# Versuchsprotokoll zum Versuch Nr. 355

# Gekoppelte Schwingkreise

Johannes Kollek Jeanjohannes.kollek@udo.edu jean-mar

Jean-Marco Alameddine jean-marco.alameddine@udo.edu

Durchführung: 01.12.2015

TU Dortmund – Fakultät Physik

## 1 Zielsetzung

Das vorliegende Experiment dient dazu, gekoppelte Schwingkreise und die vorkommenden Phänomene näher zu untersuchen. Hierzu werden, der Einfachheit sowie Genauigkeit halber, elektrische Schwingkreise genutzt.

#### 2 Theorie

#### 2.1 Grundlagen des gekoppelten Schwingkreises

Der Grundaufbau des gekoppelten Schwingkreises wird in Abbildung 1 beschrieben.

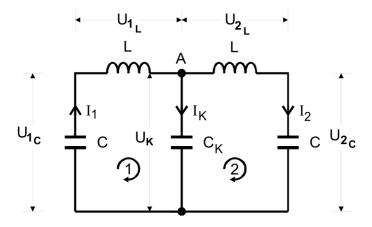


Abbildung 1: Schwingkreis. [1]

Die Beschreibung der Ströme und Spannungen folgt dabei aus den Kirchhoffschen Regeln. Die erste Kirchhoffsche Regel ist dabei die Knotenregel (1). Diese folgt direkt aus der Ladungserhaltung und besagt, dass in jedem Knotenpunkt einer Schaltung die Summe aller eingehenden und ausgehenden Ströme verschwinden muss:

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0. (1)$$

Die zweite Kirchhoffsche Regel ist die Maschenregel (3). Sie folgt aus dem Induktionsgesetz im Vakuum

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = 0 \tag{2}$$

und besagt, dass in jeder geschlossenen Masche der Schaltung die Summe der Spannungen null ergeben muss:

$$\sum_{i=1}^{n} U_i = 0. (3)$$

Um die an einem Kondensator sowie an einer Induktivität anliegenden Spannungen zu beschreiben, werden zudem die Beziehungen

$$U_C = \frac{1}{C} \int I dt \tag{4}$$

sowie

$$U_L = L \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} I \tag{5}$$

genutzt. Es folgen somit jeweils für die beiden Maschen im Schwingkreis die Gleichungen

$$\frac{1}{C} \int I_1 dt + L \frac{d}{dt} I_1 + \frac{1}{C_k} \int (I_1 - I_2) dt = 0$$
 (6)

beziehungsweise

$$\frac{1}{C} \int I_2 dt + L \frac{d}{dt} I_1 + \frac{1}{C_k} \int (I_2 - I_1) dt = 0.$$
 (7)

Durch erneutes Ableiten dieser Gleichungen erhält man das Differentialgleichungssystem der beiden Gleichungen

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}I_1 + \frac{1}{LC}I_1 + \frac{1}{LC_L}(I_1 - I_2) = 0 \tag{8}$$

und

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}I_2 + \frac{1}{LC}I_2 + \frac{1}{LC_k}(I_2 - I_1) = 0. \tag{9}$$

Dieses System lässt sich durch Entkopplung in die Stromsumme  $I_1+I_2$  sowie die Stromdifferenz  $I_1-I_2$  lösen, wobei sich als Lösungen

$$I_{1}(t) = \frac{1}{2}(I_{1,0} + I_{2,0})\cos\omega_{1}t + \frac{1}{2}(I_{1,0} - I_{2,0})\cos\omega_{2}t \tag{10} \label{eq:10}$$

sowie

$$I_{2}(t)=\frac{1}{2}(I_{1,0}+I_{2,0})\cos\omega_{1}t-\frac{1}{2}(I_{1,0}-I_{2,0})\cos\omega_{2}t \tag{11}$$

ergeben, wobei  $I_{1,0}$  und  $I_{2,0}$  die jeweiligen Anfangsbedingungen für  $I_1$  und  $I_2$  sind. Die sich ergebenden Fundamentalfrequenzen  $\omega_1$  und  $\omega_2$  betragen

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{12}$$

und

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{\frac{1}{C} + \frac{2}{C_k}}{L}}. (13)$$

Für die beiden Anfangsbedingungen  $I_{1,0}=I_{2,0}$  beziehungsweise  $I_{1,0}=-I_{2,0}$  ergeben sich die beiden Fundamentalschwingungen des Systems. Diese zeichnen sich dadurch aus, dass im ersten Fall das System mit der Frequenz  $\omega_1$  sowie einer Phasenverschiebung von

 $\phi = 0$ , im zweiten Fall mit einer Frequenz von  $\omega_2$  sowie einer Phasenverschiebung von  $\phi = \frac{\pi}{2}$  oszilliert.

Werden die Anfangsbedingungen so gewählt, dass ein Startstrom auf I=0 gesetzt wird, so ergeben sich aus den allgemeinen Lösungen (10) und (11) nach Anwendung von Additionstheoremen

$$I_{1}(t) = I_{1,0}\cos\frac{1}{2}(\omega_{1} + \omega_{2})t\cos\frac{1}{2}(\omega_{1} - \omega_{2})t \tag{14} \label{eq:14}$$

beziehungsweise

$$I_{2}(t) = I_{1,0} \sin \frac{1}{2}(\omega_{1} + \omega_{2})t \sin \frac{1}{2}(\omega_{1} - \omega_{2})t. \tag{15}$$

Es handelt sich hierbei um Schwebungen, bei denen die Stromamplituden mit einer Schwebungsfrequenz von

$$\omega_s = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} \tag{16}$$

sowie einer Überlagerungsfrequenz von

$$\omega_r = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \approx \omega_1 \tag{17}$$

oszillieren. Der Phasenunterschied beträgt nun  $\phi=\frac{\pi}{2}$ , die Gesamtenergie oszilliert periodisch zwischen den beiden Schwingkreisen. Damit dieser Zustand auch in der Praxis erreicht werden kann, ist es nötig, in beiden Maschen die Werte für L und C identisch zu wählen, so dass die Resonanzfrequenz in beiden Schwingkreisen ähnlich wird. Nur so kann die Energie möglichst verlustfrei oszillieren.

#### 2.2 Gekoppelter Schwingkreis mit erzwungener Spannung

Im Folgenden wird der in Abbildung 2 dargestellte Schwingkreis betrachtet.

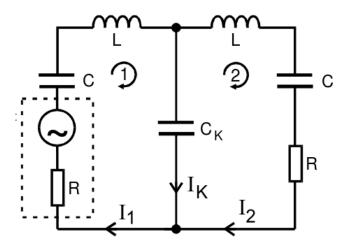


Abbildung 2: Schwingkreis mit Sinusspannung. [1]

Anders als beim bisher betrachteten Aufbau wird der Schwingkreis nun mit einer Sinusspannung von

$$U(t) = U_0 \exp(i\omega t) \tag{18}$$

getrieben. Aus der Maschenregel (3) folgt für die beiden Maschen der Schaltung

$$I_1 R + I_1 Z_C + I_1 Z_L + I_k Z_{C,k} = U_0 (19)$$

und

$$I_2R + I_2Z_C + I_2Z_L - I_kZ_{C,k} = 0. (20)$$

Nach Anwendung der Knotenregel (1) sowie der Impedanzen

$$Z_C = \frac{-i}{\omega C},\tag{21}$$

$$Z_L = i\omega L \tag{22}$$

erhält man für den Betrag von  $I_2$ 

$$|I_{2}| = \frac{U_{0}}{4\omega^{2}C_{k}^{2}R^{2}Z(\omega)^{2} + \left(\frac{1}{\omega C_{k}} - \omega C_{k}Z(\omega)^{2} + \omega R^{2}C_{k}\right)^{2}}$$
(23)

mit

$$Z(\omega) = \omega L - \frac{1}{\omega} \left( \frac{1}{C} + \frac{1}{C_k} \right). \tag{24}$$

Bestimmt man das Maximum von  $I_2$  in Abhängigkeit von  $\omega$ , so zeigt sich, dass der Strom für die beiden Fundamentalfrequenzen  $\omega_1$  (12) sowie  $\omega_2$  (13) maximiert wird. Das Strommaximum beträgt dabei für beide Frequenzen genähert

$$I_{2,max} \approx \frac{U_0}{2R}. (25)$$

# 3 Aufbau und Durchführung

Die Schwebungen werden mit einem Schwingkreis, wie in Abbildung 1 aus der Theorie, untersucht. Dabei werden dem Versuchsaufbau die Werte

$$L = 32{,}351\,\mathrm{mH}$$
 
$$C = 0{,}8015\,\mathrm{nF}$$
 
$$C_{\mathrm{sp}} = 0{,}037\,\mathrm{nF}$$
 
$$\Delta C_k = \pm 0{,}5\,\%$$

entnommen, wobei C die Kapatät der Kondensatoren,  $\Delta C_k$  den Fehler der jeweiligen Koppelkondensatoren, L die Induktivität der Spule und  $C_{\rm sp}$  dessen reale Kapazität angibt.

#### 3.1 Justierungen

Bevor die Messreihen beginnen, müssen gewisse Justierungen getroffen werden. Um, wie in der Theorie beschrieben, einen möglichst guten Energieaustausch zu gewährleisten, sollten die beiden Schwingkreise die selbe Resonanzfrequenz besitzen. Dazu wird zuerst die Schaltung aus Abbildung 3 nachgebaut.

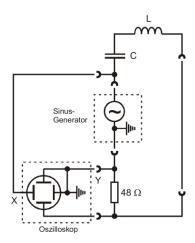


Abbildung 3: linke Masche. [1]

Sie besteht aus einem Sinusgenerator und jeweils dazu einen in Reihe geschalteten Kondensator und einer Spule. Ein Oszilloskop misst nach der Spule an einem Ohmschen Widerstand die Spannung über den Y-Eingang. Dessen X-Eingang wird zwischen Generator und Kondensator zugesteckt. Sie repräsentiert die linke Masche des gesamten Schwingkreises, wobei der Kondensator  $C_k$  überbrückt wird.

Eine Resonanz liegt vor wenn die Phase zwischen Generatorspannung und Schwing-kreisstrom 0 beziehungsweise  $\pi$  ist. Dies wird über die Lissajous-Figur über das Oszilloskop bestimmt. Nun wird die Frequenz der Sinusspannung solange variiert, bis die Resonanz des Schwingkreises beobachtet wird. Die Frequenz wird vermerkt. Als nächstes wird die rechte Seite des gesamten Schwingkreises aufgebaut, die in Abbildung 4 dargestellt wird.

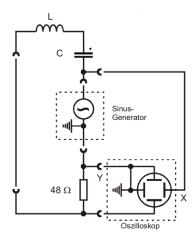


Abbildung 4: rechte Masche.

Es befindet sich jedoch an Stelle eines festen ein regelbarer Kondensator in der Schaltung. Dieser Schwingkreis wird nun mit der Resonanzfrequenz des linken betrieben. Hierbei wird jedoch die Kapazität des Kondensators variiert, bis erneut eine Resonanz erzeugt wird. Die beiden Maschen haben nun die selbe Resonanzfrequenz und sind somit aufeinander abgestimmt. Die Messreihe kann nun beginnen.

### 3.2 Bestimmung der Schwebungsfrequenzen

Nun wird der gesamte Aufbau betrachtet. Die beiden Maschen werden über den gemeinsamen, nun zugeschalteten Koppelkondensator  $C_k$  miteinander verbunden. Der Generator liegt nun wieder an der linken Masche an. Die Abbildung 5 realisiert dies.

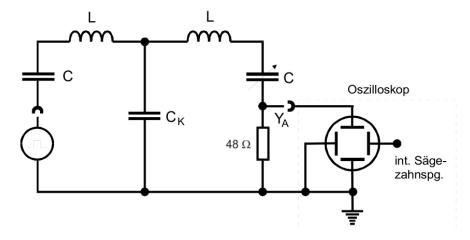
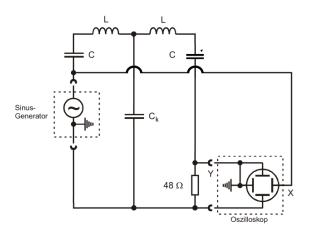


Abbildung 5: Aufbau zur Bestimmung der Schwebungsfrequenzen. [1]

Der linke Schwingkreis wird extern mittels Rechtecksignal zum Schwingen angeregt. Auf dem Oszilloskop können die Schwebungen beobachtet werden. Die Maxima innerhalb einer Schwebung werden notiert. An ihnen kann das Verhältnis zwischen Schwingungsund Schwebungsfrequenz abgelesen werden. Die Messreihe kommt zustande, indem  $C_k$  in einem bestimmten Bereich variiert wird.

#### 3.3 Bestimmung der Fundamentalfrequenzen

Als Nächstes werden die Frequenzen der Fundamentalschwingung in Abhängigkeit der Kapazität des Koppelkondensators  $C_k$  gemessen. Hierzu wird die Schaltung aus Abbildung 6 nachgebaut.



**Abbildung 6:** Aufbau zur Bestimmung der Fundamentalfrequenzen sowie des Frequenzspektrums. [1]

Der Generator führt dem Stromkreis wieder eine Sinusspannung zu, die von dem X-Eingang des Oszilloskops abgegriffen wird. Jetzt wird über die Lissajous-Figur die Resonanzfrequenz ermittelt. Dies wird wieder für verschiedene  $C_k$  wiederholt.

#### 3.4 Bestimmung eines Frequenzspektrums

Zuletzt soll der Verlauf der beiden Ströme  $I_2$  und  $I_k$  untersucht werden. Dazu wird der selbe Aufbau wie zuvor, dargestellt in Abbildung 6, verwendet. Nun wird jedoch ein Frequenzspektrum durchlaufen. Auf dem Oszilloskop erscheinen dementsprechend die beiden Resonanzpeaks in Abhängigkeit von der Zeit. Die Zeiten von der Startfrequenz bis zum Erreichen der Peaks wird notiert. Dies sollte bestenfalls für mehrere  $C_k$  Werte wiederholt werden, wird aus Zeitgründen jedoch unterlassen.

## 4 Auswertung

Zunächst wird die in der Durchführung (3.1) beschriebene Justierung durchgeführt. Nach Bestimmung der Resonanzfrequenz des fest justieren Stromkreises sowie der Justierung des regelbaren Stromkreises ergibt sich eine Resonanzfrequenz von

$$\nu_{\rm res} = 30{,}49\,{\rm kHz}.$$

Der Theoriewert der Resonanzfrequenz berechnet sich nach (12) zu

$$\nu_{\rm res,t} = 31{,}26\,\rm kHz,$$

so dass sich eine relative Abweichung von  $\nu_{\rm res}$  zu  $\nu_{\rm res,t}$  von

$$f_{\rm res} = 2{,}46\,\%$$

ergibt. Dabei wird die relative Abweichung eines Messwertes zu seinem Theoriewert hier und in allen folgenden Rechnungen nach

$$f = \frac{|N - x|}{N} \tag{26}$$

mit einem Theoriewert N sowie einem Messwert x berechnet.

#### 4.1 Bestimmung der Schwebungsfrequenzen

Das Verhältnis der Resonanzfrequenzen  $\omega_r$  und der Schwebungsfrequenzen  $\omega_s$  wird, wie in der Durchführung (3.2) beschrieben sowie in Abbildung 5 skizziert, bestimmt.

Tabelle 1 gibt die Messdaten sowie Theoriewerte an.

Tabelle 1: Messdaten für die Messung der Schwebungsfrequenzen

N	$C_k[nF]$	$\Delta C_k[\mathrm{nF}]$	$\omega_r[\mathrm{kHz}]$	$\omega_s[\mathrm{kHz}]$	$\frac{\omega_r}{\omega_s}$	$\Delta \frac{\omega_r}{\omega_s}$	f [%]
27	9.99	0.05	203.97	7.58	26.89	0.12	0.4
21	8.00	0.04	205.77	9.39	21.92	0.10	4.2
17	6.47	0.03	207.87	11.49	18.089	0.081	6.0
14	5.02	0.03	210.98	14.59	14.457	0.063	3.2
11	4.00	0.02	214.40	18.02	11.897	0.050	7.5
9	3.00	0.01	219.82	23.44	9.379	0.038	4.0
6	2.03	0.01	229.55	33.17	6.921	0.026	13.3
3	1.010	0.005	256.13	59.75	4.287	0.013	30.0

Hierbei beschreibt N die Anzahl der Maxima der Resonanzfrequenz pro halber Periode der Schwebungsfrequenz,  $C_K$  beschreibt die jeweils betrachtete Justierung des Koppelkondensators  $C_k$ . Die Werte für  $\omega_r$  und  $\omega_s$  berechnen sich nach (16) und (17),  $\frac{\omega_r}{\omega_s}$  gibt

das Verhältnis der beiden theoretischen Größen an. Zuletzt wird die relative Abweichung der experimentell abgelesenen Werte zu den Theoriewerten angegeben.

Die hier berechneten Fehler sowie alle folgenden fehlerbehafteten Messgrößen berechnen sich nach dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz. Für den Fehler von  $\omega_r$  von  $\omega_s$  ergibt sich die Fehlerformel

$$\Delta\omega_{r/s} = \frac{1}{C_k^2 L \sqrt{\frac{1}{C} + \frac{2}{C_k}} \Delta C_k}.$$
 (27)

Bei dem direkten Vergleich der Theoriewerte mit den abgelesenen Werten fällt eine systematische Abweichung auf, so dass N, abgesehen von den beiden Kondensatoren mit den größten Kapazitäten, eine Abweichung nach unten besitzt. Um diesen Fehler zu beheben, wird nun bei der Berechnung der Theoriewerte ebenfalls die reale Kapazität  $C_{\rm sp}$  der Spule berücksichtigt. Im Gegensatz zu (12) und (13) ergeben sich nun für die korrigierte Bestimmung

$$\omega_{1'} = \frac{1}{\sqrt{L(C + C_{\rm sp})}}\tag{28}$$

sowie

$$\omega_{2'} = \frac{1}{\sqrt{\left(\left(\frac{1}{C} + \frac{2}{C_k}\right)^{-1} + C_{\rm sp}\right)L}}.$$
 (29)

Hiermit ergeben sich die in Tabelle 2 angegebenen Werte.

Tabelle 2: Messdaten für die Messung der Schwebungsfrequenzen unter Berücksichtigung von  $C_{\rm sp}$ 

N'	$C_k'[nF]$	$\Delta C_k'[\mathrm{nF}]$	$\omega_r'[\mathrm{kHz}]$	$\omega_s'[\mathrm{kHz}]$	$\frac{\omega_r'}{\omega_s'}$	$\Delta \frac{\omega_r'}{\omega_s'}$	f' [%]
27	9.99	0.05	199.05	7.05	28.23	0.13	4.4
21	8.00	0.04	200.72	8.72	23.03	0.10	8.8
17	6.47	0.03	202.66	10.65	19.022	0.085	10.6
14	5.02	0.03	205.50	13.50	15.224	0.066	8.0
11	4.00	0.02	208.63	16.63	12.547	0.053	12.3
9	3.00	0.01	213.54	21.54	9.915	0.040	9.2
6	2.03	0.01	222.25	30.25	7.348	0.027	18.3
3	1.010	0.005	245.27	53.27	4.604	0.014	34.8

#### 4.2 Bestimmung der Fundamentalfrequenzen

Die Fundamentalfrequenzen werden, wie in der Durchführung (3.3) beschrieben mithilfe von Lissajous-Figuren bestimmt. Der gemessene Wert von  $\nu_{1,\mathrm{gem}}$  wird für alle

Koppelkondensatoren zu

$$\nu_{1,{
m gem}} = 30{,}30\,{
m kHz}$$

bestimmt. Nach Formel 28 ergibt sich ein Theoriewert von

$$\nu_{1,{
m ber}} = 30,56\,{
m kHz},$$

so dass sich eine relative Abweichung des experimentell bestimmten Wertes von  $\nu_1$  zum Theoriewert von

$$f_{\nu_1} = 0.84 \%$$

ergibt.

Die Werte der zweiten Fundamentalfrequenz  $\nu_2$  sind nach Formel 29 von der Kapazität des Koppelkondensators abhängig. Dementsprechend werden in Tabelle 3 die gemessenen Fundamentalfrequenzen  $\nu_{2,\mathrm{gem}}$  sowie die mit Hilfe von (29) bestimmten Werte  $\nu_{2,\mathrm{ber}}$  angegeben. Zusätzlich wird die relative Abweichung der gemessenen zu den berechneten Frequenzwerten nach (26) berechnet und angegeben.

Tabelle 3: Gemessene und berechnete Frequenzen

$C_k[\mathrm{nF}]$	$\nu_{2,\mathrm{gem}}[\mathrm{kHz}]$	$\nu_{2,\rm ber}[\rm kHz]$	$\Delta\nu_{2,\rm ber}[\rm kHz]$	f[%]
9.990	32.30	32.803	0.011	1.53
8.000	33.33	33.333	0.013	0.01
6.470	34.25	33.949	0.016	0.89
5.020	34.72	34.855	0.020	0.39
4.000	35.71	35.851	0.024	0.39
3.000	37.31	37.413	0.030	0.28
2.030	40.32	40.186	0.041	0.33
1.010	46.73	47.515	0.065	1.65

Der Fehler von  $\nu_{2,\mathrm{ber}}$  berechnet sich zu

$$\Delta\nu_{2,\text{ber}} = \frac{C^2L}{2\pi(2C + C_k)^2 \left(\frac{L(CC_k + 2CC_s + C_kC_s)}{2C + C_k}\right)^{1.5}} \Delta C_k.$$
(30)

Für die gemessenen Frequenzen wird jeweils eine Messungenauigkeit von

$$\Delta \nu_{\rm gem} = 0.5 \, \rm kHz$$

angenommen, da das digitale Oszilloskop nur diskrete Werte angibt.

#### 4.3 Bestimmung eines Frequenzspektrums

Das Frequenzspektrum wird, wie in der Durchführung (3.4) beschrieben, aufgenommen. Der Koppelkondensator wird bei der durchgeführten Messung auf  $C_k=1,01$  nF eingestellt. Der Frequenzgenerator erzeugt dabei eine Sinusspannung der Amplitude  $U_0=30\,\mathrm{V}$ . Innerhalb von einer Sekunde durchläuft der Frequenzgenerator den Bereich von  $\nu_{\mathrm{start}}$  bis  $\nu_{\mathrm{end}}$  mit

$$\begin{split} \nu_{\mathrm{start}} &= 14{,}75\,\mathrm{Hz} \\ \nu_{\mathrm{end}} &= 84{,}39\,\mathrm{kHz}. \end{split}$$

Die Peaks treten für

$$\tau_1 = 360 \,\mathrm{ms}$$
  
$$\tau_2 = 552 \,\mathrm{ms}.$$

auf, wobei  $\tau_1$  die Zeit vom Beginn des Frequenzdurchlaufes zum ersten Peak ist sowie  $\tau_2$  die Zeit bis zum zweiten Peak. Die Frequenzen der Peaks bestimmen sich für einen linearen Frequenzdurchlauf innerhalb von einer Sekunde durch

$$\nu_{\rm peak} = (\nu_{\rm end} - \nu_{\rm start})\tau + \nu_{\rm start}. \tag{31}$$

Hieraus lassen sich die Frequenzen der Peaks bestimmen zu

$$u_1 = 30\,390\,\mathrm{Hz}$$
 $\nu_2 = 46\,590\,\mathrm{Hz}.$ 

Die relativen Abweichungen zu den nach (28) bzw. (29) bestimmten Theoriewerten ergeben sich nach (26) zu

$$\begin{split} f_{\nu_1} &= 0.56\,\% \\ f_{\nu_2} &= 1.95\,\%. \end{split}$$

#### 5 Diskussion

Im Folgenden werden die gemessenen Verhältnisse zwischen den Schwebungs- und Resonanzfrequenzen mit den aus den Bauteilen ermittelten verglichen. Mit einem Ablesefehler von einem Extrema beim gemessenen Wert liegen bis auf 2 Messungen, siehe Tabelle 1, alle berechneten Werte im Fehlerintervall. Die relative Abweichung steigt jedoch bei geringen Kapazitäten von  $C_k$  sehr stark an, bis auf 30% beim letzten Wert. Dies liegt daran, dass die Sinusschwingung bei geringen  $C_k$  recht unförmig ist und sehr wenige Extrema aufweist. Dadurch ist das Ablesen bzw. Abschätzen der Extrema erschwert. Durch das Einrechnen der eigentlichen Kapazität  $C_{\rm sp}$  der Spule ergibt sich entgegen der Erwartung keine Verbesserung. Die abgelesenen Werte weichen nun noch deutlicher von

den Theoriewerten ab. Dementsprechend muss ein systematischer Fehler beim Ablesen oder beim Aufbau vorgelegen haben, welcher die Frequenzverhältnisse verschoben hat. Da die Messungenauigkeit  $\Delta C_k$  verursacht durch  $C_k$  sehr klein im Vergleich zum Ablesefehler  $\Delta N$  der Extrema ist, kann diese vernachlässigt werden. Die benutzte Methode zur Berechnung des Verhältnisses scheint sich in der Messreihe insgesamt zu bestätigen. Beim nächsten Aufgabenteil sollten die Fundamentalfrequenzen für verschiedene  $C_k$  gemessen werden. Da sich die Lissajous-Figuren beim ersten Peak  $\nu_1$  kaum messbar veränderten, wurde nur ein Wert,

$$\nu_1 = 30,30 \, \text{kHz},$$

aufgenommen. Diese kaum messbare Veränderung schließt auf ein Bestätigen der Formel, die besagt, dass  $\nu_1$  unabhängig von  $C_k$  ist. Die relative Abweichung von 0,84% ist gering und rührt wahrscheinlich von der Einstellschwierigkeit der gewünschten Lissajous-Figur mit Hilfe des Frequenzgenerators. Die steigenden Werte von  $\nu_2$  schließen auf eine Abhängigkeit von  $C_k$  und mit zusätzlichem Hinblick auf die berechneten Werte scheint sich die benutzte Formel aus der Auswertung, (29), umgerechnet in Frequenzen zu bestätigen. Jedoch zeigt sich auch hier ein Abweichen der Theoriewerte bei kleinen  $C_k$  bis zu 1,65%. Im letzten Aufgabenteil werden die Fundamentalfrequenzen für den Kondensator mit kleinster Kapazität anhand des Frequenzspektrums bestimmt. Die abgelesenen Werte für  $\nu_1$  und  $\nu_2$  stimmen nach Umrechnung in Frequenzen bis auf einen vernachlässigbar kleinen Fehler mit den im vorherigen Aufgabenteil abgelesenen Frequenzen überein. Somit unterliegen die so bestimmten Frequenzen den gleichen systematischen Fehler wie bei der vorherigen Methode. Dementsprechend liefert uns das Frequenzspektrum keine verbesserte Aussage im Hinblick auf die Fundamentalfrequenzen.

# 6 Anhang

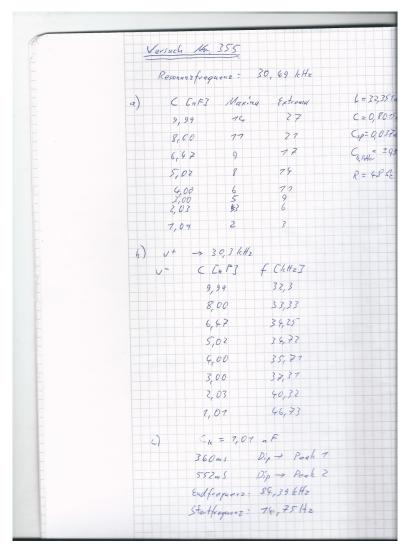


Abbildung 7: Originaldaten.

## Literatur

[1] TU Dortmund. Versuchsanleitung, Versuch Nr. 355. 2015. URL: http://129.217. 224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V355.pdf.