsart

$$P_o = 35,025 \text{ mm} - 34,984 \text{ mm} = 0,041 \text{ mm}$$

$$P_u = 35 \text{ mm} - 35 \text{ mm} = 0 \text{ mm}$$

\implies ein Verschieben des Zahnrades per Hand ist gerade noch möglich

8 Quellen

8.1 Literatur

- [Den17] Prof. Dr. Berend Denkena. *Konstruktion, Gestaltung und Herstellung von Produkten II*. Script. Institut für Fertigungstechnik und Werkzeugmaschinen, 2017.
- [Fis14] Ulrich Fischer. *Tabellenbuch Metall*. Europa Lehrmittel, 2014. ISBN: 978-3-8085-1676-8.
- [Lac16] Prof. Dr. Roland Lachmayer. *Konstruktion, Gestaltung und Herstellung von Produkten I*. Script. Institut für Produktentwicklung und Gerätebau, 2016.
- [Pol17a] Prof. Dr.-Ing Gerhard Poll. *Konstruktionslehre III*. Script. Institut für Maschinenkonstruktion und Tribologie, 2017.
- [Pol17b] Prof. Dr.-Ing Gerhard Poll. *Konstruktionslehre IV*. Script. Institut für Maschinenkonstruktion und Tribologie, 2017.
- [Wit+15] Herbert Wittel u. a. *Roloff/Matek Maschinenelemente. Tabellenbuch*. Springer Vieweg, 2015. ISBN: 978-3-658-09081-4.
- [Wit+17] Herbert Wittel u. a. *Roloff/Matek Maschinenelemente. Normung Berechnung Gestaltung*. Springer Vieweg, 2017. ISBN: 978-3-658-17895-6.

8.2 Internet

- [Wäl] LFD Wälzlager. *Produktkatalog Rillenkugellager*. URL: <http://www.kugellager-katalog.de/media/files/lfd-kugellagerkatalog-de.pdf> (besucht am 18.05.2018).

A Anhang