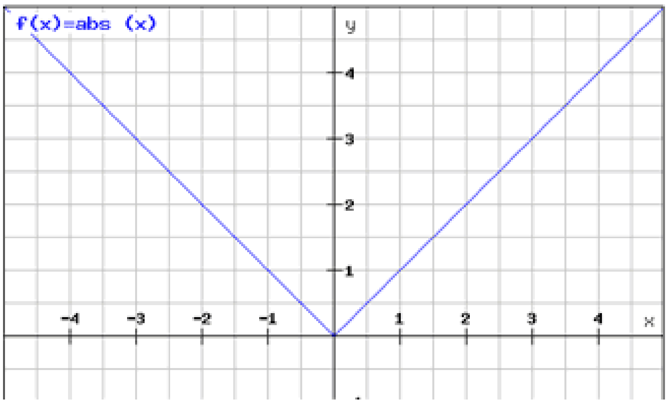
Fonctions de référence – Spé maths 1ère

Fonction valeur absolue :

Définition :

La fonction valeur absolue est définie sur R par f(x) = $|x|$ on a donc f (x) = x si x > (ou égal) 0 et f(x) = - x si x < 0

Sa représentation graphique :

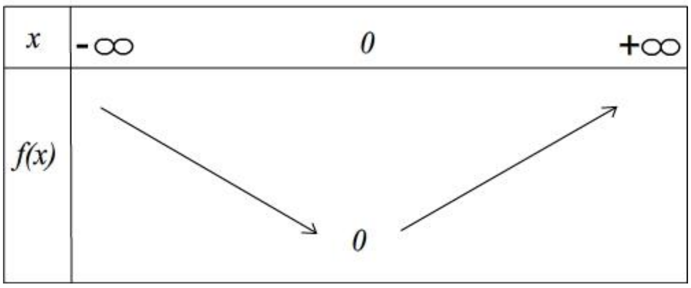


On remarque que sa représentation graphique est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées on a donc f (-x) = f(x)

Sens de variation :

La fonction valeur absolue est décroissante sur] - ∞ ; 0] et croissante sur [0 ; +∞ [

Son minimum est 0 pour x = 0 :



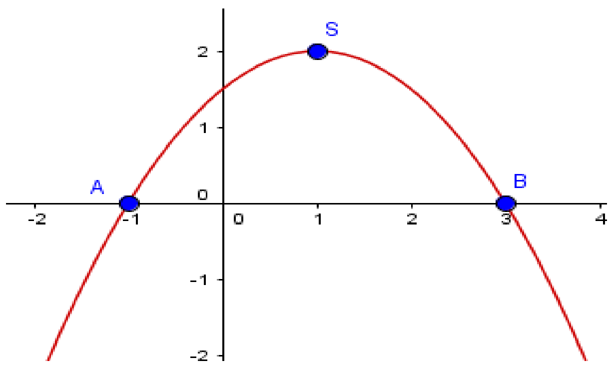
Fonction polynôme du second degré :

Définition :

Une fonction polynôme du second degré est définie sur R par une expression de la forme ax^2 + bx + c avec a ; b et c des réel et a différent de 0

Sa représentation graphique est une parabole :

Lorsque a < 0 la parabole est orienté vers la haut :



Lorsque a > 0 la parabole est orienté vers le bas :

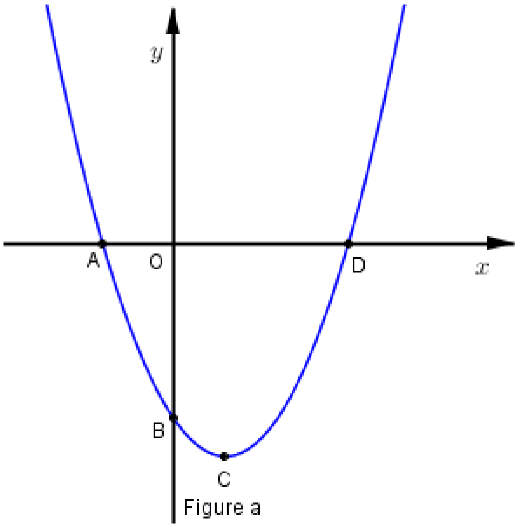


Figure a

Le point le plus haut (a < 0) ou le point la plus bas (a > 0) est appelé sommet S de la parabole.

Expressions de la fonction :

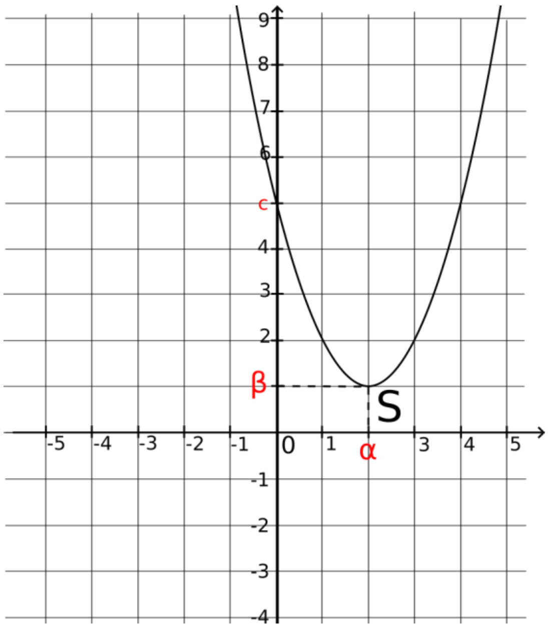
Une fonction polynôme du second degré admet 3 expression :

Une forme développé de la forme : ax^2 + bx +c

Une forme factorisée de la forme : a (x – x1) (x – x2)

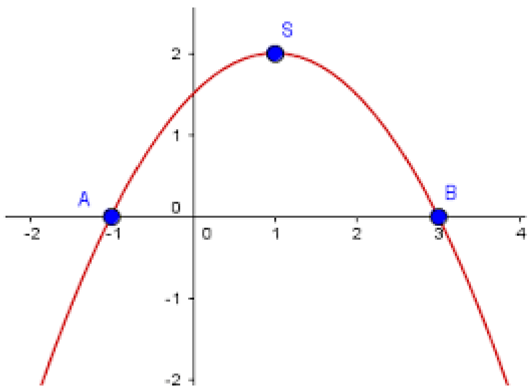
Une forme canonique de la forme : a (x -α)^2 + β

Plusieurs de ces éléments peuvent être retrouvés graphiquement :



__Le point d'intersection entre la parabole et l'axe des ordonnée (s'il y en a un) est c, ici c = 5__

__Les coordonnées du sommet de la parabole sont (α ; β)__



__Les deux points d'intersections entre la parabole et l'axe des abscisses (ici A et B) (si ils existent) sont x1 et x2, ici x1 = -1 et x2 = 3__

__Etude de la fonction :__

__Sens de variation :__

Pour déterminer le sens de variation on utilise la forme canonique,

Si a < 0, f est croissante] - ∞ ; α] et décroissante sur [α ; +∞ [

Si a > 0, f est décroissante] - ∞ ; α] et croissante sur [α ; +∞ [

	Si $a > 0$			Si $a < 0$		
x	$-\infty$	α	$+\infty$	$-\infty$	α	$+\infty$
Variations de f	$+\infty$ ↘	β	↗ $+\infty$	$-\infty$ ↗	β	↘ $-\infty$

Signe d’une fonction polynôme du second degré :

Pour déterminer le signe d’une fonction polynôme du second degré on utilise sa forme factorisé et on dresse un tableau de signe ou plus simple on calcule delta à partir de la forme développée :

Δ = b^2 – 4ac

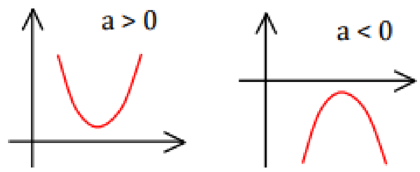
Si Δ = 0 on calcule x0 = -b / 2a

Si Δ > 0 on calcule x1 = - b – $\sqrt{\Delta}$ / 2a et x2 = - b + $\sqrt{\Delta}$ / 2a

Propriété : Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

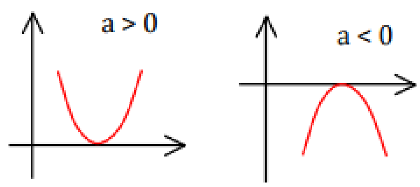
- Si Δ < 0 :

x	$-\infty$ $+\infty$
$f(x)$	Signe de a



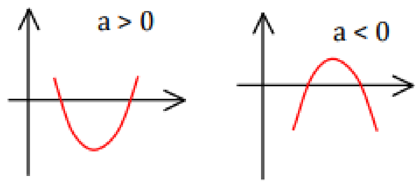
- Si Δ = 0 :

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f(x)$	Signe de a	0	Signe de a



- Si Δ > 0 :

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
$f(x)$	Signe de a	0	Signe de $-a$	0	Signe de a



Résolution d’équations :

On est en mesure de savoir α et β si nécessaire à partir de la formule développée :

α = - b / 2a   et β = - Δ / 4a^2

Pour résoudre un équation de la forme : ax^2 + bx +c = 0

On calcule Δ = b^2 – 4ac

Si Δ < 0 alors il n’y a pas de solutions réelles à cette équation

Si Δ = 0 on calcule l’unique solution **x0 = -b / 2a**

Si Δ > 0 on calcule les deux solutions **x1 = - b – $\sqrt{\Delta}$ / 2a et x2 = - b + $\sqrt{\Delta}$ / 2a**

A partir de ces résultat on peut factoriser la fonction :

Si Δ < 0 alors on ne peut pas factoriser

Si Δ = 0 on calcule l’unique solution x0 = -b / 2a et on écrit la fonction : f (x) = a (x + x0)^2

Si $\Delta > 0$ on calcule les deux solutions $x1 = - b - \sqrt{\Delta} / 2a$ et $x2 = - b + \sqrt{\Delta} / 2a$ et on écrit la fonction $f(x) = a (x-x1) (x-x2)$

Propriétés supplémentaires :

Si on a une fonction $ax^2 + bx +c$ qui admet deux solutions (racines) x1 et x2 alors la somme $x1 + x2 = -b / a$ et le produit $x1*x2 = c/a$

On a déjà établi que $\alpha = - b / 2a$ et $\beta = - \Delta / 4a^2$ donc les coordonnées du sommet S de la parabole sont : $(- b / 2a \; ; - \Delta / 4a^2)$