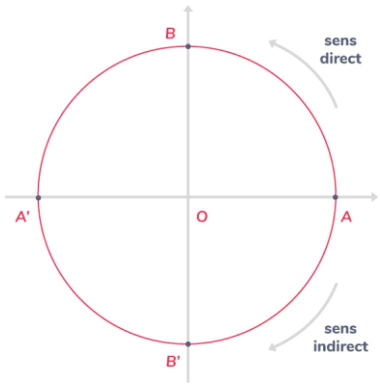
Trigonométrie – Spé maths 1ère

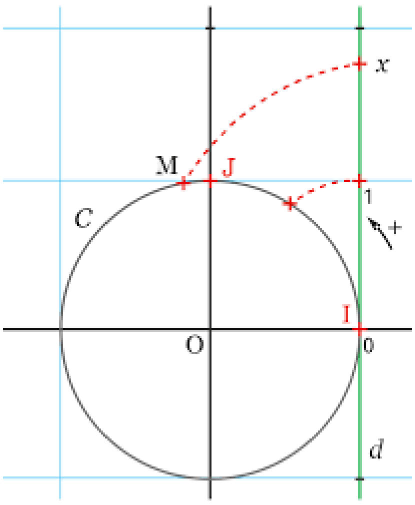
Cercle trigonométrique :

Définition : le cercle trigonométrique C, est un cercle dans un repère orthonormé (O ; I ;J) de centre O et de rayon 1. Ce cercle à un **sens positif (le sens inverse des aiguilles d'une montre)** appelé sens direct ou sens trigonométrique.



Enroulement de la droite numérique :

On imagine une tangente au cercle passant par I (le point A du cercle ci-dessus), il s'agit d'une droite numérique (graduée) sur laquelle se trouvent tout les réels. On imagine maintenant que cette droite s'enroule sur le cercle ainsi chaque réel sur la droite va venir correspondre à un point sur le cercle.**Comme la droite continue de s'enrouler on peut imaginer que plusieurs réels correspondent au même point sur le cercle.**



Donc à chaque réel x correspond un « point image » M sur le cercle.

Angle en radiant :

On sait que 360° = 2π rad et 180° = π rad de plus 1 rad = 57,3° environ. Les angles en radiant sont proportionnels à ceux en degrés.

On sait donc qu'il faut prendre 2π de la droite pour faire un tour complet du cercle . A partir de cette affirmation on peut dire que pour deux réel x et x' qui ont le même point image sur le cercle :

$x = x' + k * 2\pi$ avec k une constante entière.

Angle en degré	0	30	45	60	90	180	270	360
Angle en radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

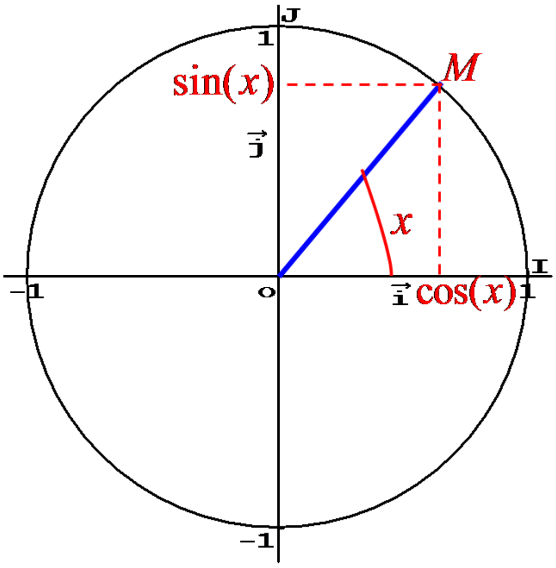
$\div 3$ $\div 2$ $\times 2$

Cosinus et sinus d'un réel :

On a un réel x qui a M pour point image :

L'abscisse du point M est le cosinus de x notée cos (x)

L'ordonnées du point M est le sinus de x notée sin (x)



Pour tout réel x : son cosinus est supérieur ou égal à -1 et inférieur ou égal 1

son sinus est supérieur ou égal à -1 et inférieur ou égal 1

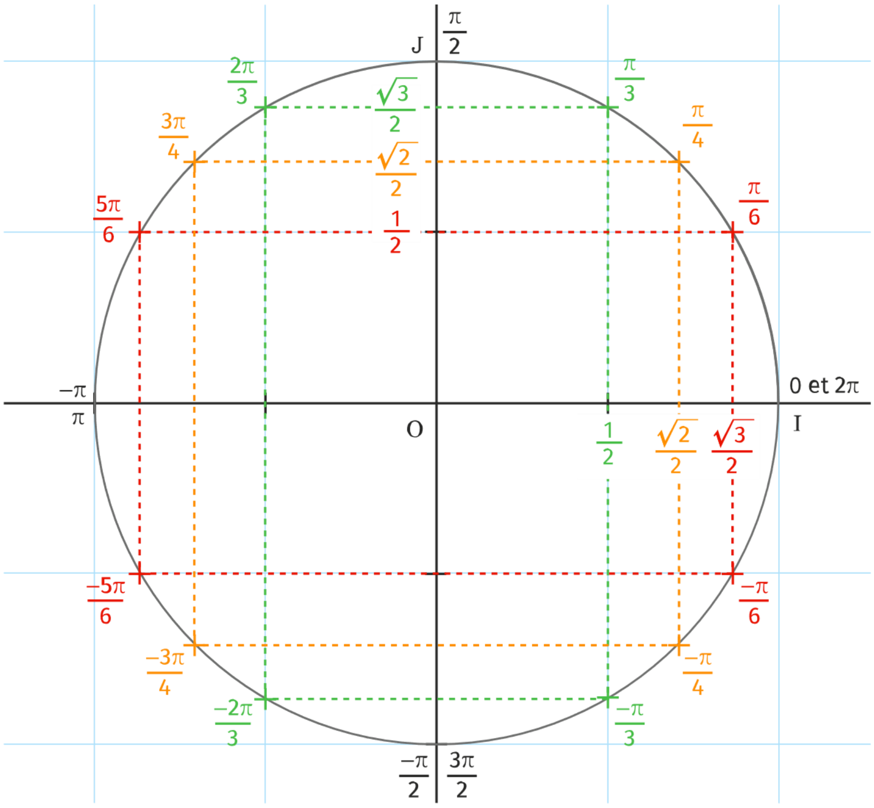
cos^2 (x) + sin^2 (x) = 1

Valeurs remarquables :

On retrouve dans le cercle plusieurs valeurs remarquable dont il faut connaitre le sinus et le cosinus :

x en radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
Correspondance en degré	0	30	45	60	90	180
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

Ces valeurs sont repérés sur le cercle



<u>Fonction cosinus et sinus :</u>

Définition :

La fonction cosinus associe tout réel x à cos (x)

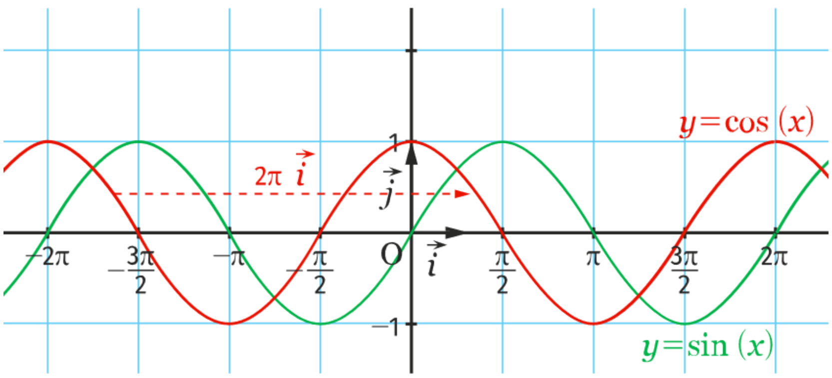
La fonction sinus associe tout réel x à sin (x)

Or on a déjà vu que x = x' + k * 2π par conséquent cos (x + k *2π) = cos (x) et sin (x + k *2π) = sin (x) pour k entier.

Exemple : cos (5 + 2*2π) = cos (5) et sin (7 + (5+4) 2π) = sin (7)

Courbes représentatives :

Les courbes représentatives des fonctions cosinus et sinus sont des sinusoïdes :



Dérivés de ces fonctions :

Soit cos' la dérivée de la fonction cos et sin' la dérivée de la fonction sin.

Cos '(x) = - sin (x) et sin' (x) = cos (x)

Soient deux fonction f et g et a et b deux réels on note f (x) = cos (ax + b) et g(x) = sin (ax +b)

On écrit leurs dérivées :

f'(x) = - a sin (ax +b) et g'(x) = a cos (ax +b)

Exemple :

J'ai une fonction h ; h (x) = cos (28x + 5) sa dérivée est donc : h'(x) = -28 cos (28x +5)

Signe et variations des fonctions :

<u>Les deux fonctions étant périodiques leurs signes et leurs variations se répètent</u>, on peut donc se contenter d'étudier leurs signes et leurs variation entre -π et π :

x	$-\pi$		$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π
Signes du cosinus		$-$	0		$+$		0	$-$	
Variations du cosinus	-1	↗	0	↗	1	↘	0	↘	-1

x	$-\pi$		$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π
Signes du sinus	0		$-$		0		$+$		0
Variations du sinus	0	↘	-1	↗	0	↗	1	↘	0