Méthodes capture – marquage – recapture, notions mathématiques

I-Estimer une population

On cherche à estimer une population totale noté N
On a capturé et marqué un certain nombre d'individus de cette population noté M
On a ensuite recapturé un certain nombre d'individus noté n
Et parmi eux on a compté ceux qui sont marqués c'est m

Formule générale :

On par du principe que m/n = M/N ce qui signifie que N = M*n / m

Exemple :

On capture et marque 500 individus, on en recapture 400 et parmi eux 88 sont marqués

Selon l'énoncé on a M = 500 ; n = 400 ; m = 88
Donc N = M*n/m = 500*400 / 88 = 2272 (environ)

On a estimé la population à 2272 individus

II- Faire un intervalle de confiance de p puis celui de N

Remarque : dans un énoncé on demandera un intervalle de confiance à 95% (ça n'a aucune importance ce qu'il faut retenir c'est ce qui suit)

On a toujours N, M, m et n et on pose le fait que m/n = f , f est la fréquence observé lors de la recapture, de la même manière on va dire que M/N = p, p comme proportion, en fait en faisant notre intervalle on va chercher à déterminer cette proportion p

Formule générale :

On présente toujours un intervalle avec des crochets, selon la formule suivante :

$$\left[\boldsymbol{f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}}\right]$$

Avec f la fréquence (m/n) et n le nombre d'individus recapturés

Une fois qu'on a fait ça, la question suivante (si il y en a une) serait : donner un encadrement de N (un encadrement c'est un intervalle, je précise toujours)
Pour faire ça on va utiliser p dont on vient de donner l'intervalle :
Donc au minimum p = $f - \frac{1}{\sqrt{n}}$ et au maximum p = $f + \frac{1}{\sqrt{n}}$
Et on sait comme je l'ai dit au départ que p = M/N ce qui veut dire que N = M/p
On fera donc deux fois le calcul N = M/p en prenant p = $f - \frac{1}{\sqrt{n}}$ puis p = $f + \frac{1}{\sqrt{n}}$ on aura alors les deux bornes de l'intervalle de N

Si on veut l'écrire de manière détaillé :

$$\left[\frac{M}{f-\frac{1}{\sqrt{n}}} ; \frac{M}{f+\frac{1}{\sqrt{n}}}\right]$$

On pourra alors déclarer que N se trouve dans cet intervalle

Exemple :

On a capturé et marqué 313 individus, on en a recapturé 1600 et parmi eux 112 étaient marqués
Donner un encadrement de la population totale d'individus N

On a donc : M = 313 , n = 1600 et m = 112
Avant d'encadrer N on doit encadrer p

Intervalle de p :

$$\left[f-\frac{1}{\sqrt{n}} ; f+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$$

f = m/n = 112 / 1600 = 0,07 et n = 1600

Donc : $f-\frac{1}{\sqrt{n}} = 0{,}07 - \frac{1}{\sqrt{1600}} = \underline{0{,}045}$
et $f+\frac{1}{\sqrt{n}} = 0{,}07 + \frac{1}{\sqrt{1600}} = \underline{0{,}095}$

On note alors :

$$[0{,}045 ; 0{,}095]$$

On a notre encadrement de p, cherchons celui de N :

p = M/N donc N = M/p (et au début on avait M = 313)

Avec p = 0,045   N = 313 / 0,045 = 7000
Avec p = 0,095   N = 313 / 0,095 = 3315 (environ)

On écrit alors :

$$[3315 ; 7000]$$

On a notre encadrement de N, on peut alors dire que la population d'individus est comprise entre 3315 et 7000