Konstruktives Projekt 4

Verfasser:

Jennifer Wozniak

Matrikelnummer: 10004257

Schaufelder Straße 33A

30167 Hannover

Studiengang:

B.Sc. Maschinenbau

Eingereicht am:

14. Juni 2018

Inhaltsverzeichnis

1 Anforderungsliste

Anforderungsliste Drehmaschine				KPIII 2017/18						Bearbeiter: Jennifer Wozniak, 10004257			
Nr.	Anforderungen	Art	Variable	Wert			Einheit	Quelle/Initiator	Erstellung		Modifikation		
				- Tolerant	exakt	+ Tolerant			Verantwortung	Datum	Was	Wer	Wann
1	Geometrie								Jennifer Wozniak	25.09.17			
1.1	Achsabstand 1	F	a_1	175	200	225	mm	IMKT	---	---	---	---	---
1.2	Achsabstand 2	F	a_2	142,5	150	157,5	mm	IMKT	---	---	---	---	---
2	Norm-/Zukaufteile								Jennifer Wozniak	25.09.17			
2.1	Stirnräder	F	---	---	geradverzahnt	---	---	IMKT	---	---	---	---	---
2.2	Trapezgewinde Werkzeugschlitten	F	---	---	Tr 20x4	---	---	IMKT	---	---	---	---	---
2.3	Überlastkupplung	F	---	---	ja	---	---	IMKT	---	---	---	---	---
3	Technische Voraussetzungen								Jennifer Wozniak	25.09.17			
3.1	Rotierendes Spannfutter	F	---	---	eine Drehzahl	---	---	IMKT	---	---	---	---	---
3.2	Werkzeugschlitten Vorwärtsbewegung	F	---	---	zwei	---	---	IMKT	---	---	---	---	---
3.3	Werkzeugschlitten Rückwärtsbewegung	F	---	---	eine	---	---	IMKT	---	---	---	---	---
3.4	Zul. Torsionsspannung	F	τ_{zul}	---	44,00	---	N/mm^2	IMKT	---	---	---	---	---
3.5	Nennlastwert Zahnräder	F	B_{zul}	---	4,00	---	N/mm^2	IMKT	---	---	---	---	---
3.6	Geforderte Wälzlagerlebensdauer	F	L_{10h}	---	10000,00	---	h	IMKT	---	---	---	---	---
3.7	Reibwert Gewinde	F	μ	---	0,20	---	---	IMKT	---	---	---	---	---
4	Technische Daten								Jennifer Wozniak	25.09.17			
4.1	Vorschub Gang 1	F	f_1	---	0,15	---	mm/U	IMKT	---	---	---	---	---
4.2	Vorschub Gang 2	F	f_2	---	0,45	---	mm/U	IMKT	---	---	---	---	---
4.3	Vorschub Gang R	F	f_r	---	0,5	---	mm/U	IMKT	---	---	---	---	---
4.4	Schnittgeschwindigkeit	F	v_c	---	46,00	---	m/min	IMKT	---	---	---	---	---
4.5	Übersetzung Schneckenstufe	F	$I_{10,11}$	---	10,00	---	m/min	IMKT	---	---	---	---	---
4.6	Antriebsdrehzahl	F	n_1	---	1200,00	---	1/min	IMKT	---	---	---	---	---
5	sonstiges								Jennifer Wozniak	25.09.17			
5.1	Stückzahl	F	---	---	Kleinserie	---	---	IMKT	---	---	---	---	---
5.2	Gehäuse	F	G	---	Guss	---	---	IMKT	---	---	---	---	---
5.3	Schmierung	F	---	---	Fett	---	---	IMKT	---	---	---	---	---

Bemerkung:	
Bestätigt:	**Datum: 25.09.17**

2 Vorauslegung

2.1 Übersetzungen und Drehzahlen

Festlegen der Gänge:

$$\begin{aligned}\text{Gang 1: } & Z1/Z2 \text{ und } Z6/Z7\\ \text{Gang 2: } & Z1/Z2 \text{ und } Z4/Z5\\ \text{Gang 3: } & Z1/Z3 \text{ und } Z6/Z7\\ \text{Gang 4: } & Z1/Z3 \text{ und } Z4/Z5\end{aligned}$$

Gegeben:

$$v_{c,1} = 20\frac{\text{m}}{\text{min}}\ ,\ v_{c,2} = 40\frac{\text{m}}{\text{min}}\ ,\ v_{c,3} = 80\frac{\text{m}}{\text{min}}\ ,\ v_{c,4} = 160\frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$D_{WZ,U} = 120\text{mm};\ D_{WZ,S} = 120\text{mm}$$

$$n_{an} = n_{\text{I}} = 1200\frac{1}{\text{min}}$$

$$i_{1,2} = i_{1,3} = -3$$

$$\begin{aligned}\text{Planetengetriebe: } i_0 &= -3\\ n_{10} &= 0\end{aligned}$$

Berechnungen:

Verwendete Formeln aus den Skripten KL II[1] S. 34 und KL III[2] S. 2
Mithilfe der Schnittgeschwindigkeiten werden die Abtriebsdrehzahlen der einzelnen Gänge bestimmt. Anschließend können dann die fehlenden Übersetzungen ermittelt werden.

[1]Vgl. [Den17]
[2]Vgl. [Pol17a]

- Gang 1:

$$
\begin{aligned}
&n_{\mathrm{II},1} = \frac{n_{an}}{i_{1,2}} = 400\frac{1}{\mathrm{min}} \\
&\text{Formel nach Willis: } n_9 = \frac{n_8 - i_0 \cdot n_{10}}{1 - i_0} \\
&n_{9,1} = n_{\mathrm{III},1} = \frac{n_{8,1}}{1 - i_0} = \frac{400\frac{1}{\mathrm{min}}}{1-(-3)} = 100\frac{1}{\mathrm{min}} \\
&n_{\mathrm{IV},1} = n_{ab,1} = \frac{v_{c,1}}{\pi \cdot D_{WZ}} = 53,05\frac{1}{\mathrm{min}} \\
&\implies i_{6,7} = \frac{n_{\mathrm{III},1}}{n_{\mathrm{IV},1}} = -1,89
\end{aligned}
$$

- Gang 2:

$$
\begin{aligned}
&n_{\mathrm{II},2} = \frac{n_{an}}{i_{1,2}} = 400\frac{1}{\mathrm{min}} \\
&n_{\mathrm{IV},2} = n_{ab,2} = \frac{v_{c,2}}{\pi \cdot D_{WZ}} = 106,1\frac{1}{\mathrm{min}} \\
&\implies i_{4,5} = \frac{n_{\mathrm{III},2}}{n_{\mathrm{IV},2}} = 3,77
\end{aligned}
$$

- Gang 3:

$$
\begin{aligned}
&n_{\mathrm{III},3} = \frac{n_{an}}{i_{1,3}} = 400\frac{1}{\mathrm{min}} \\
&n_{\mathrm{IV},3} = \frac{n_{\mathrm{III},3}}{i_{6,7}} = 212,2\frac{1}{\mathrm{min}} \\
&\text{Überprüfung der Abtriebsdrehzahl: } n_{\mathrm{IV},3} = n_{ab,3} = \frac{v_{c,3}}{\pi \cdot D_{WZ}} = 212,2\frac{1}{\mathrm{min}}
\end{aligned}
$$

- Gang 4:

$$n_{\mathrm{III},4} = n_{9,4} = \frac{n_{an}}{i_{1,3}} = 400 \frac{1}{\mathrm{min}}$$

Formel nach Willis: $n_8 = i_0 \cdot n_{10} + n_9 \cdot (1 - i_0)$

$$n_{8,4} = n_{\mathrm{II},4} = n_{9,4} \cdot (1 - i_0) = 400 \frac{1}{\mathrm{min}} \cdot (1 - (-3)) = 1600 \frac{1}{\mathrm{min}}$$

$$n_{\mathrm{IV},4} = \frac{n_{\mathrm{II},4}}{i_{4,5}} = 424,4 \frac{1}{\mathrm{min}}$$

Überprüfung der Abtriebsdrehzahl: $n_{\mathrm{IV},4} = n_{ab,4} = \dfrac{v_{c,4}}{\pi \cdot D_{WZ}} = 424,4 \dfrac{1}{\mathrm{min}}$

2.2 Torsionsmomente & Mindestdurchmesser

Um die wirkenden Torsionsmomente zu bestimmen, wird zunächst die benötigte Schnittleistung für das Umfangs- sowie das Stirnfräsen berechnet. Die verwendeten Formeln stammen aus dem Aufgabenblatt, welches vom IMKT ausgehändigt wurde.

Schnittleistung:

- Umfangsfräsen:

gegeben:

$D_{WZ,U} = 120$ mm, $a_e = 52$ mm $\implies u_U = \dfrac{D_{WZ,U}}{2} - a_e = 8$ mm

$z = 12$, $a_p = b = 2$ mm, $\kappa = 90°$

$f_{z,1} = 0,06$ mm, $f_{z,2} = 0,09$ mm, $f_{z,3} = 0,12$ mm, $f_{z,4} = 0,15$ mm

Rechnung:

$$\varphi_s = \arccos\left(1 - \frac{2 \cdot (u_U + a_e)}{D_{WZ,U}}\right) - \arccos\left(1 - \frac{2 \cdot u_U}{D_{WZ,U}}\right) = 60,07°$$

$$z_{iE} = \text{RUNDEN}\left(\frac{\varphi \cdot z}{360°}\right) = 2$$

$$h_m = \frac{114,6°}{\varphi_s} \cdot f_z \cdot \frac{a_e}{D_{WZ,U}} \cdot \sin(\kappa)$$

$$h_{m,1} = \frac{114,6°}{60,07°} \cdot 0,06 \text{ mm} \cdot \frac{52 \text{ mm}}{120 \text{ mm}} \cdot \sin(90°) = 0,05 \text{ mm}$$

$h_{m,2} = 0,074$ mm

$h_{m,3} = 0,099$ mm

$h_{m,4} = 0,12$ mm

$$F_{cz} = b \cdot h_m^{1-z} \cdot k_{c1.1} \cdot K_{V,c}$$

$$F_{cz,1} = 2 \text{ mm } \cdot 0,05 \text{ mm }^{0,7} \cdot 2500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 1,7 = 926,1 \text{ N}$$

$F_{cz,2} = 1237,8$ N

$F_{cz,3} = 1535,3$ N

$F_{cz,4} = 1770,2$ N

$$\implies P_c = z_{iE} \cdot v_c \cdot F_{cz}$$

$$P_{c,1} = 2 \cdot 0,34 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 926,1 \text{ N} = 629,75 \text{ W}$$

$P_{c,2} = 1658,7$ W

$P_{c,3} = 4114,6$ W

$P_{c,4} = 9452,87$ W

- Stirnfräsen:

gegeben:

$D_{WZ,S} = 120$ mm, $a_e = 120$ mm $\implies u_S = \dfrac{D_{WZ,S}}{2} - a_e = 0$ mm

$z = 6$, $a_p = b = 2$ mm, $\kappa = 90°$

$f_{z,1} = 0,06$ mm, $f_{z,2} = 0,09$ mm, $f_{z,3} = 0,12$ mm, $f_{z,4} = 0,15$ mm

Rechnung:

$$\varphi_s = \arccos\left(1 - \frac{2 \cdot (u_S + a_e)}{D_{WZ,S}}\right) - \arccos\left(1 - \frac{2 \cdot u_S}{D_{WZ,S}}\right) = 180°$$

$$z_{iE} = \text{RUNDEN}\left(\frac{\varphi \cdot z}{360°}\right) = 3$$

$$h_m = \frac{114,6°}{\varphi_s} \cdot f_z \cdot \frac{a_e}{D_{WZ,S}} \cdot \sin(\kappa)$$

$$h_{m,1} = \frac{114,6°}{180°} \cdot 0,06 \text{ mm} \cdot \frac{120 \text{ mm}}{120 \text{ mm}} \cdot \sin(90°) = 0,038 \text{ mm}$$

$h_{m,2} = 0,057$ mm

$h_{m,3} = 0,0764$ mm

$h_{m,4} = 0,0955$ mm

$$F_{cz} = b \cdot h_m^{1-z} \cdot k_{c1.1} \cdot K_{V,c}$$

$$F_{cz,1} = 2 \text{ mm } \cdot 0,038 \text{ mm}^{\,0,7} \cdot 2500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 1,7 = 755,9 \text{ N}$$

$F_{cz,2} = 1020,39$ N

$F_{cz,3} = 1267,38$ N

$F_{cz,4} = 1494,93$ N

$$\implies P_c = z_{iE} \cdot v_c \cdot F_{cz}$$

$$P_{c,1} = 3 \cdot 0,34 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 755,9 \text{ N} = 771,02 \text{ W}$$

$P_{c,2} = 2050,98$ W

$P_{c,3} = 5094,87$ W

$P_{c,4} = 11974,39$ W

Torsionsmomente:

Die verwendete Formel zur Berechnung der Torsionsmomente stammt aus dem Skript zur Konstruktionslehre III[3] Seite 2.

$$T = \frac{P}{2\pi \cdot n}$$

[3] Vgl. [Pol17a]

- Umfangsfräsen:

Gang 1:

$$T_{\mathrm{I},1,U} = \frac{P_{c,1,U}}{2\pi \cdot n_{an}} = \frac{629,75\ \mathrm{W}}{2\pi \cdot 1200 \frac{1}{\mathrm{min}}} = 5\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{\mathrm{II},1,U} = \frac{P_{c,1,U}}{2\pi \cdot n_{\mathrm{II},1}} = \frac{629,75\ \mathrm{W}}{2\pi \cdot 400 \frac{1}{\mathrm{min}}} = 15\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{\mathrm{III},1,U} = \frac{P_{c,1,U}}{2\pi \cdot n_{\mathrm{III},1}} = \frac{629,75\ \mathrm{W}}{2\pi \cdot 100 \frac{1}{\mathrm{min}}} = 60,14\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{\mathrm{IV},1,U} = \frac{P_{c,1,U}}{2\pi \cdot n_{\mathrm{IV},1}} = \frac{629,75\ \mathrm{W}}{2\pi \cdot 53,05 \frac{1}{\mathrm{min}}} = 112,36\ \mathrm{Nm}$$

Gang 2:

$$T_{\mathrm{I},2,U} = \frac{P_{c,2,U}}{2\pi \cdot n_{an}} = \frac{1658,7\ \mathrm{W}}{2\pi \cdot 1200 \frac{1}{\mathrm{min}}} = 13,2\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{\mathrm{II},2,U} = \frac{P_{c,2,U}}{2\pi \cdot n_{\mathrm{II},2}} = 39,6\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{\mathrm{IV},2,U} = \frac{P_{c,2,U}}{2\pi \cdot n_{\mathrm{IV},2}} = 149,29\ \mathrm{Nm}$$

Gang 3:

$$T_{\mathrm{I},3,U} = \frac{P_{c,3,U}}{2\pi \cdot n_{an}} = \frac{4114,6\ \mathrm{W}}{2\pi \cdot 1200 \frac{1}{\mathrm{min}}} = 32,74\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{\mathrm{III},3,U} = \frac{P_{c,3,U}}{2\pi \cdot n_{\mathrm{III},3}} = 98,23\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{\mathrm{IV},3,U} = \frac{P_{c,3,U}}{2\pi \cdot n_{\mathrm{IV},3}} = 185,16\ \mathrm{Nm}$$

Gang 4:

$$T_{\mathrm{I},4,U} = \frac{P_{c,4,U}}{2\pi \cdot n_{an}} = \frac{9452,87\ \mathrm{W}}{2\pi \cdot 1200 \frac{1}{\mathrm{min}}} = 75,22\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{\mathrm{II},4,U} = \frac{P_{c,4,U}}{2\pi \cdot n_{\mathrm{II},4}} = 56,42\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{\mathrm{III},4,U} = \frac{P_{c,4,U}}{2\pi \cdot n_{\mathrm{III},4}} = 225,67\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{\mathrm{IV},4,U} = \frac{P_{c,4,U}}{2\pi \cdot n_{\mathrm{IV},4}} = 212,35\ \mathrm{Nm}$$

- Stirnfräsen:

Gang 1:

$$T_{\mathrm{I},1,S} = \frac{P_{c,1,S}}{2\pi \cdot n_{an}} = \frac{771,02\ \mathrm{W}}{2\pi \cdot 1200\frac{1}{\mathrm{min}}} = 6,12\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{\mathrm{II},1,S} = \frac{P_{c,1,S}}{2\pi \cdot n_{\mathrm{II},1}} = \frac{771,02\ \mathrm{W}}{2\pi \cdot 400\frac{1}{\mathrm{min}}} = 18,4\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{\mathrm{III},1,S} = \frac{P_{c,1,S}}{2\pi \cdot n_{\mathrm{III},1}} = \frac{771,02\ \mathrm{W}}{2\pi \cdot 100\frac{1}{\mathrm{min}}} = 73,63\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{\mathrm{IV},1,S} = \frac{P_{c,1,S}}{2\pi \cdot n_{\mathrm{IV},1}} = \frac{771,02\ \mathrm{W}}{2\pi \cdot 53,05\frac{1}{\mathrm{min}}} = 138,79\ \mathrm{Nm}$$

Gang 2:

$$T_{\mathrm{I},2,S} = \frac{P_{c,2,S}}{2\pi \cdot n_{an}} = \frac{2050,98\ \mathrm{W}}{2\pi \cdot 1200\frac{1}{\mathrm{min}}} = 16,32\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{\mathrm{II},2,S} = \frac{P_{c,2,S}}{2\pi \cdot n_{\mathrm{II},2}} = 48,96\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{\mathrm{IV},2,S} = \frac{P_{c,2,S}}{2\pi \cdot n_{\mathrm{IV},2}} = 184,59\ \mathrm{Nm}$$

Gang 3:

$$T_{\mathrm{I},3,S} = \frac{P_{c,3,S}}{2\pi \cdot n_{an}} = \frac{5094,87\ \mathrm{W}}{2\pi \cdot 1200\frac{1}{\mathrm{min}}} = 40,54\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{\mathrm{III},3,S} = \frac{P_{c,3,S}}{2\pi \cdot n_{\mathrm{III},3}} = 121,63\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{\mathrm{IV},3,S} = \frac{P_{c,3,S}}{2\pi \cdot n_{\mathrm{IV},3}} = 229,28\ \mathrm{Nm}$$

Gang 4:

$$T_{\mathrm{I},4,S} = \frac{P_{c,4,S}}{2\pi \cdot n_{an}} = \frac{11974,39\ \mathrm{W}}{2\pi \cdot 1200\frac{1}{\mathrm{min}}} = 95,29\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{\mathrm{II},4,S} = \frac{P_{c,4,S}}{2\pi \cdot n_{\mathrm{II},4}} = 71,47\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{\mathrm{III},4,S} = \frac{P_{c,4,S}}{2\pi \cdot n_{\mathrm{III},4}} = 285,87\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{\mathrm{IV},4,S} = \frac{P_{c,4,S}}{2\pi \cdot n_{\mathrm{IV},4}} = 268,99\ \mathrm{Nm}$$

Auf Welle V und VI im Vertikalkopf wirkt das gleiche Torsionsmoment wie auf Welle IV. Da maximale Moment liegt demnach beim Stirnfräsen im 4. Gang vor, also ist $T_{\mathrm{V},4,S} = T_{\mathrm{VI},4,S} = 268,99$ Nm
Auf jeden Welle wirken im vierten Gang beim Stirnfräsen die höchsten Torsionsmomente. Im Folgenden wird das Getriebe deshalb auf Basis dieser Momente ausgelegt.

Mindestdurchmesser:

Mithilfe der berechneten Torsionsmomente kann nun auf die Mindestdurchmesser der jeweiligen Wellen geschlossen werden. Die verwendeten Formeln stammen aus dem Skript zur Konstruktionslehre III[4] Seiten 150 - 153 und dem Roloff/Matek[5] Seite 391

$$\tau_t = \frac{M}{W_p} \implies W_p = \frac{M}{\tau_{zul}} \text{ mit } W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

$$\tau_{zul} = 44\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \text{ (Einsatzstahl) } \; , S = 2$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{T \cdot S}{\tau_{zul}} \cdot \frac{16}{\pi}}$$

$$d_{\mathrm{I}} \geq \sqrt[3]{\frac{95290 \text{ Nmm} \cdot 2}{44\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}} \cdot \frac{16}{\pi}} = 28,05 \text{ mm} \implies d_{\mathrm{I}} = 29 \text{ mm}$$

$$d_{\mathrm{II}} \geq \sqrt[3]{\frac{71470 \text{ Nmm} \cdot 2}{44\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}} \cdot \frac{16}{\pi}} = 25,48 \text{ mm} \implies d_{\mathrm{II}} = 26 \text{ mm}$$

$$d_{\mathrm{IV}} \geq \sqrt[3]{\frac{268990 \text{ Nmm} \cdot 2}{44\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}} \cdot \frac{16}{\pi}} = 39,64 \text{ mm} \implies d_{\mathrm{IV}} = 40 \text{ mm}$$

$$d_{\mathrm{V}} = d_{\mathrm{VI}} = d_{\mathrm{IV}} = 40 \text{ mm}$$

Hohlwelle:

$$d_{a,\mathrm{III}} \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T_{\mathrm{III}} \cdot S}{\pi \cdot (1 - k^4) \cdot \tau_{zul}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 285870 \text{ Nmm} \cdot 2}{\pi \cdot (1 - 0,6^4) \cdot 44\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}}} = 42,36 \text{ mm}$$

Wähle $d_{i,\mathrm{III}} = 62$ mm, damit der Mindestdurchmesser der Welle 2 eingehalten werden kann und ausreichend Raum für die Lager gelassen wird.

$$\implies d_{a,\mathrm{III}} \geq \frac{d_{i,\mathrm{III}}}{k} = 103,3 \text{ mm} \implies d_{a,\mathrm{III}} = 104 \text{ mm}$$

[4] Vgl. [Pol17a]
[5] Vgl. [Wit+17a]

2.3 Zahnräder

2.3.1 Stirnräder

Breiten-/ Durchmesserverhältnisse:

Formeln aus dem Skript zur Konstruktionslehre III[6] Seiten 150 - 153:

$$b \cdot d^2 \geq \frac{2 \cdot M}{B_{zul}}$$
$$\frac{b}{d} = (0,1...0,5) + \frac{i}{20}$$
$$d \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot M}{(\frac{b}{d}) \cdot 4\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$$

- $Z_1/Z_2/Z_3$:

$$\left(\frac{b}{d}\right)_{1,2} = (0,1...0,5) + \frac{i_{1,2}}{20} \text{ mit } i_{1,2} = i_{1,3} = 3$$
$$\left(\frac{b}{d}\right)_{1,2} = \left(\frac{b}{d}\right)_{1,3} = (0,25...0,65)$$
$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 95290 \text{ Nmm}}{(0,25...0,65) \cdot 4\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = (41,85...57,55) \text{ mm}$$
$$d_2 \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 71470 \text{ Nmm}}{(0,25...0,65) \cdot 4\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = (38,02...52,29) \text{ mm}$$
$$d_3 \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 285870 \text{ Nmm}}{(0,25...0,65) \cdot 4\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = (60,36...83) \text{ mm}$$
$$b_1 = \left(\frac{b}{d}\right)_{1,2} \cdot d_1 = (10,46...37,4) \text{ mm}$$
$$b_2 = \left(\frac{b}{d}\right)_{1,2} \cdot d_2 = (9,5...33,99) \text{ mm}$$
$$b_3 = \left(\frac{b}{d}\right)_{1,3} \cdot d_3 = (15,09...53,95) \text{ mm}$$

[6] Vgl. [Pol17a]

- Z_4/Z_5:

$$\left(\frac{b}{d}\right)_{4,5} = (0,1...0,5) + \frac{i_{4,5}}{20} \text{ mit } i_{4,5} = 3,77$$
$$\left(\frac{b}{d}\right)_{4,5} = (0,29...0,69)$$
$$d_4 \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 71470 \text{ Nmm}}{(0,29...0,69) \cdot 4\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = (37,29...49,82) \text{ mm}$$
$$d_5 \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 268990 \text{ Nmm}}{(0,29...0,69) \cdot 4\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = (58...77,5) \text{ mm}$$
$$b_4 = \left(\frac{b}{d}\right)_{4,5} \cdot d_4 = (10,78...34,33) \text{ mm}$$
$$b_5 = \left(\frac{b}{d}\right)_{4,5} \cdot d_5 = (16,76...53,4) \text{ mm}$$

- Z_6/Z_7:

$$\left(\frac{b}{d}\right)_{6,7} = (0,1...0,5) + \frac{i_{6,7}}{20} \text{ mit } i_{6,7} = 1,89$$
$$\left(\frac{b}{d}\right)_{6,7} = (0,19...0,59)$$
$$d_6 \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 285870 \text{ Nmm}}{(0,19...0,59) \cdot 4\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = (62,37...90,95) \text{ mm}$$
$$d_7 \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 268990 \text{ Nmm}}{(0,19...0,59) \cdot 4\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = (61,09...89,12) \text{ mm}$$
$$b_6 = \left(\frac{b}{d}\right)_{6,7} \cdot d_6 = (11,84...53,66) \text{ mm}$$
$$b_7 = \left(\frac{b}{d}\right)_{6,7} \cdot d_7 = (11,61...52,58) \text{ mm}$$

Profilverschiebung Z4/Z5:

Formeln zur Berechnung der Profilverschiebung aus Roloff/Matek[7] S. 786-791 und S. 789-800 :

$$\begin{aligned}
\text{Teilkreisdurchmesser: } & d = z \cdot \frac{m_n}{\cos(\beta)} \\
\text{Wälzkreisdurchmesser: } & d_w = d \cdot \frac{\cos(\alpha_t)}{\cos(\alpha_{\omega t})} \\
\text{Grundkreisdurchmesser: } & d_b = d \cdot \cos(\alpha_t) \\
\text{Fußkreisdurchmesser: } & d_f = d - 2 \cdot ((m + c) - V) \\
\text{Kopfrücknahme: } & k = \Delta a - m_n \cdot (x_1 + x_2) \\
\text{Kopfkreisdurchmesser: } & d_a = d + 2 \cdot (m_n + V + k) \\
\text{Aufteilung Profilverschiebung: } & x_1 \approx \frac{x_1 + x_2}{2} + \left(0,5 - \frac{x_1 + x_2}{2}\right) \cdot \frac{\lg(u)}{\lg\left(\frac{z_1 \cdot z_2}{100}\right)} \\
\text{Ersatzzähnezahl: } & z_n = \frac{z}{\cos^3 \beta} \\
\text{Profilverschiebung: } & V = x \cdot m_n
\end{aligned}$$

- Vorauslegung:

$$a = 215 \text{ mm}, \ \alpha = \beta = 20°$$

$$\left.\begin{aligned} a &= \tfrac{d_4 + d_5}{2} \\ i_{4,5} &= \tfrac{d_5}{d_4} \end{aligned}\right\} d_4 = \frac{2 \cdot a}{1 + i_{4,5}}$$

$$d_4 = \frac{2 \cdot 215 \text{ mm}}{1 + 3,77} = 90,15 \text{ mm}$$

$$d_5 = d_4 \cdot i_{4,5} = 339,87 \text{ mm}$$

$$\text{Wähle: } m_n = 4 \text{ mm}$$

$$z_4 = \frac{90,15 \text{ mm} \cdot \cos(20°)}{4} \text{ mm} = 21,18 \implies z_4 = 21$$

$$z_5 = \frac{339,87 \text{ mm} \cdot \cos(20°)}{4} \text{ mm} = 79,84 \implies z_5 = 80$$

$$\implies d_4 = \frac{21 \cdot 4 \text{ mm}}{\cos(20°)} = 89,39093 \text{ mm}$$

$$\implies d_5 = \frac{80 \cdot 4 \text{ mm}}{\cos(20°)} = 340,53689 \text{ mm}$$

$$a* = 214,96391 \text{ mm}$$

[7]Vgl. [Wit+17a]

- Modul und Eingriffswinkel:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos(\beta)} = 4,257 \text{ mm}$$

Eingriffswinkel Teilkreis: $\alpha_t = \tan^{(-1)}\left(\frac{\tan(\alpha)}{\cos(\beta)}\right) = 21,17283°$

Eingriffswinkel Wälzkreis: $\alpha_{\omega t} = \arccos\left(\frac{a*}{a} \cdot \cos(\alpha_t)\right) = 21,19765°$

$$inv(\alpha) = \tan(\alpha) - \alpha \cdot \frac{\pi}{180°}$$

$$inv(\alpha_t) = 0,017793$$

$$inv(\alpha_{\omega t}) = 0,017858$$

- Profilverschiebungsfaktoren:

$$x_4 + x_5 = \frac{inv(\alpha_{\omega t}) - inv(\alpha_t)}{2 \cdot \tan(\alpha_n)} \cdot (z_4 + z_5) = \frac{a - a*}{m_n} = 0,009$$

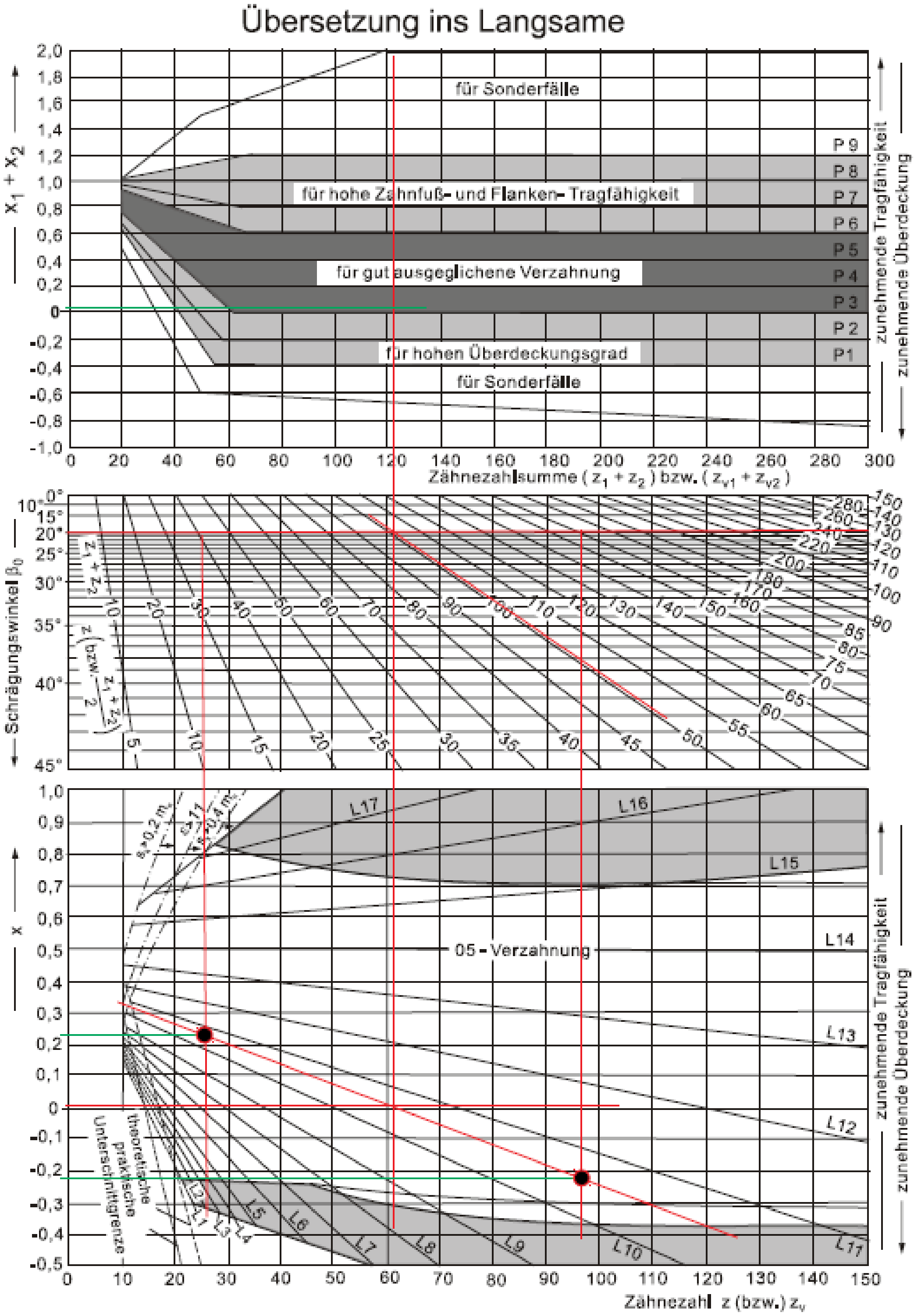
$$z_{n,4} = \frac{21}{\cos^3(20°)} = 25,3 \text{ , } z_{n,5} = \frac{80}{\cos^3(20°)} = 96,41$$

$$x_4 = \frac{0,009}{2} + \left(0,5 - \frac{0,009}{2}\right) \cdot \frac{\lg(3,77)}{\lg\left(\frac{21 \cdot 80}{100}\right)} = 0,238$$

$$x_5 = 0,009 - 0,238 = -0,229$$

$$V_4 = 0,238 \cdot 4 \text{ mm} = 0,953 \text{ mm}, \ V_5 = -0,229 \cdot 4 \text{ mm} = -0,916 \text{ mm}$$

- Graphische Bestimmung der Profilverschiebungsfaktoren und Ersatzzähnezahlen:



Aus der graphischen Kennzeichnung sind folgende Werte abzulesen:

$$x_4 \approx 0,23 \qquad x_5 \approx -0,22$$
$$z_{n,4} \approx 25 \qquad z_{n,5} \approx 96$$

Die graphisch ermittelten Werte der Zahnradstufe 4/5 stimmen ungefähr mit den berechneten überein.

- endgültige Werte:

$$z_4 = 21 \ , \ z_5 = 80$$
$$d_4 = 89,39 \text{ mm}$$
$$d_{w,4} = 89,39 \text{ mm} \cdot \frac{\cos(21,17283\circ)}{\cos(21,19765\circ)} = 89,41 \text{ mm}$$
$$d_{b,4} = 89,39 \text{ mm} \cdot \cos(21,17283\circ) = 83,36 \text{ mm}$$
$$d_{f,4} = 89,39 \text{ mm} - 2 \cdot ((4,257 \text{ mm} + 1,06) - 0,953) = 80,66 \text{ mm}$$
$$k_4 = -0,039 \text{ mm} - 4 \text{ mm} \cdot (0,009) = -0,051 \text{ mm}$$
$$d_{a,4} = 89,39 \text{ mm} + 2 \cdot (4 \text{ mm} + 0,953 \text{ mm} - 0,051 \text{ mm}) = 99,2 \text{ mm}$$
$$d_5 = 340,54 \text{ mm}$$
$$d_{w,5} = 340,54 \text{ mm} \cdot \frac{\cos(21,17283\circ)}{\cos(21,19765^\circ)} = 340,6 \text{ mm}$$
$$d_{b,5} = 340,54 \text{ mm} \cdot \cos(21,17283\circ) = 317,55 \text{ mm}$$
$$d_{f,5} = 340,54 \text{ mm} - 2 \cdot ((4,257 \text{ mm} + 1,06) + 0,916) = 328,1 \text{ mm}$$
$$k_5 = -0,039 \text{ mm} - 4 \text{ mm} \cdot (0,009) = -0,051 \text{ mm}$$
$$d_{a,5} = 340,54 \text{ mm} + 2 \cdot (4 \text{ mm} - 0,916 \text{ mm} - 0,051 \text{ mm}) = 346,6 \text{ mm}$$

Profilverschiebung Z6/Z7:

- Vorauslegung:

$$a = 215 \text{ mm}, \; \alpha = \beta = 20^\circ$$

$$\left.\begin{array}{r} a = \frac{d_6+d_7}{2} \\ i_{6,7} = \frac{d_7}{d_6} \end{array}\right\} d_6 = \frac{2 \cdot a}{1 + i_{6,7}}$$

$$d_6 = \frac{2 \cdot 215 \text{ mm}}{1 + 1,89} = 148,79 \text{ mm}$$

$$d_7 = d_6 \cdot i_{6,7} = 281,21 \text{ mm}$$

$$\text{Wähle: } m_n = 4 \text{ mm}$$

$$z_6 = \frac{148,79 \text{ mm} \cdot \cos(20^\circ)}{4} \text{ mm} = 34,95 \implies z_6 = 35$$

$$z_7 = \frac{281,21 \text{ mm} \cdot \cos(20^\circ)}{4} \text{ mm} = 66,06 \implies z_7 = 66$$

$$\implies d_6 = \frac{35 \cdot 4 \text{ mm}}{\cos(20^\circ)} = 148,98489 \text{ mm}$$

$$\implies d_7 = \frac{66 \cdot 4 \text{ mm}}{\cos(20^\circ)} = 280,942932 \text{ mm}$$

$$a* = 214,96391 \text{ mm}$$

- Modul und Eingriffswinkel:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos(\beta)} = 4,257 \text{ mm}$$

$$\text{Eingriffswinkel Teilkreis: } \alpha_t = \tan^(-1) \left(\frac{\tan(\alpha)}{\cos(\beta)}\right) = 21,17283^\circ$$

$$\text{Eingriffswinkel Wälzkreis: } \alpha_{\omega t} = \arccos\left(\frac{a*}{a} \cdot \cos(\alpha_t)\right) = 21,19765^\circ$$

$$inv(\alpha) = \tan(\alpha) - \alpha \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$inv(\alpha_t) = 0,017793$$

$$inv(\alpha_{\omega t}) = 0,017858$$

- Profilverschiebungsfaktoren:

$$x_6 + x_7 = \frac{inv(\alpha_{\omega t}) - inv(\alpha_t)}{2 \cdot \tan(\alpha_n)} \cdot (z_6 + z_7) = \frac{a - a*}{m_n} = 0,009$$

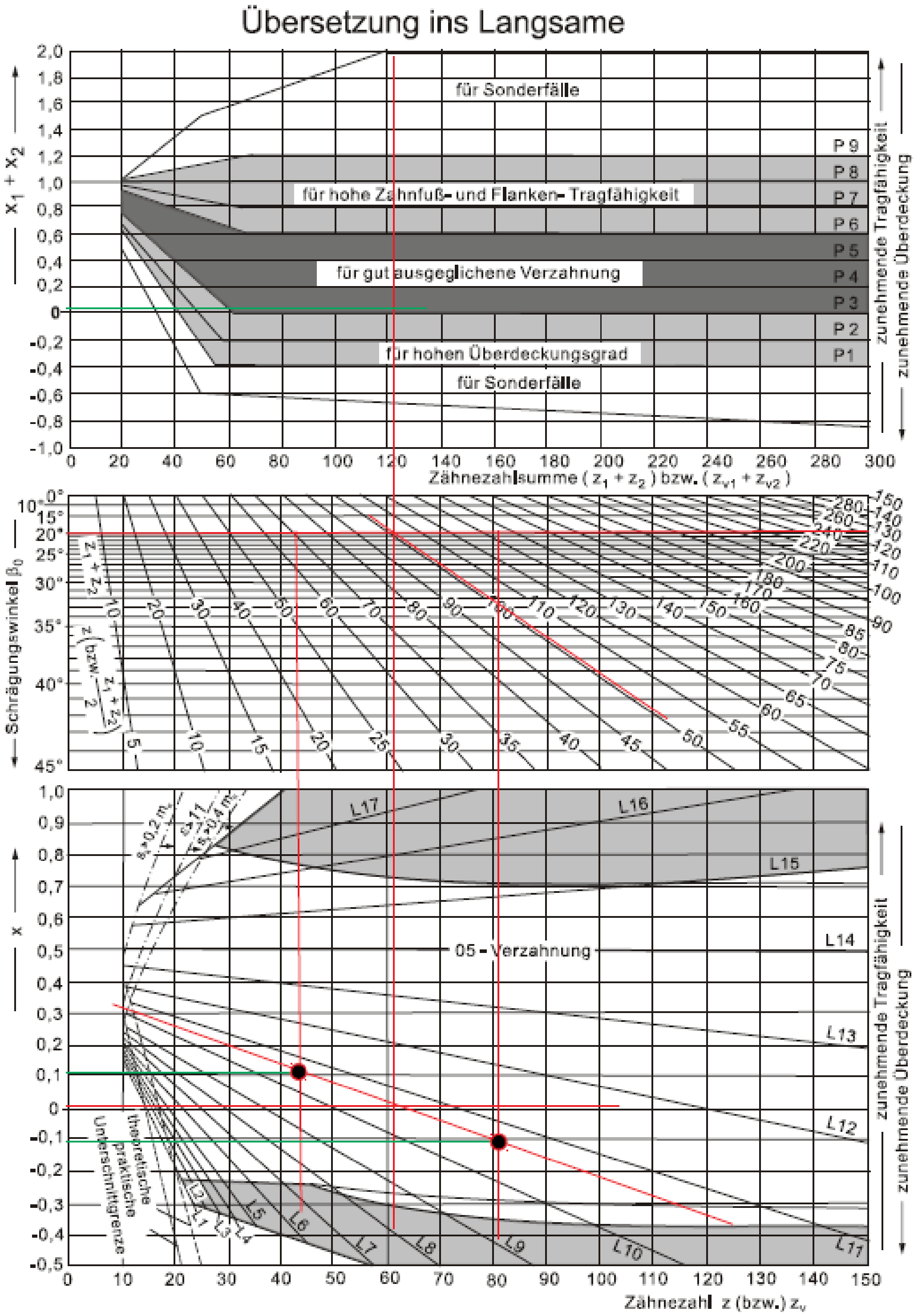
$$z_{n,6} = \frac{35}{\cos^3(20°)} = 42,18\ ,\ z_{n,7} = \frac{66}{\cos^3(20°)} = 79,54$$

$$x_6 = \frac{0,009}{2} + \left(0,5 - \frac{0,009}{2}\right) \cdot \frac{\lg(1,89)}{\lg\left(\frac{35 \cdot 66}{100}\right)} = 0,105$$

$$x_7 = 0,009 - 0,105 = -0,096$$

$$V_6 = 0,105 \cdot 4 \text{ mm} = 0,42 \text{ mm},\ V_7 = -0,096 \cdot 4 \text{ mm} = -0,384 \text{ mm}$$

- Graphische Bestimmung der Profilverschiebungsfaktoren und Ersatzzähnezahlen:



Aus der graphischen Kennzeichnung sind folgende Werte abzulesen:

$$x_6 \approx 0,105 \qquad x_7 \approx -0,105$$
$$z_{n,6} \approx 43 \qquad z_{n,7} \approx 81$$

Die graphisch ermittelten Werte stimmen ungefähr mit den berechneten überein. Die Werte von Zahnrad 7 weisen leichte Abweichungen auf, was an Ungenauigkeiten in der Zeichnung liegt.

- endgültige Werte:

$$z_6 = 35 \text{ , } z_7 = 66$$
$$d_6 = 148,98 \text{ mm}$$
$$d_{w,6} = 148,98 \text{ mm} \cdot \frac{\cos(21,17283\circ)}{\cos(21,19765\circ)} = 149 \text{ mm}$$
$$d_{b,6} = 148,98 \text{ mm} \cdot \cos(21,17283\circ) = 138,9 \text{ mm}$$
$$d_{f,6} = 148,98 \text{ mm} - 2 \cdot ((4,257 \text{ mm} + 1,06) - 0,42) = 139,19 \text{ mm}$$
$$k_6 = -0,039 \text{ mm} - 4 \text{ mm} \cdot (0,009) = -0,051 \text{ mm}$$
$$d_{a,6} = 148,98 \text{ mm} + 2 \cdot (4 \text{ mm} + 0,42 \text{ mm} - 0,051 \text{ mm}) = 157,72 \text{ mm}$$
$$d_7 = 280,94 \text{ mm}$$
$$d_{w,7} = 280,94 \text{ mm} \cdot \frac{\cos(21,17283\circ)}{\cos(21,19765^\circ)} = 280,99 \text{ mm}$$
$$d_{b,7} = 280,94 \text{ mm} \cdot \cos(21,17283\circ) = 261,98 \text{ mm}$$
$$d_{f,7} = 280,94 \text{ mm} - 2 \cdot ((4,257 \text{ mm} + 1,06) + 0,384) = 269,54 \text{ mm}$$
$$k_7 = -0,039 \text{ mm} - 4 \text{ mm} \cdot (0,009) = -0,051 \text{ mm}$$
$$d_{a,7} = 280,94 \text{ mm} + 2 \cdot (4 \text{ mm} - 0,384 \text{ mm} - 0,051 \text{ mm}) = 288,1 \text{ mm}$$

Erste Getriebestufe:

Die verwendeten Formeln stammen aus dem Roloff/Matek[8] Seite 796:

$$d = z \cdot \frac{m_n}{\cos(\beta)}$$
$$d_a = m_n \cdot (\frac{z}{\cos(\alpha_n)} + 2),\ d_f = d - 2,5 \cdot m_n$$

$$\text{Wähle: } m_n = 4 \text{ mm},\ d_2 = d_3 = 210 \text{ mm}$$
$$m_t = \frac{m_n}{\cos(\beta)} = 4,26 \text{ mm}$$
$$d_1 = \frac{d_3}{i_{1,3}} = 70 \text{ mm}$$
$$z_1 = \frac{70 \text{ mm} \cdot \cos(20°)}{4 \text{ mm}} \text{ mm} = 16,4 \implies z_1 = 17$$
$$z_2 = z_3 = z_1 \cdot i_{1,3} = 19 \cdot 3 = 51$$
$$d_{1,neu} = \frac{17 \cdot 4 \text{ mm}}{\cos(20°)} = 72,36 \text{ mm}$$
$$d_{2,neu} = d_{3,neu} = \frac{51 \cdot 4 \text{ mm}}{\cos(20°)} = 217,1 \text{ mm}$$
$$d_{1,a} = 4 \text{ mm} \cdot \left(\frac{17}{\cos(20°)} + 2\right) = 80,36 \text{ mm}$$
$$d_{1,f} = 72,36 \text{ mm} - 2,5 \cdot 4 \text{ mm} = 62,36 \text{ mm}$$
$$d_{2,a} = d_{3,a} = 4 \text{ mm} \cdot \left(\frac{51}{\cos(20°)} + 2\right) = 225,09 \text{ mm}$$
$$d_{2,f} = d_{3,f} = 217,1 \text{ mm} - 2,5 \cdot 4 \text{ mm} = 207,1 \text{ mm}$$

2.3.2 Planetengetriebe

Um das Planetengetriebe auszulegen, werden zunächst die Einzelübersetzungen ermittelt (siehe Roloff/Matek[9] Seite 884). Anschließend wird der Mindestdurchmesser des Sonnenrades (Z8) bestimmt. Damit lassen sich dann durch Übersetzungsverhältnisse die Durchmesser der Planetenräder bestimmen.

[8] Vgl. [Wit+17a]
[9] Vgl. [Wit+17a]

Die verwendeten Formeln für Fuß- und Kopfkreisdurchmesser stammen aus dem Roloff/-Matek[10] S. 780: $d_a = m_n \cdot (z+2)$, $d_f = m_n \cdot (z-2,5)$

$$\begin{aligned}
&\text{Wähle } m = 4 \text{ mm}\\
&i_{8,9} = 1 - i_0 = 4\\
&i_{9,8} = \frac{1}{1-i_0} = 0,25\\
&\left(\frac{b}{d}\right)_{9,8} = (0,1...0,5) + \frac{0,25}{20} = (0,11...0,51)
\end{aligned}$$

- Sonnenrad

$$\begin{aligned}
&d_8 \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 71470 \text{ Nmm}}{(0,11...0,51) \cdot 4\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = (41,23...68,74) \text{ mm}\\
&b_8 = \left(\frac{b}{d}\right)_{9,8} \cdot d_8 = (4,54...35,1) \text{ mm}\\
&\text{wähle: } d_8 = 112 \text{ mm}, b_8 = 35 \text{ mm}\\
&z_8 = \frac{d_8}{m} = 28\\
&d_{8,a} = 4 \text{ mm} \cdot (28+2) = 120 \text{ mm}\\
&d_{8,f} = 4 \text{ mm} \cdot (28-2,5) = 102 \text{ mm}
\end{aligned}$$

- Planetenräder

$$\begin{aligned}
&d_9 = \frac{i_{8,9} \cdot d_8}{2} - d_8 = 112 \text{ mm}\\
&z_9 = \frac{d_9}{m} = 28\\
&\text{wähle } b_9 = 28 \text{ mm}\\
&d_{9,a} = 4 \text{ mm} \cdot (28+2) = 120 \text{ mm}\\
&d_{9,f} = 4 \text{ mm} \cdot (28-2,5) = 102 \text{ mm}\\
&\text{Anzahl Planeten: } \frac{z_8 + z_{10}}{4} = 32,25 \implies 4 \text{ Planeten}
\end{aligned}$$

[10]Vgl. [Wit+17a]

- Hohlrad:

$$
\begin{aligned}
&d_{10} = d_8 + 2 \cdot d_9 = 336 \text{ mm}\\
&\text{wähle } b_{10} = 30 \text{ mm}\\
&z_{10} = \frac{d_{10}}{m} = 84\\
&d_{10,f} = 4 \text{ mm} \cdot (84 + 2,5) = 346 \text{ mm}\\
&d_{10,f} = 4 \text{ mm} \cdot (84 - 2) = 328 \text{ mm}
\end{aligned}
$$

2.3.3 Kegelräder

Die Abmaße der Kegelräder werden mit den Formeln aus Roloff/Matek[11] Seite 832 bis 835 ermittelt. Dabei werden zunächst Richtwerte ermittelt, auf deren Basis dann die endgültigen Abmaße bestimmt werden.

$$
\begin{aligned}
&\text{Achsenwinkel } \sum = \delta_{11} + \delta_{12} = 90°\\
&\delta_{11} = \delta_{12} = 45° \text{ , da die Übersetzung } i_{11,12} = 1
\end{aligned}
$$

Nach Tabelle 22-1 aus Roloff/Matek Tabellenbuch[12]: $z_{11} = z_{12} = 30$
mittlerer Modul:
aus Roloff/Matek[13] Seite 841

$$
\begin{aligned}
m'_m &\geq \frac{(2,4...2,6) \cdot d_{sh}}{z}\\
m'_m &\geq \frac{(2,4...2,6) \cdot d_{\text{IV}}}{z_{11}} = \frac{(2,4...2,6) \cdot 40 \text{ mm}}{30} = (3,2...3,5)\text{mm}
\end{aligned}
$$

Breitenverhältnis:

$$
\begin{aligned}
&\frac{b}{d} = \frac{\left((0,1...0,5) + \frac{i}{10}\right) \cdot i}{\sqrt{i^2 + 1}} \text{ mit } i_{11,12} = 1\\
&\frac{b}{d} = (0,14...0,42)\\
&\left.\begin{matrix} F_t \geq B_{zul} \cdot d \cdot b \\ T = \frac{d}{2} \cdot F_t \end{matrix}\right\} b \cdot d^2 \geq \frac{2 \cdot T}{B_{zul}}
\end{aligned}
$$

$$
\Longrightarrow d^3 \geq \frac{2 \cdot T}{(0,19...0,51) \cdot B_{zul}} \text{ mit } T_{\text{IV}} = 268,99 \text{ Nm und } B_{zul} = 4\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}
$$

[11] Vgl. [Wit+17a]
[12] Vgl. [Wit+17b]
[13] Vgl. [Wit+17a]

$$d_{11} \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 268990 \text{ Nmm}}{(0,14...0,42) \cdot 4\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = (68,42...98,67) \text{ mm}$$

$$b_{11} = (68,42 \cdot 0,14...98,67 \cdot 0,42) \text{ mm} = (9,58...41,44) \text{ mm}$$

äußerer Teilkreisdurchmesser:

$$d_{e,min} = d_{m,min} + b_{min} \cdot \sin\delta_{11} = 68,42 \text{ mm} + 9,58 \text{ mm} \cdot \sin 45° = 75,2 \text{ mm}$$

$$d_{e,max} = d_{m,max} + b_{max} \cdot \sin\delta_{11} = 98,67 \text{ mm} + 41,44 \text{ mm} \cdot \sin 45° = 128 \text{ mm}$$

äußere Teilkegellänge:

$$R_{e,min} = \frac{d_{e,min}}{2 \cdot \sin\delta_{11}} = 53,17 \text{ mm}$$

$$R_{e,max} = \frac{d_{e,max}}{2 \cdot \sin\delta_{11}} = 90,5 \text{ mm}$$

äußerer Modul:

$$m_e = \frac{d_e}{z_{11}} = \frac{(75,2...128)}{30} = (2,5...4,3) \text{ mm}$$

endgültige Abmaße:

$$\begin{aligned}
&b = 28 \text{ mm}\\
&m_e = 4 \text{ mm}\\
&d_{e,11} = d_{e,12} = z_{11} \cdot m_e = 30 \cdot 4 \text{ mm} = 120 \text{ mm}\\
&R_e \geq 3 \cdot b = 84 \text{ mm}\\
&R_e = \frac{d_{e,11}}{2 \cdot \sin\delta_{11}} = 84,85 \text{ mm}
\end{aligned}$$

- Zahnkopf-, Zahnfuß-, und Zahnhöhe:

$$h_{ae} = m_e = 4 \text{ mm};\ h_{fe} = 1,25 \cdot m_e = 5 \text{ mm};\ h_e = 2,25 \cdot m_e = 9 \text{ mm}$$

- äußerer Kopfkreisdurchmesser:

$$d_{ae,11} = m_e \cdot (z_{11} + 2 \cdot \cos\delta_{11}) = 125,66 \text{ mm}$$

$$d_{ae,12} = m_e \cdot (z_{12} + 2 \cdot \cos\delta_{12}) = 125,66 \text{ mm}$$

2.4 Endgültige Abmaße

Bei der Konstruktion haben sich aufgrund der vorgegebenen Achsabstände und anderen konstruktiven Gründen einige Änderungen in den endgültigen Abmaßen der Zahnräder verändert. Deshalb werden im Folgenden alle endgültigen Werte dargestellt.

Stirnräder:

$$
\begin{aligned}
d_1 &= 72{,}36 \text{ mm} & b_1 &= 32 \text{ mm}\\
d_2 &= 217{,}1 \text{ mm} & b_2 &= 30 \text{ mm}\\
d_3 &= 217{,}1 \text{ mm} & b_3 &= 30 \text{ mm}\\
d_4 &= 89{,}4 \text{ mm} & b_4 &= 32 \text{ mm}\\
d_5 &= 340{,}5 \text{ mm} & b_5 &= 30 \text{ mm}\\
d_6 &= 149 \text{ mm} & b_6 &= 32 \text{ mm}\\
d_7 &= 280{,}9 \text{ mm} & b_7 &= 30 \text{ mm}\\
d_8 &= 112 \text{ mm} & b_8 &= 35 \text{ mm}\\
d_9 &= 112 \text{ mm} & b_9 &= 28 \text{ mm}\\
d_{10} &= 336 \text{ mm} & b_{10} &= 30 \text{ mm}
\end{aligned}
$$

Kegelräder:

$$
\begin{aligned}
&d_{e,11} = d_{e,12} = 120 \text{ mm}\\
&b_{11} = b_{12} = 28 \text{ mm}\\
&R_e = 84{,}85 \text{ mm}
\end{aligned}
$$

Überprüfung der Gesamtübersetzung:

- geforderte Gesamtübersetzung:

$$i_{ges,1} = \frac{n_{an}}{n_{\mathrm{IV},1}} = \frac{1200\frac{1}{\min}}{53,05\frac{1}{\min}} = 22,62$$
$$i_{ges,2} = \frac{n_{an}}{n_{\mathrm{IV},2}} = \frac{1200\frac{1}{\min}}{106,1\frac{1}{\min}} = 11,31$$
$$i_{ges,3} = \frac{n_{an}}{n_{\mathrm{IV},3}} = \frac{1200\frac{1}{\min}}{212,2\frac{1}{\min}} = 5,66$$
$$i_{ges,4} = \frac{n_{an}}{n_{\mathrm{IV},4}} = \frac{1200\frac{1}{\min}}{424,4\frac{1}{\min}} = 2,83$$

- tatsächliche Gesamtübersetzung:

$$i_{g\tilde{es},1} = i_{1,2} \cdot i_{8,9} \cdot i_{6,7} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \cdot i_{8,9} \cdot \frac{z_7}{z_6} = \frac{57}{19} \cdot 4 \cdot \frac{66}{35} = 22,63$$
$$i_{g\tilde{es},2} = i_{1,2} \cdot i_{4,5} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_5}{z_4} = \frac{57}{19} \cdot \frac{80}{21} = 11,4$$
$$i_{g\tilde{es},3} = i_{1,3} \cdot i_{6,7} = \frac{z_3}{z_1} \cdot \frac{z_7}{z_6} = \frac{57}{19} \cdot \frac{66}{35} = 5,66$$
$$i_{g\tilde{es},4} = i_{1,3} \cdot i_{9,8} \cdot i_{4,5} = \frac{z_3}{z_1} \cdot i_{9,8} \cdot \frac{z_5}{z_4} = \frac{57}{19} \cdot 0,25 \cdot \frac{80}{21} = 2,857$$

maximale prozentuale Abweichung im Gang 4: $\frac{2,857}{2,83} = 1,00954$
$\Longrightarrow$ $0,95\%$ Abweichung
Diese Abweichung liegt innerhalb der maximal erlaubten Abweichung von 1 Prozent.

2.5 Kräfte

In allen Schaltstellungen wirkt beim Stirnfräsen ein höheres Moment auf die Zahnräder als beim Umfangsfräsen. Deswegen wird im Folgenden nur mit den Werten der Torsionsmomente vom Stirnfräsen gerechnet.

Stirnradpaarungen:

Um die Zahnräder richtig auszulegen, werden die Kräfte für die jeweils höchstbelastete Stellung berechnet, in der das Zahnradpaar am Leistungsfluss beteiligt ist. Die verwendeten Formeln stammen aus dem Skript KL III[14] S. 7

$$F_t = \frac{2 \cdot T}{d}$$
$$F_r = \frac{F_t \cdot \tan \alpha_n}{\cos(\beta)}$$
$$F_a = F_t \cdot \tan(\beta)$$

- Z1, Gang 4:

$$F_{t,1} = \frac{2 \cdot T_{\mathrm{I},4,S}}{d_1} = \frac{2 \cdot 95,29 \text{ Nm}}{0,0724 \text{ m}} = 2632,32 \text{ N}$$
$$F_{r,1} = \frac{2632,32 \text{ N} \cdot \tan(20^\circ)}{\cos(20^\circ)} = 1019,57 \text{ N}$$
$$F_{a,1} = 2632,32 \cdot \tan(20^\circ) = 958,1 \text{ N}$$

- Z2, Gang 2:

$$F_{t,2} = \frac{2 \cdot T_{\mathrm{II},2,S}}{d_2} = \frac{2 \cdot 48,96 \text{ Nm}}{0,2171 \text{ m}} = 451 \text{ N}$$
$$F_{r,2} = \frac{451 \text{ N} \cdot \tan(20^\circ)}{\cos(20^\circ)} = 174,69 \text{ N}$$
$$F_{a,2} = 451 \cdot \tan(20^\circ) = 164,15 \text{ N}$$

[14] Vgl. [Pol17a]

- Z3, Gang 4:

$$F_{t,3} = \frac{2 \cdot T_{\mathrm{III},4,S}}{d_3} = \frac{2 \cdot 285,87\ \mathrm{Nm}}{0,2171\ \mathrm{m}} = 2633,53\ \mathrm{N}$$
$$F_{r,3} = \frac{2633,53\ \mathrm{N} \cdot \tan(20°)}{\cos(20°)} = 1020,04\ \mathrm{N}$$
$$F_{a,3} = 2633,53 \cdot \tan(20°) = 958,53\ \mathrm{N}$$

- Z4, Gang 4:

$$F_{t,4} = \frac{2 \cdot T_{\mathrm{II},4,S}}{d_4} = \frac{2 \cdot 71,47\ \mathrm{Nm}}{0,0894\ \mathrm{m}} = 1598,88\ \mathrm{N}$$
$$F_{r,4} = \frac{1598,88\ \mathrm{N} \cdot \tan(20°)}{\cos(20°)} = 619,29\ \mathrm{N}$$
$$F_{a,4} = 1598,88 \cdot \tan(20°) = 581,94\ \mathrm{N}$$

- Z5, Gang 4:

$$F_{t,5} = \frac{2 \cdot T_{\mathrm{IV},4,S}}{d_5} = \frac{2 \cdot 268,99\ \mathrm{Nm}}{0,3405\ \mathrm{m}} = 1579,97\ \mathrm{N}$$
$$F_{r,5} = \frac{1579,97\ \mathrm{N} \cdot \tan(20°)}{\cos(20°)} = 611,97\ \mathrm{N}$$
$$F_{a,5} = 1579,97 \cdot \tan(20°) = 575,06\ \mathrm{N}$$

- Z6, Gang 3:

$$F_{t,6} = \frac{2 \cdot T_{\mathrm{III},3,S}}{d_6} = \frac{2 \cdot 121,63\ \mathrm{Nm}}{0,149\ \mathrm{m}} = 1632,62\ \mathrm{N}$$
$$F_{r,6} = \frac{1632,62\ \mathrm{N} \cdot \tan(20°)}{\cos(20°)} = 632,36\ \mathrm{N}$$
$$F_{a,6} = 1632,62 \cdot \tan(20°) = 594,23\ \mathrm{N}$$

- Z7, Gang 3:

$$F_{t,7} = \frac{2 \cdot T_{\mathrm{IV},3,S}}{d_7} = \frac{2 \cdot 229,28\ \mathrm{Nm}}{0,2809\ \mathrm{m}} = 1632,47\ \mathrm{N}$$
$$F_{r,7} = \frac{1632,47\ \mathrm{N} \cdot \tan(20°)}{\cos(20°)} = 632,3\ \mathrm{N}$$
$$F_{a,7} = 1632,47 \cdot \tan(20°) = 594,17\ \mathrm{N}$$

Planetengetriebe:

Auf die Zahnräder des Planetengetriebes wirken im vierten Gang die höchsten Torsionsmomente. Da vier Planetenräder mit dem Sonnenrad im Eingriff sind, wirkt auf jedes Planetenrad nur 1/4 der zur Momentenübertragung benötigten Kraft.

$$F_{t,8} = F_{t,9} = F_{t,10} = \frac{2 \cdot T_{\mathrm{II},4,S}}{d_8 \cdot 4} = \frac{2 \cdot 71,47 \text{ Nm}}{0,112 \text{ m} \cdot 4} = 319,1 \text{ N}$$
$$F_{r,8} = F_{r,9} = F_{r,10} = 319,1 \text{ N} \cdot \tan(20°) = 116,13 \text{ N}$$
$$F_{a,8} = F_{a,9} = F_{a,10} = 0 \text{ N}$$

Kegelräder:

Formel aus Roloff/Matek[15] Seite 795

- Höchstbelastung, Gang 4

$$d_{m,11} = d_{m,12} = d_{11} - b_{11} \cdot \sin\delta_{11} = 120 \text{ mm} - 28\text{mm} \cdot \sin(45°) = 100,2 \text{ mm}$$
$$F_{tm,11,4} = F_{tm,12,4} = \frac{2 \cdot T_{\mathrm{V},4}}{d_{m,11}} = \frac{2 \cdot 268,99 \text{ Nm}}{0,1002 \text{ m}} = 5369,06 \text{ N}$$
$$F_{r,11,4} = F_{r,12,4} = F_{tm,11,4} \cdot \tan\alpha \cdot \cos\delta_{11} = 1381,81 \text{ N}$$
$$F_{a,11,4} = F_{a,12,4} = F_{tm,11,4} \cdot \tan\alpha \cdot \sin\delta_{11} = 1381,81 \text{ N}$$

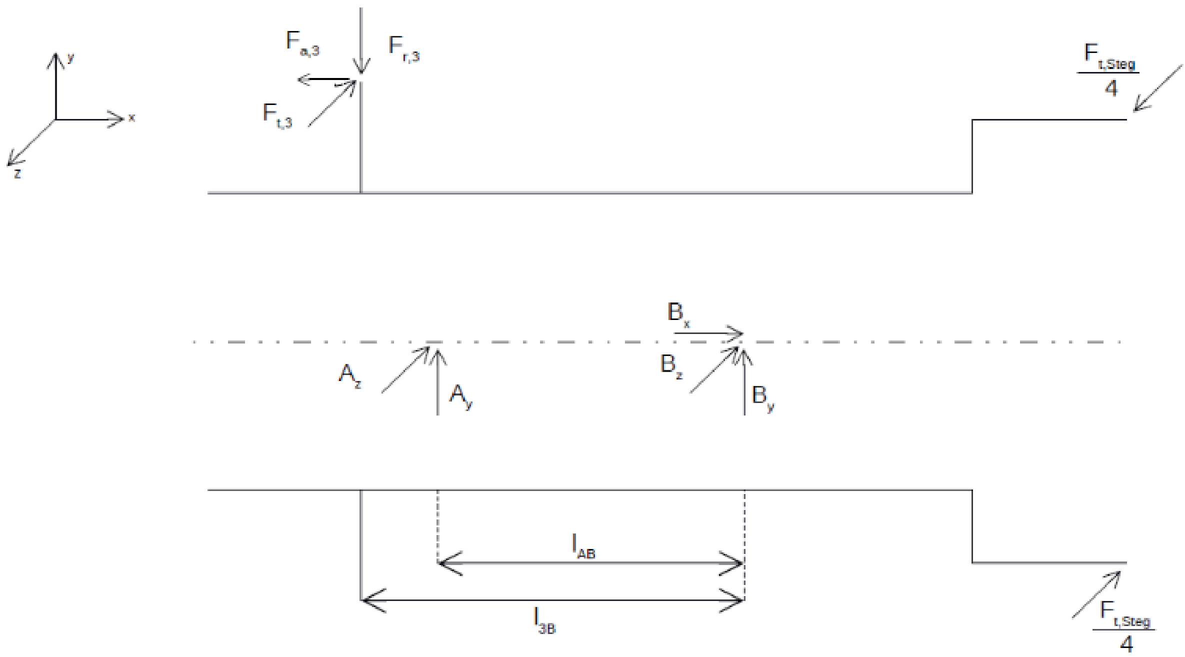
- Mindestbelastung, Gang 1

$$d_{m,11} = d_{m,12} = d_{11} - b_{11} \cdot \sin\delta_{11} = 120 \text{ mm} - 28\text{mm} \cdot \sin(45°) = 100,2 \text{ mm}$$
$$F_{tm,11,1} = F_{tm,12,1} = \frac{2 \cdot T_{\mathrm{V},1}}{d_{m,11}} = \frac{2 \cdot 6,12 \text{ Nm}}{0,1002 \text{ m}} = 122,2 \text{ N}$$
$$F_{r,11,1} = F_{r,12,1} = F_{tm,11,1} \cdot \tan\alpha \cdot \cos\delta_{11} = 47,3 \text{ N}$$
$$F_{a,11,1} = F_{a,12,1} = F_{tm,11,1} \cdot \tan\alpha \cdot \sin\delta_{11} = 44,5 \text{ N}$$

[15] Vgl. [Wit+17a]

3 Berechnung der Schnittkräfte

3.1 Berechnung der Lagerreaktionen der Hohlwelle



- Gegebene Werte:

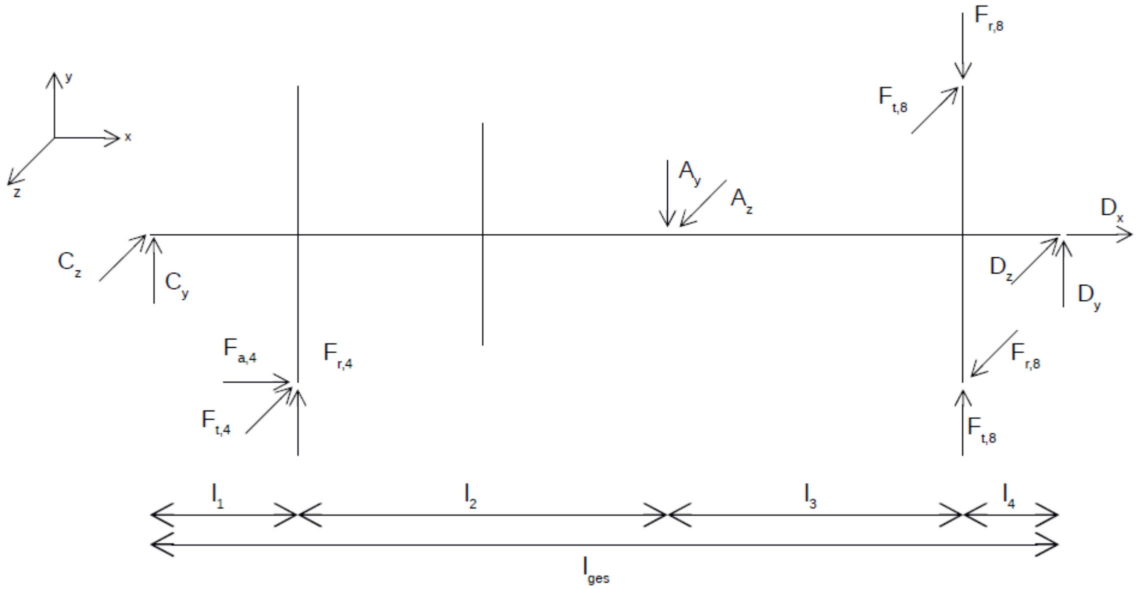
$$l_{AB} = 171 \text{ mm} \;,\; l_{3B} = 175,8 \text{ mm} \;,\; d_3 = 217,1 \text{ mm}$$
$$F_{t,3} = 2633,53 \text{ N} \;,\; F_{r,3} = 1020,04 \text{ N} \;,\; F_{a,3} = 958,53 \text{ N}$$

- Momentensummen:

$$\sum M_{\text{y}}{}^{(\text{B})} \stackrel{!}{=} 0 = -A_z \cdot l_{AB} - F_{t,3} \cdot l_{3B}$$
$$\implies A_z = -F_{t,3} \cdot \frac{l_{3B}}{l_{AB}} = -2707,45 \text{ N}$$

$$\sum M_{\text{z}}{}^{(\text{B})} \stackrel{!}{=} 0 = -A_y \cdot l_{AB} + F_{r,3} \cdot l_{3B} + F_{a,3} \cdot \frac{d_3}{2}$$
$$\implies A_y = \frac{F_{r,3} \cdot l_{3B} + F_{a,3} \cdot \frac{d_3}{2}}{l_{AB}} = 1657,14 \text{ N}$$

3.2 Berechnung der Lagerreaktionen von Welle II



- Gegebene Werte:

$$l_1 = 118,5 \text{ mm} \ , \ l_2 = 226,5 \text{ mm} \ , \ l_3 = 273 \text{ mm} \ , \ l_4 = 47 \text{ mm} \ , \ l_{ges} = 665 \text{ mm}$$

$$d_4 = 89,4 \text{ mm} \ , \ d_8 = 112 \text{ mm}$$

$$F_{t,4} = 1598,88 \text{ N} \ , \ F_{r,4} = 619,29 \text{ N} \ , \ F_{a,4} = 581,94 \text{ N}$$

$$F_{t,8} = 319,1 \text{ N} \ , \ F_{r,8} = 116,13 \text{ N}$$

- Gleichgewichte:

$$\sum F_x \overset{!}{=} 0 = F_{a,4} + D_x \implies D_x = -F_{a,4} = -581,94 \text{ N}$$
$$\sum F_y \overset{!}{=} 0 = C_y + F_{r,4} - A_y + D_y - F_{r,8} + F_{r,8}$$
$$\sum F_z \overset{!}{=} 0 = A_z - C_z - D_z - F_{t,4} + F_{t,8} - F_{t,8}$$

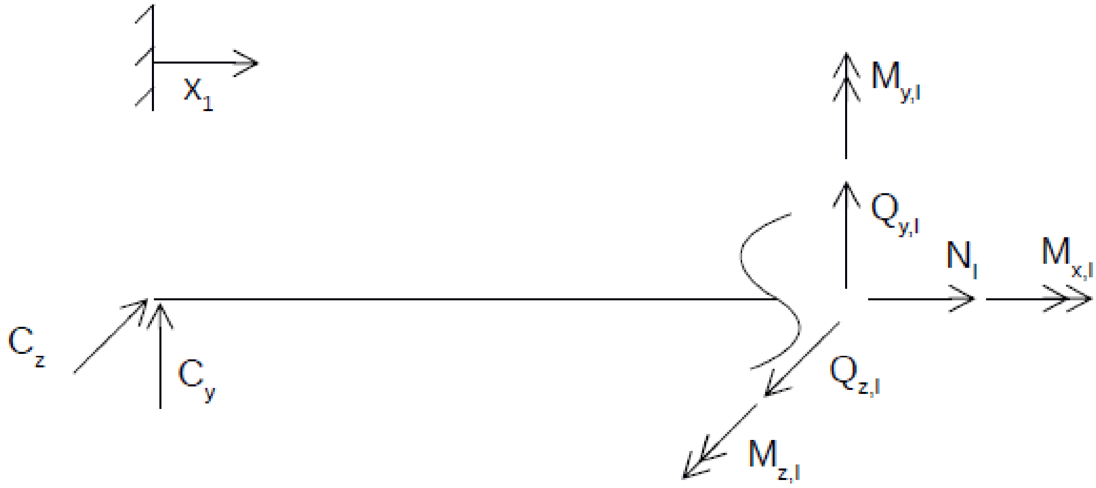
$$\sum M_{\mathrm{y}}{}^{(\mathrm{D})} \overset{!}{=} 0 = A_z \cdot (l_3 + l_4) - F_{t,4} \cdot (l_2 + l_3 + l_4) - C_z \cdot l_{ges} + l_4 \cdot F_{t,8} - l_4 \cdot F_{t,8}$$
$$\implies C_z = \frac{(l_3 + l_4) \cdot A_z - F_{t,4} \cdot (l_2 + l_3 + l_4)}{l_{ges}} = -2616,8 \text{ N}$$
$$\implies D_z = A_z - C_z - F_{t,4} = -1689,53 \text{ N}$$

$$\sum M_{\mathrm{z}}{}^{(\mathrm{D})} \overset{!}{=} 0 = (l_3 + l_4) \cdot A_y - \frac{d_4}{2} \cdot F_{a,4} - (l_2 + l_3 + l_4) \cdot F_{r,4} - l_{ges} \cdot C_y$$
$$\implies C_y = \frac{(l_3 + l_4) \cdot A_y + \frac{d_4}{2} \cdot F_{a,4} - (l_2 + l_3 + l_4) \cdot F_{r,4}}{l_{\mathrm{ges}}} = 327,62 \text{ N}$$
$$\implies D_y = A_y - C_y - F_{r,4} = 710,23 \text{ N}$$

$$C_x = \underline{0 \text{ N}} \qquad D_x = \underline{-581,94 \text{ N}}$$
$$C_y = \underline{327,26 \text{ N}} \qquad D_y = \underline{710,23 \text{ N}}$$
$$C_z = \underline{-2616,8 \text{ N}} \qquad D_z = \underline{-1689,53 \text{ N}}$$

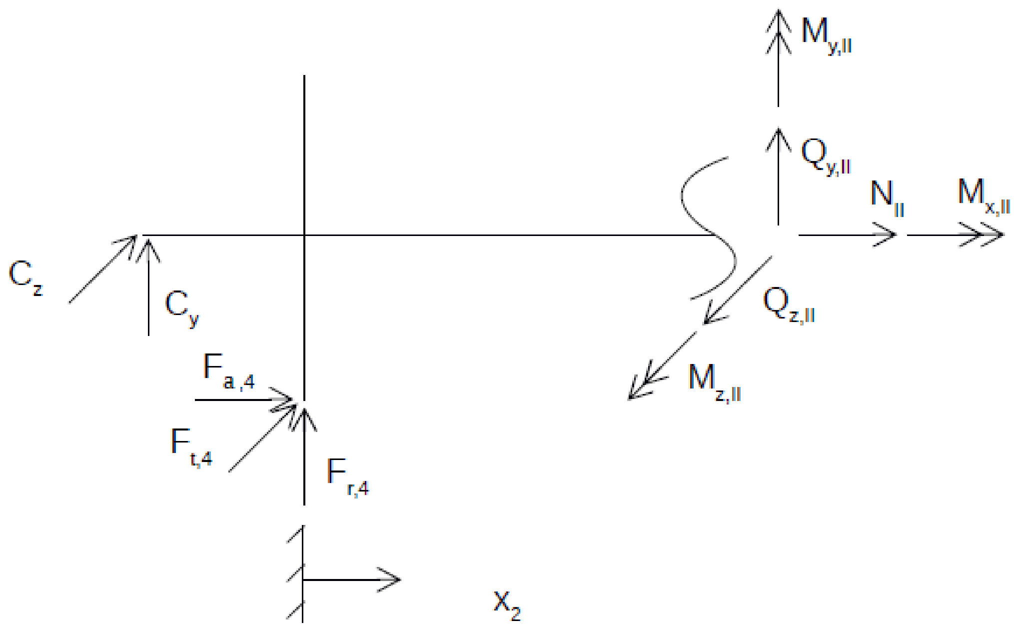
3.3 Berechnung der Schnittkraftverläufe

i) Bereich I: $0 \leq x_1 \leq l_1$



$$\sum F_x \stackrel{!}{=} 0 = N_\mathrm{I} \quad \Longrightarrow \quad N_\mathrm{I} = 0 \text{ N}$$
$$\sum F_y \stackrel{!}{=} 0 = Q_{y,\mathrm{I}} + C_y \quad \Longrightarrow \quad Q_{y,\mathrm{I}} = -C_y = -327,26 \text{ N}$$
$$\sum F_z \stackrel{!}{=} 0 = Q_{z,\mathrm{I}} - C_z \quad \Longrightarrow \quad Q_{z,\mathrm{I}} = C_z = -2616,8 \text{ N}$$
$$\sum M_x{}^{(\mathrm{P})} \stackrel{!}{=} 0 = M_{x,\mathrm{I}} \quad \Longrightarrow \quad M_{x,\mathrm{I}} = 0 \text{ Nm}$$
$$\sum M_y{}^{(\mathrm{P})} \stackrel{!}{=} 0 = M_{y,\mathrm{I}} - x_1 \cdot C_z \quad \Longrightarrow \quad M_{y,\mathrm{I}} = x_1 \cdot C_z = -2616,8 \text{ N} \cdot x_1$$
$$\sum M_z{}^{(\mathrm{P})} \stackrel{!}{=} 0 = M_{z,\mathrm{I}} - x_1 \cdot C_y \quad \Longrightarrow \quad M_{z,\mathrm{I}} = x_1 \cdot C_y = 327,26 \text{ N} \cdot x_1$$

ii) Bereich II: $0 \leq x_2 \leq l_2$



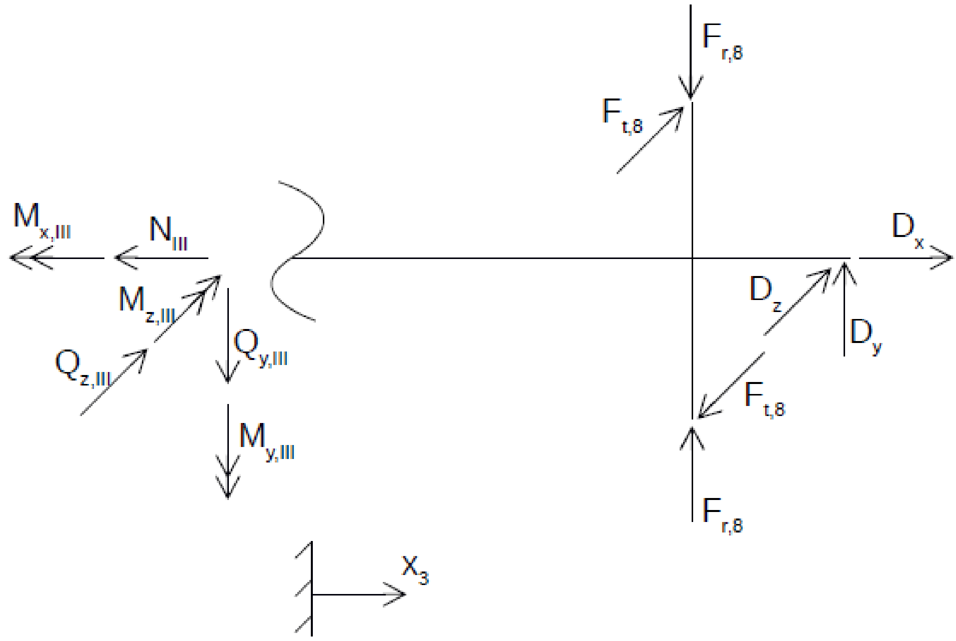
$$\sum F_x \overset{!}{=} 0 = F_{a,4} + N_{\text{II}} \implies N_{\text{II}} = -F_{a,4} = -581,94 \text{ N}$$
$$\sum F_y \overset{!}{=} 0 = C_y + F_{r,4} + Q_{y,\text{II}} \implies Q_{y,\text{II}} = -C_y - F_{r,4} = -946,55 \text{ N}$$
$$\sum F_z \overset{!}{=} 0 = -C_z - F_{t,4} + Q_{z,\text{II}} \implies Q_{z,\text{II}} = C_z + F_{t,4} = -1017,92 \text{ N}$$

$$\sum M_{\text{x}}{}^{(\text{P})} \overset{!}{=} 0 = M_{x,\text{II}} + r_4 \cdot F_{t,4}$$
$$\implies M_{x,\text{II}} = -\frac{d_4}{2} \cdot F_{t,4} = -71,5 \text{ Nm}$$

$$\sum M_{\text{y}}{}^{(\text{P})} \overset{!}{=} 0 = M_{y,\text{II}} - x_2 \cdot F_{t,4} - (l_1 + x_2) \cdot C_z$$
$$\implies M_{y,\text{II}} = (l_1 + x_2) \cdot C_z + x_2 \cdot F_{t,4} = -310,1 \text{ Nm} - 1017,92 \text{ N} \cdot x_2$$

$$\sum M_{\text{z}}{}^{(\text{P})} \overset{!}{=} 0 = M_{z,\text{II}} + \frac{d_4}{2} \cdot F_{a,4} - x_2 \cdot F_{r,4} - (l_1 + x_2) \cdot) C_y$$
$$\implies M_{z,\text{II}} = -\frac{d_4}{2} \cdot F_{a,4} + x_2 \cdot F_{r,4} + (l_1 + x_2) \cdot) C_y$$
$$= 12,77 \text{ Nm} + 946,55 \text{ N} \cdot x_2$$

iii) Bereich III: $0 \leq x_3 \leq l_3$



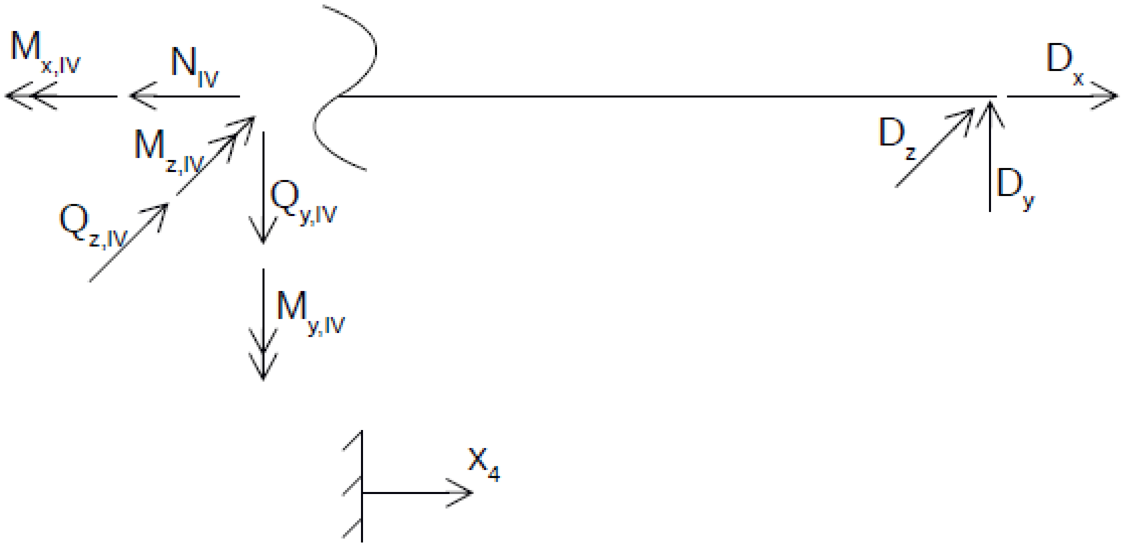
$$\sum F_x \overset{!}{=} 0 = D_x - N_{\text{III}} \implies N_{\text{III}} = D_x = -581,94 \text{ N}$$
$$\sum F_y \overset{!}{=} 0 = D_y - Q_{y,\text{III}} - F_{r,8} + F_{r,8} \implies Q_{y,\text{III}} = D_y = 710,23 \text{ N}$$
$$\sum F_z \overset{!}{=} 0 = -D_z - Qz, \text{III} + F_{t,8} - F_{t,8} \implies Q_{z,\text{III}} = -D_z = 1689,53 \text{ N}$$

$$\sum M_{\text{x}}{}^{(\text{P})} \overset{!}{=} 0 = -M_{x,\text{III}} - 4 \cdot \frac{d_8}{2} \cdot F_{t,8}$$
$$\implies M_{x,\text{III}} = -4 \cdot \frac{d_8}{2} \cdot F_{t,8} = -71,5 \text{ Nm}$$

$$\sum M_{\text{y}}{}^{(\text{P})} \overset{!}{=} 0 = -M_{y,\text{III}} + D_z \cdot (l_4 + (l_3 - x_3)) + F_{t,8} \cdot (l_3 - x_3) - F_{t,8} \cdot (l_3 - x_3)$$
$$\implies M_{y,\text{III}} = (l_4 + (l_3 - x_3)) \cdot D_z = -540,65 \text{ Nm} + 1689,53 \text{ N} \cdot x_3$$

$$\sum M_{\text{z}}{}^{(\text{P})} \overset{!}{=} 0 = -M_{z,\text{III}} + D_y \cdot (l_4 + (l_3 - x_3)) + F_{r,8} \cdot (l_3 - x_3) - F_{r,8} \cdot (l_3 - x_3)$$
$$\implies M_{z,\text{III}} = D_y \cdot (l_4 + (l_3 - x_3)) = 227,27 \text{ Nm} - 710,23 \text{ N} \cdot x_3$$

iv) Bereich IV: $0 \leq x_4 \leq l_4$



$$\sum F_x \stackrel{!}{=} 0 = D_x - N_{\text{IV}} \implies N_{\text{IV}} = D_x = -581,94 \text{ N}$$
$$\sum F_y \stackrel{!}{=} 0 = D_y - Q_{y,\text{IV}} \implies Q_{y,\text{IV}} = D_y = 710,23 \text{ N}$$
$$\sum F_z \stackrel{!}{=} 0 = -D_z - Qz,\text{IV} \implies Q_{z,\text{IV}} = -D_z = 1689,53 \text{ N}$$

$$\sum M_{\text{x}}{}^{(\text{P})} \stackrel{!}{=} 0 = -M_{x,\text{IV}} \implies M_{x,\text{IV}} = 0 \text{ Nm}$$

$$\sum M_{\text{y}}{}^{(\text{P})} \stackrel{!}{=} 0 = -M_{y,\text{IV}} + D_z \cdot (l_4 - x_4)$$
$$\implies M_{y,\text{IV}} = (l_4 - x_4) \cdot D_z = -79,4 \text{ Nm} + 1689,53 \text{ N} \cdot x_4$$

$$\sum M_{\text{z}}{}^{(\text{P})} \stackrel{!}{=} 0 = -M_{z,\text{IV}} + D_y \cdot (l_4 - x_4)$$
$$\implies M_{z,\text{IV}} = D_y \cdot (l_4 - x_4) = 33,38 \text{ Nm} - 710,23 \text{ N} \cdot x_4$$

Eckwerte:

Bereich i)

$$N_{\mathrm{I}}(0) = N_{\mathrm{I}}(l_1) = 0 \text{ N}$$
$$Q_{y,\mathrm{I}}(0) = Q_{y,\mathrm{I}}(l_1) = -327,26 \text{ N}$$
$$Q_{z,\mathrm{I}}(0) = Q_{z,\mathrm{I}}(l_1) = -2616,8 \text{ N}$$
$$M_{x,\mathrm{I}}(0) = M_{x,\mathrm{I}}(l_1) = 0 \text{ Nm}$$
$$M_{y,\mathrm{I}}(0) = 0 \text{ Nm} \qquad M_{y,\mathrm{I}}(l_1) = -310,1 \text{ Nm}$$
$$M_{z,\mathrm{I}}(0) = 0 \text{ Nm} \qquad M_{z,\mathrm{I}}(l_1) = 38,78 \text{ Nm}$$

Bereich ii)

$$N_{\mathrm{II}}(0) = N_{\mathrm{II}}(l_2) = -581,94 \text{ N}$$
$$Q_{y,\mathrm{II}}(0) = Q_{y,\mathrm{II}}(l_2) = -946,55 \text{ N}$$
$$Q_{z,\mathrm{II}}(0) = Q_{z,\mathrm{II}}(l_2) = -1017,92 \text{ N}$$
$$M_{x,\mathrm{II}}(0) = M_{x,\mathrm{II}}(l_2) = -71,5 \text{ Nm}$$
$$M_{y,\mathrm{II}}(0) = -310,1 \text{ Nm} \qquad M_{y,\mathrm{II}}(l_2) = -540,65 \text{ Nm}$$
$$M_{z,\mathrm{II}}(0) = 12,77 \text{ Nm} \qquad M_{z,\mathrm{II}}(l_2) = 227,27 \text{ Nm}$$

Bereich iii)

$$N_{\mathrm{III}}(0) = N_{\mathrm{III}}(l_3) = -581,94 \text{ N}$$
$$Q_{y,\mathrm{III}}(0) = Q_{y,\mathrm{III}}(l_3) = 710,23 \text{ N}$$
$$Q_{z,\mathrm{III}}(0) = Q_{z,\mathrm{III}}(l_3) = 1689,53 \text{ N}$$
$$M_{x,\mathrm{III}}(0) = M_{x,\mathrm{III}}(l_3) = -71,5 \text{ Nm}$$
$$M_{y,\mathrm{III}}(0) = -540,65 \text{ Nm} \qquad M_{y,\mathrm{III}}(l_3) = -79,4 \text{ Nm}$$
$$M_{z,\mathrm{III}}(0) = 227,27 \text{ Nm} \qquad M_{z,\mathrm{III}}(l_3) = 33,38 \text{ Nm}$$

Bereich iv)

$$
\begin{aligned}
N_{\mathrm{IV}}(0) &= N_{\mathrm{IV}}(l_4) = -581,94 \text{ N} \\
Q_{y,\mathrm{IV}}(0) &= Q_{y,\mathrm{IV}}(l_4) = 710,23 \text{ N} \\
Q_{z,\mathrm{IV}}(0) &= Q_{z,\mathrm{IV}}(l_4) = 1689,53 \text{ N} \\
M_{x,\mathrm{IV}}(0) &= M_{x,\mathrm{IV}}(l_4) = 0 \text{ Nm} \\
M_{y,\mathrm{IV}}(0) &= -79,4 \text{ Nm} & M_{y,\mathrm{IV}}(l_4) &= 0 \text{ Nm} \\
M_{z,\mathrm{IV}}(0) &= 33,38 \text{ Nm} & M_{z,\mathrm{IV}}(l_4) &= 0 \text{ Nm}
\end{aligned}
$$

3.4 Resultierende Momente

$$|M_{b,res}(x)| = \sqrt{(M_y(x))^2 + (M_z(x))^2}$$

Bereich i)

$$|M_{b,res}(x = 0)| = 0 \text{ Nm}$$
$$|M_{b,res}(x = l_1)| = 312,5 \text{ Nm}$$

Bereich ii)

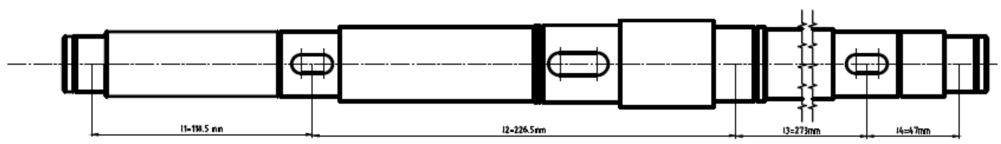
$$|M_{b,res}(x = l_1)| = 310,63 \text{ Nm}$$
$$|M_{b,res}(x = l_1 + l_2)| = 586,48 \text{ Nm}$$

Bereich iii)

$$|M_{b,res}(x = l_1 + l_2)| = 586,48 \text{ Nm}$$
$$|M_{b,res}(x = l_1 + l_2 + l_3)| = 86,13 \text{ Nm}$$

Bereich iv)

$$|M_{b,res}(x = l_1 + l_2 + l_3)| = 86,13 \text{ Nm}$$
$$|M_{b,res}(x = l_{ges})| = 0 \text{ Nm}$$



4 Dauerfestigkeitsberechnung für Welle I

In diesem Kapitel werden die beiden am meisten gefährdeten Querschnitte der Welle I auf Dauerfestigkeit und bleibende Verformung untersucht. Der Sicherheitsfaktor sollte dabei nach DIN 743 mindestens $S_{min} = 1,2$ betragen.

4.1 Werkstoffkennwerte

Als Werkstoff wurde der Vergütungsstahl 30CrNiMo8 gewählt. Die folgenden Festigkeitswerte stammen aus der Tabelle A.4 der DIN 743 - 3.

$$R_{p0,2} = 1050 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} = \sigma_S$$
$$R_m = 1250 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} = \sigma_B$$
$$\sigma_{zdW} = 500 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$
$$\sigma_{bW} = 625 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$
$$\tau_{tW} = 375 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

4.2 Freistichberechnung

Die Sicherheit des Freistiches wird bei Umlaufbiegung und konstanter Torsions- und Zug-Druck-Beanspruchung berechnet.

Abmessungen:

$$D = 47 \text{ mm} \qquad \frac{r}{t} = 0,21$$
$$d = 39,4 \text{ mm} \qquad \frac{r}{d} = 0,02$$
$$r = 0,8 \text{ mm} \qquad \frac{d}{D} = 0,838$$
$$t = \frac{D-d}{2} = 3,8 \text{ mm}$$

Wirkende Spannungen (nach DIN 743 - 1 Tabelle 1)

$$\sigma_{zda} = \frac{F_{zda}}{A} = \frac{N}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{581,94\ \mathrm{N}}{1219,22\ \mathrm{mm}^2} = 0,48 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$
$$\sigma_{ba} = \frac{M_{ba}}{A} = \frac{|M_{b,res}(x = 345\ \mathrm{mm})|}{\frac{\pi \cdot d^3}{32}} = \frac{586480\ \mathrm{Nmm}}{6004,66\ \mathrm{mm}^3} = 97,67 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$
$$\tau_{ta} = \frac{M_{ta}}{A} = \frac{M_{\mathrm{II}}}{\frac{\pi \cdot d^3}{16}} = \frac{71500\ \mathrm{Nmm}}{12009,32\ \mathrm{mm}^3} = 5,95 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

Gesamteinflussfaktor

Die folgenden Formeln stammen, soweit nichts anderes vermerkt, aus der DIN 743 - 2.

- Bezogenes Spannungsgefälle G' (Tabelle 2)

$$\text{Hilfsgröße } \Phi = \frac{1}{4 \cdot \sqrt{\frac{t}{r}} + 2} = 0,09$$
$$G'_{ZD} = \frac{2,3 \cdot (1 + \Phi)}{r} = 3,13 \frac{1}{\mathrm{mm}}$$
$$G'_B = G'_{ZD} = 3,13 \frac{1}{\mathrm{mm}}$$
$$G'_T = \frac{1,15}{r} = 1,44 \frac{1}{\mathrm{mm}}$$

- Technologischer Größeneinflussfaktor $K_1(d_{eff})$

zur Vereinfachung wird angenommen $d_{eff} = D = 47$ mm und $d_B = 16$ mm

Streckgrenze Vergütungsstahl: $K_{1,Re}(d_{eff}) = 1 - 0,34 \lg \left(\frac{d_{eff}}{d_B} \right) = 0,84$ (14)

Zugfestigkeit Vergütungsstahl: $K_{1,Rm}(d_{eff}) = 1 - 26 \lg \left(\frac{d_{eff}}{d_B} \right) = 0,88$ (12)

- Formzahl α

$$\alpha_{\sigma ZD} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,62 \cdot \frac{r}{t} + 7 \cdot \frac{r}{d}(1 + 2 \cdot \frac{r}{d})^2}} = 2,88 \qquad \text{(Bild 8)}$$
$$\alpha_{\sigma B} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,62 \cdot \frac{r}{t} + 11,6 \cdot \frac{r}{d}(1 + 2 \cdot \frac{r}{d})^2 + 0,2 \cdot \left(\frac{r}{t}\right)^3 \cdot \frac{d}{D}}} = 2,62 \qquad \text{(Bild 9)}$$
$$\alpha_{\tau} = 1 + \frac{1}{\sqrt{3,4 \cdot \frac{r}{t} + 38 \cdot \frac{r}{d}(1 + 2 \cdot \frac{r}{d})^2 + \left(\frac{r}{t}\right)^2 \cdot \frac{d}{D}}} = 1,8 \qquad \text{(Bild 10)}$$

- Stützziffer n (5)

$$
\begin{aligned}
n &= 1 + \sqrt{G' \cdot \ \mathrm{mm}} \cdot 10^{-\left(0{,}33 + \frac{\sigma_S(d)}{712 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}}\right)} \\
\text{mit } \sigma_S(d) &= K_{1,Re}(d_{eff}) \cdot \sigma_S(d_B) \\
&= 0,84 \cdot 1050 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} = 882 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \\
n_{ZD} &= n_B = 1 + \sqrt{3,13} \cdot 10^{-\left(0{,}33 + \frac{882}{712}\right)} \\
&= 1,048 \\
n_\tau &= 1 + \sqrt{1,44} \cdot 10^{-\left(0{,}33 + \frac{882}{712}\right)} \\
&= 1,032
\end{aligned}
$$

Formel für σ_S aus Skript KL III [16] S.168

- Kerbwirkungszahl β (4)

$$
\begin{aligned}
\beta_{\sigma ZD} &= \frac{\alpha_{\sigma ZD}}{n_{ZD}} = 2,748 \\
\beta_{\sigma B} &= \frac{\alpha_{\sigma B}}{n_B} = 2,5 \\
\beta_\tau &= \frac{\alpha_{\sigma\tau}}{n_\tau} = 1,744
\end{aligned}
$$

- Geometrischer Größeneinflussfaktor $K_2(d)$

$$\text{Zug/Druck: } K_{2ZD}(d) = 1 \tag{15}$$

$$\text{Biegung/Torsion: } K_{2B,\tau}(d) = 1 - 0,2 \cdot \frac{\lg(d/7,5 \ \mathrm{mm})}{lg20} = 0,89 \tag{16}$$

- Einflussfaktor der Oberflächenrauheit $K_{F\sigma,\tau}$ (Skript KL III [17] S.171)

$$
\begin{aligned}
\text{Zug/Druck \& Biegung: } K_{F\sigma} &= 1 - 0,22 \cdot \lg\left(\frac{Rz}{\mu m}\right) \cdot (\lg\left(\frac{\sigma_B(d)}{20} \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\right) - 1) && (18) \\
\text{mit } \sigma_B(d) &= K_{1,Re}(d_{eff}) \cdot \sigma_B(d_B) \\
&= 0,84 \cdot 1250 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} = 1050 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \\
\implies K_{F\sigma} &= 0,873 \text{ mit } R_z = 6,3 \mu m \\
\text{Torsion: } K_{F\tau} &= 0,575 \cdot K_{F\sigma} + 0,425 = 0,927 && (19)
\end{aligned}
$$

[16] Vgl. [Pol17a]
[17] Vgl. [Pol17a]

- Einflussfaktor der Oberflächenverfestigung (aus KL III [18] Seite 172)

$$K_V = 1$$

- Gesamteinflussfaktor K_σ nach DIN 743 - 1

$$\begin{aligned}
\text{Zug/Druck: } K_{\sigma ZD} &= \left(\frac{\beta_{\sigma ZD}}{K_{2ZD}(d)} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1\right) \cdot \frac{1}{K_V} && (8)\\
&= \left(\frac{2,748}{1} + \frac{1}{0,873} - 1\right) \cdot \frac{1}{1}\\
&= 2,893\\
\text{Biegung: } K_{\sigma B} &= \left(\frac{\beta_{\sigma B}}{K_{2B}(d)} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1\right) \cdot \frac{1}{K_V} && (8)\\
&= \left(\frac{2,5}{0,89} + \frac{1}{0,873} - 1\right) \cdot \frac{1}{1}\\
&= 2,954\\
\text{Torsion: } K_{\tau} &= \left(\frac{\beta_{\tau}}{K_{2\tau}(d)} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1\right) \cdot \frac{1}{K_V} && (9)\\
&= \left(\frac{1,744}{0,89} + \frac{1}{0,927} - 1\right) \cdot \frac{1}{1}\\
&= 1,15
\end{aligned}$$

Vorhandene Sicherheitszahl für Dauerfestigkeitsnachweis nach Belastungsfall 1

verwendete Formeln aus der DIN 743 - 1

- Vergleichsmittelspannung

$$\begin{aligned}
\sigma_{mv} &= \sqrt{(\sigma_{zdm} + \sigma_{bm})^2 + 3 \cdot \tau_{tm}^2} && (23)\\
\sigma_{bm} &= 0 \text{ (da Umlaufbiegung vorliegt)}\\
\sigma_{zdm} &= \sigma_{zda} = 0,48 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\\
\tau_{tm} &= \tau_{ta} = 5,95 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\\
\Longrightarrow \sigma_{mv} &= \sqrt{(0,48 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} + 0)^2 + 3 \cdot (5,95 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2})^2}\\
&= 10,32 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\\
\tau_{mv} &= \frac{\sigma_{mv}}{\sqrt{3}} = 5,96 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} && (24)
\end{aligned}$$

[18] Vgl. [Pol17a]

- Bauteilwecheselfestigkeit σ_{WK}

$$\sigma_{zdWK} = \frac{\sigma_{zdW} \cdot K_{1,Rm}(d_{eff})}{K_{\sigma ZD}} = \frac{500\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 0,88}{2,893} = 152,09\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \tag{5}$$

$$\sigma_{bWK} = \frac{\sigma_{bW} \cdot K_{1,Rm}(d_{eff})}{K_{\sigma B}} = \frac{625\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 0,88}{2,954} = 186,19\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \tag{6}$$

$$\tau_{tWK} = \frac{\tau_{tW} \cdot K_{1,Rm}(d_{eff})}{K_{\tau}} = \frac{375\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 0,88}{1,15} = 286,96\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \tag{7}$$

- Einflussfaktor der Mittelspannungsempfindlichkeit Ψ_K

$$\Psi_{zd\sigma K} = \frac{\sigma_{zdWK}}{2 \cdot K_{1,Rm}(d_{eff}) \cdot \sigma_B(d_B) - \sigma_{zdWK}} = \frac{152,09\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}}{2 \cdot 0,88 \cdot 1250\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} - 152,09\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}} = 0,074 \tag{20}$$

$$\Psi_{b\sigma K} = \frac{\sigma_{bWK}}{2 \cdot K_{1,Rm}(d_{eff}) \cdot \sigma_B(d_B) - \sigma_{bWK}} = \frac{186,19\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}}{2 \cdot 0,88 \cdot 1250\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} - 186,19\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}} = 0,092 \tag{21}$$

$$\Psi_{\tau K} = \frac{\tau_{tWK}}{2 \cdot K_{1,Rm}(d_{eff}) \cdot \sigma_B(d_B) - \tau_{tWK}} = \frac{286,96\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}}{2 \cdot 0,88 \cdot 1250\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} - 286,96\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}} = 0,15 \tag{22}$$

- Spannungsamplitude der Bauteildauerfestigkeit

$$\sigma_{zdADK} = \sigma_{zdWK} - \Psi_{zd\sigma K} \cdot \sigma_{mv} = 152,09\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} - 0,074 \cdot 10,32\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} = 151,33\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \tag{10}$$

$$\sigma_{bADK} = \sigma_{bWK} - \Psi_{b\sigma K} \cdot \sigma_{mv} = 186,19\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} - 0,092 \cdot 10,32\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} = 185,24\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \tag{11}$$

$$\tau_{tADK} = \tau_{tWK} - \Psi_{\tau K} \cdot \tau_{mv} = 286,96\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} - 0,15 \cdot 5,96\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} = 286,07\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \tag{12}$$

- vorhandene Sicherheitszahl S

$$S = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{zda}}{\sigma_{zdADK}} + \frac{\sigma_{ba}}{\sigma_{bADK}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{ta}}{\tau_{tADK}}\right)^2}} \tag{2}$$
$$S = 1,88$$

Vorhandene Sicherheitszahl S für Nachweis gegen Überschreiten der Fließgrenze

verwendete Formeln aus der DIN 743 - 1

- Statische Stützwirkung K_{2F} nach Tabelle 3

$$K_{2F\sigma zd} = 1$$
$$K_{2F\sigma b} = 1,2$$
$$K_{2F\tau} = 1,2$$

- Erhöhungsfaktor der Fließgrenze γ_F nach Tabelle 2

$$\gamma_{F\sigma} = 1,1 \text{ (Für } \beta_\sigma = 2,0 \text{ bis } 3,0)$$
$$\gamma_{F\tau} = 1$$

- Bauteilfließgrenze

$$\sigma_{zd,bFK} = K_{1,Re}(d_{eff}) \cdot K_{2F\sigma} \cdot \gamma_{F\sigma} \cdot \sigma_S(d_B) \tag{31}$$
$$\sigma_{zdFK} = 0,84 \cdot 1 \cdot 1,1 \cdot 1050 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$
$$= 970,2 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$
$$\sigma_{bFK} = 0,84 \cdot 1,2 \cdot 1,1 \cdot 1050 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$
$$= 1164,24 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$
$$\tau_{tFK} = K_{1,Re}(d_{eff}) \cdot K_{2F\tau} \cdot \gamma_{F\tau} \cdot \sigma_S(d_B)/\sqrt{3} \tag{32}$$
$$= 0,84 \cdot 1,2 \cdot 1 \cdot 1050 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}/\sqrt{3}$$
$$= 1058,4 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

- Vorhandene Sicherheitszahl S
  Für diesen Fall wird mit den wirkenden Spannungsamplituden als maximale Span-

nungen gerechnet, da keine stoßartige Belastung angenommen wird.

$$S = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{zdmax}}{\sigma_{zdFK}} + \frac{\sigma_{bmax}}{\sigma_{bFK}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{tmax}}{\tau_{tFK}}\right)^2}} \tag{25}$$
$$= 11,82$$

Die Schwachstelle 1, also der Freistich, ist gegen Dauerbruch und plastische Verformung ausreichend ausgelegt.

4.3 Berechnung der Sicherungsringnut

Die Sicherheit der Sicherungsringnut wird bei Umlaufbiegung und konstanter Torsions- und Zug-Druck-Beanspruchung berechnet.

Abmessungen:

$$D = 40 \text{ mm}$$
$$d = 37,5 \text{ mm}$$
$$m = 1,85 \text{ mm}$$
$$r = 0,175 \text{ mm}$$
$$t = \frac{D-d}{2} = 1,25 \text{ mm}$$

Wirkende Spannungen (nach DIN 743 - 1 Tabelle 1)

$$\sigma_{zda} = \frac{F_{zda}}{A} = \frac{N}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{581,94 \text{ N}}{1104,47 \text{ mm}^2} = 0,53 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$
$$\sigma_{ba} = \frac{M_{ba}}{A} = \frac{|M_{b,res}(x = 345 \text{ mm})|}{\frac{\pi \cdot d^3}{32}} = \frac{586480 \text{ Nmm}}{5177,19 \text{ mm}^3} = 113,28 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$
$$\tau_{ta} = \frac{M_{ta}}{A} = \frac{M_{\text{II}}}{\frac{\pi \cdot d^3}{16}} = \frac{71500 \text{ Nmm}}{10354,37 \text{ mm}^3} = 6,9 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Gesamteinflussfaktor

Die folgenden Formeln stammen, soweit nichts anderes vermerkt, aus der DIN 743 - 2. Als Bezugsdurchmesser dient $d_{BK} = 30$ mm.

- Bezogenes Spannungsgefälle G' (Tabelle 2)

$$\begin{aligned} \text{Hilfsgröße } \Phi &= \frac{1}{4 \cdot \sqrt{\frac{t}{r}} + 2} = 0,09 \\ G'_{ZD} &= \frac{2,3 \cdot (1 + \Phi)}{r} = 3,13 \frac{1}{\text{mm}} \\ G'_B &= G'_{ZD} = 3,13 \frac{1}{\text{mm}} \\ G'_T &= \frac{1,15}{r} = 1,44 \frac{1}{\text{mm}} \end{aligned}$$

- Technologischer Größeneinflussfaktor $K_1(d_{eff})$

  zur Vereinfachung wird angenommen $d_{eff} = D = 40$ mm und $d_B = 16$ mm

  Streckgrenze Vergütungsstahl: $K_{1,Re}(d_{eff}) = 1 - 0,34 \lg \left(\frac{d_{eff}}{d_B}\right) = 0,86$ (14)

  Zugfestigkeit Vergütungsstahl: $K_{1,Rm}(d_{eff}) = 1 - 26 \lg \left(\frac{d_{eff}}{d_B}\right) = 0,897$ (12)

- Strukturradius ρ^* nach Kapitel 4.2.4

$$\begin{aligned} \sigma_S(d) &= \sigma_S(d_B) \cdot K_{1,Re}(deff) = 1050 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 0,86 = 903 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \qquad (Bild3) \\ \rho^* &= 10^{-\left(0,514 + 0,00152 \cdot \sigma_S(d) / \left(\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right)\right)} \cdot \ \text{mm} = 0,013 \text{ mm} \end{aligned}$$

- korrigierter Rundungsradius r_f nach Kapitel 4.2.4

$$\begin{aligned} \text{Zug/Druck, Biegung: } r_{f,ZD} = & r_{f,B} = r + 2,9 \cdot \rho^* = 0,175 \text{ mm} + 2,9 \cdot 0,013 \text{ mm} = 0,213 \text{ mm} \\ \text{Torsion: } r_{f,\tau} = & r + \rho^* = 0,175 \text{ mm} + 0,013 \text{ mm} = 0,188 \text{ mm} \end{aligned}$$

- Hilfsgröße $\beta^*(d_{BK})$ nach Kapitel 4.2.4

$$\begin{aligned} \text{Zug/Druck: } \beta^*_{\sigma,ZD}(d_{BK}) = & 0,9 \cdot (1,27 + 1,17 \cdot \sqrt{t/r_{f,ZD}}) = 3,694 \\ \text{Biegung: } \beta^*_{\sigma,B}(d_{BK}) = & 0,9 \cdot (1,14 + 1,08 \cdot \sqrt{t/r_{f,B}}) = 3,381 \\ \text{Torsion: } \beta^*_{\tau}(d_{BK}) = & (1,48 + 0,45 \cdot \sqrt{t/r_{f,\tau}}) = 2,64 \end{aligned}$$

- Kerbwirkungszahl $\beta(d_{BK})$ nach Kapitel 4.2.4

$$\begin{aligned}
&\text{Für } m/t \geq 1,4 \text{ gilt: } \beta(d_{BK}) = \beta^*(d_{BK})\\
\Longrightarrow\ &\beta_{\sigma,ZD}(d_{BK}) = 3,694\\
&\beta_{\sigma,B}(d_{BK}) = 3,381\\
&\beta_{\tau}(d_{BK}) = 2,64
\end{aligned}$$

- Geometrischer Größeneinflussfaktor $K_3(d)$ und $K_3(d_{BK})$ (17)

$$\begin{aligned}
K_3(d) &= 1 - 0,2 \cdot lg(\beta(d_{BK})) \cdot \frac{lg(d/7,5\text{ mm})}{lg(20)}\\
K_{3,ZD}(d) &= 1 - 0,2 \cdot lg(3,694) \cdot \frac{lg(37,5/7,5\text{ mm})}{lg(20)} = 0,939\\
K_{3,B}(d) &= 1 - 0,2 \cdot lg(3,381) \cdot \frac{lg(37,5/7,5\text{ mm})}{lg(20)} = 0,943\\
K_{3,\tau}(d) &= 1 - 0,2 \cdot lg(2,64) \cdot \frac{lg(37,5/7,5\text{ mm})}{lg(20)} = 0,955
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{3,ZD}(d_{BK}) &= 1 - 0,2 \cdot lg(3,694) \cdot \frac{lg(30/7,5\text{ mm})}{lg(20)} = 0,947\\
K_{3,B}(d_{BK}) &= 1 - 0,2 \cdot lg(3,381) \cdot \frac{lg(30/7,5\text{ mm})}{lg(20)} = 0,951\\
K_{3,\tau}(d_{BK}) &= 1 - 0,2 \cdot lg(2,64) \cdot \frac{lg(30/7,5\text{ mm})}{lg(20)} = 0,961
\end{aligned}$$

- Kerbwirkungszahl $\beta(d)$ (3)

$$\begin{aligned}
\beta(d) &= \beta(d_{BK}) \cdot \frac{K_3(d_{BK})}{K_3(d)}\\
\beta_{\sigma,ZD}(d) &= 3,694 \cdot \frac{0,947}{0,939} = 3,725\\
\beta_{\sigma,B}(d) &= 3,381 \cdot \frac{0,951}{0,943} = 3,41\\
\beta_{\tau}(d) &= 2,64 \cdot \frac{0,961}{0,955} = 2,657
\end{aligned}$$

- Geometrischer Größeneinflussfaktor $K_2(d)$

Zug/Druck: $K_{2ZD}(d) = 1$ (15)

Biegung/Torsion: $K_{2B,\tau}(d) = 1 - 0,2 \cdot \frac{\lg(d/7,5\text{ mm})}{lg20} = 0,893$ (16)

- Einflussfaktor der Oberflächenverfestigung (aus KL III [19] Seite 172)

$$K_V = 1$$

- Einflussfaktor der Oberflächenrauheit $K_{F\sigma,\tau}(Rz)$

$$\text{Zug/Druck \& Biegung: } K_{F\sigma}(Rz) = 1 - 0,22 \cdot \lg\left(\frac{Rz}{\mu m}\right) \cdot (\lg\left(\frac{\sigma_B(d)}{20\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}\right) - 1) \tag{18}$$

$$\begin{aligned} \text{mit } \sigma_B(d) &= K_{1,Re}(d_{eff}) \cdot \sigma_B(d_B) \\ &= 0,86 \cdot 1250\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 1075\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \\ \Longrightarrow K_{F\sigma}(Rz) &= 1 - 0,22 \cdot \lg\left(\frac{6,3\mu m}{\mu m}\right) \cdot (\lg\left(\frac{1075\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{20\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}\right) - 1) \\ &= 0,872 \end{aligned}$$

$$\text{Torsion: } K_{F\tau}(Rz) = 0,575 \cdot K_{F\sigma}(Rz) + 0,425 = 0,926 \tag{19}$$

- Einflussfaktor der Oberflächenrauheit $K_{F\sigma,\tau}(Rz_B)$

Gültig für die Probe mit der mittleren Rauheit der Kerbe $Rz_B = 20\mu m$

$$\text{Zug/Druck \& Biegung: } K_{F\sigma}(Rz_B) = 1 - 0,22 \cdot \lg\left(\frac{Rz_B}{\mu m}\right) \cdot (\lg\left(\frac{\sigma_B(d)}{20}\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right) - 1) \tag{18}$$

$$\begin{aligned} \Longrightarrow K_{F\sigma}(Rz_B) &= 1 - 0,22 \cdot \lg\left(\frac{20\mu m}{\mu m}\right) \cdot (\lg\left(\frac{1075\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{20\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}\right) - 1) \\ &= 0,79 \end{aligned}$$

$$\text{Torsion: } K_{F\tau}(Rz_B) = 0,575 \cdot K_{F\sigma}(Rz_B) + 0,425 = 0,879 \tag{19}$$

- Einflussfaktor der Oberflächenrauheit $K_{F\sigma,\tau}$

$$\text{Zug/Druck \& Biegung: } K_{F\sigma} = \frac{K_{F\sigma}(Rz)}{K_{F\sigma}(Rz_B)} = 1,104 \tag{20}$$

$$\text{Torsion: } K_{F\tau} = \frac{K_{F\tau}(Rz)}{K_{F\tau}(Rz_B)} = 1,053 \tag{20}$$

[19] Vgl. [Pol17a]

- Gesamteinflussfaktor K_σ nach DIN 743 - 1

$$\begin{aligned}
\text{Zug/Druck: } K_{\sigma ZD} &= \left(\frac{\beta_{\sigma ZD}}{K_{2ZD}(d)} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1\right) \cdot \frac{1}{K_V} \qquad (8)\\
&= \left(\frac{3,725}{1} + \frac{1}{1,104} - 1\right) \cdot \frac{1}{1}\\
&= 3,631\\
\text{Biegung: } K_{\sigma B} &= \left(\frac{\beta_{\sigma B}}{K_{2B}(d)} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1\right) \cdot \frac{1}{K_V} \qquad (8)\\
&= \left(\frac{3,41}{0,893} + \frac{1}{1,104} - 1\right) \cdot \frac{1}{1}\\
&= 3,724\\
\text{Torsion: } K_{\tau} &= \left(\frac{\beta_{\tau}}{K_{2\tau}(d)} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1\right) \cdot \frac{1}{K_V} \qquad (9)\\
&= \left(\frac{2,657}{0,893} + \frac{1}{1,053} - 1\right) \cdot \frac{1}{1}\\
&= 2,925
\end{aligned}$$

Vorhandene Sicherheitszahl für Dauerfestigkeitsnachweis nach Belastungsfall 1

verwendete Formeln aus der DIN 743 - 1

- Vergleichsmittelspannung

$$\sigma_{mv} = \sqrt{(\sigma_{zdm} + \sigma_{bm})^2 + 3 \cdot \tau_{tm}^2} \qquad (23)$$

$$\sigma_{bm} = 0 \text{ (da Umlaufbiegung vorliegt)}$$

$$\sigma_{zdm} = \sigma_{zda} = 0,53 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

$$\tau_{tm} = \tau_{ta} = 6,9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

$$\Longrightarrow \sigma_{mv} = \sqrt{(4,22 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} + 0)^2 + 3 \cdot (6,9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2})^2}$$

$$= 11,96 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

$$\tau_{mv} = \frac{\sigma_{mv}}{\sqrt{3}} = 6,9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \qquad (24)$$

- Bauteilwecheselfestigkeit σ_{WK}

$$\sigma_{zdWK} = \frac{\sigma_{zdW} \cdot K_{1,Rm}(d_{eff})}{K_{\sigma ZD}} \tag{5}$$
$$= \frac{500\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 0,897}{3,631} = 123,52\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$
$$\sigma_{bWK} = \frac{\sigma_{bW} \cdot K_{1,Rm}(d_{eff})}{K_{\sigma B}} \tag{6}$$
$$= \frac{625\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 0,897}{3,724} = 150,54\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$
$$\tau_{tWK} = \frac{\tau_{tW} \cdot K_{1,Rm}(d_{eff})}{K_{\tau}} \tag{7}$$
$$= \frac{375\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 0,897}{2,925} = 115\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

- Einflussfaktor der Mittelspannungsempfindlichkeit Ψ_K

$$\Psi_{zd\sigma K} = \frac{\sigma_{zdWK}}{2 \cdot K_{1,Rm}(d_{eff}) \cdot \sigma_B(d_B) - \sigma_{zdWK}} \tag{20}$$
$$= \frac{123,52\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}}{2 \cdot 0,897 \cdot 1250\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} - 123,52\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}} = 0,058$$
$$\Psi_{b\sigma K} = \frac{\sigma_{bWK}}{2 \cdot K_{1,Rm}(d_{eff}) \cdot \sigma_B(d_B) - \sigma_{bWK}} \tag{21}$$
$$= \frac{150,54\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}}{2 \cdot 0,897 \cdot 1250\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} - 150,54\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}} = 0,072$$
$$\Psi_{\tau K} = \frac{\tau_{tWK}}{2 \cdot K_{1,Rm}(d_{eff}) \cdot \sigma_B(d_B) - \tau_{tWK}} \tag{22}$$
$$= \frac{115\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}}{2 \cdot 0,897 \cdot 1250\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} - 115\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}} = 0,054$$

- Spannungsamplitude der Bauteildauerfestigkeit

$$\sigma_{zdADK} = \sigma_{zdWK} - \Psi_{zd\sigma K} \cdot \sigma_{mv} \tag{10}$$
$$= 123,52\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} - 0,058 \cdot 11,96\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} = 122,83\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$
$$\sigma_{bADK} = \sigma_{bWK} - \Psi_{b\sigma K} \cdot \sigma_{mv} \tag{11}$$
$$= 150,54\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} - 0,072 \cdot 11,96\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} = 149,68\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$
$$\tau_{tADK} = \tau_{tWK} - \Psi_{\tau K} \cdot \tau_{mv} \tag{12}$$
$$= 115\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} - 0,054 \cdot 6,9\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} = 114,63\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

- vorhandene Sicherheitszahl S

$$S = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{zda}}{\sigma_{zdADK}} + \frac{\sigma_{ba}}{\sigma_{bADK}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{ta}}{\tau_{tADK}}\right)^2}} \tag{2}$$
$$S = 1,3$$

Vorhandene Sicherheitszahl S für Nachweis gegen Überschreiten der Fließgrenze

verwendete Formeln aus der DIN 743 - 1

- Statische Stützwirkung K_{2F} nach Tabelle 3

$$K_{2F\sigma zd} = 1$$
$$K_{2F\sigma b} = 1,2$$
$$K_{2F\tau} = 1,2$$

- Erhöhungsfaktor der Fließgrenze γ_F nach Tabelle 2

$$\gamma_{F\sigma} = 1,15 \text{ (Für } \beta_\sigma > 3,0)$$
$$\gamma_{F\tau} = 1$$

- Bauteilfließgrenze

$$\sigma_{zd,bFK} = K_{1,Re}(d_{eff}) \cdot K_{2F\sigma} \cdot \gamma_{F\sigma} \cdot \sigma_S(d_B) \tag{31}$$
$$\sigma_{zdFK} = 0,86 \cdot 1 \cdot 1,15 \cdot 1050 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$
$$= 1038,45 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$
$$\sigma_{bFK} = 0,86 \cdot 1,2 \cdot 1,15 \cdot 1050 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$
$$= 1246,14 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$
$$\tau_{tFK} = K_{1,Re}(d_{eff}) \cdot K_{2F\tau} \cdot \gamma_{F\tau} \cdot \sigma_S(d_B)/\sqrt{3} \tag{32}$$
$$= 0,86 \cdot 1,2 \cdot 1 \cdot 1050 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}/\sqrt{3}$$
$$= 625,62 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

- Vorhandene Sicherheitszahl S
  Für diesen Fall wird mit den wirkenden Spannungsamplituden als maximale Spannungen gerechnet, da keine stoßartige Belastung angenommen wird.

$$S = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{zdmax}}{\sigma_{zdFK}} + \frac{\sigma_{bmax}}{\sigma_{bFK}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{tmax}}{\tau_{tFK}}\right)^2}} \tag{25}$$
$$= 10,86$$

Die Schwachstelle 2, also die Sicherungsringnut, ist ebenfalls gegen Dauerbruch und plastische Verformung ausreichend ausgelegt, da er die geforderte Sicherheit von 1,2 erfüllt.

5 Lagerlebensdauerberechnung

5.1 Lagerkräfte im Gang 1

Berechnung der Zahnradkräfte

Die Berechnung der Kräfte und die verwendeten Formeln entsprechen dem Kapitel 3.2. Im 1. Gang sind Z1/Z2 und Z6/Z7 im Eingriff.

- Gegebene Werte:

$$n_{\text{II},1} = 400 \frac{1}{\text{min}}$$
$$T_{\text{II},1,S} = 18,4 \text{ Nm}$$
$$T_{\text{III},1,S} = 73,63 \text{ Nm}$$
$$d_2 = 217,1 \text{ mm} \text{ , } d_6 = 149 \text{ mm} \text{ , } d_8 = 112 \text{ mm}$$

- Z2, Gang 1:

$$F_{t,2,1} = \frac{2 \cdot T_{\text{II},1,S}}{d_2} = \frac{2 \cdot 18,4 \text{ Nm}}{0,2171 \text{ m}} = 169,5 \text{ N}$$
$$F_{r,2,1} = \frac{169,5 \text{ N} \cdot \tan(20°)}{\cos(20°)} = 65,65 \text{ N}$$
$$F_{a,2,1} = 169,5 \cdot \tan(20°) = 61,7 \text{ N}$$

- Z8, Gang 1:

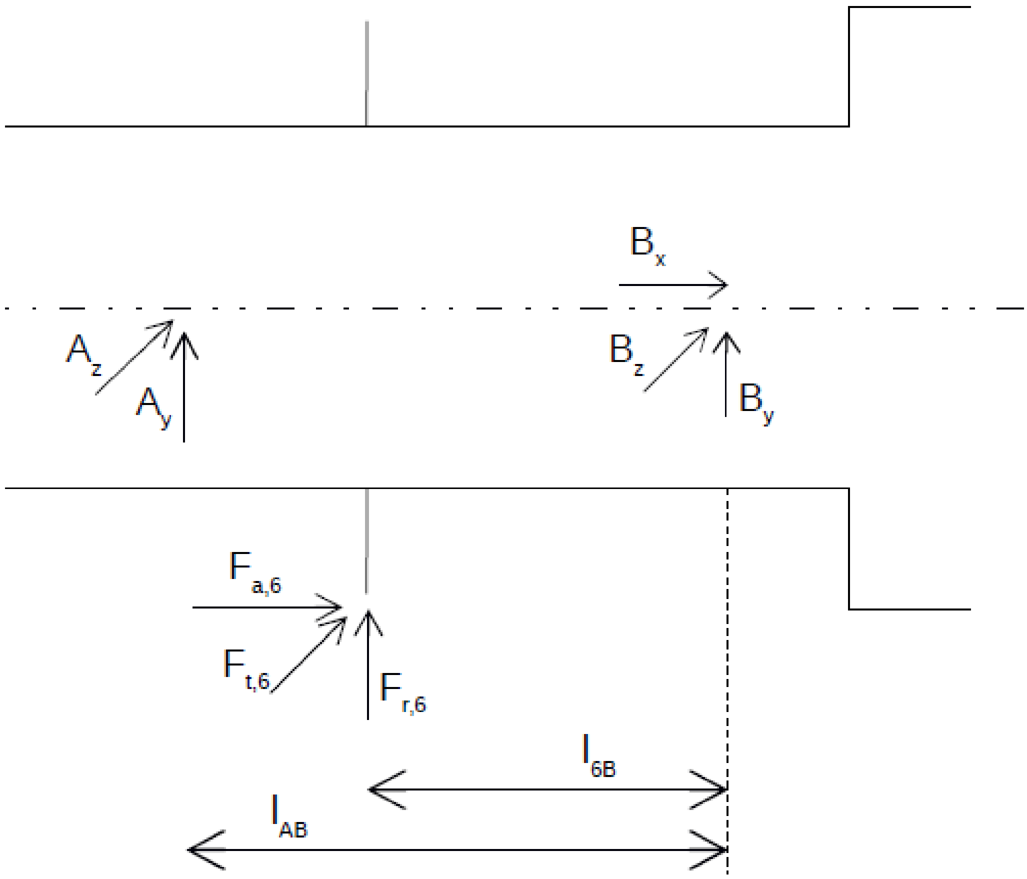
$$F_{t,8,1} = \frac{2 \cdot T_{\text{II},1,S}}{d_8 \cdot 4} = \frac{2 \cdot 18,4 \text{ Nm}}{0,112 \text{ m} \cdot 4} = 328,57 \text{ N}$$
$$F_{r,8,1} = 328,57 \text{ N} \cdot \tan(20°) = 115,59 \text{ N}$$
$$F_{a,8,1} = 0 \text{ N}$$

- Z6, Gang 1:

$$F_{t,6,1} = \frac{2 \cdot T_{\text{III},1,S}}{d_6} = \frac{2 \cdot 73,63 \text{ Nm}}{0,149 \text{ m}} = 988,32 \text{ N}$$
$$F_{r,6,1} = \frac{988,32 \text{ N} \cdot \tan(20°)}{\cos(20°)} = 382,8 \text{ N}$$
$$F_{a,6,1} = 988,32 \cdot \tan(20°) = 359,72 \text{ N}$$

Berechnung der Lagerkräfte

- Momentensummen Hohlwelle:



$$l_{AB} = 171 \text{ mm} \ , \ l_{6B} = 128,5 \text{ mm}$$

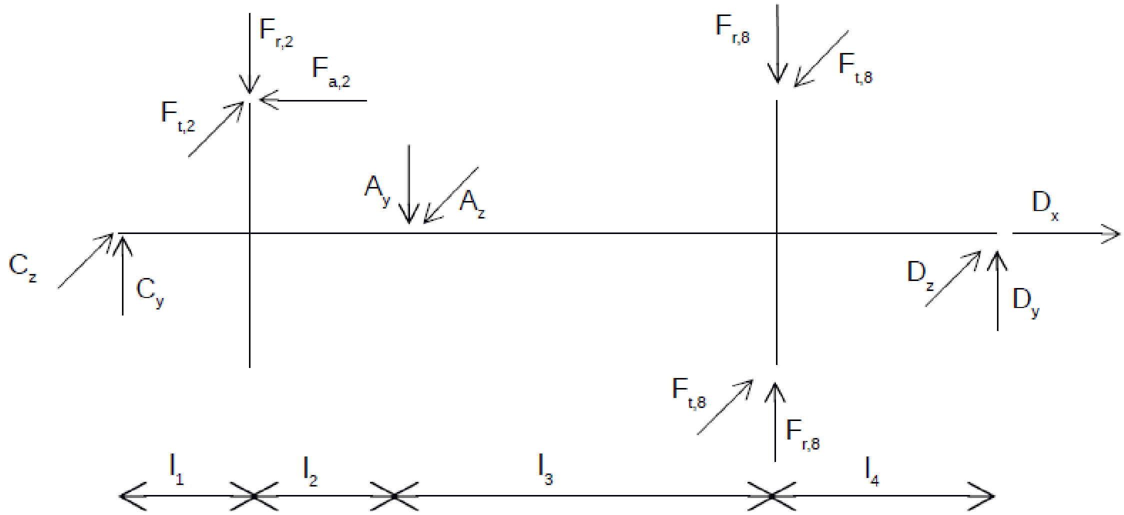
$$\sum M_{\mathrm{y}}{}^{(\mathrm{B})} \stackrel{!}{=} 0 = -A_z \cdot l_{AB} - F_{t,6,1} \cdot l_{6B}$$

$$\implies A_z = -F_{t,6,1} \cdot \frac{l_{6B}}{l_{AB}} = -742,68 \text{ N}$$

$$\sum M_{\mathrm{z}}{}^{(\mathrm{B})} \stackrel{!}{=} 0 = -A_y \cdot l_{AB} - F_{r,6,1} \cdot l_{6B} + F_{a,6,1} \cdot \frac{d_6}{2}$$

$$\implies A_y = \frac{-F_{r,6,1} \cdot l_{6B} + F_{a,6,1} \cdot \frac{d_6}{2}}{l_{AB}} = -130,9 \text{ N}$$

- Gleichgewichte Welle II:



$l_1 = 269,5$ mm , $l_2 = 75,5$ mm , $l_3 = 273$ mm , $l_4 = 47$ mm , $l_{ges} = 665$ mm

$$\sum F_x \overset{!}{=} 0 = -F_{a,2,1} + D_x \implies D_x = F_{a,2,1} = 61,7 \text{ N}$$
$$\sum F_y \overset{!}{=} 0 = C_y - F_{r,2,1} - A_y + D_y - F_{r,8} + F_{r,8}$$
$$\sum F_z \overset{!}{=} 0 = A_z - C_z - D_z - F_{t,2,1} + F_{t,8} - F_{t,8}$$

$$\sum M_\text{y}{}^{(\text{D})} \overset{!}{=} 0 = A_z \cdot (l_3 + l_4) - F_{t,2,1} \cdot (l_2 + l_3 + l_4) - C_z \cdot l_{ges} + l_4 \cdot F_{t,8} - l_4 \cdot F_{t,8}$$
$$\implies C_z = \frac{(l_3 + l_4) \cdot A_z - F_{t,2,1} \cdot (l_2 + l_3 + l_4)}{l_{ges}} = -458,2 \text{ N}$$
$$\implies D_z = A_z - C_z - F_{t,2,1} = -454 \text{ N}$$

$$\sum M_\text{z}{}^{(\text{D})} \overset{!}{=} 0 = (l_3 + l_4) \cdot A_y + \frac{d_2}{2} \cdot F_{a,2,1} + (l_2 + l_3 + l_4) \cdot F_{r,2,1} - l_{ges} \cdot C_y$$
$$\implies C_y = \frac{(l_3 + l_4) \cdot A_y + \frac{d_2}{2} \cdot F_{a,2,1} + (l_2 + l_3 + l_4) \cdot F_{r,2,1}}{l_\text{ges}} = -13,87 \text{ N}$$
$$\implies D_y = A_y - C_y + F_{r,2,1} = -51,38 \text{ N}$$

$$C_{x,1} = \underline{0\ \text{N}} \qquad D_{x,1} = \underline{61,7\ \text{N}}$$
$$C_{y,1} = \underline{-13,87\ \text{N}} \qquad D_{y,1} = \underline{-51,38\ \text{N}}$$
$$C_{z,1} = \underline{-458,2\ \text{N}} \qquad D_{z,1} = \underline{-454\ \text{N}}$$

5.2 Lagerkräfte im Gang 2

Berechnung der Zahnradkräfte

Die Berechnung der Kräfte und die verwendeten Formeln entsprechen dem Kapitel 3.2. Im 2. Gang sind Z1/Z2 und Z4/Z5 im Eingriff.

- Gegebene Werte:

$$n_{\text{II},2} = 400 \frac{1}{\text{min}}$$
$$T_{\text{II},2,S} = 48,96\ \text{Nm}$$
$$d_2 = 217,1\ \text{mm}\ ,\ d_4 = 89,4\ \text{mm}$$

- Z2, Gang 2:

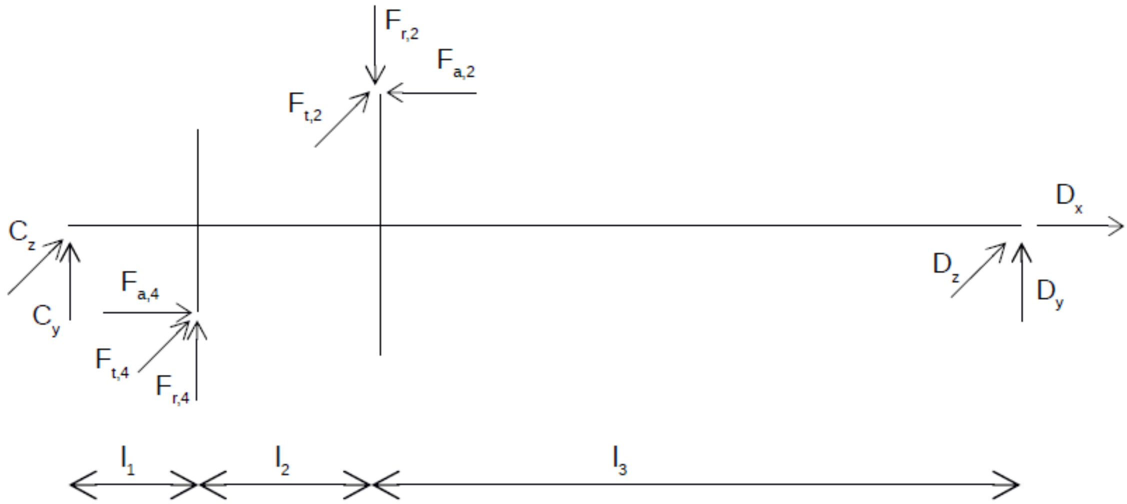
$$F_{t,2,2} = \frac{2 \cdot T_{\text{II},2,S}}{d_2} = \frac{2 \cdot 48,96\ \text{Nm}}{0,2171\ \text{m}} = 451\ \text{N}$$
$$F_{r,2,2} = \frac{451\ \text{N} \cdot \tan(20^\circ)}{\cos(20^\circ)} = 174,7\ \text{N}$$
$$F_{a,2,2} = 451 \cdot \tan(20^\circ) = 164,15\ \text{N}$$

- Z4, Gang 2:

$$F_{t,4,2} = \frac{2 \cdot T_{\text{II},2,S}}{d_4} = \frac{2 \cdot 48,96\ \text{Nm}}{0,0894\ \text{m}} = 1095,3\ \text{N}$$
$$F_{r,4,2} = \frac{1095,3\ \text{N} \cdot \tan(20^\circ)}{\cos(20^\circ)} = 424,2\ \text{N}$$
$$F_{a,4,2} = 1095,3 \cdot \tan(20^\circ) = 398,7\ \text{N}$$

Berechnung der Lagerkräfte

- Gleichgewichte Welle II:



$$l_1 = 118 \text{ mm} \; , \; l_2 = 151,5 \text{ mm} \; , \; l_3 = 395,5 \text{ mm} \; , \; l_{ges} = 665 \text{ mm}$$

$$\sum F_x \overset{!}{=} 0 = F_{a,4,2} - F_{a,2,2} + D_x \implies D_x = -F_{a,4,2} + F_{a,2,2} = -234,55 \text{ N}$$
$$\sum F_y \overset{!}{=} 0 = C_y + F_{r,4,2} - F_{r,2,2} + D_y$$
$$\sum F_z \overset{!}{=} 0 = -C_z - D_z - F_{t,2,2} - F_{t,4,2}$$

$$\sum M_{\mathrm{y}}{}^{(\mathrm{D})} \overset{!}{=} 0 = -F_{t,2,2} \cdot l_3 - C_z \cdot l_{ges} - (l_2 + l_3) \cdot F_{t,4,2}$$
$$\implies C_z = \frac{-F_{t,2,2} \cdot l_3 - (l_2 + l_3) \cdot F_{t,4,2}}{l_{ges}} = -1169,2 \text{ N}$$
$$\implies D_z = -C_z - F_{t,2,2} - F_{t,4,2} = -377,1 \text{ N}$$

$$\sum M_{\mathrm{z}}{}^{(\mathrm{D})} \overset{!}{=} 0 = \frac{d_2}{2} \cdot F_{a,2,2} + \frac{d_4}{2} \cdot F_{a,4,2} + l_3 \cdot F_{r,2,2} - (l_2 + l_3) \cdot F_{r,4,2} - l_{ges} \cdot C_y$$
$$\implies C_y = \frac{\frac{d_2}{2} \cdot F_{a,2,2} + \frac{d_4}{2} \cdot F_{a,4,2} + l_3 \cdot F_{r,2,2} - (l_2 + l_3) \cdot F_{r,4,2}}{l_{\mathrm{ges}}} = -191,6 \text{ N}$$
$$\implies D_y = -C_y - F_{r,4,2} + F_{r,2,2} = -58,1 \text{ N}$$

$$C_{x,2} = \underline{0 \text{ N}} \qquad D_{x,2} = \underline{-234,55 \text{ N}}$$
$$C_{y,2} = \underline{-191,6 \text{ N}} \qquad D_{y,2} = \underline{-58,1 \text{ N}}$$
$$C_{z,2} = \underline{-1169,2 \text{ N}} \qquad D_{z,2} = \underline{-377,1 \text{ N}}$$

5.3 Lagerkräfte im Gang 3

Berechnung der Zahnradkräfte

Die Berechnung der Kräfte und die verwendeten Formeln entsprechen dem Kapitel 3.2. Im 3. Gang sind Z1/Z3 und Z6/Z7 im Eingriff.

- Gegebene Werte:

$$n_{\text{II},3} = \frac{n_{\text{III},3}}{i_{9,8}} = 1600 \frac{1}{\text{min}}$$
$$T_{\text{III},3,S} = 121,63 \text{ Nm}$$
$$d_3 = 217,1 \text{ mm} \text{ , } d_6 = 149 \text{ mm}$$

- Z3, Gang 3:

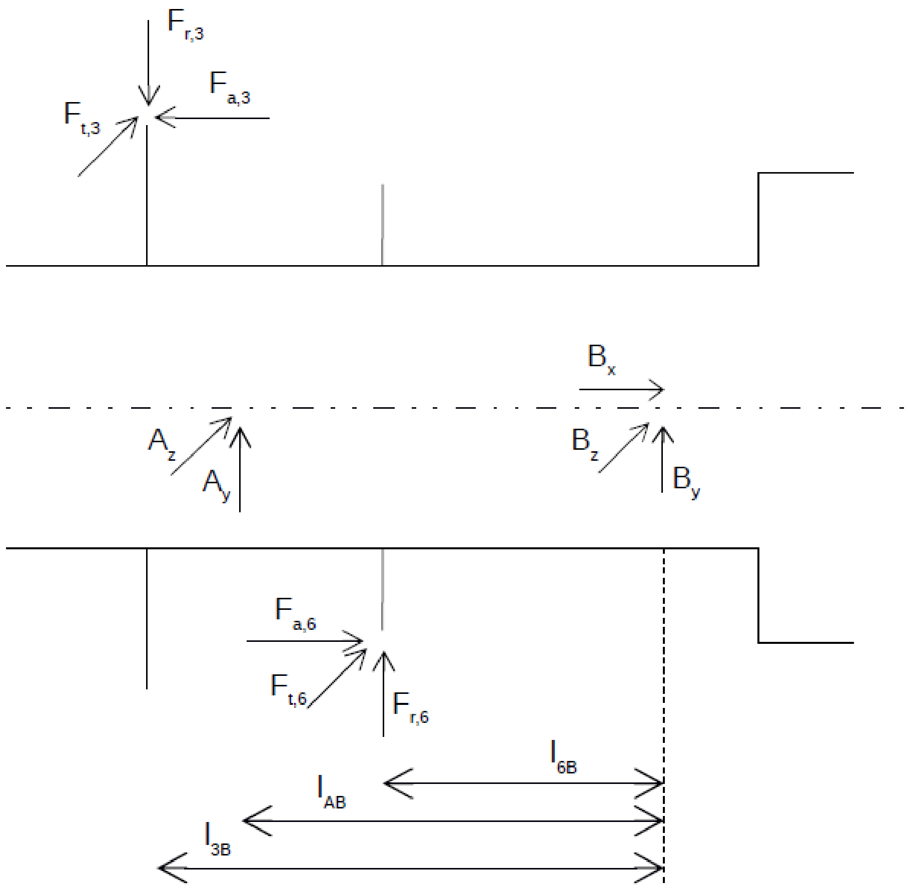
$$F_{t,3,3} = \frac{2 \cdot T_{\text{III},3,S}}{d_3} = \frac{2 \cdot 121,63 \text{ Nm}}{0,2171 \text{ m}} = 1120,5 \text{ N}$$
$$F_{r,3,3} = \frac{1120,5 \text{ N} \cdot \tan(20°)}{\cos(20°)} = 434 \text{ N}$$
$$F_{a,3,3} = 1120,5 \cdot \tan(20°) = 407,8 \text{ N}$$

- Z6, Gang 3:

$$F_{t,6,3} = \frac{2 \cdot T_{\text{III},3,S}}{d_6} = \frac{2 \cdot 121,63 \text{ Nm}}{0,149 \text{ m}} = 1632,6 \text{ N}$$
$$F_{r,6,3} = 1632,6 \text{ N} \cdot \tan(20°) = 632,35 \text{ N}$$
$$F_{a,6,3} = 1632,6 \cdot \tan(20°) = 594,2 \text{ N}$$

Berechnung der Lagerkräfte

- Momentensummen Hohlwelle:



$$l_{AB} = 171 \text{ mm} \ , \ l_{3B} = 175,8 \text{ mm} \ , \ l_{6B} = 128,5 \text{ mm}$$

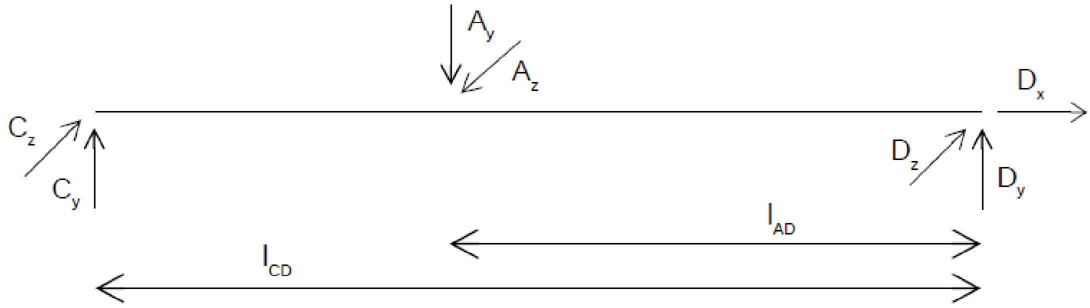
$$\sum M_{\mathrm{y}}{}^{(\mathrm{B})} \stackrel{!}{=} 0 = -A_z \cdot l_{AB} - F_{t,6,3} \cdot l_{6B} - F_{t,3,3} \cdot l_{3B}$$

$$\implies A_z = \frac{-F_{t,6,1} \cdot l_{6B} - F_{t,3,3} \cdot l_{3B}}{l_{AB}} = -2378,8 \text{ N}$$

$$\sum M_{\mathrm{z}}{}^{(\mathrm{B})} \stackrel{!}{=} 0 = -A_y \cdot l_{AB} - F_{r,6,3} \cdot l_{6B} + F_{a,6,3} \cdot \frac{d_6}{2} + F_{a,3,3} \cdot \frac{d_3}{2} + F_{r,3,3} \cdot l_{3B}$$

$$\implies A_y = \frac{-F_{r,6,3} \cdot l_{6B} + F_{a,6,3} \cdot \frac{d_6}{2} + F_{a,3,3} \cdot \frac{d_3}{2} + F_{r,3,3} \cdot l_{3B}}{l_{AB}} = 488,7 \text{ N}$$

- Gleichgewichte Welle II:



$$l_{AD} = 322 \text{ mm} , \; l_{CD} = 665 \text{ mm}$$

$$\sum F_x \overset{!}{=} 0 = D_x \implies D_x = 0 \text{ N}$$
$$\sum F_y \overset{!}{=} 0 = C_y - A_y + D_y$$
$$\sum F_z \overset{!}{=} 0 = A_z - C_z - D_z$$

$$\sum M_{\mathrm{y}}{}^{(\mathrm{D})} \overset{!}{=} 0 = A_z \cdot l_{AD} - C_z \cdot l_{CD}$$
$$\implies C_z = A_z \cdot \frac{l_{AD}}{l_{CD}} = -1151,8 \text{ N}$$
$$\implies D_z = A_z - C_z = -1227 \text{ N}$$

$$\sum M_{\mathrm{z}}{}^{(\mathrm{D})} \overset{!}{=} 0 = A_y \cdot l_{AD} - C_y \cdot l_{CD}$$
$$\implies C_y = A_y \cdot \frac{l_{AD}}{l_{CD}} = 236,6 \text{ N}$$
$$\implies D_y = A_y - C_y = 252,1 \text{ N}$$

$$C_{x,3} = \underline{0 \text{ N}} \qquad D_{x,3} = \underline{0 \text{ N}}$$
$$C_{y,3} = \underline{236,6 \text{ N}} \qquad D_{y,3} = \underline{252,1 \text{ N}}$$
$$C_{z,3} = \underline{-1151,8 \text{ N}} \qquad D_{z,3} = \underline{-1227 \text{ N}}$$

5.4 Lagerkräfte im Gang 4

Die Lagerkräfte der Welle 2 im 4. Gang wurden im Kaptel 3.2 zur Berechnung der Schnittkräfte bestimmt.

$$n_{\mathrm{II},4} = 1600\frac{1}{\min}$$

$$C_{x,4} = \underline{0 \text{ N}} \qquad D_{x,4} = \underline{-581,94 \text{ N}}$$

$$C_{y,4} = \underline{327,26 \text{ N}} \qquad D_{y,4} = \underline{710,23 \text{ N}}$$

$$C_{z,4} = \underline{-2616,8 \text{ N}} \qquad D_{z,4} = \underline{-1689,53 \text{ N}}$$

5.5 Berechnung der äquivalenten dynamischen Lagerbelastung

Die Formeln für die Berechnung stammen aus dem Skript KL III[20] Seite 73 bis 74. Die Werte für die statische und dynamisch Tragzahl stammen aus dem Tabellenbuch Roloff/-Matek [21] Seite 205.

5.5.1 Gang 1

Gang 1, Festlager:

Rillenkugellager , DIN 625-6206

- gegebene Werte:

$$
\begin{aligned}
&n_{\mathrm{II},1} && = 400\frac{1}{\min}\\
&\text{statische Tragzahl } C_0 && = 11200 \text{ N}\\
&\text{dynamische Tragzahl } C && = 19300 \text{ N}\\
&\text{Lebensdauerexponent } p && = 3 \text{ (für Wälzlager)}\\
&F_{Dx} && = 61,7 \text{ N}\\
&F_{Dy} && = -51,38 \text{ N}\\
&F_{Dz} && = -454 \text{ N}
\end{aligned}
$$

[20] Vgl. [Pol17a]
[21] Vgl. [Wit+17b]

- Berechnung der äquivalenten dynamischen Belastung

$$\begin{aligned}
\text{dynamische radiale Lagerkraft } F_r &= \sqrt{F_{Dy}^2 + F_{Dz}^2} = 456,9 \text{ N} \\
\text{dynamische axiale Lagerkraft } F_a &= |F_{Dx}| = 61,7 \text{ N} \\
\text{Belastungsfaktor } e &= 0,22 \text{ da } \frac{F_a}{C_0} < 0,025
\end{aligned}$$

$$\frac{F_a}{F_r} = 0,14 \implies \frac{F_a}{F_r} < e$$

Deshalb folgt aus Tabelle 2.9 im Skript KL III[22] : X= 1 , Y= 0
Die äquivalente dynamische Belastung ergibt sich zu:

$$P = X \cdot F_r = 456,9 \text{ N}$$

Gang 1, Loslager:

Rillenkugellager, DIN 625-6206

- gegebene Werte:

$$\begin{aligned}
n_{\text{II},1} &= 400 \frac{1}{\text{min}} \\
\text{statische Tragzahl } C_0 &= 11200 \text{ N} \\
\text{dynamische Tragzahl } C &= 19300 \text{ N} \\
\text{Lebensdauerexponent } p &= 3 \text{ (für Wälzlager)} \\
F_{Cy} &= -13,87 \text{ N} \\
F_{Cz} &= -458,2 \text{ N}
\end{aligned}$$

- Berechnung der äquivalenten dynamischen Belastung

$$\begin{aligned}
\text{dynamische radiale Lagerkraft } F_r &= \sqrt{F_{Cy}^2 + F_{Cz}^2} = 458,4 \text{ N} \\
\text{dynamische axiale Lagerkraft } F_a &= F_{Cx} = 0 \text{ N}
\end{aligned}$$

Da es sich um eine reine Radialbelastung handelt, ergeben sich der Radial- und Axialfaktor zu: $X = 1$ und $Y = 0$
Daraus ergibt sich die äquivalente dynamische Lagerbelastung zu:

$$P = X \cdot F_r = 458,4 \text{ N}$$

[22] Vgl. [Pol17a]

5.5.2 Gang 2

Gang 2, Festlager:

Rillenkugellager , DIN 625-6206

- gegebene Werte:

$$
\begin{aligned}
&n_{\mathrm{II},2} && = 400 \frac{1}{\mathrm{min}} \\
&\text{statische Tragzahl } C_0 && = 11200 \text{ N} \\
&\text{dynamische Tragzahl } C && = 19300 \text{ N} \\
&\text{Lebensdauerexponent } p && = 3 \text{ (für Wälzlager)} \\
&F_{Dx} && = -234,55 \text{ N} \\
&F_{Dy} && = -58,1 \text{ N} \\
&F_{Dz} && = -377,1 \text{ N}
\end{aligned}
$$

- Berechnung der äquivalenten dynamischen Belastung

$$
\begin{aligned}
&\text{dynamische radiale Lagerkraft } F_r && = \sqrt{F_{Dy}^2 + F_{Dz}^2} = 381,5 \text{ N} \\
&\text{dynamische axiale Lagerkraft } F_a && = |F_{Dx}| = 234,55 \text{ N} \\
&\text{Belastungsfaktor } e && = 0,37 \text{ da } \frac{F_a}{C_0} = 0,02
\end{aligned}
$$

$$\frac{F_a}{F_r} = 0,6 \implies \frac{F_a}{F_r} > e$$

Deshalb folgt aus Tabelle 2.9 im Skript KL III[23] : X= 0,56 , Y= 1,2
Die äquivalente dynamische Belastung ergibt sich zu:

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a = 495,1 \text{ N}$$

[23] Vgl. [Pol17a]

Gang 2, Loslager:

Rillenkugellager, DIN 625-6206

- gegebene Werte:

$$
\begin{aligned}
n_{\mathrm{II},2} &= 400 \frac{1}{\mathrm{min}} \\
\text{statische Tragzahl } C_0 &= 11200 \text{ N} \\
\text{dynamische Tragzahl } C &= 19300 \text{ N} \\
\text{Lebensdauerexponent } p &= 3 \text{ (für Wälzlager)} \\
F_{Cy} &= -191,6 \text{ N} \\
F_{Cz} &= -1169,2 \text{ N}
\end{aligned}
$$

- Berechnung der äquivalenten dynamischen Belastung

$$
\begin{aligned}
\text{dynamische radiale Lagerkraft } F_r &= \sqrt{F_{Cy}^2 + F_{Cz}^2} = 1184,8 \text{ N} \\
\text{dynamische axiale Lagerkraft } F_a &= F_{Cx} = 0 \text{ N}
\end{aligned}
$$

Da es sich um eine reine Radialbelastung handelt, ergeben sich der Radial- und Axialfaktor zu: $X = 1$ und $Y = 0$
Daraus ergibt sich die äquivalente dynamische Lagerbelastung zu:

$$P = X \cdot F_r = 1184,8 \text{ N}$$

5.5.3 Gang 3

Gang 3, Festlager:

Rillenkugellager , DIN 625-6206

- gegebene Werte:

$$
\begin{aligned}
&n_{\mathrm{II},3} && = 1600 \frac{1}{\mathrm{min}} \\
&\text{statische Tragzahl } C_0 && = 11200 \text{ N} \\
&\text{dynamische Tragzahl } C && = 19300 \text{ N} \\
&\text{Lebensdauerexponent } p && = 3 \text{ (für Wälzlager)} \\
&F_{Dx} && = 0 \text{ N} \\
&F_{Dy} && = 252,1 \text{ N} \\
&F_{Dz} && = -1127 \text{ N}
\end{aligned}
$$

- Berechnung der äquivalenten dynamischen Belastung

$$
\begin{aligned}
&\text{dynamische radiale Lagerkraft } F_r && = \sqrt{F_{Dy}^2 + F_{Dz}^2} = 1154,9 \text{ N} \\
&\text{dynamische axiale Lagerkraft } F_a && = |F_{Dx}| = 0 \text{ N}
\end{aligned}
$$

Da es sich um eine reine Radialbelastung handelt, ergeben sich der Radial- und Axialfaktor zu: $X = 1$ und $Y = 0$
Daraus ergibt sich die äquivalente dynamische Lagerbelastung zu:

$$P = X \cdot F_r = 1154,9 \text{ N}$$

Gang 3, Loslager:

Rillenkugellager, DIN 625-6206

- gegebene Werte:

$$
\begin{aligned}
n_{\mathrm{II},3} &= 1600 \frac{1}{\mathrm{min}} \\
\text{statische Tragzahl } C_0 &= 11200 \text{ N} \\
\text{dynamische Tragzahl } C &= 19300 \text{ N} \\
\text{Lebensdauerexponent } p &= 3 \text{ (für Wälzlager)} \\
F_{Cy} &= 236,6 \text{ N} \\
F_{Cz} &= -1151,8 \text{ N}
\end{aligned}
$$

- Berechnung der äquivalenten dynamischen Belastung

$$
\begin{aligned}
\text{dynamische radiale Lagerkraft } F_r &= \sqrt{F_{Cy}^2 + F_{Cz}^2} = 1175,8 \text{ N} \\
\text{dynamische axiale Lagerkraft } F_a &= F_{Cx} = 0 \text{ N}
\end{aligned}
$$

Da es sich um eine reine Radialbelastung handelt, ergeben sich der Radial- und Axialfaktor zu: $X = 1$ und $Y = 0$
Daraus ergibt sich die äquivalente dynamische Lagerbelastung zu:

$$P = X \cdot F_r = 1175,8 \text{ N}$$

5.5.4 Gang 4

Gang 4, Festlager:

Rillenkugellager , DIN 625-6206

- gegebene Werte:

$$
\begin{aligned}
n_{\mathrm{II},4} &= 1600 \frac{1}{\mathrm{min}} \\
\text{statische Tragzahl } C_0 &= 11200 \text{ N} \\
\text{dynamische Tragzahl } C &= 19300 \text{ N} \\
\text{Lebensdauerexponent } p &= 3 \text{ (für Wälzlager)} \\
F_{Dx} &= -581,94 \text{ N} \\
F_{Dy} &= 710,23 \text{ N} \\
F_{Dz} &= -1689,53 \text{ N}
\end{aligned}
$$

- Berechnung der äquivalenten dynamischen Belastung

$$
\begin{aligned}
\text{dynamische radiale Lagerkraft } F_r &= \sqrt{F_{Dy}^2 + F_{Dz}^2} = 1832,7 \text{ N} \\
\text{dynamische axiale Lagerkraft } F_a &= |F_{Dx}| = 581,94 \text{ N} \\
\text{Belastungsfaktor } e &= 0,24 \text{ da } \frac{F_a}{C_0} = 0,05
\end{aligned}
$$

$$\frac{F_a}{F_r} = 0,32 \implies \frac{F_a}{F_r} > e$$

Deshalb folgt aus Tabelle 2.9 im Skript KL III[24] : X= 0,56 , Y= 1,8
Die äquivalente dynamische Belastung ergibt sich zu:

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a = 2073,8 \text{ N}$$

[24] Vgl. [Pol17a]

Gang 4, Loslager:

Rillenkugellager, DIN 625-6206

- gegebene Werte:

$$
\begin{aligned}
n_{\mathrm{II},2} &= 1600\frac{1}{\mathrm{min}}\\
\text{statische Tragzahl } C_0 &= 11200 \text{ N}\\
\text{dynamische Tragzahl } C &= 19300 \text{ N}\\
\text{Lebensdauerexponent } p &= 3 \text{ (für Wälzlager)}\\
F_{Cy} &= 327,26 \text{ N}\\
F_{Cz} &= -2616,8 \text{ N}
\end{aligned}
$$

- Berechnung der äquivalenten dynamischen Belastung

$$
\begin{aligned}
\text{dynamische radiale Lagerkraft } F_r &= \sqrt{F_{Cy}^2 + F_{Cz}^2} = 2637,2 \text{ N}\\
\text{dynamische axiale Lagerkraft } F_a &= F_{Cx} = 0 \text{ N}
\end{aligned}
$$

Da es sich um eine reine Radialbelastung handelt, ergeben sich der Radial- und Axialfaktor zu: $X = 1$ und $Y = 0$
Daraus ergibt sich die äquivalente dynamische Lagerbelastung zu:

$$P = X \cdot F_r = 2637,2 \text{ N}$$

5.6 Bestimmung der Lastkollektive und der Lebensdauer

Die Formeln für die Berechnung stammen aus dem Skript KL III[25] Seite 76

Lastkollektiv Festlager

$$n_m = n_{\text{II},1} \cdot \frac{40\%}{100\%} + n_{\text{II},2} \cdot \frac{25\%}{100\%} + n_{\text{II},3} \cdot \frac{20\%}{100\%} + n_{\text{II},4} \cdot \frac{15\%}{100\%}$$

$$n_m = 400 \frac{1}{\text{min}} \cdot 0,4 + 400 \frac{1}{\text{min}} \cdot 0,25 + 1600 \frac{1}{\text{min}} \cdot 0,2 + 1600 \frac{1}{\text{min}} \cdot 0,15 = 820 \frac{1}{\text{min}}$$

$$P_{\text{äq}} = \sqrt[p]{P_1^p \cdot \frac{n_1}{n_m} \cdot \frac{q_1}{100\%} + P_2^p \cdot \frac{n_2}{n_m} \cdot \frac{q_2}{100\%} + P_3^p \cdot \frac{n_3}{n_m} \cdot \frac{q_3}{100\%} + P_4^p \cdot \frac{n_4}{n_m} \cdot \frac{q_4}{100\%}}$$

$$= \sqrt[3]{(456,9\ \text{N})^3 \cdot \frac{400}{820} \cdot \frac{40\%}{100\%} + (495,1\ \text{N})^3 \cdot \frac{400}{820} \cdot \frac{25\%}{100\%} + (1154,9\ \text{N})^3 \cdot \frac{1600}{820} \cdot \frac{20\%}{100\%} + (2073,8\ \text{N}}$$

$$= 1480,47\ \text{N}$$

Lastkollektiv Loslager

$$n_m = n_{\text{II},1} \cdot \frac{40\%}{100\%} + n_{\text{II},2} \cdot \frac{25\%}{100\%} + n_{\text{II},3} \cdot \frac{20\%}{100\%} + n_{\text{II},4} \cdot \frac{15\%}{100\%}$$

$$n_m = 400 \frac{1}{\text{min}} \cdot 0,4 + 400 \frac{1}{\text{min}} \cdot 0,25 + 1600 \frac{1}{\text{min}} \cdot 0,2 + 1600 \frac{1}{\text{min}} \cdot 0,15 = 820 \frac{1}{\text{min}}$$

$$P_{\text{äq}} = \sqrt[p]{P_1^p \cdot \frac{n_1}{n_m} \cdot \frac{q_1}{100\%} + P_2^p \cdot \frac{n_2}{n_m} \cdot \frac{q_2}{100\%} + P_3^p \cdot \frac{n_3}{n_m} \cdot \frac{q_3}{100\%} + P_4^p \cdot \frac{n_4}{n_m} \cdot \frac{q_4}{100\%}} \text{ mit } q_1 = 70 \text{ und } q_2 =$$

$$= \sqrt[3]{(458,4\ \text{N})^3 \cdot \frac{400}{820} \cdot 0,4 + (1184,8\ \text{N})^3 \cdot \frac{400}{820} \cdot 0,25 + (1175,8\ \text{N})^3 \cdot \frac{1600}{820} \cdot 0,2 + (2637,2\ \text{N})^3 \cdot}$$

$$= 1839,47\ \text{N}$$

Lebensdauer Festlager

$$L_{10h} = \left(\frac{C}{P_{\text{äq}}}\right)^p \cdot \frac{10^6}{n_m \cdot 60} = \left(\frac{19300\ \text{N}}{1614{,}2\ \text{N}}\right)^3 \cdot \frac{10^6}{500 \frac{1}{\text{min}} \cdot 60} = 45030,6\ \text{h} = 5,1\ \text{a}$$

Lebensdauer Loslager

$$L_{10h} = \left(\frac{C}{P_{\text{äq}}}\right)^p \cdot \frac{10^6}{n_m \cdot 60} = \left(\frac{19300\ \text{N}}{2087{,}7\ \text{N}}\right)^3 \cdot \frac{10^6}{500 \frac{1}{\text{min}} \cdot 60} = 23476,2\ \text{h} = 2,7\ \text{a}$$

[25]Vgl. [Pol17a]

6 Schwachstellenberechnung

6.1 Berechnung Welle-Nabe-Verbindungen

In diesem Kapitel wird die maximale Flächenpressung für jede Passfederverbindung berechnet. Dieses wird anschließend mit der durch den Werkstoff vorgegebenen zulässigen Pressung verglichen. Als Sicherheitsfaktor wird S=1,5 gewählt.

- Zulässige Flächenpressung (Skript KL IV[26] S. 56)

$$\begin{aligned}
\text{Werkstoff C45: } R_{e,min} &= 430\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \text{ bei } d \leq 40 \text{ mm} \\
R_{e,min} &= 370\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \text{ bei } d > 40 \text{ mm} \\
p_{zul} &= 0,9 \cdot R_{e,min} \\
p_{zul} &= 387\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \text{ für } d \leq 40 \text{ mm} \\
p_{zul} &= 330\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \text{ für } d > 40 \text{ mm}
\end{aligned}$$

- maximale Flächenpressung (Skript KL IV[27] S. 55 - 56)

$$p_m = \frac{2 \cdot c_B \cdot T}{d \cdot h' \cdot l' \cdot n \cdot \phi}$$

$$\begin{aligned}
\text{für alle Passfedern gilt:} \quad n &= 1 \\
\phi &= 1 \\
c_B &= 1 \text{ (leichte Stöße, Tabelle 3.2 aus Skript KL IV)}
\end{aligned}$$

$$l' = l - b \text{ wenn } l' \leq 1,2 \cdot d \quad \Longrightarrow \text{ sonst setze } l' = 1,2 \cdot d$$

$$h' = 0,45 \cdot h$$

[26] Vgl. [Pol17b]
[27] Vgl. [Pol17b]

Als Beispiel wird Passfeder 2 (Positionsnummer 39) auf Welle II berechnet:

$$M = 1,5 \cdot T_{\mathrm{II},4,S} = 1,5 \cdot 71,47 \text{ Nm} = 107,21 \text{ Nm}$$
$$d = 35 \text{ mm}$$
$$l = 22 \text{ mm}$$
$$h = 8 \text{ mm}$$
$$b = 10 \text{ mm}$$
$$l' = 12 \text{ mm}$$
$$h' = 3,6 \text{ mm}$$

$$\implies p_m = \frac{2 \cdot 1,1 \cdot 107210 \text{ Nmm}}{35 \text{ mm} \cdot 3,6 \text{ mm} \cdot 12 \text{ mm} \cdot 1 \cdot 1} = 155,99 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$
$$p_m < p_{zul} = 387 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Als weiteres Beispiel wird die Passfeder 1 (Positionsnummer 15) auf Welle I berechnet, da hier je nachdem, welche Zahnräder im Eingriff sind, unterschiedliche Längen der Passfeder beansprucht werden:

$$d = 30 \text{ mm}$$
$$h = 7 \text{ mm}$$
$$b = 8 \text{ mm}$$
$$h' = 3,15 \text{ mm}$$

Z1/Z2:

$$l_1 = 40 \text{ mm}, \; l_1' = 32 \text{ mm}$$
$$M_1 = 1,5 \cdot T_{\mathrm{I},2,S} = 1,5 \cdot 16,32 \text{ Nm} = 24,48 \text{ Nm}$$
$$\implies p_{m,1} = 17,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Z1/Z3:

$$l_2 = 54 \text{ mm}, \; l_2' = 46 \text{ mm}$$
$$M_2 = 1,5 \cdot T_{\mathrm{I},4,S} = 1,5 \cdot 95,29 \text{ Nm} = 142,94 \text{ Nm}$$
$$\implies p_{m,2} = 72,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Alle weiteren Werte der Passfederberechnung sind in der folgenden Tabelle dargestellt. Alle Längen werden in der Einheit Millimeter angegeben.

Passfeder	Pos. Nr.	Welle	d	l	b	h	l'	h'	T(Nm)	$p_m(\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2})$
1, bei Z_1(Eingriff Z2)	19	I	30	40	8	7	32	3,15	24,28	17,8
1, bei Z_1(Eingriff Z2)	19	I	30	54	8	7	46	3,15	142,94	72,3
2, bei Z_4	39	II	35	22	10	8	12	3,6	107,21	155,99
3, bei Z_2	102	II	42	32	12	8	20	3,6	107,21	78
4, bei Z_8	39	II	35	22	10	8	12	3,6	107,21	155,99
5, bei Kupplung	127	IV	55	28	16	10	66	4,5	268,99	36,23
6, bei Kupplung	118	IV	85	20	12	8	8	3,6	268,99	241,74
7, bei Z_{11}	75	V	40	28	12	8	16	3,6	268,99	256,85
8, bei Z_{12}	94	VI	40	28	12	8	16	3,6	268,99	256,85

Da bei allen Passfedern gilt $p_m < p_zul$ halten die Passfedern der Belastung stand.

6.2 Berechnung der Schraubenverbindungen

6.2.1 Verschraubung Lagerdeckel

Da an allen Festlagern dieselben Schrauben verwendet wurden, muss nur die Schraubenverbindung mit der höchsten Belastung berechnet werden. Diese ergibt sich durch die Axialkraft, die auf die jeweilige Welle wirkt. Aufgrund der Axialkraft der Kegelräder ist die Welle V am Höchsten belastet. Aus diesen Gründen wird im Folgenden die Schraubenverbindung des Lagerdeckels am Festlager der Welle V berechnet.

Kräfte

$$F_A = F_{a,11} = 1381,81 \text{ N}$$

Betriebskraft pro Schraube: $F_B = \frac{F_A}{Z} = \frac{1381{,}81 \text{ N}}{4} = 345,45 \text{ N}$
Vorspannungsverhältnis soll im Bereich $\frac{F_V}{F_B} = 2,5...3,5$ liegen (siehe Skript KL IV [28] Seite 37).

Wähle Faktor 2,5 $\implies F_V = 2,5 \cdot F_B = 863,63 \text{ N}$

[28]Vgl. [Pol17b]

<u>Schraubendaten</u>

Sechskantschraube M5x25 nach DIN EN ISO 4014, Festigkeitsklasse 8.8
$R_m = 800 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
$R_e = 8 \cdot 8 \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 640 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$$\text{Nenndurchmesser: } d = 5 \text{ mm}$$
$$\text{Nennquerschnitt: } A_N = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 19,63 \text{ mm}^2$$
$$\text{Steigung: } P = 0,8 \text{ mm}$$
$$\text{Flankendurchmesser: } d_2 = 4,48 \text{ mm}$$
$$\text{Kerndurchmesser: } d_3 = 4,02 \text{ mm}$$
$$\text{Flankenwinkel: } \beta = 60°$$
$$\text{Kernquerschnitt: } A_3 = \frac{\pi \cdot d_3^2}{4} = 12,69 \text{ mm}^2$$
$$\text{Spannungsquerschnitt: } A_S = 14,2 \text{ mm}^2$$
$$\text{Schlüsselweite: } S = 8 \text{ mm}$$
$$\text{Durchmesser Durchgangsbohrung: } D_B = 5,5 \text{ mm (DIN EN 20273)}$$

Vorspannen

Formeln und Anhang aus dem Skript KL IV [29] (Seite 37 bis 39, Reibwerte aus A.1.5 und A.1.6)

Anzugsmoment

- Bestimmung Gewindereibmoment:

$$M_{RG} = F_U \cdot \frac{d_2}{2} = F_V \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \tan(\phi + p')$$
$$\tan(\phi) = \frac{P}{d_2 \cdot \pi} \implies \phi = 3,25^\circ$$
$$\tan(p') = \frac{\mu_G}{\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)} \text{ mit } \mu_G = 0,14 \implies p' = 9,18^\circ$$

$$\implies \text{einsetzen liefert: } M_{RG} = 0,4264 \text{ Nm} = 426,4 \text{ Nmm}$$

- Bestimmung Kopfreibmoment:

$$M_{RK} = F_V \cdot \mu_K \cdot \frac{d_R}{2} \text{ mit } \mu_K = 0,14$$
$$d_R = \frac{S + D_B}{2} = 6,75 \text{ mm}$$

$$\implies \text{einsetzen liefert: } M_{RK} = 0,4081 \text{ Nm} = 408,1 \text{ Nmm}$$

- Gesamtanzugsmoment: $M_A = M_{RG} + M_{RK} = 834,5$ Nmm

[29] Vgl. [Pol17b]

Spannungen beim Vorspannen

- maximale Schubspannung:

$$\tau_{t,V} = \frac{M_{RG}}{W_p}$$
$$W_p = \frac{\pi \cdot d_3^3}{16} = 12,76 \text{ mm}^3$$

$$\implies \tau_{t,V} = 33,42 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

- Bestimmung Zugspannung:

$$\sigma_{Z,V} = \frac{F_V}{A_S} = 60,82 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

- Berechnung der resultierenden Vergleichsspannung:

$$\sigma_{v,V} = \sqrt{\sigma_{Z,V}^2 + 3 \cdot \tau_{t,V}^2} = 83,96 \frac{N}{mm}^2$$

Die Sicherheit der Schraubenverbindung gegen plastische Verformung beträgt:

$$S_F = \frac{R_{p0,2}}{\sigma_{v,V}} = 7,6$$

unter Betriebslast

Formeln aus dem Skript KL IV [30] Seite 41 bis 43
Kräfte

- Nachgiebigkeit der Schraube:

$$\delta_S = \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{1}{d} + \frac{l_1}{A_N} + \frac{l_2}{A_S} \right)$$

$$\text{mit } E = 2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2},\ l_1 = 9 \text{ mm},\ l_2 = 16 \text{ mm}$$

$$\Longrightarrow\ \delta_S = 8,5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mm}}{\text{N}}$$

- Bestimmung der Nachgiebigkeit der verspannten Elemente nach Fall b)

$$\alpha = 0,1 \text{ für Stahl, } D_A = 15 \text{ mm},\ l_K = 25 \text{ mm},\ d_K = 6,88 \text{ mm}$$

$$\delta_H = \frac{l_K}{E \cdot A_{ers}}$$

$$\text{mit } A_{ers} = \frac{\pi}{4} \cdot \left(d_K^2 - D_B^2 \right) + \frac{\pi}{8} \cdot \left(\frac{D_A}{d_K} - 1 \right) \cdot \left(\frac{d_K \cdot l_K}{5} + \alpha^2 \cdot l_K^2 \right) = 32,26 \text{ mm}^2$$

$$\Longrightarrow\ \delta_H = 3,69 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mm}}{\text{N}}$$

Damit ergibt sich die Schraubenkraft unter Betriebslast zu:

$$F_S = F_V + \frac{F_B}{1 + \frac{\delta_S}{\delta_H}} = 968,2 \text{ N}$$

Die verbleibende Klemmkraft beträgt dann $F_{Kl} = F_S - F_B = 622,75$ N

[30]Vgl. [Pol17b]

Spannungen

- Zugspannung: $\sigma_{Z,B} = \frac{F_S}{A_S} = 68,18 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
- Torsionsspannung:

  Das Torsionsmoment im Betrieb hat die Größe des kleineren Wertes von M_{RK} und M_{RG}, also:

  $$\tau_{t,B} = \frac{M_{RK}}{W_p} = 31,98 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

- resultierende Vergleichsspannung: $\sigma_{v,B} = \sqrt{\sigma_{Z,B}^2 + 3 \cdot \tau_{t,B}^2} = 87,8 \frac{N}{mm}^2$

  Daraus ergibt sich die Sicherheit der Verbindung gegen plastische Verformung zu:

  $$S_F = \frac{R_{p0,2}}{\sigma_{v,B}} = 7,29$$

  Die Schraubenverbindung hält der Belastung also stand.

6.3 Schweißnahtberechnung

Alle Schweißnähte wurden in der gleichen Größe ausgeführt. Deswegen wird im Folgenden nur die höchst belastete Naht berechnet. Die Berechung erfolgt nach dem Skript KL IV [31] Seite 17-24.
Um diese zu identifizieren, werden die folgenden Belastungsarten gegeneinander abgewägt. Normal- und Querkräfte innerhalb der Wellen haben kaum Einfluss auf die Beanspruchung der Schweißnähte, weil dadurch keine Momente auf diese einwirken. Die kritische Scherbeanspruchung einer Schweißnaht wird durch die Kräfte, die an den Zahnrädern eingeleitet werden, erzeugt. Diese wirken durch den jeweiligen Hebelarm ein Moment auf die Schweißnaht aus.
Als höchst belastete Schweißnaht habe ich die Naht am Gehäuse des Vertikalkopfes, bei Welle V, angenommen, da an den Kegelrädern mit Abstand die höchsten Kräfte wirken. Zunächst werden für diese Welle die Momente zu einem resultierenden Moment zusammengefasst.

Resultierendes Moment:

$$\begin{aligned} M_{1,Naht} &= F_{r,11} \cdot l = 1381,81 \text{ N} \cdot 103 \text{ mm} = 142,3 \text{ Nm} \\ M_{2,Naht} &= F_{tm,11} \cdot l = 5369,06 \text{ N} \cdot 103 \text{ mm} = 553 \text{ Nm} \\ M_{res,Naht} &= \sqrt{(M_{1,Naht})^2 + (M_{2,Naht})^2} = 571 \text{ Nm} \end{aligned}$$

[31] Vgl. [Pol17a]

Auslegung der Schweißnaht:

$\sigma_{bw} = 180 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ (Biegewechselfestihkeit von S235JR)

$S = 1,7$ (gewählt)

Schweißnahtdicke $a = 5$ mm

Breite Schweißnaht $b = 5\sqrt{2}$ mm

Radius innen an Naht $r_i = 65$ mm

Radius außen an Naht $r_a = r_i + b = 72,1$ mm

$\implies$ effektiver Radius $r = \frac{r_a + r_i}{2} = 68,55$ mm

- zulässige Schweißnahtspannung (1.9)

$\sigma_{w,zul} = \nu_1 \cdot \nu_2 \cdot \frac{\sigma_{bw}}{S}$

$\nu_1 = 0,1$ (Fall: einseitige Flachnaht, Biegebeanspruchung)

$\nu_2 = 0,8$ (für Normalgüte)

$\implies \sigma_{w,zul} = 0,1 \cdot 0,8 \cdot \frac{180 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}}{1,7} = 8,5 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$

- Erforderliches Widerstandsmoment

$$W_{b,erf} = \frac{M_b}{\sigma_{w,zul}} = \frac{571000 \text{ Nmm}}{8,5 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}} = 67176,5 \text{ mm}^3$$

- Tatsächliches Widerstandsmoment

$W_b = \frac{I_b}{z_{max}} = \frac{\pi \cdot r^3 \cdot a}{r_a} = \frac{\pi \cdot (67,84 \text{ mm})^3 \cdot 5 \text{ mm}}{72,1 \text{ mm}} = 70178,96 \text{ mm}^3$

$W_b > W_{b,erf}$

$\implies$ Mit einer Nahtdicke von 5 mm ist das erforderliche Widerstandsmoment erfüllt.

Betriebsfestigkeit der Schweißnaht:

- Wirkende Kräfte

$$\text{Maximale Belastung im 4. Gang: } F_{max} = \sqrt{F_{r,11,4}^2 + F_{tm,11,4}^2} = 5544,02\text{N}$$
$$\text{Minimale Belastung im 1. Gang: } F_{min} = \sqrt{F_{r,11,1}^2 + F_{tm,11,1}^2} = 131\text{N}$$

- Grenzspannungsverhältnis χ (1.11)

$$\chi = \frac{F_{min}}{F_{max}} = 0,02$$
$$\implies \text{Schwellbereich}$$

- Zulässige Spannung $\sigma_{Z,zul}$

$$\left.\begin{array}{c}\text{Spannungskollektiv S1}\\ \text{Spannungsspielbereich N3}\end{array}\right\} \text{Beanspruchungsgruppe B4} \qquad (Tabelle\ 1.5)$$

Kerbfall K4, da Kehlnaht in Normalgüte ($Tabelle$ 1.5.4)

$$\implies \sigma_{D(-1)} = 54\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \qquad (Tabelle\ 1.6)$$

$$\sigma_{z(0)} = \frac{5}{3 - 2\cdot\chi}\cdot \text{zul } \sigma_{D(-1)} = \frac{5}{3}\cdot 54\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 90\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \qquad (Tabelle\ 1.7)$$

$$\sigma_{z,zul(\chi)} = \frac{\text{zul } \sigma_{z(0)}}{1 - \left(1 - \frac{\text{zul } \sigma_{z(0)}}{0{,}75\cdot\sigma_B}\right)\cdot\chi}$$
$$\sigma_{z,zul(\chi=0,02)} = \frac{90\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{1 - \left(1 - \frac{90\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{0{,}75\cdot 360\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}\right)\cdot 0,02} = 91,2\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

- Vergleichsspannung

  Normalspannung:

  $$\sigma_x = \frac{M_b}{W_b} = \frac{571000\ \text{Nmm}}{70178,96\ \text{mm}^3} = 8,1\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

  Vergleichspannung nach DIN 15018:

  $$\sigma_{w,v} = \sqrt{\bar{\sigma_x} + \bar{\sigma_y} - \bar{\sigma_x} \cdot \bar{\sigma_y} + 2 \cdot \tau^2} \tag{1.4}$$

  $$\text{mit } \bar{\sigma_x} = \frac{\sigma_{z,zul}}{\sigma_{w,z,zul}} \cdot \sigma_x = \frac{160\ \text{N/mm}^2}{140\ \text{N/mm}^2} \cdot 8,1\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 9,3\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \tag{1.5}$$

  $$\text{und } \bar{\sigma_y} = \frac{\sigma_{z,zul}}{\sigma_{w,z,zul}} \cdot \sigma_y = 0\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ da } \sigma_y = 0 \tag{1.6}$$

  (Die zulässigen Spannungen sind den Tabellen 1.2 und 1.3 zu entnehmen)

  $$\tau = \frac{F}{A} = \frac{5544,02\ \text{N}}{\pi \cdot r^2 \cdot a} = 0,075\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

  $$\Longrightarrow \sigma_{w,v} = \sqrt{\left(9,3\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right)^2 + 2 \cdot \left(0,075\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right)^2} = 9,3\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

  $\Longrightarrow$ Da $\sigma_{w,v} < \sigma_{Z,zul} = 91,2\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ hält die Schweißnaht der Belastung stand.

7 Passungsberechnung

In diesem Kapitel werden 5 verschiedene Passungen ausgewählt und berechnet. Bei den Toleranzen der Wälzlager wird die Genauigkeitsklasse P0 aus dem LFD Produktkatalog[32] Seite 27 berücksichtigt.

$$
\begin{aligned}
&N : \text{Nennmaß}\\
&T : \text{Grundtoleranz}\\
&A_U : \text{unteres Abmaß}\\
&A_O : \text{oberes Abmaß}\\
&G_U : \text{Mindestmaß}\\
&G_O : \text{Höchstmaß}\\
&P_U : \text{Mindestpassung}\\
&P_O : \text{Höchstpassung}
\end{aligned}
$$

Die verwendeten Formeln stammen aus dem Skript KL I[33] S. 39

$$
\begin{aligned}
&A_U + T = A_O\\
&G_O = N + A_O\\
&G_U = N - A_U\\
&P_O = G_{oB} - G_{uW}\\
&P_U = G_{uB} - G_{oW}
\end{aligned}
$$

Die jeweiligen Werte von T, A_O und A_U stammen aus dem Tabellenbuch Metall[34] Seite 103 bis 105.

[32] Vgl. [Wäl]
[33] Vgl. [Lac16]
[34] Vgl. [Fis14]

Passung 1: Lageraußenring Rillenkugellager (Festlager, Welle I) und Lagertopf

Bei dieser Passung wird eine Spielpassung gewählt. Es handelt sich zwar um ein Festlager, der Außenring wird allerdings nur auf Punktlast beansprucht, weshalb keine feste Passung notwendig ist. Außerdem darf nur ein Ring des Lagers fest angepasst werden (das wäre in diesem Fall der Innenring), da das Lager ansonsten nicht mehr zu montieren wäre.
Passung: J6 (Empfehlung Produktkatalog[35] Seite 21)

- Toleranz Außenring ("Welle"): 47 P0

$$\begin{aligned}&\text{oberes Abmaß } A_o = 0\mu\text{m}\\&\text{unteres Abmaß } A_u = -11\mu\text{m}\\&G_o = 47 \text{ mm}\\&G_u = 46,989 \text{ mm}\end{aligned}$$

- Toleranz Lagertop ("Bohrung"): 47 J6

$$\begin{aligned}&\text{Toleranzgrad 6} \implies \text{Grundtoleranz } T = 16\mu\text{m}\\&\text{oberes Abmaß } A_o = +24\mu\text{m}\\&A_o = +0,024 \text{ mm}\\&A_u = +0,008 \text{ mm}\\&G_o = 47,024 \text{ mm}\\&G_u = 47,008 \text{ mm}\end{aligned}$$

- Passungsart

$$\begin{aligned}&P_o = 47,024 \text{ mm} - 46,989 \text{ mm} = +0,035 \text{ mm}\\&P_u = 47,008 \text{ mm} - 47 \text{ mm} = +0,008 \text{ mm}\\&\implies \text{Es liegt in jedem Fall Spiel vor.}\end{aligned}$$

[35] Vgl. [Wäl]

Passung 2: Lagerinnenring Rillenkugellager (Festlager) und Welle I

Bei dieser Passung wird eine Übermaßpassung gewählt. Es handelt sich um ein Festlager, bei dem der Innenring auf Umfangslast beansprucht wird. Deshalb ist eine feste Passung notwendig.
Passung: k6 (Empfehlung Produktkatalog[36] Seite 21)

- Toleranz Welle: 25 k6

$$\begin{aligned}
&\text{Toleranzgrad 6} \implies \text{Grundtoleranz } T = 13\mu\text{m}\\
&\text{unteres Abmaß } A_u = +2\mu\text{m}\\
&A_u = +0,002 \text{ mm}\\
&A_o = +0,015 \text{ mm}\\
&G_u = 25,002 \text{ mm}\\
&G_o = 25,015 \text{ mm}
\end{aligned}$$

- Toleranz Bohrung: 25 P0

$$\begin{aligned}
&\text{oberes Abmaß } A_o = 0\mu\text{m}\\
&\text{unteres Abmaß } A_u = -10\mu\text{m}\\
&G_o = 25 \text{ mm}\\
&G_u = 24,990 \text{ mm}
\end{aligned}$$

- Passungsart

$$\begin{aligned}
&P_o = 25 \text{ mm} - 25,002 \text{ mm} = -0,002 \text{ mm}\\
&P_u = 24,990 \text{ mm} - 25,015 \text{ mm} = -0,025 \text{ mm}\\
&\implies \text{es liegt in jedem Fall ein Übermaß vor}
\end{aligned}$$

[36] Vgl. [Wäl]

Passung 3: Lageraußenring Rillenkugellager (Loslager, Welle I) und Lagertopf

Für die Passung des Loslagers wird eine Spielpassung gewählt. Bei eventueller thermischer Ausdehnung der Welle musss sich der Außenring des Lagers verschieben können, weshalb in jedem Fall Spiel vorliegen muss.
Passung: G7 (Empfehlung Produktkatalog[37] Seite 21)

- Toleranz Außenring (”Welle”): 62 P0

$$\begin{aligned}
&\text{oberes Abmaß } A_o = 0\mu\text{m}\\
&\text{unteres Abmaß } A_u = -13\mu\text{m}\\
&G_o = 62 \text{ mm}\\
&G_u = 61,987 \text{ mm}
\end{aligned}$$

- Toleranz Lagertop (”Bohrung”): 62 G7

$$\begin{aligned}
&\text{Toleranzgrad } 7 \implies \text{Grundtoleranz } T = 30\mu\text{m}\\
&\text{unteres Abmaß } A_u = +10\mu\text{m}\\
&A_o = +0,040 \text{ mm}\\
&A_u = +0,010 \text{ mm}\\
&G_o = 62,040 \text{ mm}\\
&G_u = 62,010 \text{ mm}
\end{aligned}$$

- Passungsart

$$\begin{aligned}
&P_o = 62,040 \text{ mm} - 61,987 \text{ mm} = +0,053 \text{ mm}\\
&P_u = 62,010 \text{ mm} - 62 \text{ mm} = +0,010 \text{ mm}\\
&\implies \text{Es liegt in jedem Fall Spiel vor.}
\end{aligned}$$

[37] Vgl. [Wäl]

Passung 4: Gleitlagerbuchse (Festlager, Schaltwelle 1) und Lagertopf

An dem Außenring der Gleitlagerbuchse ist eine feste Passung notwendig, das das Lager über eine Presspassung im Gehäuse montiert wird.
Passung: H7/s6

- Toleranz Welle: 21 s6

$$\begin{aligned}
&\text{Toleranzgrad 6} \implies \text{Grundtoleranz } T = 13\mu\text{m}\\
&\text{unteres Abmaß } A_u = +43\mu\text{m}\\
&A_u = +0,043 \text{ mm}\\
&A_o = +0,056 \text{ mm}\\
&G_u = 21,043 \text{ mm}\\
&G_o = 21,056 \text{ mm}
\end{aligned}$$

- Toleranz Bohrung: 21 H7

$$\begin{aligned}
&\text{Toleranzgrad 7} \implies \text{Grundtoleranz } T = 21\mu\text{m}\\
&\text{unteres Abmaß } A_u = 0\mu\text{m} \implies G_u = N\\
&A_u = 0 \text{ mm}\\
&A_o = 0,021 \text{ mm}\\
&G_u = 21 \text{ mm}\\
&G_o = 21,021 \text{ mm}
\end{aligned}$$

- Passungsart

$$\begin{aligned}
&P_o = 21,021 \text{ mm} - 21,043 \text{ mm} = -0,022 \text{ mm}\\
&P_u = 21 \text{ mm} - 21,056 \text{ mm} = -0,056 \text{ mm}\\
&\implies \text{es liegt in jedem Fall ein Übermaß vor}
\end{aligned}$$

Passung 5: Zahnrad 4 und Welle II

Da das Zahnrad per Hand auf die Welle aufgeschoben wird, wird für diese Passung ein geringes Passungsspiel gewählt.
Passung: H7/h6

- Toleranz Welle: 35 h6

$$\begin{aligned}
&\text{Toleranzgrad 6} \implies \text{Grundtoleranz } T = 16\mu\text{m} \\
&\text{oberes Abmaß } A_o = 0\mu\text{m} \implies G_o = N \\
&A_o = 0 \text{ mm} \\
&A_u = -0,016 \text{ mm} \\
&G_o = 35 \text{ mm} \\
&G_u = 34,984 \text{ mm}
\end{aligned}$$

- Toleranz Bohrung: 35 H7

$$\begin{aligned}
&\text{Toleranzgrad 7} \implies \text{Grundtoleranz } T = 25\mu\text{m} \\
&\text{unteres Abmaß } A_u = 0\mu\text{m} \implies G_u = N \\
&A_u = 0 \text{ mm} \\
&A_o = 0,025 \text{ mm} \\
&G_u = 35 \text{ mm} \\
&G_o = 35,025 \text{ mm}
\end{aligned}$$

- Passungsart

$$\begin{aligned}
&P_o = 35,025 \text{ mm} - 34,984 \text{ mm} = 0,041 \text{ mm} \\
&P_u = 35 \text{ mm} - 35 \text{ mm} = 0 \text{ mm} \\
&\implies \text{ein Verschieben des Zahnrades per Hand ist gerade noch möglich}
\end{aligned}$$

8 Quellen

8.1 Literatur

[Den17] Prof. Dr. Berend Denkena. *Konstruktion, Gestaltung und Herstellung von Produkten II.* Script. Institut für Fertigungstechnik und Werkzeugmaschinen, 2017.

[Fis14] Ulrich Fischer. *Tabellenbuch Metall.* Europa Lehrmittel, 2014. ISBN: 978-3-8085-1676-8.

[Lac16] Prof. Dr. Roland Lachmayer. *Konstruktion, Gestaltung und Herstellung von Produkten I.* Script. Institut für Produktentwicklung und Gerätebau, 2016.

[Pol17a] Prof. Dr.-Ing Gerhard Poll. *Konstruktionslehre III.* Script. Institut für Maschinenkonstruktion und Tribologie, 2017.

[Pol17b] Prof. Dr.-Ing Gerhard Poll. *Konstruktionslehre IV.* Script. Institut für Maschinenkonstruktion und Tribologie, 2017.

[Wit+17a] Herbert Wittel u. a. *Roloff/Matek Maschinenelemente. Normung Berechnung Gestaltung, 23. Auflage.* Springer Vieweg, 2017. ISBN: 978-3-658-17895-6.

[Wit+17b] Herbert Wittel u. a. *Roloff/Matek Maschinenelemente. Tabellenbuch, 23. Auflage.* Springer Vieweg, 2017. ISBN: 978-3-658-17895-6.

8.2 Internet

[Wäl] LFD Wälzlager. *Produktkatalog Rillenkugellager.* URL: `http://www.lfd.eu/media/files/kataloge/LFD_Rillenkugellager-Katalog_2015_D.pdf` (besucht am 04. 06. 2018).

A Anhang