Suites numériques – Spé maths 1ère

Définition : Une suite numérique u est une fonction définie pour tout entier naturel n⩾n0 (n0 étant la première valeur pour laquelle on a un résultat). Pour chaque n⩾n0, on associe le nombre noté u(n) ou encore Un. La suite est notée (un)n⩾n0 ou, plus simplement, (un).

Lorsque l'on peut calculer n'importe quel valeur à partir de n, la suite est dite « explicite » . On peut donner une formule générale de un en fonction n.

Lorsque l'on peut calculer une valeur grâce à la valeur précédente, la suite est dite « par récurrence ». On a dans ce cas une formule pour calculer Un+1 en fonction du terme précédent Un

Représentation graphique :

Pour représenter graphiquement une suite il faut tracer un repère, les points seront de coordonnées **(n ; Un)**

Sens de variation :

Une suite est croissante pour tout entier n supérieur ou égal à n0 quand Un+1 est supérieur ou égal à Un

Une suite est décroissante pour tout entier n supérieur ou égal à n0 quand Un+1 est inférieur à Un

Quand une suite est soit croissante soit décroissante elle est dite « monotone »

Méthode : pour prouver qu'une suite est croissante ou décroissante on doit comparer un+1 à Un :

soit en faisant une soustraction (Un+1 - Un) si le résultat est positif alors la suite est croissante, si il est négatif la suite est décroissante.

Soit en faisant un quotient (Un+1 / Un) si le résultat est supérieur à 1 la suite est croissante , si il est inférieur à 1 la suite est décroissante

Si on a une suite explicite on peut directement étudier sa formule comme celle de n'importe quel fonction : il faut faire un tableau de variation.

Suite arithmétique :

Soit un nombre réel r :

Un+1 = Un + r

Une suite arithmétique associe une valeur à la valeur précédente plus une constante r. En d'autres termes Pour passer d'une valeur à la suivante on ajoute à chaque fois le même nombre. La constante r est appelé « raison » de la suite un

Si on connait une valeur Up on peut établir une formule explicite d'une suite arithmétique :

Un = Up + (n – p) *r

Exemple : Je sais que un est une suite arithmétique de raison 10, je sais que U0 = 20 et je veux calculer U5 :

U5 = 20 + (5 – 0) *10 = 70

Si je dois faire la somme des termes (des n) d'une suite arithmétique :

$1 + 2 \ldots + n = n(n+1)/2$

Exemple : Un est une suite arithmétique avec n = {1+2….+100} je vaux calculer la somme des termes :

$S = 100 (100 + 1) / 2 = 5\,050.$

Le sens de variation d'une suite arithmétique dépend de sa raison r

Si r > 0 la suite est croissante , si r < 0 la suite est décroissante et si r = 0 la suite est constante.

Prouver qu'une suite est arithmétique :

Pour prouver qu'une suite est arithmétique on s'arrange pour connaitre les premiers termes : U0 , U1 et U2. Puis on les compare par soustraction : U2 – U1 et U1 – U0. Si les résultats de ces deux calculs sont différents alors la suite n'est pas arithmétique, si les résultats sont les mêmes alors la suite est **peut être** arithmétique. Pour prouver qu'elle est arithmétique pour n'importe quel n on fait Un+1 – Un. **Si à partir de ce calcul on retrouve le même résultat qu'avec U2 – U1 et U1 – U0 alors la suite est arithmétique.**

Suites géométriques :

Soit un nombre réel q :

Un+1 = Un * q

Une suite géométrique associe une valeur à la valeur précédente multiplié par une constante q. En d'autres termes Pour passer d'une valeur à la suivante on multiplie à chaque fois par le même nombre. La constante q est appelé « raison » de la suite un

Si on connait une valeur up on peut établir une formule explicite d'une suite géométrique:

$U_n = U_p * q^{n-p}$

Exemple : Je sais que Un est une suite géométrique de raison 3, je sais que U0 = 10 et je veux calculer U3 :

$U_3 = 10 * 3^{3-0} = 270$

Si je dois faire la somme des termes (des n) d'une suite géométrique :

$1 + q + q2 \ldots + q^n = 1 - q^{n-1} / 1 - q$

Exemple : Un est une suite géométrique avec n = {1+2+ 22….+210} je vaux calculer la somme des termes :

$S = 1 - 2^{10-1} / 1 - 2 = 2047$

Le sens de variation d'une suite géométrique dépend de sa raison q

Si q > 1 la suite est croissante , si 0 < q < 1 la suite est décroissante et si q = 1 la suite est constante.

Prouver qu'une suite est géométrique :

Pour prouver qu'une suite est géométrique on s'arrange pour connaitre les premiers termes : U0 , U1 et U2. Puis on les compare par quotient : U2 / U1 et U1 / U0. Si les résultats de ces deux calculs sont différents alors la suite n'est pas géométrique, si les résultats sont les mêmes alors la suite est **peut être** géométrique. Pour prouver qu'elle est géométrique pour n'importe quel n on fait

U_{n+1} / U_n. **Si à partir de ce calcul on retrouve le même résultat qu'avec U_2 / U_1 et U_1 / U_0 alors la suite est géométrique.**