

Probabilités conditionnelles – Spé maths 1^{ère}

On aura ici deux événements A et B avec $P(A)$ différent de 0.

Probabilité de l'évènement B sachant que A est réalisé :

La probabilité conditionnelle que l'évènement B se réalise sachant que A est réalisé se note $P_A(B)$

On la calcule par : $P_A(B) = P(A \cap B) / P(A)$

On obtient : $P(A \cap B) = P_A(B) * P(A) = P_B(A) * P(B)$

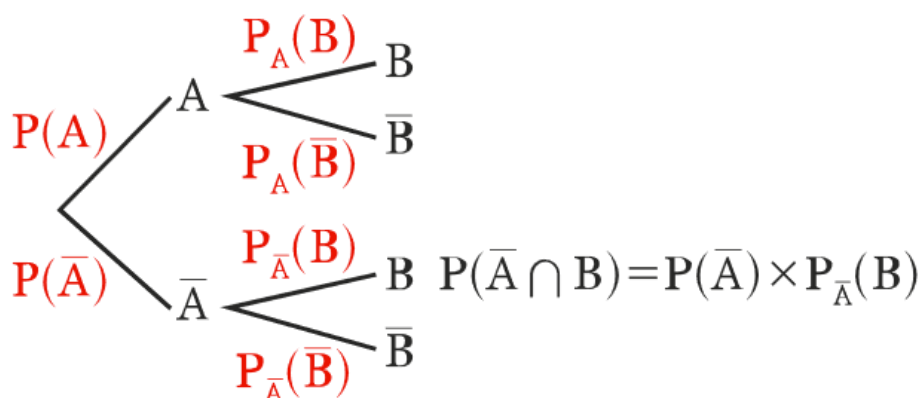
Utilisation de tableaux :

Le tableau à double entrée permet de clarifier de nombreuses situations et facilite le calcul des probabilités conditionnelles :

Les tableaux à double entrée permettent une présentation claire de certaines expériences aléatoires et facilitent le calcul des probabilités conditionnelles.

	B	\bar{B}	Total
A	$P(A \cap B)$	$P(A \cap \bar{B})$	$P(A)$
\bar{A}	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(\bar{A})$
Total	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1

L'arbre pondéré :



La somme des probabilités d'une branche est égale à 1

La probabilité d'un chemin est égale au produit des probabilités qui compose ce chemin.

La probabilité d'un évènement ici A ou B ou A barre ou B barre est égale à la somme des probabilités des chemins qui mènent à cet évènement.

Probabilités totales :

Soit un évènement A que l'on décompose en n évènements non vides : $A_1, A_2 \dots A_n$ tel que :

Pour n'importe quel i et j compris entre 1 et n : A_i et A_j sont incompatibles c'est-à-dire que $A_i \cap A_j = \text{ensemble vide}$.

Et que l'union de tous les évènements $A_1, A_2 \dots A_n = A$

On dit alors que la famille des évènements A_k avec k compris entre 1 et n forme une partition de A

Formule des probabilités totales :

On a un Univers Ω et un évènement B. On a $A_1, A_2 \dots A_n$ des partitions de l'évènement A :

On calcule $P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \dots + P(A_n \cap B)$

De manière équivalente : $P(B) = P(A_1) * P_{A_1}(B) + P(A_2) * P_{A_2}(B) + \dots + P(A_n) * P_{A_n}(B)$

Indépendance :

Soient A et B deux évènements d'un univers Ω . A et B sont indépendants si $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$

A et B sont indépendants également si $P_A(B) = P(B)$

Si A et B sont indépendants alors A barre et B sont aussi indépendants.