



# GPA772 Éléments de machines

Hiver 2021

-

Département de génie des systèmes

Cours 10

Vis de transmission et joints boulonnés

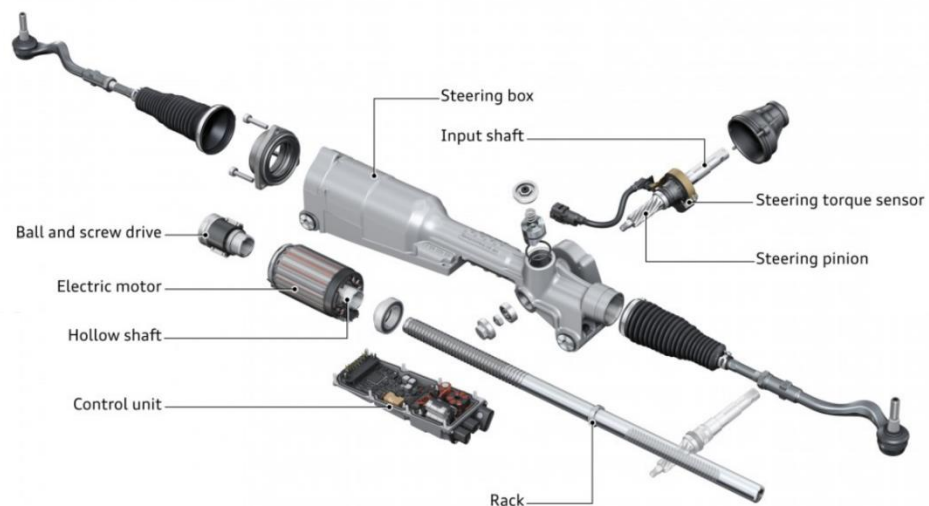
Philippe Causse

[philippe.causse@etsmtl.ca](mailto:philippe.causse@etsmtl.ca)

Date	Activités	
08-jan	C1 : Introduction	
15-jan	C2 : Éléments de résistance des matériaux	TP1 : exercices RDM
22-jan	C3 : Théories de limitation en statique	TP2 : exercices Statique
29-jan	C4 : Fatigue des matériaux	TP3 : exercices fatigue
05-fev	C5 : Arbres de transmission	TP4 : exercices arbres
12-fev	C6 : Roulements	TP5 : exercices roulements
19-fev	<b>C7 : EXAMEN INTRA</b>	Consultation / révisions
26-fev	C8 : Courroies et chaînes	TP7 : exercices courroies et chaînes et étude de cas / <b>projet 1</b>
05-mar	C9 : Engrenages	TP8 : exercices engrenages
12-mar	C10 : Vis et joints boulonnés	TP9 : exercices vis et boulons
19-mar	C11 : Ressorts	TP10 : exercices ressorts / <b>projet 2</b>
26-mar	C12 : Freins et embrayages	TP11 : exercices freins et embrayages
09-avril	C13 : révisions	TP12: révisions

- Introduction
- Vis de transmission
  - Géométrie des vis
  - Analyse des forces
  - Résistance de la vis et de l'écrou
- Boulons et joints boulonnés
  - Nomenclature
  - Dimensions et résistances normalisées
  - Chargement axial avec serrage
    - Modélisation
    - Serrage
    - Effet de la charge externe
    - Analyse en statique
    - Analyse en fatigue
  - Joints sous chargement en cisaillement

- Le système de vis-écrou est un des plus anciens mécanismes inventé par l'homme et reste extrêmement répandu en conception mécanique
- Transmission de puissance et de mouvement par conversion d'une rotation en translation.
- Maintien en position (serrage) de pièces de machines et de structures.



(<https://www.audi-technology-portal.de/en/>)



(<https://www.wheels.ca/>)

## Un enjeu sous-estimé ?

One of the key targets of current design for manufacture is to reduce the number of fasteners. However, there will always be a need for fasteners to facilitate disassembly for whatever purposes. For example, jumbo jets such as Boeing's 747 require as many as 2.5 million fasteners, some of which cost several dollars apiece. To keep costs down, aircraft manufacturers, and their subcontractors, constantly review new fastener designs, installation techniques, and tooling.

Budynas et al. (2015).

The number of innovations in the fastener field over any period you might care to mention has been tremendous. An overwhelming variety of fasteners are available for the designer's selection. Serious designers generally keep specific notebooks on

A layperson might consider threaded fasteners (screws, nuts, and bolts) to be the most mundane and uninteresting of all machine elements. Looking deeper, the engineer finds that these seemingly simple components exist in amazing variety and with design details representing remarkable ingenuity. The economic implications of fastener design, both threaded and nonthreaded, such as rivets, are tremendous. For example, the airframe of a large jet aircraft has approximately  $2.4 \times 10^6$  fasteners costing about \$750,000 in 1978 dollars. The safety implications of the fas-

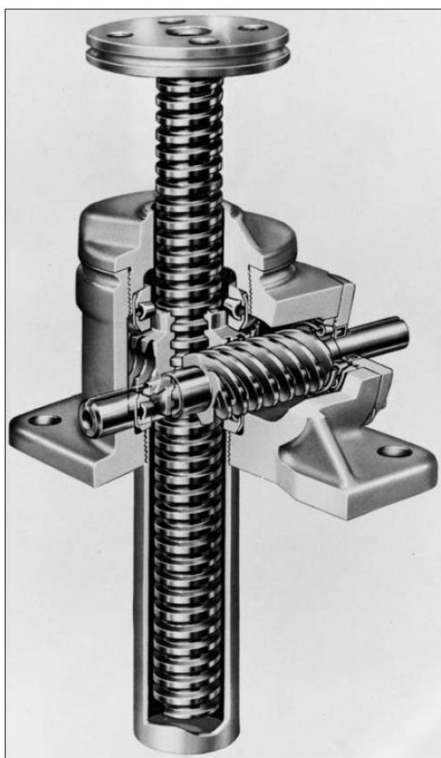
Juvinall et al. (2012).

The "nuts and bolts" of a design might seem to be one of its least interesting aspects, but in fact is one of the most fascinating. The success or failure of a design can hinge on proper selection and use of its fasteners. Moreover, the design and manufacture of fasteners is very big business and is a significant part of our economy. Literally thousands of different designs of fasteners are offered by vendors, and thousands to millions of fasteners are used in a single complex assembly such as an automobile or aircraft. The Boeing 747 uses about 2.5 million fasteners, some of which cost several dollars each.<sup>[1]</sup>

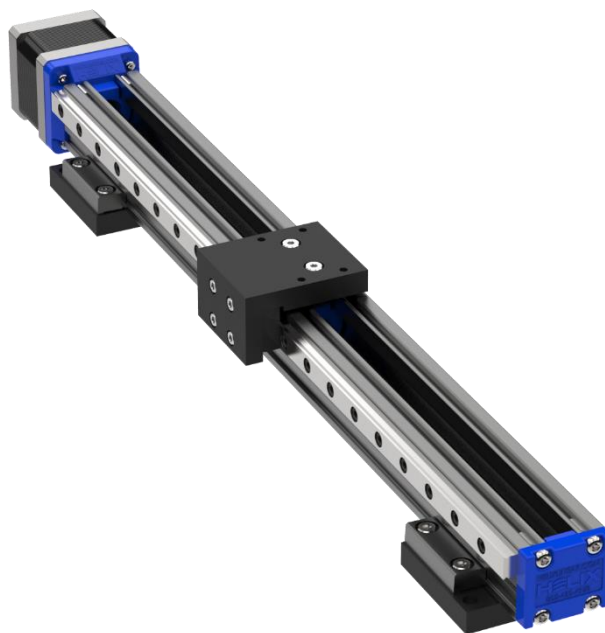
Norton (1998).

- Introduction
- **Vis de transmission**
  - **Géométrie des vis**
  - **Analyse des forces**
  - **Résistance de la vis et de l'écrou**
- Boulons et joints boulonnés
  - Nomenclature
  - Dimensions et résistances normalisées
  - Chargement axial avec serrage
    - Modélisation
    - Serrage
    - Effet de la charge externe
    - Analyse en statique
    - Analyse en fatigue
  - Joints sous chargement en cisaillement

**Fonction** : transmettre de la puissance en convertissant un mouvement de rotation en un mouvement de translation.



Tiré de Budynas et al. (2015).



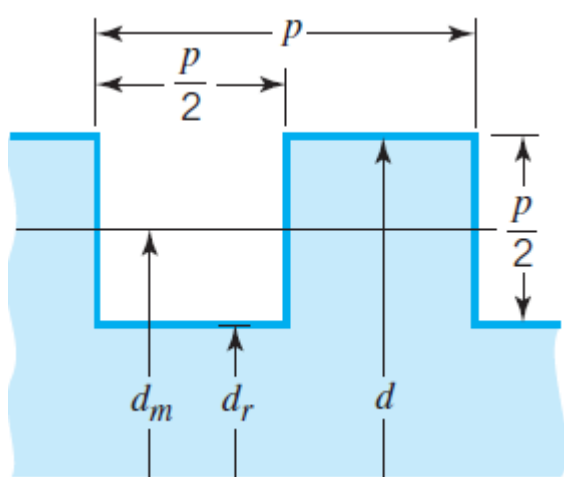
(<https://www.helixlinear.com/>)



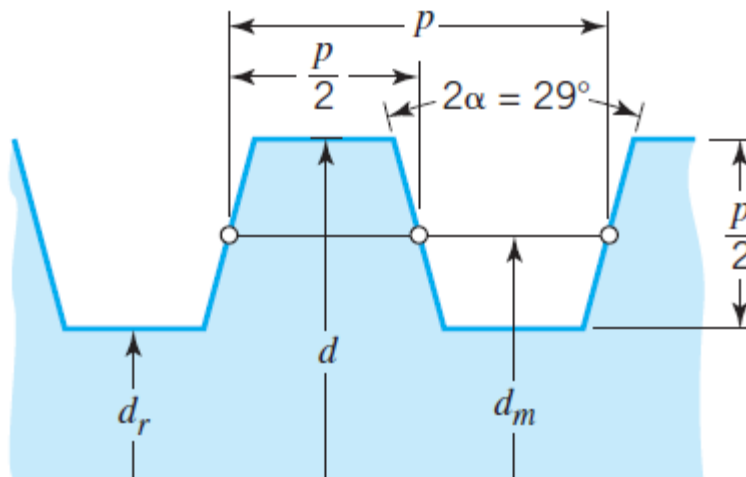
(<https://www.zwickroell.com/en>)



- $p$  : pas de la vis.
- $d$  : diamètre nominal.
- $d_r = d - p$  : diamètre à la racine
- $d_m = d - p/2$  : diamètre moyen (sur les flancs).
- $2\alpha$  : angle du filet.
- $l$  : avance par tour (*lead*)
  - filets simples :  
 $l = p$
  - filets doubles :  
 $l = 2p$



Filets carrés



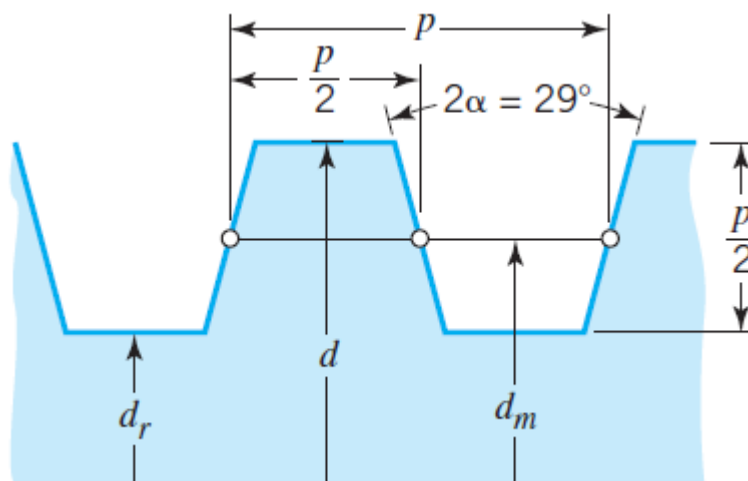
Filets Acme

Les filets trapézoïdaux symétriques sont semblables aux filets Acme, mais avec un angle  $2\alpha = 30^\circ$ .

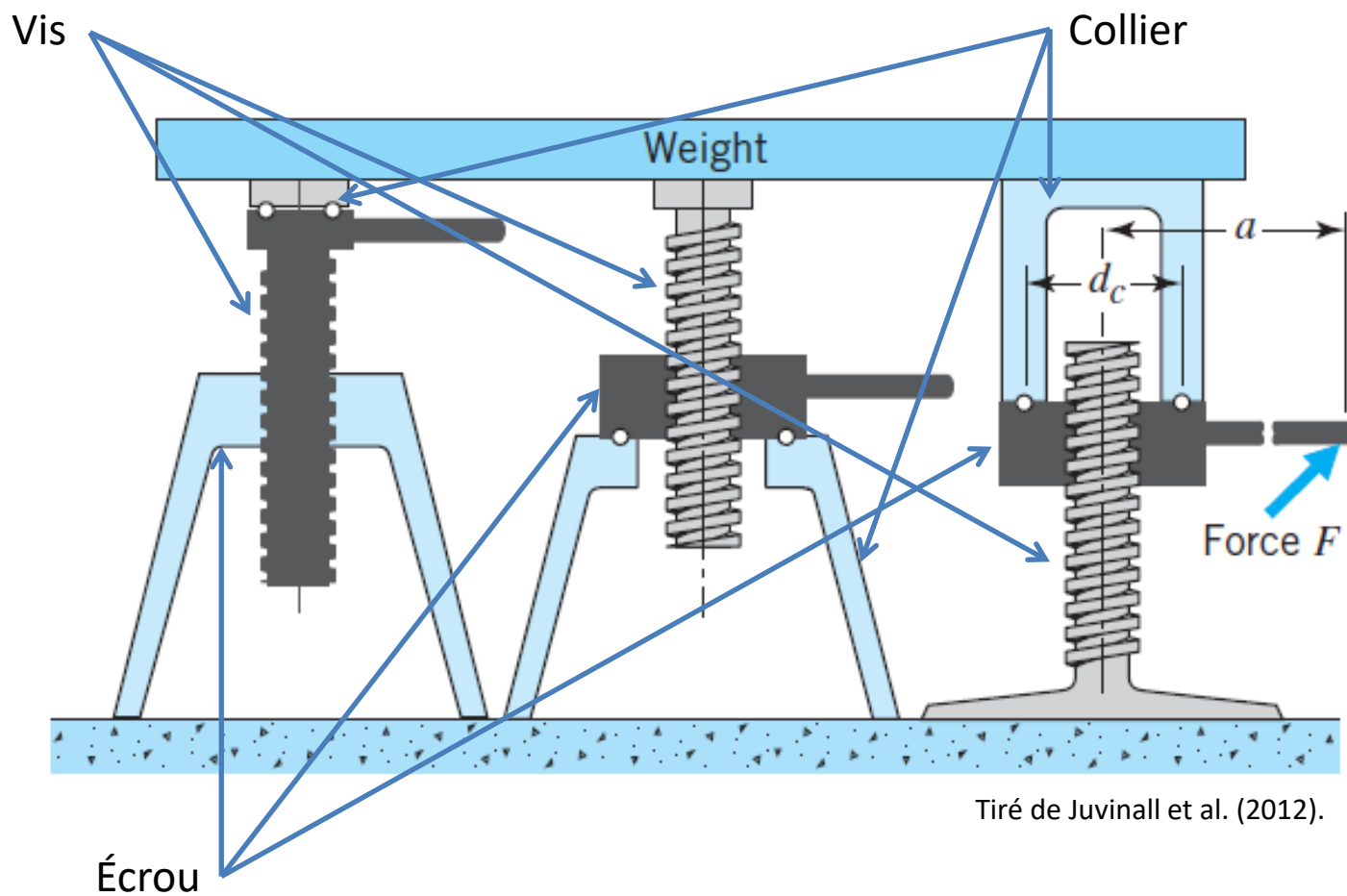


$d$ , in	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	1	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$	2	$2\frac{1}{2}$	3
$p$ , in	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

Tiré de Budynas et al. (2015).



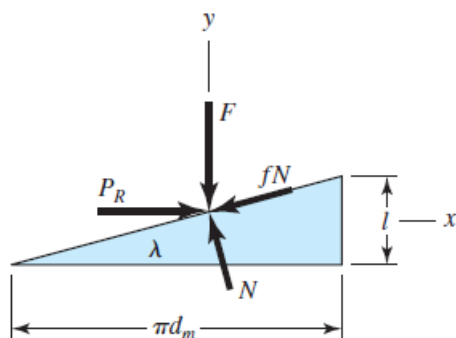
Tiré de Juvinall et al. (2012).



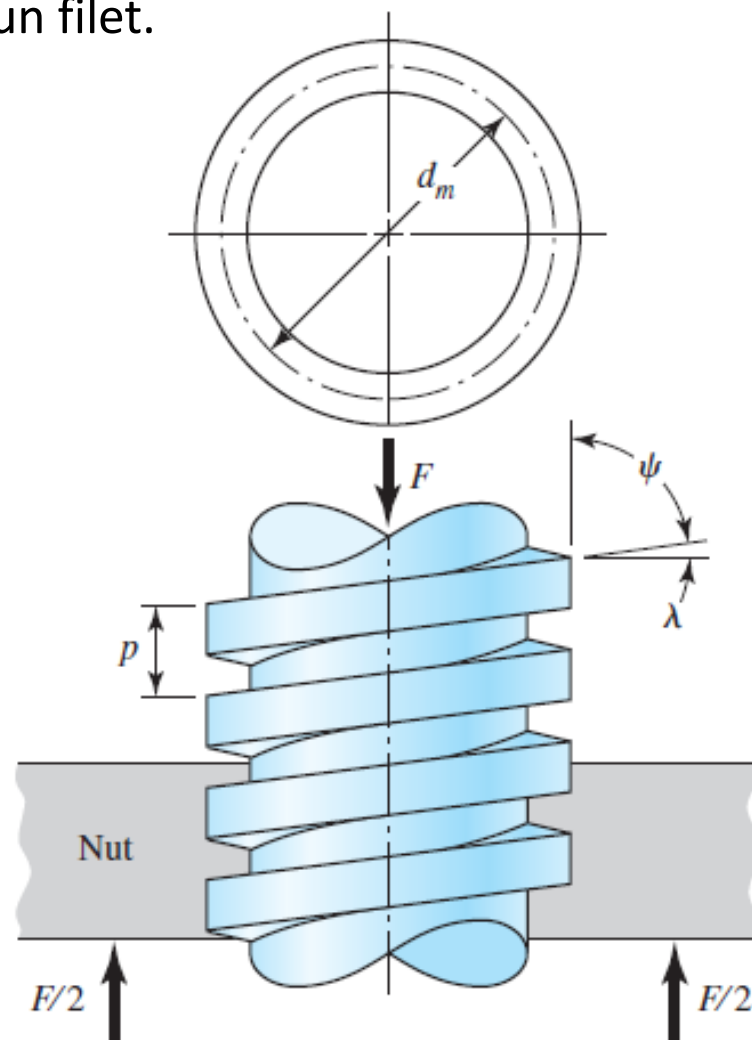
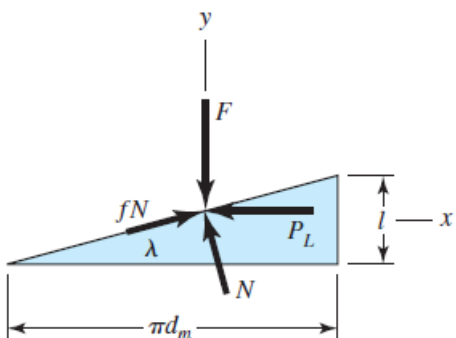
Tiré de Juvinall et al. (2012).

Diagramme de corps libre de la vis : on déroule un filet.

- montée de la charge :

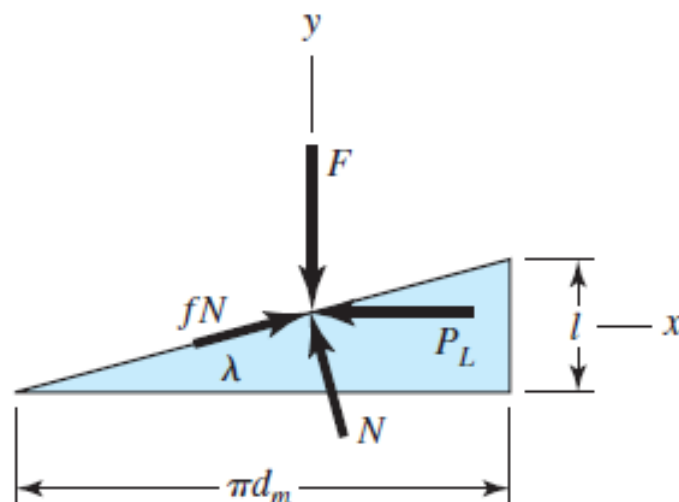
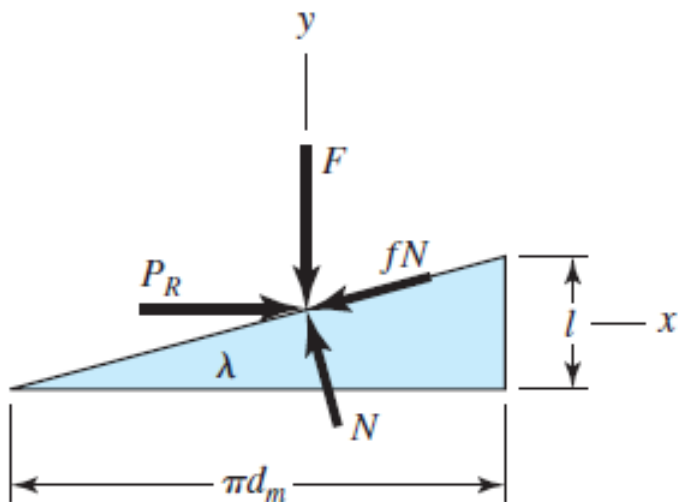


- descente de la charge :



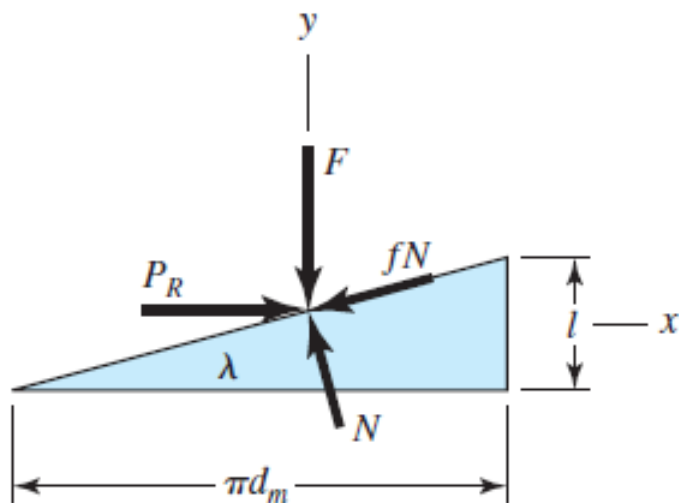
Tiré de Budynas et al. (2015).

- $F$  : charge à déplacer.
- $N$  : force normale
- $f$  : coefficient de frottement.
- $P_R$  : force pour monter la charge.
- $P_L$  : force pour descendre la charge.
- $\lambda$  : angle d'hélice

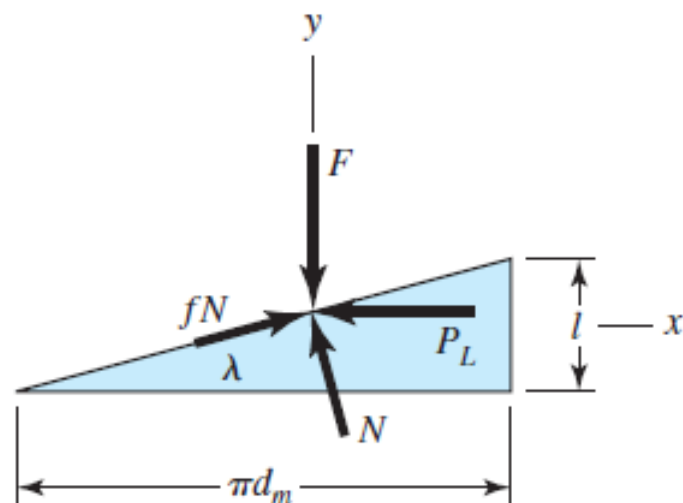


Tiré de Budynas et al. (2015).

- Montée de la charge



- Descente de la charge



Tiré de Budynas et al. (2015).

$$\begin{aligned}\sum F_x &= P_R - N \sin \lambda - fN \cos \lambda = 0 \\ \sum F_y &= -F + N \cos \lambda - fN \sin \lambda = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum F_x &= -P_L - N \sin \lambda + fN \cos \lambda = 0 \\ \sum F_y &= -F + N \cos \lambda + fN \sin \lambda = 0\end{aligned}$$

- En résolvant les équations d'équilibre pour la force de montée  $P_R$  et la force de descente  $P_L$  et en remplaçant  $\tan \lambda = l/(\pi d_m)$ , on obtient :

- Force de montée : 
$$P_R = F \left( \frac{l + \pi f d_m}{\pi d_m - fl} \right)$$

- Force de descente : 
$$P_L = F \left( \frac{\pi f d_m - l}{\pi d_m + fl} \right)$$

- Sachant que le couple à appliquer est  $P d_m / 2$ , on a :

- couple de montée : 
$$T_R = \frac{F d_m}{2} \left( \frac{l + \pi f d_m}{\pi d_m - fl} \right)$$

- couple de descente : 
$$T_L = \frac{F d_m}{2} \left( \frac{\pi f d_m - l}{\pi d_m + fl} \right)$$

- Pas aussi efficaces que les filets carrés car l'angle augmente le frottement.

- Plus faciles à fabriquer

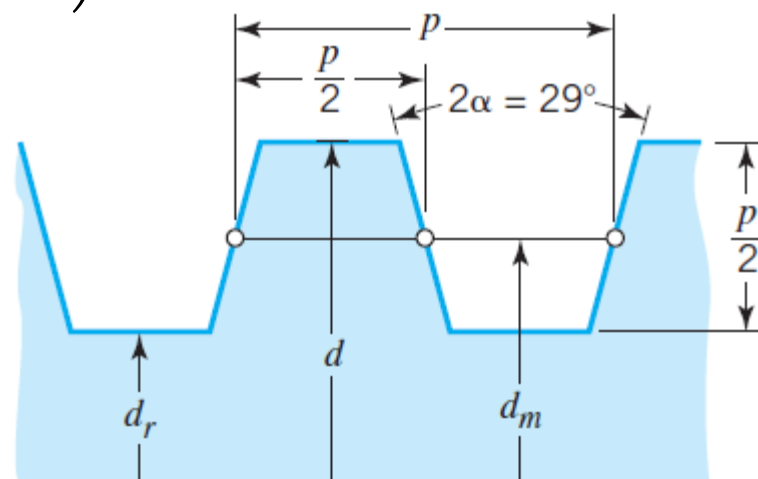
- couple de montée :

$$T_R = \frac{F d_m}{2} \left( \frac{l + \pi f d_m \sec \alpha}{\pi d_m - f l \sec \alpha} \right)$$

- couple de descente :

$$T_L = \frac{F d_m}{2} \left( \frac{\pi f d_m \sec \alpha - l}{\pi d_m + f l \sec \alpha} \right)$$

- Note :  $\sec \alpha = 1 / \cos \alpha$



Images tirées de Juvinall et al. (2012).



- Un couple de descente négatif signifie que la charge descend même sans l'application d'un couple. Cela se produit lorsque (angle d'hélice élevé ou frottement faible) :

$$\pi f d_m \sec \alpha < l$$

- Pour éviter cela et obtenir une vis autobloquante, il faut donc que (sachant que  $\tan \lambda = l/(\pi d_m)$ ) :

$$f \sec \alpha > \tan \lambda$$

- Note : Pour des filets carrés,  $2\alpha = 0$ .

- Les rendement d'une vis s'exprime comme étant le couple nécessaire divisé par la couple nécessaire en supposant un frottement nul :

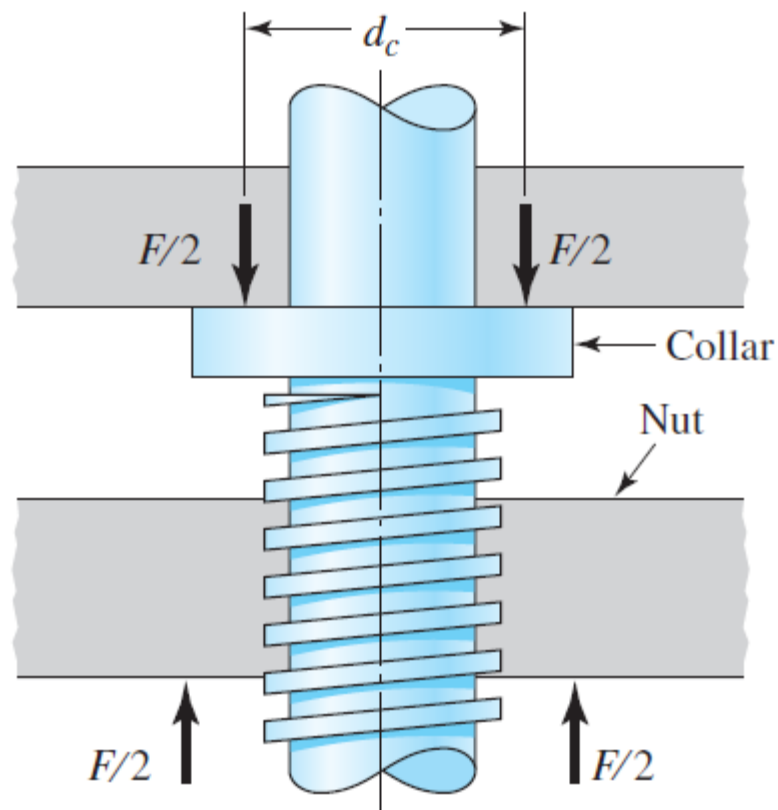
$$R = \frac{\frac{F d_m}{2} \left( \frac{l + \pi f d_m \sec \alpha}{\pi d_m - f l \sec \alpha} \right)}{\frac{F d_m}{2} \left( \frac{l}{\pi d_m} \right)}$$

- Après simplification, on trouve :

$$R = \frac{\pi d_m (l + \pi f d_m \sec \alpha)}{l(\pi d_m - f l \sec \alpha)}$$

Le collier fait la liaison entre la partie fixe et la partie mobile. En supposant que le frottement s'applique à un diamètre  $d_c$  et que le coefficient de frottement est  $f_c$ , le couple nécessaire pour vaincre le frottement est :

$$T_c = \frac{F f_c d_c}{2}$$



- En incluant le frottement sur les filets et le frottement au collier, on a :

- couple de montée :

$$T_R = \frac{F d_m}{2} \left( \frac{l + \pi f d_m \sec \alpha}{\pi d_m - f l \sec \alpha} \right) + \frac{F f_c d_c}{2}$$

- couple de descente :

$$T_L = \frac{F d_m}{2} \left( \frac{\pi f d_m \sec \alpha - l}{\pi d_m + f l \sec \alpha} \right) + \frac{F f_c d_c}{2}$$

- Valeurs de  $f$  :

Screw Material	Nut Material			
	Steel	Bronze	Brass	Cast Iron
Steel, dry	0.15–0.25	0.15–0.23	0.15–0.19	0.15–0.25
Steel, machine oil	0.11–0.17	0.10–0.16	0.10–0.15	0.11–0.17
Bronze	0.08–0.12	0.04–0.06	—	0.06–0.09

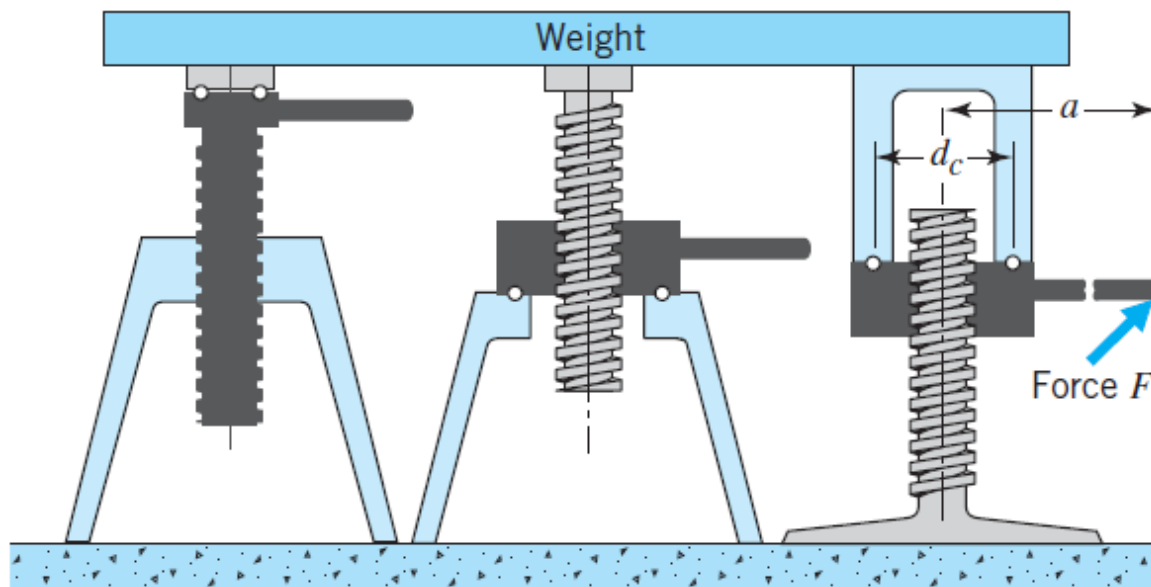
- Valeurs de  $f_c$  :

Combination	Running	Starting
Soft steel on cast iron	0.12	0.17
Hard steel on cast iron	0.09	0.15
Soft steel on bronze	0.08	0.10
Hard steel on bronze	0.06	0.08

- Contrainte de cisaillement due au moment de torsion :

$$\tau = \frac{Tc}{J} = \frac{T(d_r/2)}{\pi d_r^4/32} = \frac{16T}{\pi d_r^3}$$

- Attention, le couple de torsion dans la tige n'est pas égal au couple extérieur appliqué (partiellement transmis au collier)



Tiré de Juvinall et al. (2012).

- Contrainte de cisaillement due au moment de torsion :

$$\tau = \frac{Tc}{J} = \frac{T(d_r/2)}{\pi d_r^4/32} = \frac{16T}{\pi d_r^3}$$

- Contrainte normale due à la charge axiale et à son excentrement  $e$  :

$$\sigma = \frac{F}{A} + \frac{Mc}{I} = \frac{F}{\pi d_r^2/4} + \frac{Fe(d_r/2)}{\pi d_r^4/64} = \frac{4F}{\pi d_r^2} + \frac{32Fe}{\pi d_r^3}$$

- Contrainte équivalente de von Mises :

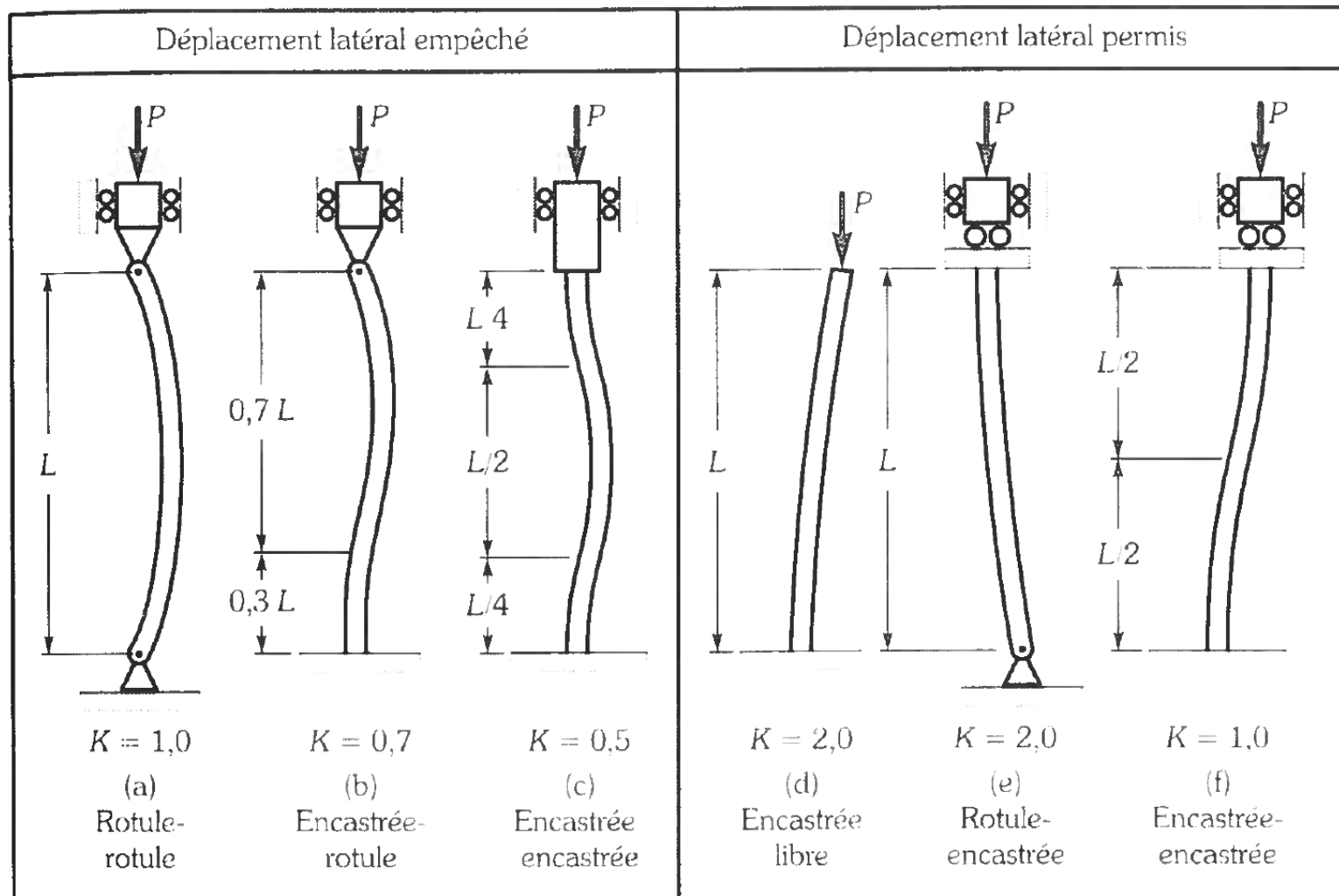
$$\sigma_{vM} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

- Facteur de sécurité :

$$FS = \frac{S_y}{\sigma_{vM}}$$

- $S_y$  est la limite d'élasticité du matériau de la vis.





Tiré de Bazergui et al. (2002).

- Élancement :  $\lambda = \frac{KL}{r}$  avec  $r = \sqrt{I/A} = d_r/4$  est le rayon de giration
- Élancement de transition :  $\lambda' = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{S_y}}$
- Si  $\lambda > \lambda'$ , on a une colonne longue et la force critique de flambage est donnée par l'équation d'Euler :  $F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$
- Si  $\lambda < \lambda'$ , on a une colonne courte et la force critique de flambage est donnée par l'équation de Johnson :  $F_{cr} = AS_y \left[ 1 - 0,5 \left( \frac{\lambda}{\lambda'} \right)^2 \right]$
- Le facteur de sécurité pour le flambage est :  $FS = \frac{F_{cr}}{F}$

- Contrainte de cisaillement à la base des filets :

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi d_r n (p/2)} = \frac{2F}{\pi d_r n p}$$

- Facteur de sécurité (critère de von Mises) :

$$FS = \frac{S_{sy}}{\tau} = \frac{0,577 S_y}{\tau}$$

- Ainsi, la longueur nécessaire de l'écrou est :

$$L_{ev} = np = \frac{2FSF}{0,577 S_y \pi d_r}$$

- $n$  est le nombre de filets de l'écrou.
- $S_{sy}$  et  $S_y$  sont respectivement les limites d'élasticité en cisaillement et en tension du matériau de la vis.

- La contrainte de cisaillement à la base des filets est la même que pour la vis, mais en remplaçant  $d_r$  par  $d$ .

- Facteur de sécurité (matériau ductile, critère de von Mises):

$$FS = \frac{S_{sy}}{\tau} = \frac{0,577S_y}{\tau}$$

- Facteur de sécurité (matériau fragile, critère de Mohr modifié):

$$FS = \frac{S_{ut}}{\tau}$$

- Ainsi, la longueur nécessaire de l'écrou est (matériau ductile) :

$$L_{ee} = np = \frac{2FSF}{0,577S_y\pi d}$$

- ou (matériau fragile) :

$$L_{ee} = np = \frac{2FSF}{S_{ut}\pi d}$$

- $S_{ut}$  est la limite ultime en tension du matériau de l'écrou.

- Contrainte de contact :

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi d_m (p/2)n} = \frac{2F}{\pi d_m np}$$

- Facteur de sécurité :

$$FS = \frac{S_p}{\sigma}$$

- Ainsi, la longueur nécessaire de l'écrou est :

$$L_{eu} = np = \frac{2FSF}{\pi d_m S_p}$$

- $S_p$  est la pression permise (voir page suivante).

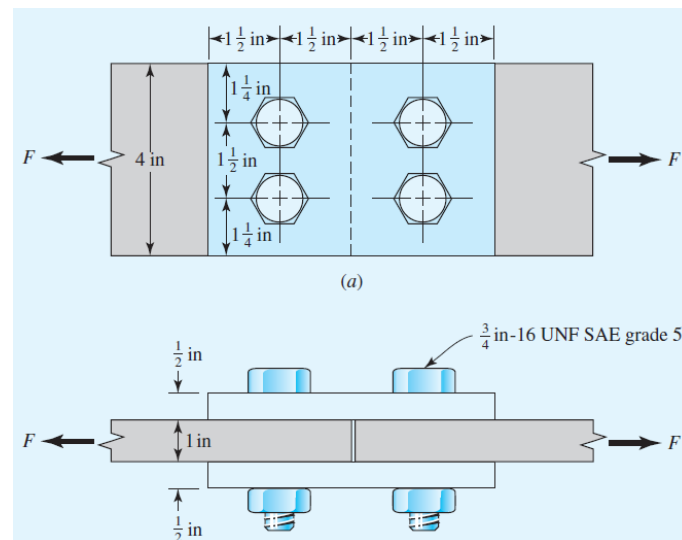
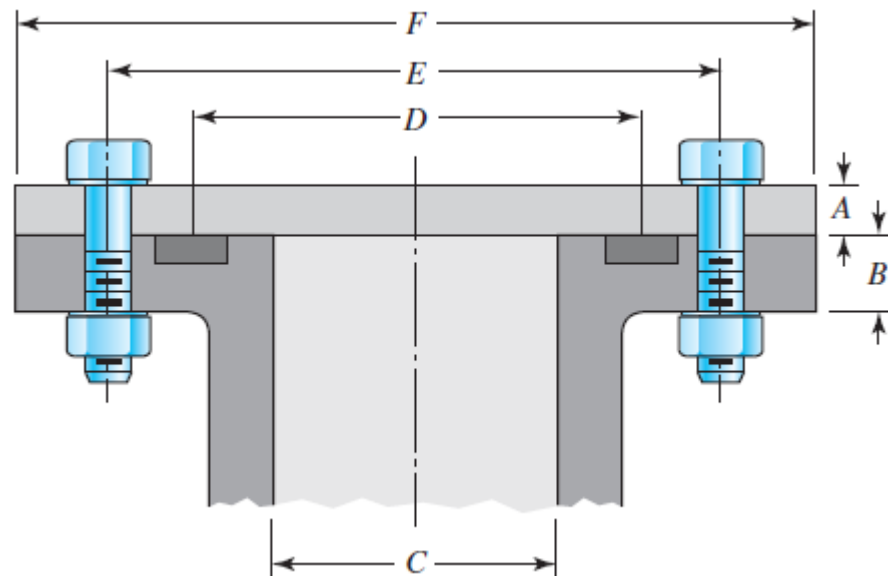
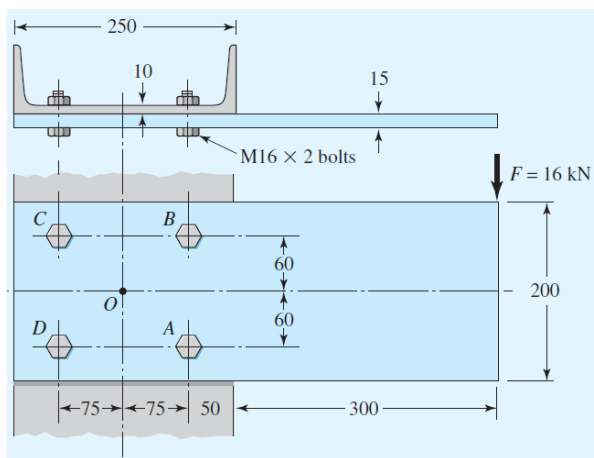
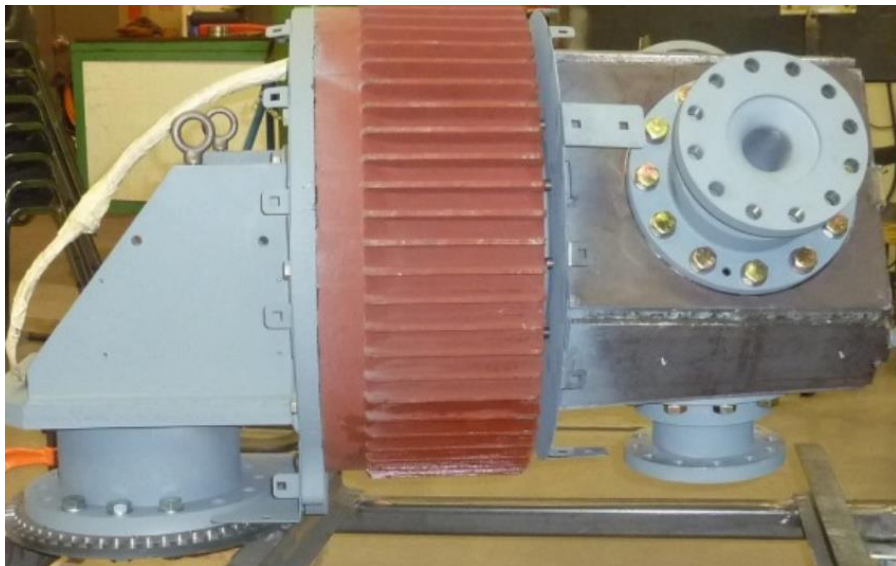
Matériaux		Pression permise en MPa $S_p$	Gamme de vitesses au diamètre moyen
Vis	Écrou		
Acier	Bronze	17 – 24	Basse vitesse, bonne lubrification.
Acier	Fonte	12 – 17	Basse vitesse (0,04 m/s), mouvement intermittent.
Acier	Bronze	11 – 17	Basse vitesse (0,05 m/s), mouvement intermittent.
Acier	Fonte	4 – 7	Vitesse moyenne (0,10 – 0,20 m/s).
Acier	Bronze	5 – 10	Vitesse moyenne (0,10 – 0,23 m/s).
Acier	Bronze	1 – 2	Haute vitesse (0,25 m/s).

Tiré de Drouin et al. (1986).

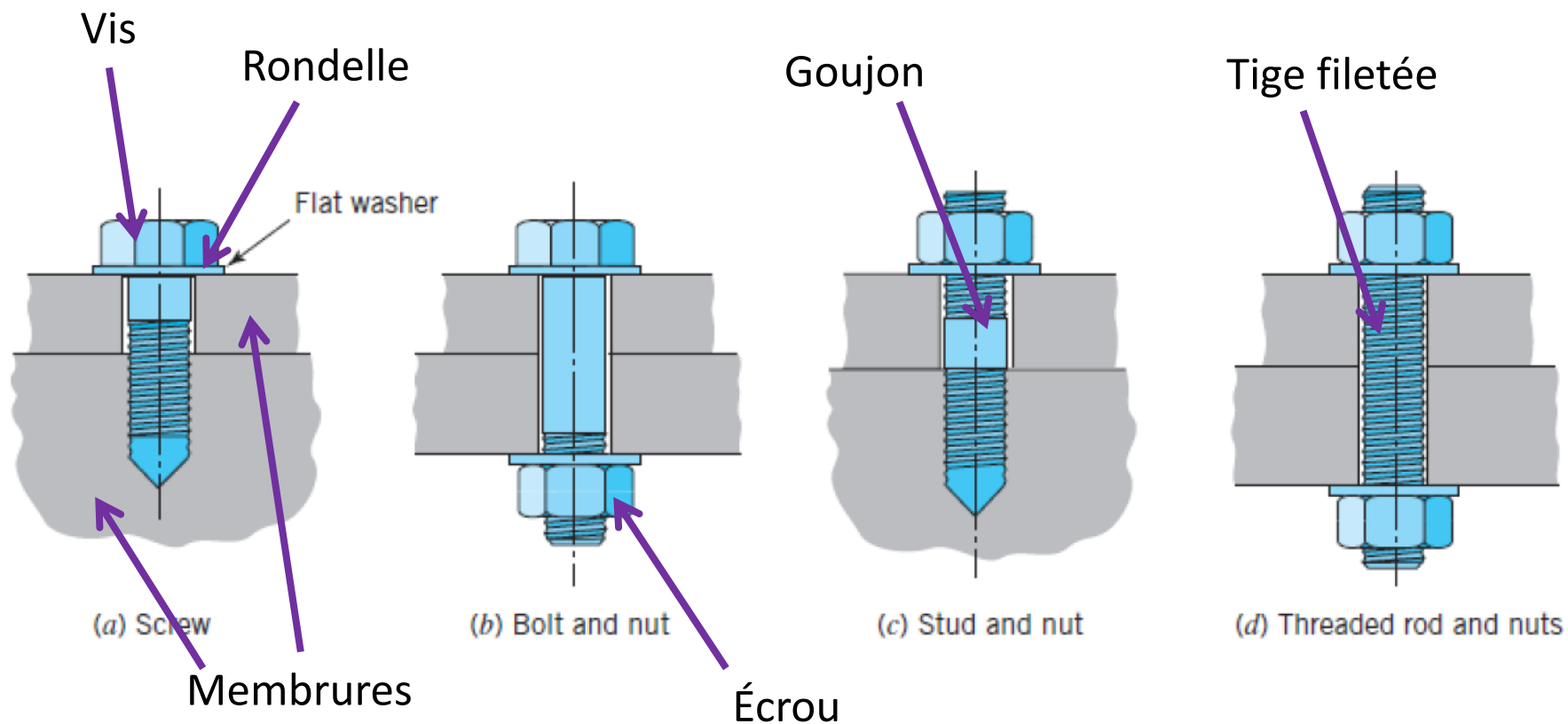
- On recommande des facteurs de sécurité entre 1,5 et 2,0.
- On choisit la longueur de l'écrou  $L_e$  tel que :
$$L_e > \max(L_{ev}, L_{ee}, L_{eu})$$
- Généralement,  $L_e \approx 1,5d$ .



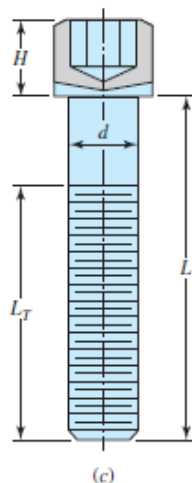
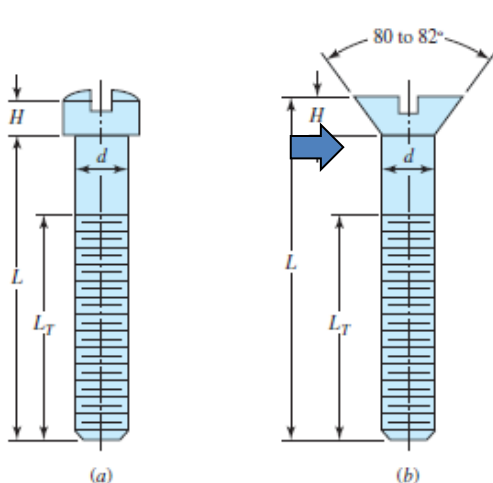
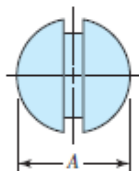
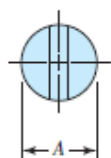
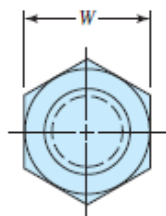
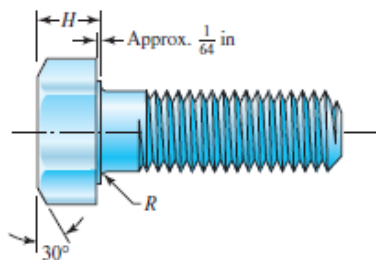
- Introduction
- Vis de transmission
  - Géométrie des vis
  - Analyse des forces
  - Résistance de la vis et de l'écrou
- **Boulons et joints boulonnés**
  - **Nomenclature**
  - **Dimensions et résistances normalisées**
  - **Chargement axial avec serrage**
    - **Modélisation**
    - **Serrage**
    - **Effet de la charge externe**
    - **Analyse en statique**
    - **Analyse en fatigue**
  - **Joints sous chargement en cisaillement**



Dessins tirés de Budynas et al. (2015).



**Vis + Écrou = Boulon**



(a) Standard hex nut



(b) Hex jam nut



(c) Hex castle nut



(d) Hex acorn nut



(e) Wing nut



(a) Split lock washer



(b) Internal-tooth washer



(c) External-tooth washer



(d) Internal-external tooth



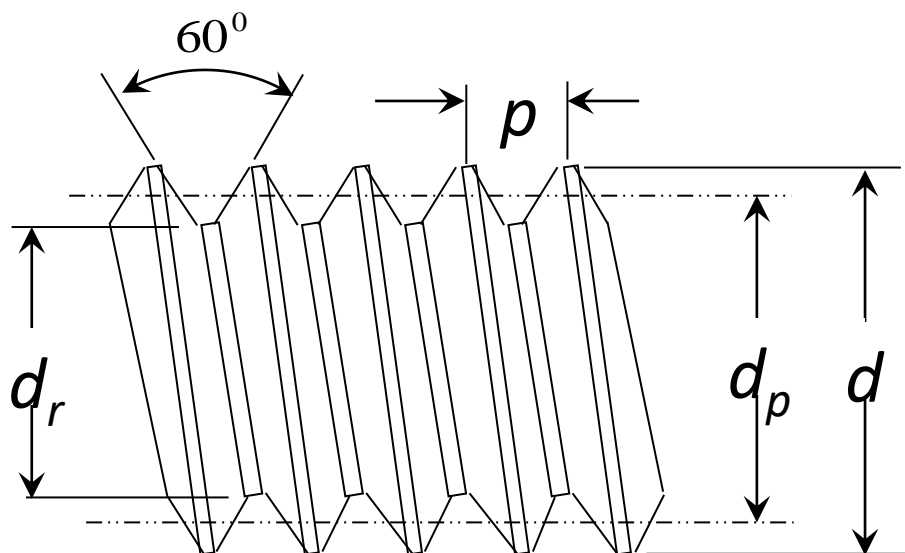
(e) Countersunk tooth

Tiré de Budynas et al. (2015).

Tiré de Norton (1998).

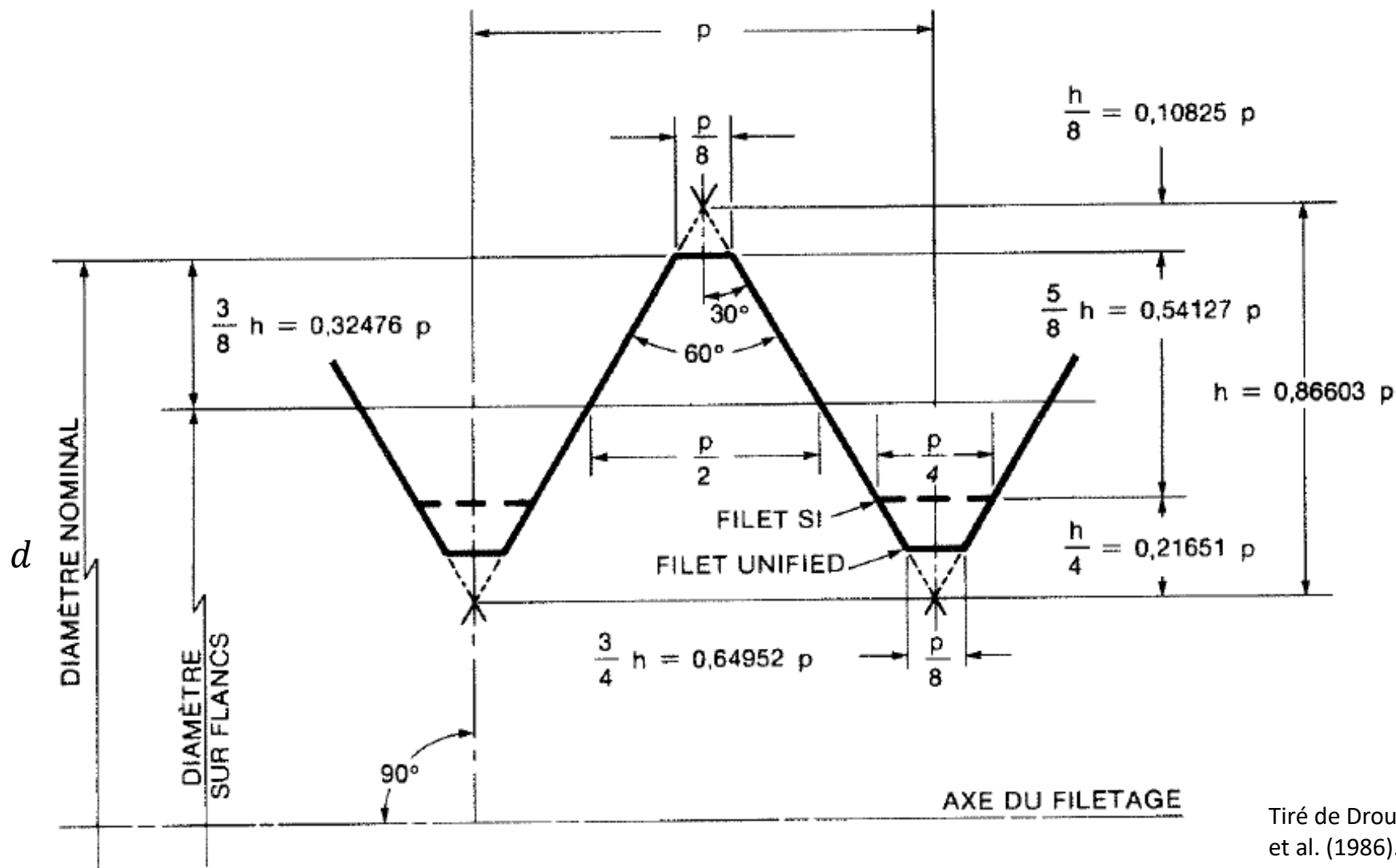
## Dimensions

- $d$  = diamètre nominal (*major diameter*)
- $d_p$  = diamètre moyen (*pitch diameter*)
- $d_r$  = diamètre de racine ou diamètre intérieur (*minor diameter*)
- $p$  = pas (*pitch*)



$$d_r \cong d - p$$

- **Deux systèmes de normalisation: métrique et impérial**



Tiré de Drouin et al. (1986).

- Désignation : M12×1,75 signifie «boulon métrique d'un diamètre nominal de 12 mm avec un pas de 1,75 mm.»
- La surface de tension  $A_t$  (utilisée pour les calculs de contraintes normales) est calculée à partir de la moyenne du diamètre nominal et du diamètre intérieur.
- La surface de cisaillement  $A_r$  (utilisée pour les calculs de contraintes de cisaillement) est calculée à partir du diamètre intérieur.



Nominal Major Diameter $d$ mm	Coarse-Pitch Series			Fine-Pitch Series		
	Pitch $p$ mm	Tensile- Stress Area $A_t$ mm <sup>2</sup>	Minor- Diameter Area $A_r$ mm <sup>2</sup>	Pitch $p$ mm	Tensile- Stress Area $A_t$ mm <sup>2</sup>	Minor- Diameter Area $A_r$ mm <sup>2</sup>
1.6	0.35	1.27	1.07			
2	0.40	2.07	1.79			
2.5	0.45	3.39	2.98			
3	0.5	5.03	4.47			
3.5	0.6	6.78	6.00			
4	0.7	8.78	7.75			
5	0.8	14.2	12.7			
6	1	20.1	17.9			
8	1.25	36.6	32.8	1	39.2	36.0
10	1.5	58.0	52.3	1.25	61.2	56.3
12	1.75	84.3	76.3	1.25	92.1	86.0
14	2	115	104	1.5	125	116
16	2	157	144	1.5	167	157
20	2.5	245	225	1.5	272	259
24	3	353	324	2	384	365

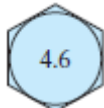



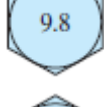


Tiré de Budynas  
et al. (2015).

Nominal Major Diameter $d$ mm	Coarse-Pitch Series			Fine-Pitch Series		
	Pitch $p$ mm	Tensile- Stress Area $A_t$ mm <sup>2</sup>	Minor- Diameter Area $A_r$ mm <sup>2</sup>	Pitch $p$ mm	Tensile- Stress Area $A_t$ mm <sup>2</sup>	Minor- Diameter Area $A_r$ mm <sup>2</sup>
30	3.5	561	519	2	621	596
36	4	817	759	2	915	884
42	4.5	1120	1050	2	1260	1230
48	5	1470	1380	2	1670	1630
56	5.5	2030	1910	2	2300	2250
64	6	2680	2520	2	3030	2980
72	6	3460	3280	2	3860	3800
80	6	4340	4140	1.5	4850	4800
90	6	5590	5360	2	6100	6020
100	6	6990	6740	2	7560	7470
110				2	9180	9080

Tiré de Budynas  
et al. (2015).

# Dimensions et résistances normalisées

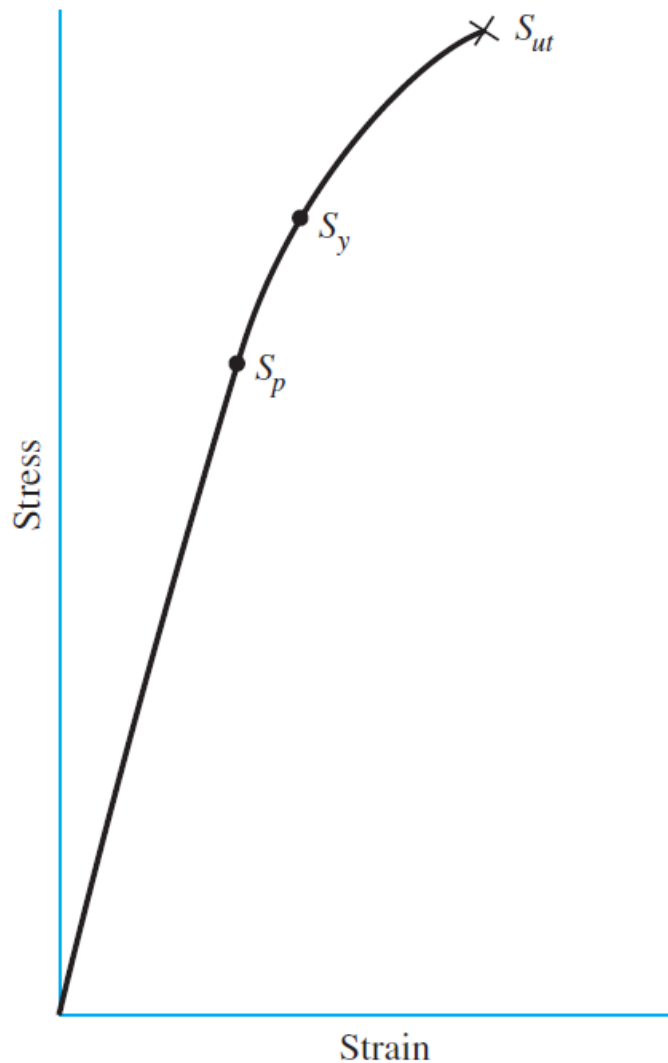
## Boulons métriques – résistances

		$S_p$	$S_{ut}$	$S_y$		
Property Class	Size Range, Inclusive	Minimum Proof Strength,* MPa	Minimum Tensile Strength,* MPa	Minimum Yield Strength,* MPa	Material	Head Marking
4.6	M5–M36	225	400	240	Low or medium carbon	
4.8	M1.6–M16	310	420	340	Low or medium carbon	
5.8	M5–M24	380	520	420	Low or medium carbon	
8.8	M16–M36	600	830	660	Medium carbon, Q&T	
9.8	M1.6–M16	650	900	720	Medium carbon, Q&T	
10.9	M5–M36	830	1040	940	Low-carbon martensite, Q&T	
12.9	M1.6–M36	970	1220	1100	Alloy, Q&T	

Tiré de Budynas et al. (2015).

$S_p$  = contrainte éprouvée  
Pas de déformation plastique

$$S_p \approx 0.9S_y$$



Tiré de Budynas  
et al. (2015).

- Désignation : 1/2 - 13 signifie «boulon d'un diamètre nominal de 1/2 po avec 13 filets par pouce.»
- Pour les diamètres inférieurs à 0.25 po, le diamètre est désigné par un numéro.
- Les surfaces de tension et de cisaillement sont calculées comme pour les boulons métriques.





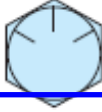



# Dimensions et résistances normalisées

## Boulons impériaux - dimensions

Size Designation	Nominal Major Diameter in	Coarse Series—UNC			Fine Series—UNF		
		Threads per Inch $N$	Tensile-Stress Area $A_t$ in <sup>2</sup>	Minor-Diameter Area $A_r$ in <sup>2</sup>	Threads per Inch $N$	Tensile-Stress Area $A_t$ in <sup>2</sup>	Minor-Diameter Area $A_r$ in <sup>2</sup>
0	0.0600				80	0.001 80	0.001 51
1	0.0730	64	0.002 63	0.002 18	72	0.002 78	0.002 37
2	0.0860	56	0.003 70	0.003 10	64	0.003 94	0.003 39
3	0.0990	48	0.004 87	0.004 06	56	0.005 23	0.004 51
4	0.1120	40	0.006 04	0.004 96	48	0.006 61	0.005 66
5	0.1250	40	0.007 96	0.006 72	44	0.008 80	0.007 16
6	0.1380	32	0.009 09	0.007 45	40	0.010 15	0.008 74
8	0.1640	32	0.014 0	0.011 96	36	0.014 74	0.012 85
10	0.1900	24	0.017 5	0.014 50	32	0.020 0	0.017 5
12	0.2160	24	0.024 2	0.020 6	28	0.025 8	0.022 6
$\frac{1}{4}$	0.2500	20	0.031 8	0.026 9	28	0.036 4	0.032 6
$\frac{5}{16}$	0.3125	18	0.052 4	0.045 4	24	0.058 0	0.052 4
$\frac{3}{8}$	0.3750	16	0.077 5	0.067 8	24	0.087 8	0.080 9
$\frac{7}{16}$	0.4375	14	0.106 3	0.093 3	20	0.118 7	0.109 0
$\frac{1}{2}$	0.5000	13	0.141 9	0.125 7	20	0.159 9	0.148 6
$\frac{9}{16}$	0.5625	12	0.182	0.162	18	0.203	0.189

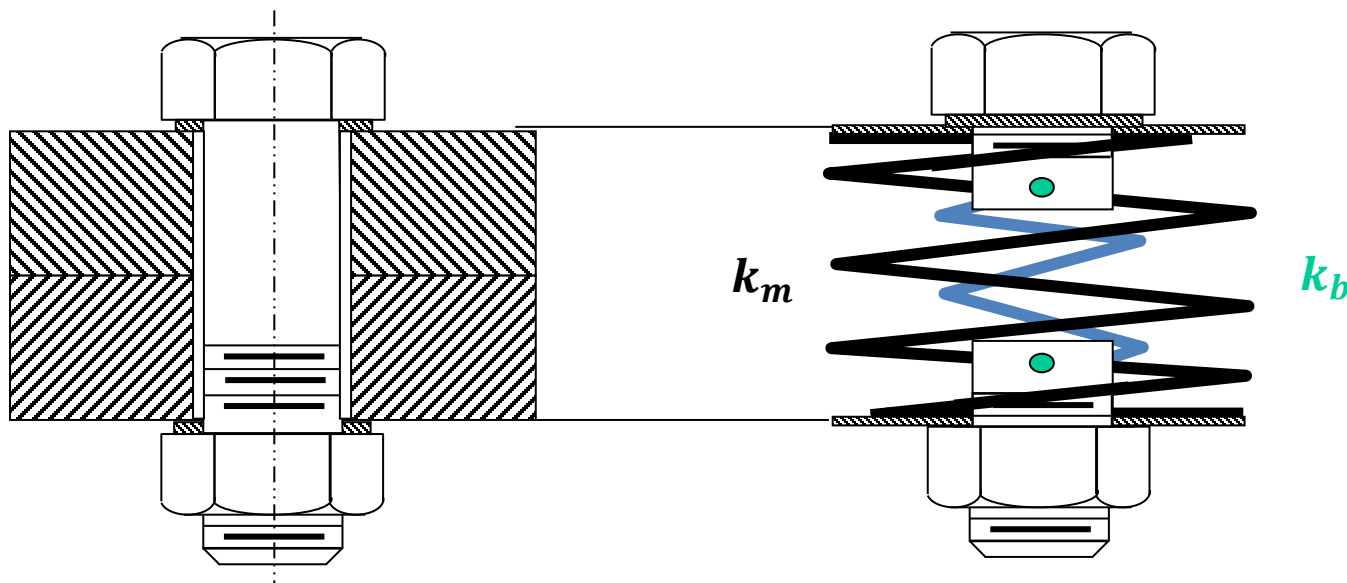
Tiré de Budynas et al. (2015).

Size Designation	Nominal Major Diameter in	Coarse Series—UNC			Fine Series—UNF		
		Threads per Inch $N$	Tensile-Stress Area $A_t$ in <sup>2</sup>	Minor-Diameter Area $A_r$ in <sup>2</sup>	Threads per Inch $N$	Tensile-Stress Area $A_t$ in <sup>2</sup>	Minor-Diameter Area $A_r$ in <sup>2</sup>
$\frac{5}{8}$	0.6250	11	0.226	0.202	18	0.256	0.240
$\frac{3}{4}$	0.7500	10	0.334	0.302	16	0.373	0.351
$\frac{7}{8}$	0.8750	9	0.462	0.419	14	0.509	0.480
1	1.0000	8	0.606	0.551	12	0.663	0.625
$1\frac{1}{4}$	1.2500	7	0.969	0.890	12	1.073	1.024
$1\frac{1}{2}$	1.5000	6	1.405	1.294	12	1.581	1.521

SAE Grade No.	Size Range Inclusive, in	Minimum Proof Strength,* kpsi	Minimum Tensile Strength,* kpsi	Minimum Yield Strength,* kpsi	Material	Head Marking
1	$\frac{1}{4}$ – $1\frac{1}{2}$	33	60	36	Low or medium carbon	
2	$\frac{1}{4}$ – $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{8}$ – $1\frac{1}{2}$	55 33	74 60	57 36	Low or medium carbon	
4	$\frac{1}{4}$ – $1\frac{1}{2}$	65	115	100	Medium carbon, cold-drawn	
5	$\frac{1}{4}$ –1 $1\frac{1}{8}$ – $1\frac{1}{2}$	85 74	120 105	92 81	Medium carbon, Q&T	
5.2	$\frac{1}{4}$ –1	85	120	92	Low-carbon martensite, Q&T	
7	$\frac{1}{4}$ – $1\frac{1}{2}$	105	133	115	Medium-carbon alloy, Q&T	
8	$\frac{1}{4}$ – $1\frac{1}{2}$	120	150	130	Medium-carbon alloy, Q&T	
8.2	$\frac{1}{4}$ –1	120	150	130	Low-carbon martensite, Q&T	

Tiré de Budynas  
et al. (2015).





Un boulon qui assemble des membrures est équivalent à un système de **ressorts en parallèle** :

- la vis est l'équivalent d'un ressort en tension de constante  $k_b$  ;
- les membrures sont l'équivalent d'un ressort en compression de constante  $k_m$  .

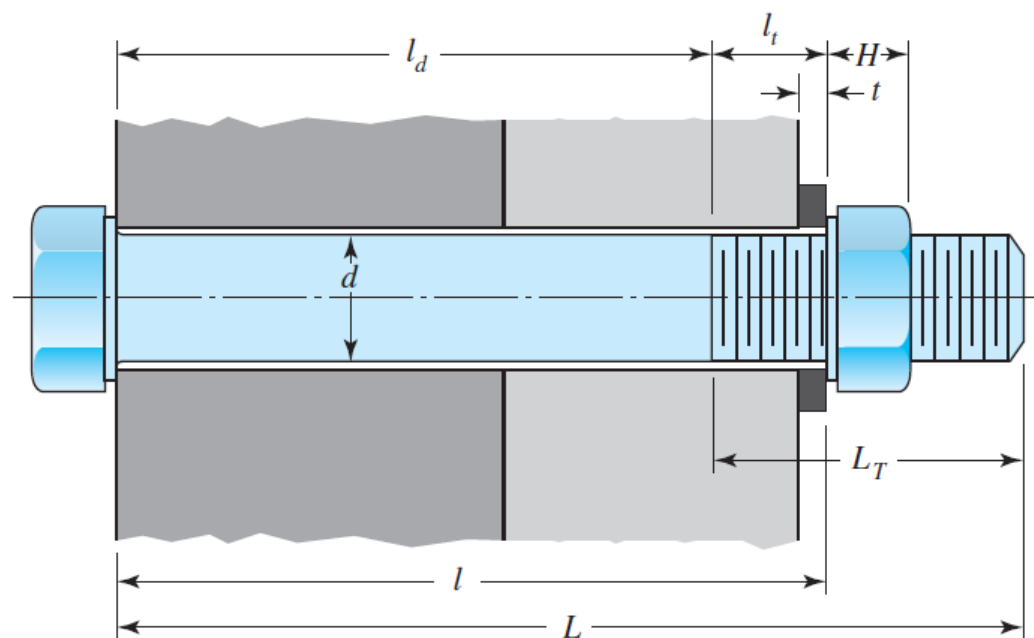
- Pour une tige en traction dans le domaine élastique:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E = \frac{\delta}{L} E = \frac{F}{A}$$

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{AE}{L}$$

- La rigidité de la vis se calcule par association de ressort en série:

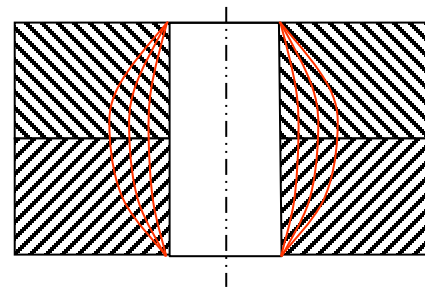
$$k_b = \frac{A_d A_t E}{A_d l_t + A_t l_d}$$



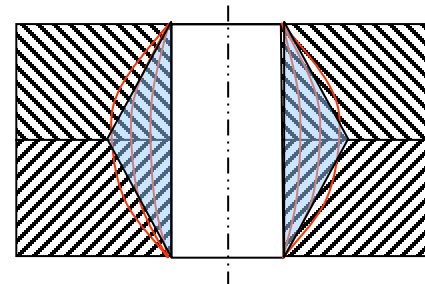
Tiré de Budynas et al. (2015).

- Si la majeure partie du boulon est fileté :  $k_b = \frac{A_t E}{l}$
- Si la majeure partie du boulon n'est pas fileté :  $k_b = \frac{AE}{l} = \frac{\pi d^2 E}{4l}$

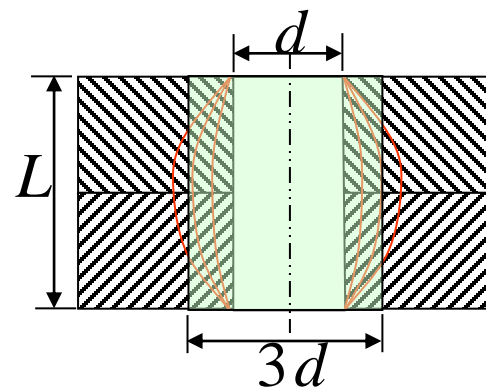
- Dans les membrures, le champ de contraintes est tridimensionnel



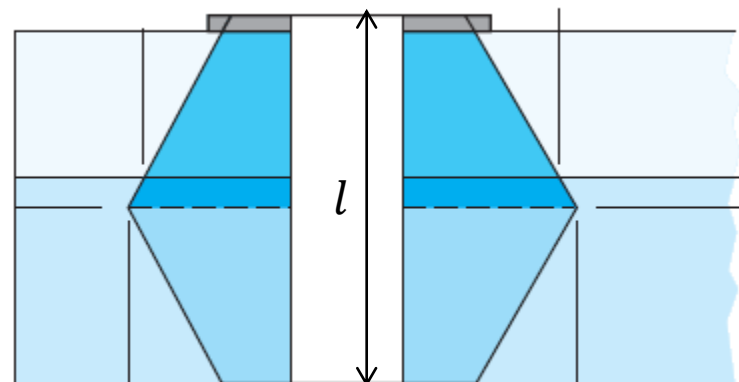
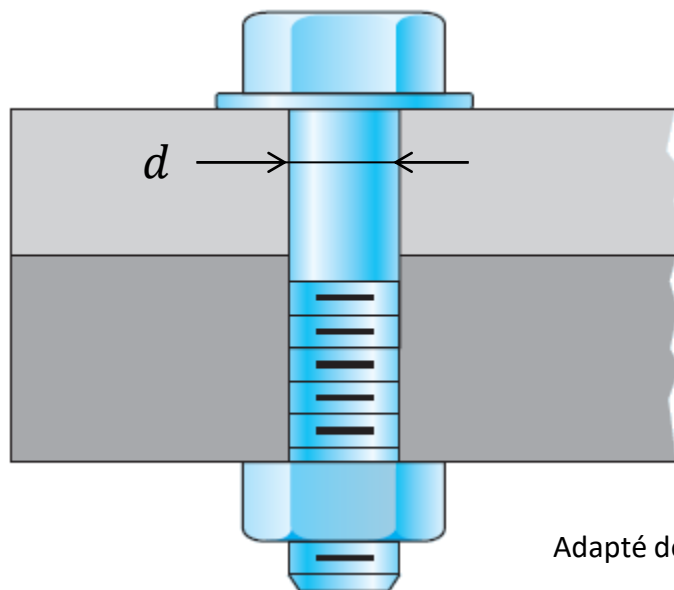
- Approche 1: cônes inversés



- Approche 2: cylindre creux



- Approche 1 : la zone des membrures affectée par la précharge est :



Adapté de Budynas et al. (2015).

- Si les membrures sont toutes faites du même matériau dont le module d'élasticité est  $E$ , la rigidité est :

$$k_m = \frac{0,5774\pi E d}{2 \ln \left( 5 \frac{0,5774l + 0,5d}{0,5774l + 2,5d} \right)}$$

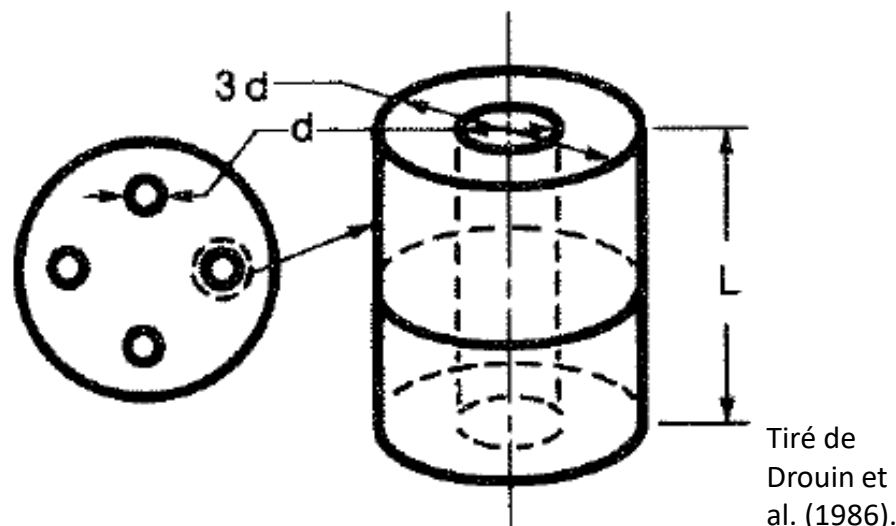
- Approche 2 (méthode simplifiée) : on suppose que la charge des membrures est reprise par un cylindre creux de diamètres  $3d$  et  $d$ :

- Rigidité des membrures:

$$k_m = \frac{2\pi d^2 E}{L}$$

- Pour des membrures et un boulon en matériau identique, on a:

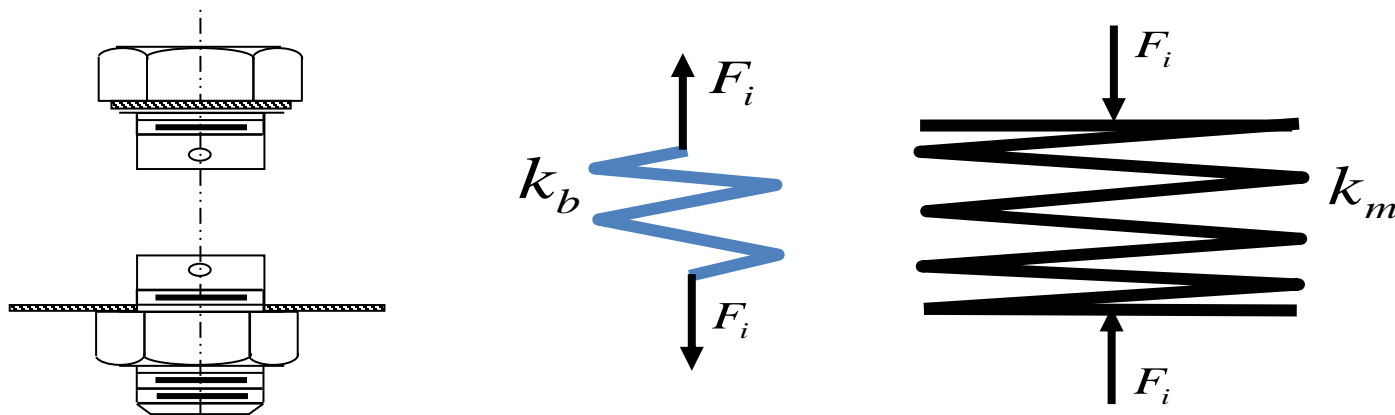
$$k_m = 8k_b$$



- Cette méthode est sécuritaire en ce qui concerne la séparation du joint. Par contre, en fatigue, l'amplitude de la contrainte sera sous-estimée, ce qui n'est pas sécuritaire.

- À l'étape de serrage initial, on introduit une force de serrage  $F_i$  (aussi appelée précharge).
- La précharge permet :
  - d'éviter la séparation du joint ;
  - d'éviter que l'écrou ne se déserre ;
  - de réduire l'amplitude du chargement en fatigue du boulon.

le boulon subit une force de tension initiale  $F_i$  et les membrures subissent une force de compression de la même valeur.



- Pour obtenir une précharge  $F_i$  donnée, le couple de serrage à appliquer est :

$$T = K F_i d$$

- Une valeur moyenne de  $K = 0,20$  peut être utilisée.
- Cette relation est obtenue de l'analyse du frottement entre les filets du boulon et de l'écrou de même qu'entre l'écrou et la membrure (comme pour l'analyse des vis de transmission).
- Dans la mesure du possible, on bloque la tête du boulon et on serre l'écrou.

Bolt Condition	$K$
Nonplated, black finish	0.30
Zinc-plated	0.20
Lubricated	0.18
Cadmium-plated	0.16
With Bowman Anti-Seize	0.12
With Bowman-Grip nuts	0.09

Tiré de Budynas et al. (2015).

- Les valeurs suivantes de précharge sont suggérées :

~~$$F_i = \begin{cases} 0,75S_p A_t & \text{(joint non permanent, boulons réutilisables)} \\ 0,90S_p A_t & \text{(joint permanent)} \end{cases}$$~~

- Vérification de la résistance au serrage:

$$\sigma = \frac{F_i}{A_t}$$

$$\tau = \frac{T c}{2 J} = \frac{T(d_r/2)}{2\pi d_r^4/32} = \frac{8T}{\pi d_r^3}$$

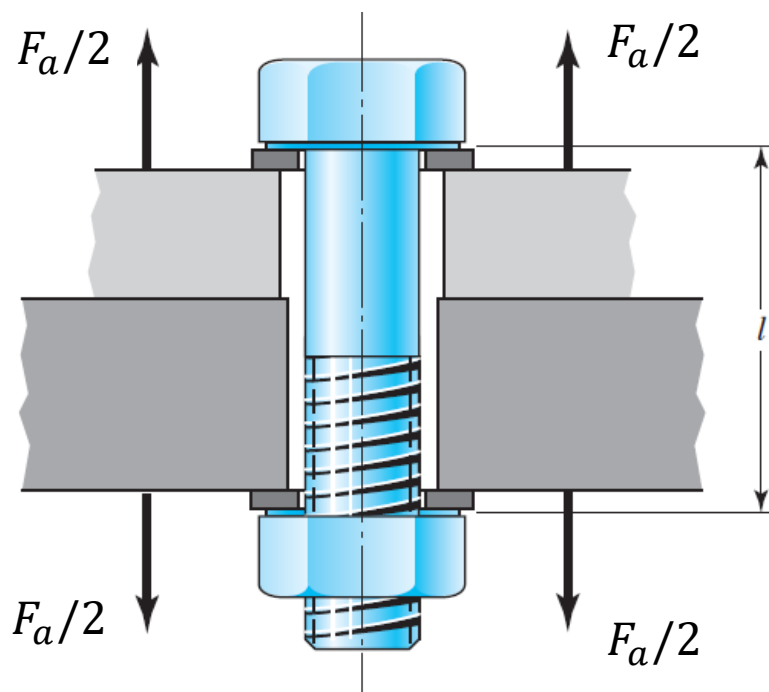
(Hyp: 50 % du couple de serrage repris pas la tige de la vis)

$$FS_{serrage} = \frac{S_p}{\sigma_{vM}} = \frac{S_p}{\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}}$$

- Après serrage, la torsion disparaît graduellement (relaxation) et n'est plus considérée dans les calculs de résistance.



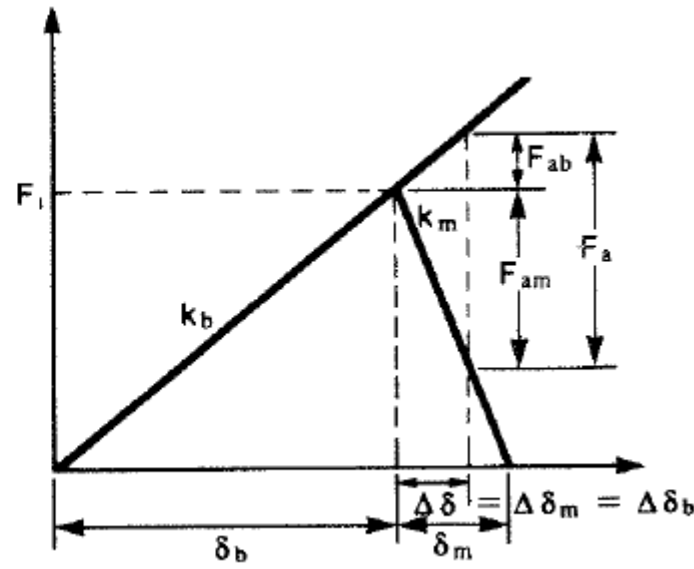
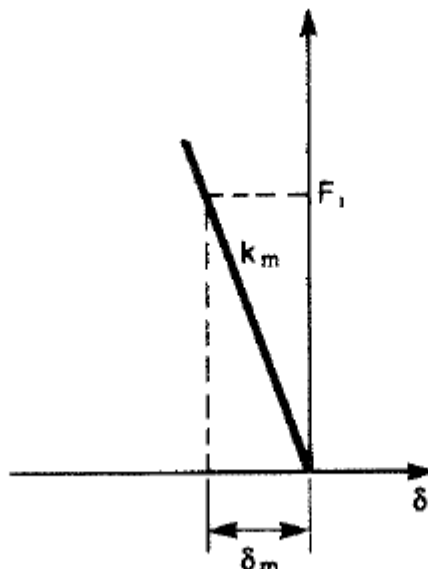
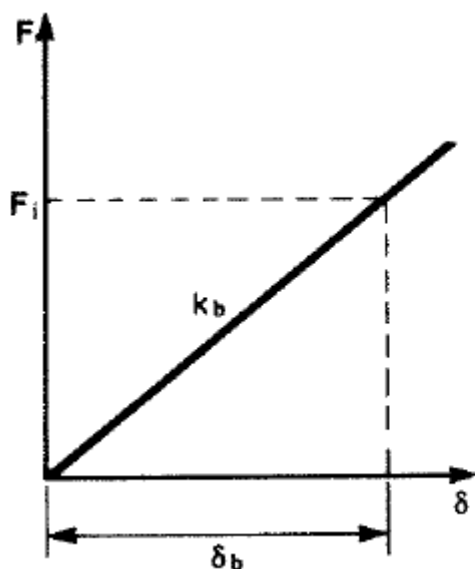
- En service, le joint est soumis à une force axiale qui tend à séparer les membrures:



Adapté de Budynas et al. (2015).

- Lorsqu'une charge externe  $F_a$  est appliquée sur le joint:
  - une partie de la charge ( $F_{am}$ ) est reprise par les membrures (la compression des membrures diminue) et
  - une partie de la charge ( $F_{ab}$ ) est reprise par le boulon (la tension dans le boulon augmente).

$$F_a = F_{am} + F_{ab}$$



Tiré de Drouin et al. (1986).

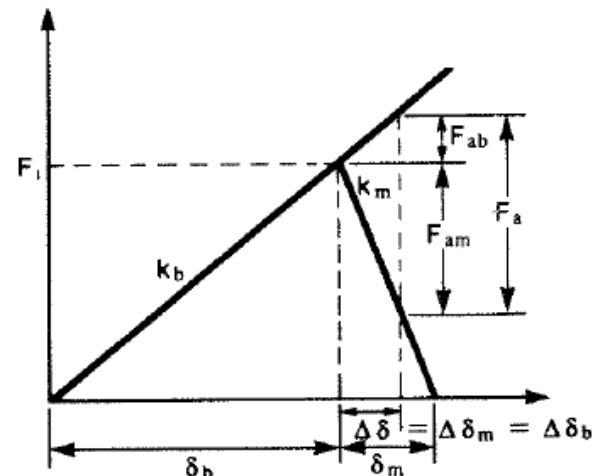
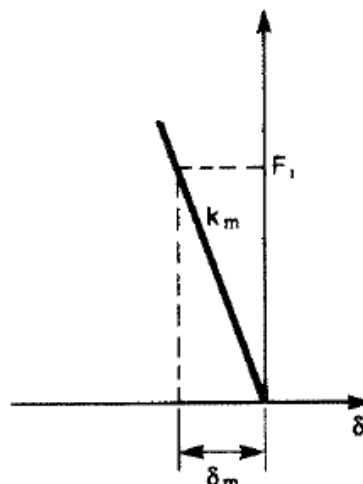
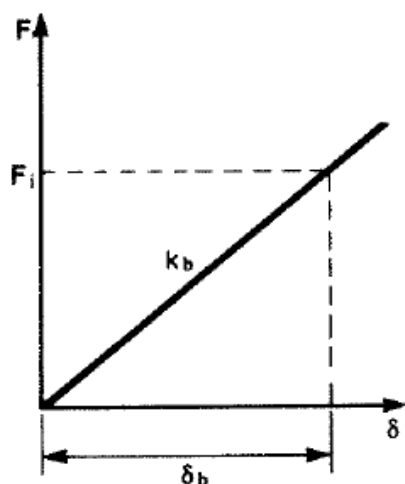
- L'allongement du boulon est égal au retrécissement des membrures :

$$\delta_b = \frac{F_{ab}}{k_b} = \delta_m = \frac{F_{am}}{k_m}$$

- Ainsi,

$$F_{ab} = \left( \frac{k_b}{k_b + k_m} \right) F_a = C F_a$$

$$F_{am} = \left( \frac{k_m}{k_b + k_m} \right) F_a = (1 - C) F_a$$



Tiré de Drouin  
et al. (1986).

- Les forces finales dans le boulon et dans la membrure sont donc respectivement :

$$F_b = F_i + CF_a \quad [\text{tension}]$$

$$F_m = F_i - (1 - C)F_a \quad [\text{compression}]$$

- avec la constante du joint

$$C = \frac{k_b}{k_b + k_m}$$

- $k_b$  est la rigidité du boulon.
- $k_m$  est la rigidité des membrures.

- L'analyse en statique d'un joint sous chargement axial avec serrage consiste à faire les vérifications suivantes :

- La contrainte appliquée dans le boulon ne dépasse pas la contrainte éprouvée (facteur de sécurité du boulon):

$$FS = \frac{S_p}{\sigma} = \frac{S_p}{F_b/A_t} = \frac{S_p A_t}{F_i + C F_a}$$

- Les membrures ne se séparent pas (ceci survient lorsque  $F_m = 0$ ) :

$$FS_{joint} = \frac{F_i}{F_a(1 - C)}$$

- Pour un joint comportant  $n$  boulons soumis a un effort axial total  $P$  , les calculs sont similaires avec:

$$F_a = \frac{P}{n}$$

- Pour une charge externe variant entre une valeur minimale  $F_{a,min}$  et une valeur maximale  $F_{a,max}$ , les efforts sur le boulon sont :

$$F_{min} = F_i + CF_{a,min}$$

$$F_{max} = F_i + CF_{a,max}$$

- Les forces moyenne et alternée sont donc :

$$F_m = F_i + \frac{C}{2} (F_{a,min} + F_{a,max})$$

$$F_a = \frac{C}{2} (F_{a,max} - F_{a,min})$$

- Et les contraintes moyenne et alternée sont :

$$\sigma_m = \frac{F_i}{A_t} + \frac{C}{2A_t} (F_{a,min} + F_{a,max})$$

$$\sigma_a = \frac{C}{2A_t} (F_{a,max} - F_{a,min})$$

- Limite d'endurance : pour des filets roulés (tous les facteurs correctifs, incluant le facteur de concentration de contrainte, pris en compte) :

Grade or Class	Size Range	Endurance Strength
SAE 5	$\frac{1}{4}$ –1 in	18.6 kpsi
	$1\frac{1}{8}$ – $1\frac{1}{2}$ in	16.3 kpsi
SAE 7	$\frac{1}{4}$ – $1\frac{1}{2}$ in	20.6 kpsi
SAE 8	$\frac{1}{4}$ – $1\frac{1}{2}$ in	23.2 kpsi
ISO 8.8	M16–M36	129 MPa
ISO 9.8	M1.6–M16	140 MPa
ISO 10.9	M5–M36	162 MPa
ISO 12.9	M1.6–M36	190 MPa

Tiré de  
Budynas et  
al. (2015).

\*Repeatedly applied, axial loading, fully corrected, including  $K_f$  as a strength reducer.

- Facteur de sécurité en fatigue (on prend le plus faible des deux):

- Critère de Goodman :

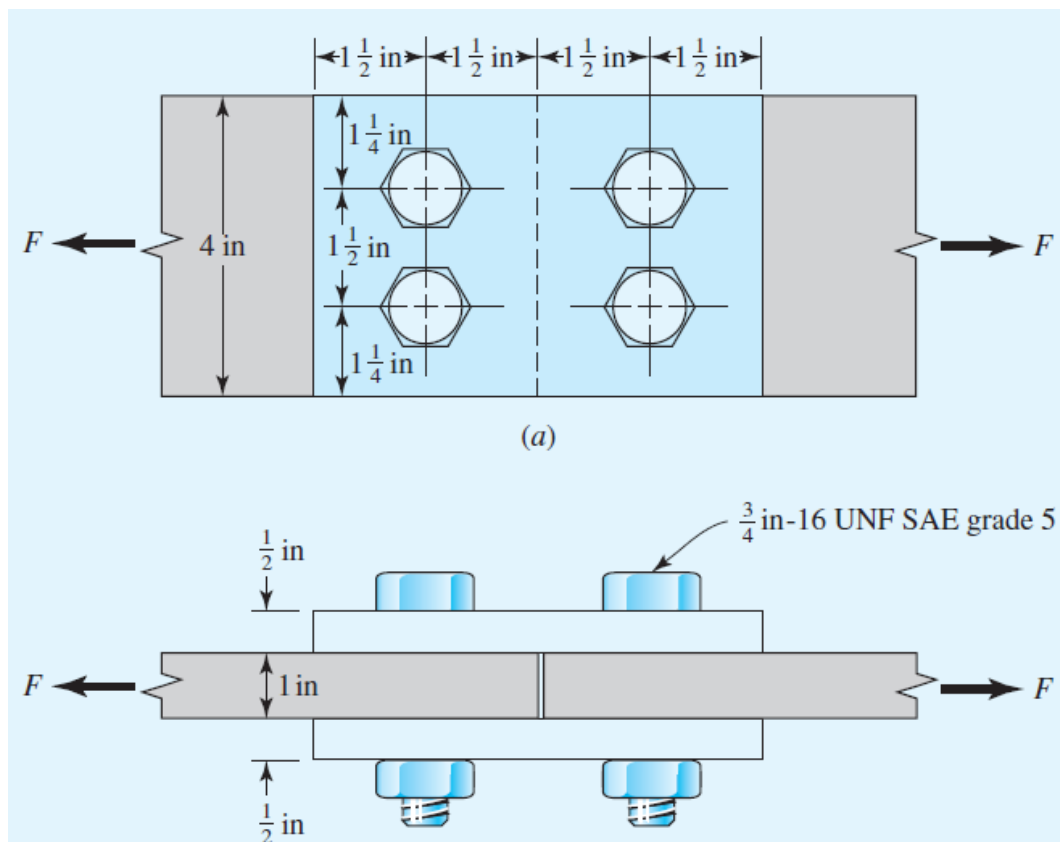
$$\frac{1}{FS} = \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_u}$$

- écoulement :

$$FS = \frac{S_p}{\sigma_a + \sigma_m}$$



- Joints de type **frottement** : les boulons ont une précharge importante et c'est le frottement entre les membrures qui reprend les efforts de cisaillement. Les boulons travaillent en tension seulement.
- Joint de type **portance** : la précharge des boulons n'est pas importante et ces derniers sont chargés en cisaillement.

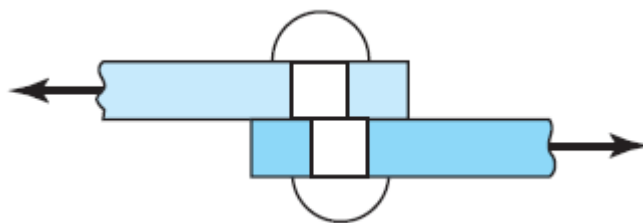


Tiré de Budynas et al. (2015).

- Rupture des boulons en cisaillement :

$$FS = \frac{S_{sp}}{\tau} = \frac{0,577 S_p A_r}{F_t}$$

- $F_t$  est la force de cisaillement transmise dans un plan de cisaillement d'un boulon.
- $A_r$  est la surface de cisaillement du boulon. S'il n'y a pas de filets au plan de cisaillement, on prend  $A = \pi d^2/4$ .
- $S_p$  est la contrainte éprouvée du boulon.

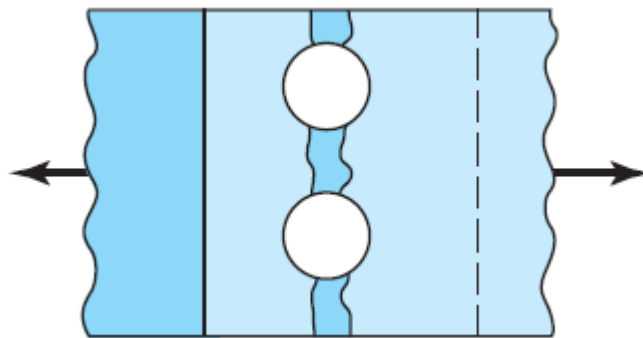


Tiré de Budynas et al. (2015).

- Rupture des membrures en tension :

$$FS = \frac{S_y}{\sigma} = \frac{S_y A}{F_t}$$

- $F_t$  est la force de cisaillement transmise par le joint.
- $A$  est la surface résistante de la membrure (surface nette : il faut enlever les trous).
- $S_y$  est la limite d'élasticité des membrures.

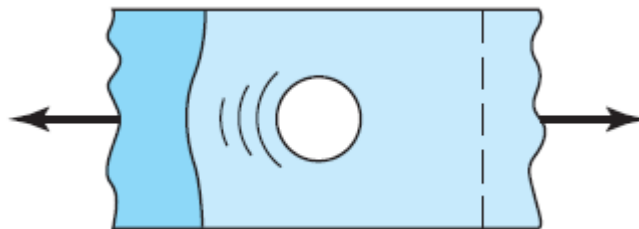


Tiré de Budynas et al. (2015).

- Rupture du boulon ou des membrures par portance (*bearing*) :

$$FS = \frac{S}{\sigma} = \frac{SA}{F_t}$$

- $F_t$  est la force de cisaillement transmise par le boulon.
- $A = dt$  est la surface de contact.  $d$  est le diamètre du boulon et  $t$  est l'épaisseur de la membrure.
- $S = S_p$  pour le boulon et  $S = S_y$  pour les membrures.

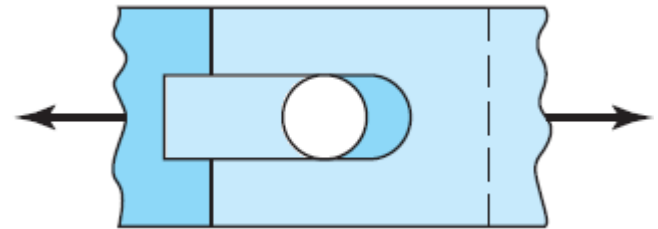


Tiré de Budynas et al. (2015).

- Rupture par cisaillement des membrures :

$$FS = \frac{S_{sy}}{\tau} = \frac{0,577 S_y A}{F_t}$$

- $F_t$  est la force de cisaillement transmise par le boulon.
- $A$  est la section des la membrure résistant au cisaillement.
- $S_y$  est la limite d'élasticité de la membrure.
- Pour éviter ce mode de rupture, on suggère de placer les boulons à au moins  $1,5d$  du bord de la plaque.



Tiré de Budynas et al. (2015).

- Introduction
- Vis de transmission
  - Géométrie des vis
  - Analyse des forces
  - Résistance de la vis et de l'écrou
- Boulons et joints boulonnés
  - Nomenclature
  - Dimensions et résistances normalisées
  - Chargement axial avec serrage
    - Modélisation
    - Serrage
    - Effet de la charge externe
    - Analyse en statique
    - Analyse en fatigue
  - Joints sous chargement en cisaillement

- Bazergui, A., Bui-Quoc, T., Biron, A., McIntyre, G. et Laberge, C. (2002), *Résistance des matériaux*, 3<sup>e</sup> édition, Montréal, Presses internationales polytechnique
- Budynas, R. G. et Nisbett, J. K. (2015) *Shigley's Mechanical Engineering Design*, 10<sup>e</sup> édition, New York, McGraw-Hill.
- Drouin, G., Gou, M., Thiry, P. et Vinet, R. (1986), *Éléments de machines*, 2<sup>e</sup> édition revue et augmentée, Montréal, Éditions de l'École polytechnique de Montréal.
- Juvinall, R. C. et Marshek, K. M. (2012), *Fundamentals of machine component design*, 5<sup>e</sup> édition, Wiley.
- Norton, R. L. (1998), *Machine design. An integrated approach*, Prentice-Hall.