Variables aléatoires réelles – Spé maths 1ère

Notion de variable aléatoire :

Définition :

Soit un univers Ω, *une variable aléatoire est une fonction définie sur Ω*

Soit X une variable aléatoire et x un réel :

L'évènement « X prend la valeur de x » correspond à l'ensemble des issues dans l'univers Ω ou x apparait.

L'évènement « X prend des valeurs supérieures ou égales à x » correspond à l'ensemble des issues dans l'univers Ω ou un réel supérieur ou égal à x apparait

L'évènement « X prend des valeurs inférieures ou égales à x » correspond à l'ensemble des issues dans l'univers Ω ou un réel inférieures ou égal à x apparait

Exemple :

On lance un dé à six faces. Si on obtient un multiple de 3, on gagne 2 € ; sinon, on perd 1 €. X est la variable aléatoire qui à chaque lancer associe le gain obtenu (ce gain peut éventuellement être négatif).

$\{X=2\}$ est réalisé lorsque l'on obtient un multiple de 3.

$\{X\leqslant 0\}$ est réalisé lorsque le gain est négatif (lorsque l'on n'obtient pas un multiple de 3).

Loi de probabilité d'une variable aléatoire :

Soit X une variable aléatoire. La loi de probabilité de la variable aléatoire se présente sous forme de tableau on y associe pour chaque valeur réelle xi la probabilité que la variable X prennent sa valeur, la probabilité que X = xi

x_i	x_1	x_2	...	x_r
$P(X=x_i)$	p_1	p_2	...	p_r

L'espérance d'une variable aléatoire :

L'espérance de X peut être considérée comme une moyenne elle est notée E (X) on peut la traduire par : En moyenne la variable X va prendre la valeur E (X)

E (X) = p1*x1 + p2*x2 … pr*xr

Si on doit calculer E (aX + b) avec a et b deux réel cela revient à faire a * E(X) + b

Variance et écart type :

La variance de X est notée Var (X)

Var (X) = p1 (x1 – E(X))^2 + p2 (x2 – E(X))^2 + … + pr (xr – E(X))^2

Si on doit calculer Var (aX + b) avec a et b deux réel cela revient à faire a^2 * Var (X)

L'écart-type de X est notée σ (X)

$\sigma = \sqrt{Var\ (X)}$