

Versuchsprotokoll zum Versuch Nr. 101

Das Trägheitsmoment

Johannes Kollek Jean-Marco Alameddine
johannes.kollek@udo.edu jean-marco.alameddine@udo.edu

Durchführung: 12.01.2016

TU Dortmund – Fakultät Physik

1 Theorie

Wird die Rotationsbewegung von ausgedehnten Körpern betrachtet, so geht der Begriff der Punktmasse in das Trägheitsmoment I über. Der Begriff der Kraft wird durch das Drehmoment M abgelöst, welches durch die Formel

$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r} \quad (1)$$

beschrieben wird, wobei \vec{r} den Abstandsvektor und \vec{F} die angreifende Kraft beschreibt. Das Trägheitsmoment berechnet sich bei der Rotation eines Systems von n Massepunkten um eine feste Drehachse zu

$$I = \sum_{i=1}^n r_{\perp,i}^2 m_i \quad (2)$$

beziehungsweise im Falle einer kontinuierlichen Masseverteilung zu

$$I = \int_V r_{\perp}^2 \rho dV, \quad (3)$$

wobei $r_{\perp,i}$ den Abstand der Masse m_i zu der Drehachse ist. Im Falle einer Rotation um eine beliebige Achse geht das Trägheitsmoment in den Trägheitstensor $I_{\alpha\beta}$ über.

Ist das Trägheitsmoment I_s für die Drehung um die Schwerpunktsachse eines Körpers bekannt, so folgt mit dem Steinerschen Satz für das Trägheitsmoment I für eine um a parallel verschobene Achse

$$I = I_s + ma^2, \quad (4)$$

wobei m die Masse des Körpers beschreibt.

Im vorliegenden Versuch wird eine Feder betrachtet, welche bei einer Drehung aus der Ruhelage ein rücktreibendes Drehmoment von

$$|M| = D\varphi \quad (5)$$

bewirkt, sich also nach dem Hookschen Gesetz verhält. Wird nun ein Körper mit Trägheitsmoment I in diesem System ausgelenkt, ergibt sich die Differentialgleichung

$$I\ddot{\varphi} = D\varphi, \quad (6)$$

dessen Lösung dementsprechend einem harmonischen Oszillator mit Kreisfrequenz

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{I}} \quad (7)$$

beziehungsweise Umlaufzeit von

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}} \quad (8)$$

entspricht.

2 Aufbau und Durchführung

2.1 Aufbau

Um die Trägheitsmomente verschiedener Körper zu bestimmen, wird eine Drillachse wie in Abbildung 1 verwendet.

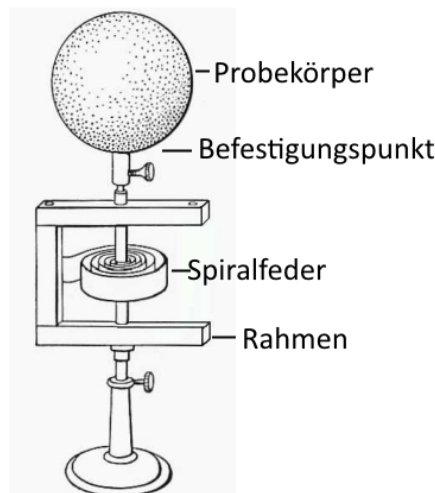


Abbildung 1: Drillachse.[1]

Der zu untersuchende Körper wird auf eine drehbare Achse montiert, welche mit einer Spiralfeder am Rahmen befestigt ist. Die Winkelrichtgröße D und das Trägheitsmoment I_D der Drillachse müssen jedoch noch bestimmt werden. Es wird eine Winkelmessscheibe zwischen Körper und Rahmen angebracht, um die Auslenkungen des Körpers relativ zur Ruheposition bestimmen zu können.

2.2 Durchführung

2.2.1 Bestimmung der Apparaturkonstanten

Um die statische Winkelrichtgröße D_{stat} der Spiralfeder zu ermitteln, wird zunächst eine, hier angenommen masselose, Metallstange senkrecht zur Drehachse angebracht. Senkrecht zu eben jener Metallstange wird in einem bestimmten Abstand zur Drehachse eine Federwaage mit einem Haken eingespannt. Mit ihr wird die Drillachse um einen gewissen Winkel ausgelenkt. Dies wird mit verschiedenen Abständen und Winkeln wiederholt, wobei jeweils die benötigte Kraft an der Federwaage abgelesen wird.

Das Eigenträgheitsmoment I_D des Versuchsaufbaus wird dynamisch bestimmt. Hierzu werden abgemessene Gewichte, welche als Punktmassen idealisiert werden, in jeweils gleichen bestimmten Abständen von der Drehachse angebracht. Die Drillachse wird nun

ausgelenkt und losgelassen. Sie beginnt nun mit einer gewissen Periodendauer T an zu schwingen. Es wird die Zeit notiert, in der das System fünf volle Schwingungen durchläuft. Dies wird ebenfalls für verschiedene Abstände der Massen zur Drehachse wiederholt.

2.3 Bestimmung des Trägheitsmomentes zweier Körper

Nun wird ein Körper oben an der Drehachse befestigt. Wie zuvor wird eben jener relativ zur Ruheposition um einen Winkel ausgelenkt und es wird die fünffache Periodendauer $5T$ notiert. Um das theoretische Trägheitsmoment des Körpers bestimmen zu können, müssen seine Maße bekannt sein. Dazu wird seine Ausdehnung mittels Schieblehre und seine Masse mittels Waage bestimmt. Dieses Experiment wird mit einem aufrechten Zylinder und einer Kugel durchgeführt.

2.4 Bestimmung des Trägheitsmomentes einer Puppe

Bei diesem Versuch steht als zu untersuchender Körper eine bewegliche Holzpuppe zur Verfügung. Ihre Masse und ihre Maße werden wie zuvor bestimmt. Die Puppe wird idealisiert durch Zylinder dargestellt. Wie zuvor wird die fünffache Periodendauer ermittelt, jedoch wird dies für zwei Posen, welche in [Abbildung 2](#) dargestellt sind, wiederholt.

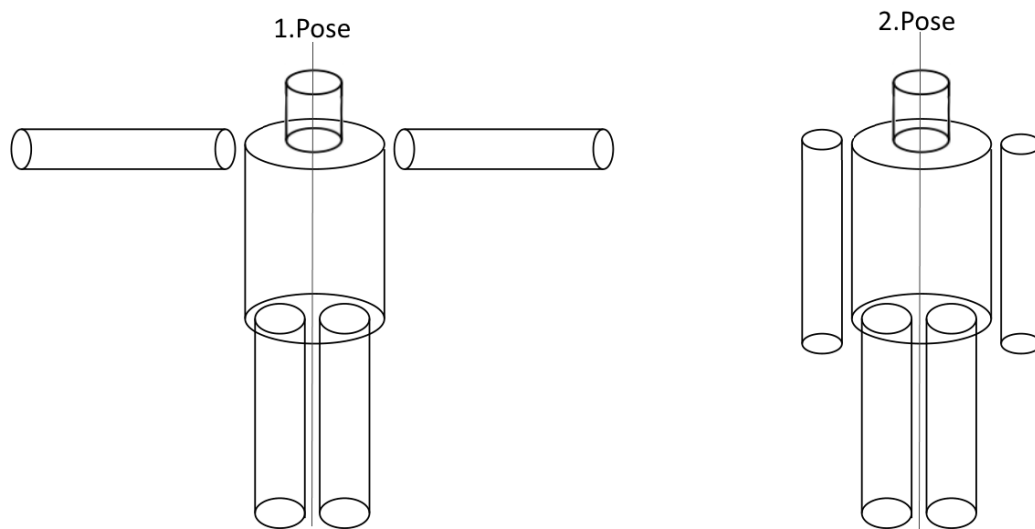


Abbildung 2: Posen der Holzpuppe.

3 Fehlerrechnung

Für eine Messreihe von Werten wird der arithmetische Mittelwert in allen folgenden Rechnungen nach der Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (9)$$

für n Messwerte bestimmt. Der Fehler wird mittels der Standardabweichung

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (10)$$

Bei der Berechnung der linearen Regression berechnet sich die Steigung m sowie der y -Achsenabschnitt nach den Formeln

$$m = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \quad (11)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}, \quad (12)$$

bei n gegebenen Messwerten.

Die Standardabweichungen berechnen sich zu

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_y^2 \frac{n}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}} \quad (13)$$

$$\sigma_b = \sqrt{\sigma_y^2 \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}} \quad (14)$$

für die Steigung m und für den y -Achsenabschnitt b .[\[2\]](#)

Für die Fehlerrechnung wird bei allen folgenden Rechnungen das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n\right)^2} \quad (15)$$

für eine Funktion $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, bei der die Größen x_1, x_2, \dots, x_n voneinander unabhängig sind, verwendet.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Apparaturwerte

Zunächst muss die Winkelrichtgröße D_{stat} der Spiralfeder bestimmt werden. Hierzu wird die Formel

$$D_{\text{stat}} = \frac{F \cdot r}{\varphi} \quad (16)$$

mit den gemittelten Werten aus Tabelle 1 bemüht, wobei r der Abstand zwischen Drehachse und anliegender Kraft, φ der Auslenkwinkel und F die anliegende Kraft ist.

Tabelle 1: Messdaten zur Bestimmung der Winkelrichtgröße.

$r / 10^{-2}\text{m}$	$\varphi / ^\circ$	F / N	$D / 10^{-2}\text{N m}$
5.00	90	0.74	2.36
5.00	180	1.40	2.23
5.00	270	2.10	2.23
7.00	90	0.52	2.32
7.00	180	1.00	2.23
7.00	270	1.50	2.23
9.00	90	0.42	2.41
9.00	180	0.78	2.23
9.00	270	1.18	2.25
11.00	90	0.32	2.24
11.00	180	0.64	2.24
11.00	270	0.96	2.24

Der sich ergebende gemittelte Wert für die Winkelrichtgröße lautet demnach

$$D_{\text{stat}} = (22.7 \pm 0.6) \cdot 10^{-3} \text{ N m}.$$

Hierbei werden die angegebenen Auslenkwinkel mithilfe der Formel

$$\varphi_{\text{rad}} = \frac{2\pi}{360} \varphi_{\text{deg}} \quad (17)$$

in Bogenmaß umgerechnet. Um das Eigentragheitsmoment I_D der Drillachse zu bestimmen, werden die aufgenommenen Umlaufzeiten T quadratisch gegen den Abstand r von Drehachse zu den jeweiligen Testmassen zum Quadrat aufgetragen. Mittels linearer Regression wird der y-Achsenabschnitt b bestimmt. Die Ausgleichsrechnung wird dabei von SciPy in Python durchgeführt. Es werden die in Kapitel 3 angegebenen Fehlerformeln verwendet.

Da die Zylindermassen als Punktmassen angenommen werden, ergibt sich aus dem Zusammenhang (2) für das Gesamtträgheitsmoment

$$I_{\text{ges}} = I_D + (m_1 + m_2)a^2. \quad (18)$$

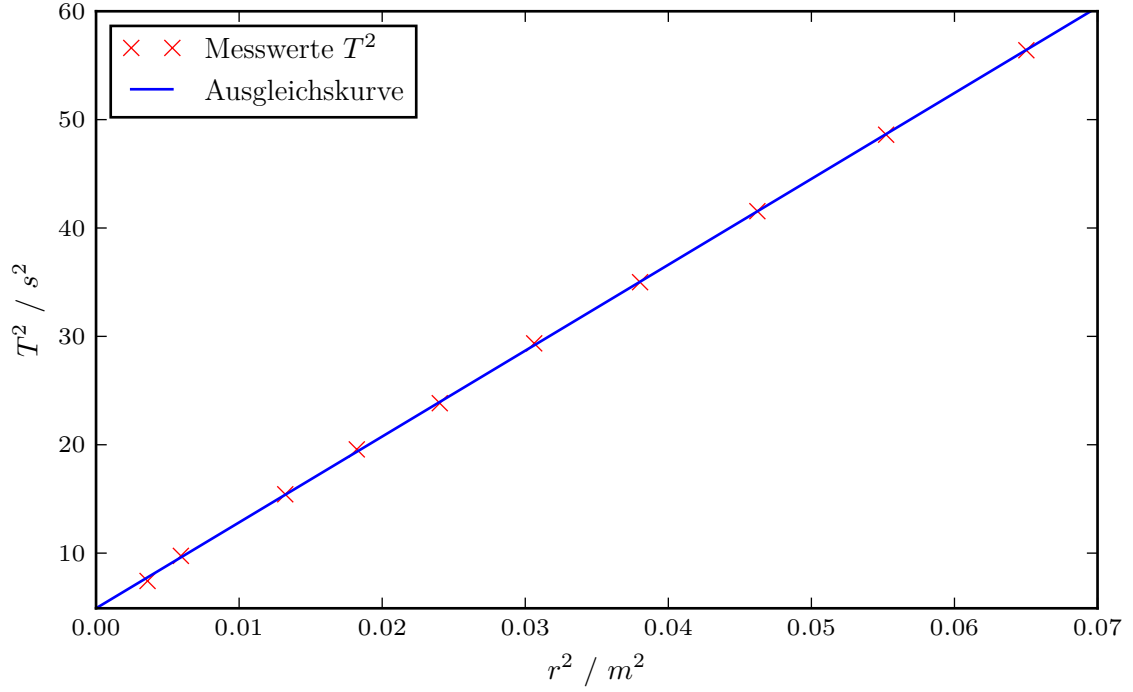


Abbildung 3: Plot zur Bestimmung des Eigenträgheitsmoments I_D der Drillachse.

Hieraus folgt mit (8) für die Quadrate der Umlaufzeiten

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{(m_1 + m_2)}{D} r^2 + 4\pi^2 \frac{I_D}{D}. \quad (19)$$

Folglich gilt für den aus der linearen Regression bestimmten Wert b ,

$$b = (4.9 \pm 0.1) \text{ s}^2,$$

die Gleichung

$$b = 4\pi^2 \frac{I_D}{D} \quad (20)$$

und entsprechend

$$I_D = \frac{b \cdot D}{4\pi^2}. \quad (21)$$

Daraus lässt sich nun die Eigenträgheit zu

$$I_D = (2.82 \pm 0.09) \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$$

bestimmen. Außerdem wird die Steigung der linearen Regression zu

$$m_{\text{fit}} = (792 \pm 3) \text{ s}^2 \text{ m}^{-2},$$

bestimmt. Hieraus lässt sich mithilfe der Beziehung

$$D_{\text{dyn}} = \frac{4\pi^2(m_1 + m_2)}{m_{\text{fit}}} \quad (22)$$

sowie der gemessenen Zylindermassen

$$m_1 = 2.2178 \cdot 10^{-1} \text{ kg}$$

$$m_2 = 2.2346 \cdot 10^{-1} \text{ kg}$$

die dynamische Winkelrichtgröße zu

$$D_{\text{dyn}} = (22.18 \pm 0.08) \cdot 10^{-3} \text{ N m.}$$

bestimmen.

4.2 Bestimmung des Trägheitsmomentes eines Zylinders

Die Durchführung der angegebenen Messreihen für den Zylinder führt zu den in Tabelle 2 angegebenen Werten

Tabelle 2: Messdaten zur Bestimmung des Trägheitsmomentes des Zylinders.

$m_{\text{zyl}} / \text{kg}$	$r_{\text{zyl}} / 10^{-2} \text{m}$	$h_{\text{zyl}} / 10^{-1} \text{m}$	$T_{\text{zyl}} / \text{s}$
1.0058	4.000	1.3995	1.194
1.0058	4.005	1.4005	1.202
1.0058	4.008	1.4005	1.192
1.0058	4.005	1.4010	1.192
1.0058	4.005	1.3990	1.200

Aus diesen Messungen ergeben sich somit als Mittelwerte für die Eckdaten des Zylinders.

$$R_{\text{Zylinder}} = (4.005 \pm 0.002) \cdot 10^{-2} \text{ m,}$$

$$m_{\text{Zylinder}} = 1.0058 \text{ kg.}$$

Seine mittlere gemessene Umlaufzeit beträgt

$$T_{\text{Zylinder}} = (1.196 \pm 0.004) \text{ s}$$

Um sein theoretisches Trägheitsmoment zu bestimmen, wird die Formel für einen sich aufrechten drehenden Zylinder benutzt, welche

$$I_{\text{Zylinder}} = \frac{mR^2}{2} \quad (23)$$

lautet. Dementsprechend errechnet sich der theoretische Wert zu

$$I_{\text{Zylinder, Theorie}} = (8.06 \pm 0.01) \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2.$$

Aus der Gleichung (8) folgt der gemessene Wert des Trägheitsmomentes zu

$$I_{\text{Zylinder, gemessen}} = (8.2 \pm 0.2) \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2.$$

Dabei wird die Eigenträgheit I_D nicht, wie theoretisch nötig, abgezogen. Gründe hierfür werden in der Diskussion angegeben. Zum Theoriewert ist eine relative Abweichung nach

$$\Delta I = \frac{I_{\text{Zylinder, gemessen}} - I_{\text{Zylinder, Theorie}}}{I_{\text{Zylinder, Theorie}}} \cdot 100 \quad (24)$$

von

$$\Delta I = 1.8 \%$$

zu erkennen.

4.3 Bestimmung des Trägheitsmomentes einer Kugel

Für die Kugel werden die in Tabelle 3 angegebenen Werte aufgenommen.

Tabelle 3: Messdaten zur Bestimmung des Trägheitsmomentes der Kugel.

$m_{\text{kug}} / 10^{-1} \text{ kg}$	$d_{\text{kug}} / 10^{-1} \text{ m}$	$T_{\text{kug}} / \text{ s}$
8.125	1.3755	1.67
8.125	1.3760	1.71
8.125	1.3775	1.70
8.125	1.3740	1.68
8.125	1.3740	1.72

Die verwendete Kugel wird somit auf die Größen

$$R_{\text{Kugel}} = (6.877 \pm 0.007) \cdot 10^{-2} \text{ m},$$

$$m_{\text{Kugel}} = 8.1 \cdot 10^{-1} \text{ kg}$$

vermessen, wobei ihre gemessene Umlaufzeit etwa

$$T_{\text{Kugel}} = (1.70 \pm 0.02) \text{ s}$$

beträgt. Es ergeben sich somit analog zur vorherigen Rechnung, jedoch mit einem Theorieträgheitsmoment für eine Kugel nach

$$I_{\text{Kugel}} = \frac{2mR^2}{5}, \quad (25)$$

die gemessenen und errechneten Trägheitsmomente

$$I_{\text{Kugel, Theorie}} = (1.537 \pm 0.003) \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$$

$$I_{\text{Kugel, gemessen}} = (1.65 \pm 0.05) \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2.$$

Bei jener Kugel zeichnet sich eine relative Abweichung von

$$\Delta I = 7.41 \%$$

ab.

4.4 Bestimmung des Trägheitsmomentes einer Puppe abhängig von ihrer Pose

Zunächst werden in mehreren Messungen Eckdaten der verschiedenen Körperteile der Holzpuppe aufgenommen. Die gemessenen Werte werden in den Tabellen 4, 5 und 6 angegeben.

Tabelle 4: Messdaten zur Bestimmung des Trägheitsmomentes der Holzpuppe (Teil 1).

$m_{\text{pup}} / 10^{-1} \text{ kg}$	$h_{\text{bein,1}} / 10^{-1} \text{ m}$	$h_{\text{bein,2}} / 10^{-1} \text{ m}$	$d_{\text{bein}} / 10^{-2} \text{ m}$	$a_{\text{bein}} / 10^{-2} \text{ m}$
1.6205	1.5105	1.5585	1.705	1.093
1.6202	1.4905	1.5490	2.120	1.183
1.6203	1.4830	1.5505	1.090	1.183
1.6204	1.4865	1.5480	1.165	1.192
1.6205	1.4925	1.5475	1.720	1.165

Hierbei beschreibt $h_{\text{bein,1}}$ die Höhe des linken bzw. rechten Beins, d_{bein} den Durchmesser der einzelnen Beine, a_{bein} den Abstand der Mittelachsen der Beine voneinander.

Tabelle 5: Messdaten zur Bestimmung des Trägheitsmomentes der Holzpuppe (Teil 2).

$h_{\text{kopf}} / 10^{-2} \text{ m}$	$d_{\text{kopf}} / 10^{-2} \text{ m}$	$h_{\text{torso}} / 10^{-2} \text{ m}$	$d_{\text{torso}} / 10^{-2} \text{ m}$	$l_{\text{arme}} / 10^{-1} \text{ m}$
5.550	0.792	9.805	2.09	1.4080
5.550	1.542	9.765	1.98	1.3810
5.660	1.540	9.820	1.29	1.3810
5.835	1.320	9.775	2.29	1.3900
5.830	1.067	9.885	1.84	1.3895

Tabelle 6: Messdaten zur Bestimmung des Trägheitsmomentes der Holzpuppe (Teil 3).

$d_{\text{arme}} / 10^{-3}\text{m}$	$a_{\text{arme}} / 10^{-3}\text{m}$	$T_{\text{Pose1}} / 10^{-1}\text{s}$	$T_{\text{Pose2}} / 10^{-1}\text{s}$
8.33	2.935	4.5	6.6
8.10	2.917	4.3	6.8
7.15	2.875	4.4	6.5
7.75	2.928	4.3	6.6
5.20	2.962	4.3	6.5

Hierbei beschreibt h_{kopf} die Höhe des Kopfes, d_{kopf} dessen Durchmesser, h_{torso} die Höhe des Torsos, d_{torso} dessen Durchmesser, l_{arme} die Länge der Arme sowie d_{arme} dessen Durchmesser und a_{arme} den Abstand der Mittelachsen der Arme in anliegender Pose voneinander.

Die gemittelten Maße der benutzten Holzpuppe betragen somit

$$\begin{aligned}
L_{\text{Bein1}} &= (1.49 \pm 0.01) \cdot 10^{-1} \text{ m}, \\
L_{\text{Bein2}} &= (1.551 \pm 0.004) \cdot 10^{-1} \text{ m}, \\
R_{\text{Beine}} &= (8 \pm 2) \cdot 10^{-3} \text{ m}, \\
a_{\text{Beine}} &= (1.16 \pm 0.04) \cdot 10^{-2} \text{ m}, \\
L_{\text{Torso}} &= (9.81 \pm 0.04) \cdot 10^{-2} \text{ m}, \\
R_{\text{Torso}} &= (1.9 \pm 0.3) \cdot 10^{-2} \text{ m}, \\
L_{\text{Kopf}} &= (5.7 \pm 0.1) \cdot 10^{-2} \text{ m}, \\
R_{\text{Kopf}} &= (1.3 \pm 0.3) \cdot 10^{-2} \text{ m}, \\
L_{\text{Arme}} &= (1.39 \pm 0.01) \cdot 10^{-1} \text{ m}, \\
R_{\text{Arme}} &= (7 \pm 1) \cdot 10^{-3} \text{ m}, \\
a_{\text{Arme}} &= (2.92 \pm 0.03) \cdot 10^{-2} \text{ m}, \\
m_{\text{ges}} &= (1.6204 \pm 0.0001) \cdot 10^{-1} \text{ kg}
\end{aligned}$$

wobei L für Länge, R für Radius, a für den Abstand zur Drehachse und m für die Gesamtmasse steht. Aus diesen Daten folgt für die Volumina der einzelnen approximierten Körperteile

$$\begin{aligned}
V_{\text{Arm1}} &= (2.3 \pm 0.7) \cdot 10^{-5} \text{ m}^3, \\
V_{\text{Bein1}} &= (3 \pm 1) \cdot 10^{-5} \text{ m}^3, \\
V_{\text{Bein2}} &= (3 \pm 1) \cdot 10^{-5} \text{ m}^3, \\
V_{\text{Kopf}} &= (3 \pm 1) \cdot 10^{-5} \text{ m}^3, \\
V_{\text{Torso}} &= (1.1 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \text{ m}^3,
\end{aligned}$$

Die Dichte der Holzpuppe errechnet sich aus dem Gesamtvolumen

$$V_{\text{Ges}} = (2.4 \pm 0.5) \cdot 10^{-4} \text{ m}^3,$$

und der oben angegebenen Gesamtmasse zu

$$\rho = (665 \pm 142) \text{ kg m}^{-3}.$$

Hieraus folgen dementsprechend die einzelnen Massen der Körperteile zu

$$m_{\text{Arm1}} = (1.5 \pm 0.5) \cdot 10^{-2} \text{ kg},$$

$$m_{\text{Bein1}} = (1.9 \pm 0.8) \cdot 10^{-2} \text{ kg},$$

$$m_{\text{Bein2}} = (2.0 \pm 0.8) \cdot 10^{-2} \text{ kg},$$

$$m_{\text{Kopf}} = (1.9 \pm 0.9) \cdot 10^{-2} \text{ kg},$$

$$m_{\text{Torso}} = (7 \pm 2) \cdot 10^{-2} \text{ kg}.$$

Im Weiteren folgen für die Trägheitsmomente der einzelnen Körperteile

$$I_{\text{Arm, Pose1}} = (2.5 \pm 0.8) \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2,$$

$$I_{\text{Arm, Pose2}} = (4 \pm 2) \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^2,$$

$$I_{\text{Bein1}} = (6 \pm 5) \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^2,$$

$$I_{\text{Bein2}} = (6 \pm 5) \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^2,$$

$$I_{\text{Kopf}} = (1 \pm 1) \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^2,$$

$$I_{\text{Torso}} = (1.3 \pm 0.7) \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2,$$

wobei es sich hierbei um die Trägheitsmomente um die Symmetrieachse des jeweiligen Körpers handelt. Nach Ergänzen der Formel für das Trägheitsmoment auf der Seite liegender Zylinder,

$$I_{\text{Zylinder}} = m \left(\frac{R^2}{4} + \frac{L^2}{12} \right), \quad (26)$$

folgt, unter Anwendung des Steinerschen Satzes, das theoretische Trägheitsmoment in der ersten Pose zu

$$I_{\text{Theorie, Pose1}} = (4 \pm 1) \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2.$$

Der gemessene Wert

$$T_{\text{Pose1}} = (6.6 \pm 0.1) \cdot 10^{-1} \text{ s}$$

führt auf ein Trägheitsmoment von

$$I_{\text{gemessen, Pose1}} = (2.5 \pm 0.1) \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2.$$

Die hier vorliegende prozentuale Abweichung zum Theoriewert beträgt

$$\Delta I = 34.43 \, \%.$$

Analog folgen die Werte zur zweiten Pose durch

$$T_{\text{Pose2}} = (4.34 \pm 0.07) \cdot 10^{-1} \, \text{s}$$

auf

$$\begin{aligned} I_{\text{Theorie, Pose2}} &= (6.5 \pm 0.9) \cdot 10^{-5} \, \text{kg m}^2, \\ I_{\text{gemessen, Pose2}} &= (1.08 \pm 0.04) \cdot 10^{-4} \, \text{kg m}^2, \\ \Delta I &= 67.09 \, \%. \end{aligned}$$

5 Diskussion

Die verwendete Methode, um in der Praxis Trägheitsmomente von Körpern zu messen, bestätigt sich im Hinblick auf den Zylinder. Dort zeigt sich nur eine Abweichung von 1.5 %. Zudem decken sich die Intervalle, in denen Experimental- und Theoriewert liegen. Im Gegensatz dazu weichen die Ergebnisse für die Kugel stärker ab:

Es zeichnet sich eine Abweichung von 7.22 % zum Theoriewert ab. Zudem decken sich die Fehlerintervalle hier nicht.

Die Untersuchung der Puppe lässt weitere Diskussionspunkte aufkommen: Die Werte weisen große prozentuale Abweichungen von 35.17 % bei ausgestreckten Armen und 62.74 % bei anliegenden auf. Bei ausgestreckten Armen fängt die Puppe bei der Rotation leicht zu schaukeln an, was sich negativ auf die Genauigkeit der Werte auswirkt. Bei gewünscht anliegenden Armen werden jene jedoch durch die bei der Rotation aufkommenden Zentripetalkraft nach außen gedrückt, wie bei beiden Posen auch die Beine. Dies führt zu fehlerhaften Umlaufzeiten und somit zu ungenauen Trägheitsmomenten. Das Messen der Umlaufzeiten mittels Stoppuhr unterliegt generell der endlichen menschlichen Reaktionszeit. Weiterhin führt die Näherung der Puppe durch einen Zylinderaufbau zu einer hohen Ungenauigkeit von bis zu einem Viertel des Mittelwertes. Trotz der entstehenden großen Unschärfe liegt der Theoriewert nicht im Fehlerintervall des Messwertes. Weiterhin ist zu beobachten, dass sich sowohl bei den experimentell als auch bei den theoretischen Werten ein größeres Trägheitsmoment bei ausgestreckten Armen ergibt. Dies bestätigt zumindest die Annahme, dass eine achsennahe Massenverteilung in einem niedrigerem Trägheitsmoment resultiert.

Theoretisch hätte von den experimentell bestimmten Trägheitsmomenten das Eigenträgheitsmoment der Drillachse abgezogen werden müssen. Dieses übertrifft jedoch die berechneten Trägheitsmomente jeglicher betrachteter Körper, so dass auf diese Korrektur verzichtet wurde. Aufgrund der Tatsache, dass die Theoriewerte trotzdem eine hohe Ähnlichkeit zu den experimentell bestimmten Werten aufweisen, ist davon auszugehen, dass die Bestimmung des Eigenträgheitsmomentes fehlerhaft ist: Dieses wurde vermutlich

um einen Faktor der Größenordnung 1000 zu groß bestimmt. Die Ursache dieses Fehlers konnte vom Autorenteam nicht ermittelt werden.

Insgesamt zeigen die Ergebnisse, dass die Versuchsanordnung nur für simple schwere Körper die Theorie unterstützt.

6 Anhang

Statische Methode:		
r = 5 cm	$\varphi = 180^\circ$	F = 1,35 N
r = 9 cm	$\varphi = 180^\circ$	F = 0,78 N
	$\varphi = 90^\circ$	F = 0,62 N
	$\varphi = 270^\circ$	F = 1,18 N
r = 6 cm	$\varphi = 90^\circ$	F = 0,76 N
r = 5 cm	$\varphi = 180^\circ$	F = 1,14 N
	$\varphi = 270^\circ$	F = 2,11 N
r = 7 cm	$\varphi = 90^\circ$	F = 0,57 N
	$\varphi = 180^\circ$	F = 1,04 N
	$\varphi = 270^\circ$	F = 1,5 N
r = 11 cm	$\varphi = 90^\circ$	F = 0,32 N
	$\varphi = 180^\circ$	F = 0,64 N
	$\varphi = 270^\circ$	F = 0,96 N
<div> <div> "Stangenmessung" (dyn. Methode) → Behälter Messung als Faktorwissen </div> <div> $m_1 = 221,78 \text{ g} \pm 0,01 \text{ g}$ $m_2 = 223,46 \text{ g} \pm 0,01 \text{ g}$ </div> </div>		
r = 6 cm	ST = 13,63 s	□ Auslenkung $\varphi = 10^\circ$
r = 7,7 cm	ST = 15,61 s	
r = 11,5 cm	ST = 19,64 s	
r = 15 cm	ST = 22,12 s	
r = 18,5 cm	ST = 24,41 s	
r = 21,5 cm	ST = 27,09 s	
r = 23,5 cm	ST = 29,58 s	
r = 24,5 cm	ST = 31,23 s	
r = 27,5 cm	ST = 34,86 s	
r = 28,5 cm	ST = 37,55 s	

Abbildung 4: Originaldaten Teil 1.

Zylinder hellig	
$m_1 = 1005,8 \text{ g}$	
$m_2 = 1005,8 \text{ g}$	
$m_3 = 1005,8 \text{ g}$	
$m_4 = 1005,8 \text{ g}$	
$m_5 = 1005,8 \text{ g}$	
$h_1 = 13,995 \text{ cm}$	
$d_1 = 8,00 \text{ cm}$	
$d_2 = \cancel{8,00} \text{ cm}$	$8,01 \text{ cm}$
$d_3 = 8,015 \text{ cm}$	
$d_4 = 8,01 \text{ cm}$	
$d_5 = 8,01 \text{ cm}$	
$h_2 = 14,005 \text{ cm}$	
$h_3 = 14,005 \text{ cm}$	
$h_4 = 14,01 \text{ cm}$	
$h_5 = 13,99 \text{ cm}$	
$ST_1 = 5,97 \text{ s}$	$(\varphi = 180^\circ)$
$ST = 6,01 \text{ s}$	
$ST = 5,96 \text{ s}$	
$ST = 5,96 \text{ s}$	
$ST = 6,00 \text{ s}$	
<u>Kugel</u>	
$m_1 = 812,5 \text{ g}$	$d_1 = 13,75 \text{ cm}$
$m_2 = 812,5 \text{ g}$	$d_2 = 13,76 \text{ cm}$
$m_3 = 812,5 \text{ g}$	$d_3 = 13,75 \text{ cm}$
$m_4 = 812,5 \text{ g}$	$d_4 = 13,76 \text{ cm}$
$m_5 = 812,5 \text{ g}$	$d_5 = 13,74 \text{ cm}$

Abbildung 5: Originaldaten Teil 2.

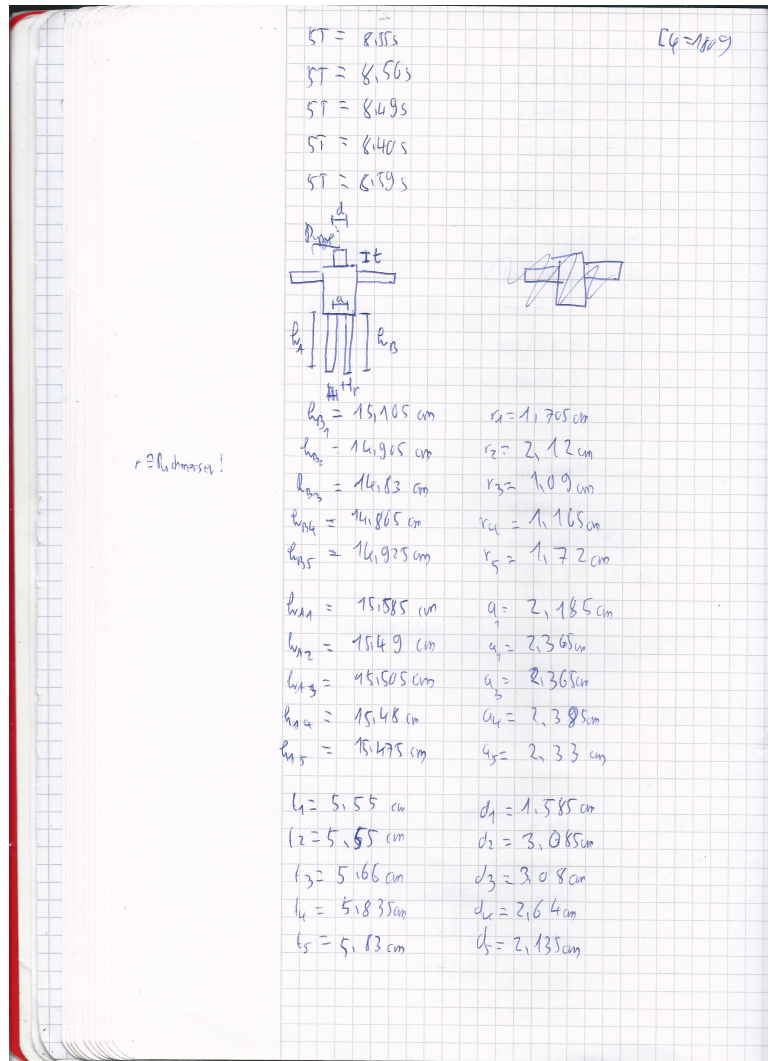


Abbildung 6: Originaldaten Teil 3.

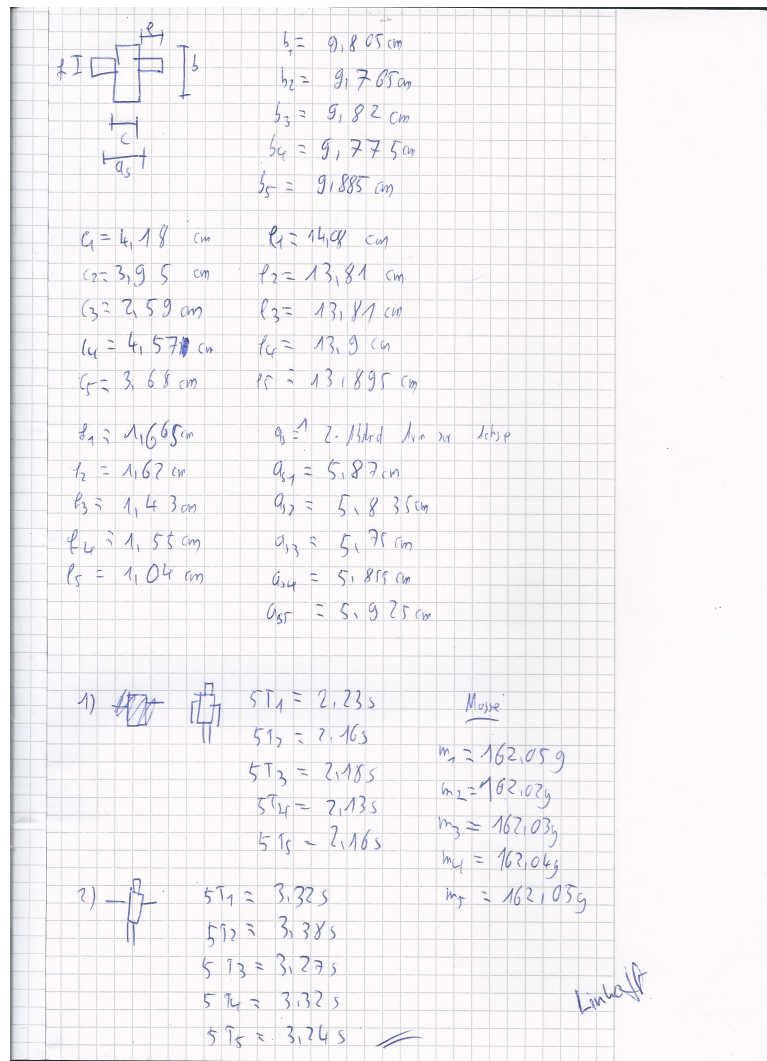


Abbildung 7: Originaldaten Teil 4.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung, Versuch Nr. 101*. 2015. URL: <http://129.217.224.2/HOME/PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V101.pdf>.
- [2] Wilhelm Walcher. *Praktikum der Physik*. Bd. 7. Teubner, 1994, S. 22–23.