Versuchsprotokoll zum Versuch Nr. XXX

XXX

Johannes Kollek
johannes.kollek@udo.edu

Jean-Marco Alameddine
jean-marco.alameddine@udo.edu

Durchführung: xx.xx.2015

TU Dortmund – Fakultät Physik

1 Zielsetzung

Im Folgenden Experiment wird das Phänomen der Wärmeleitung anhand von mehreren Metallen betrachtet. Dabei soll der zeitliche Temperaturverlauf sowie das Verhalten unter einer periodischen Anregung betrachtet werden. Zudem wird die Wärmeleitfähigkeit mithilfe der Angström-Methode für Aluminium, Messing sowie Edelstahl bestimmt.

2 Theorie

2.1 Herleitung der eindimensionalen Wärmeleitungsgleichung

Existiert an einem Material, beispielsweise einem Metall, eine Temperaturdifferenz zwischen zwei Orten, so findet erfahrungsgemäß ein Temperaturausgleich statt. Dieser findet in einem Metall in Form der Wärmeleitung statt, bei der vornehmlich die frei beweglichen Elektronen die Wärme transportieren. Dementsprechend besitzen Metalle bekanntermaßen eine bessere Wärmeleitfähigkeit κ als Nicht-Metalle.
Für einen Stab, an dem eine Temperaturdifferenz anliegt, wird die in einer Zeit $\mathrm{d}t$ durch einen Querschnitt A fließende Wärmemenge $\mathrm{d}Q$ durch das Verhältnis

$$\mathrm{d}Q = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x} \mathrm{d}t \tag{1}$$

beschrieben, wobei L die Länge des betrachteten Stabs beschreibt. Hieraus lässt sich die Wärmestromdichte j_w als

$$j_w = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \tag{2}$$

definieren.
Es wird außerdem die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho_q}{\partial t} + \nabla \vec{j_w} = 0, \tag{3}$$

betrachtet, wobei ρ_q die spezifische Wärmemenge $\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}V}$ pro Volumen bezeichnet. Die Definition der spezifischen Wärmekapazität

$$c = \frac{\mathrm{d}Q}{m \mathrm{d}T} \tag{4}$$

ergibt, zusammen mit der eindimensionalen Version der Kontinuitätsgleichung, die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \tag{5}$$

Hier beschreibt ρ nun die Dichte des verwendeten Materials, so dass der Vorfaktor als Materialkonstante

$$\sigma_T = \frac{\kappa}{\rho c} \tag{6}$$

zusammengefasst werden kann. Dieser Wert wird auch als Temperaturleitfähigkeit bezeichnet und gibt Aufschluss darüber, mit welcher Geschwindigkeit ein Temperaturausgleich stattfindet.

2.2 Anregen einer Temperaturwelle durch periodische Wärmeanregung

Das periodische Anregen des Körpers mit Wärme führt zu einer sich im Stab ausbreitenden Temperaturwelle

$$T(x,t) = T_{\max} \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}}x\right) \cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}}x\right), \tag{7}$$

wobei die Kreisfrequenz

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{8}$$

von der gewählten Periodendauer der Anregung abhängt. Die entstehende Welle weist eine Phasengeschwindigkeit von

$$v = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{2\kappa\omega}{\rho c}} \tag{9}$$

auf, wobei die Wellenzahl k direkt der oben genannten Wellengleichung entnommen werden kann. Aus der Betrachtung der Dämpfung, also dem Amplitudenverhältnis A_1 zu A_2 an zwei verschiedenen Orten mit Abstand Δx, leitet sich die Wärmeleitfähigkeit

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2 \Delta t \ln \frac{A_1}{A_2}} \tag{10}$$

her. Hierbei beschreibt Δt die Zeit, in der die Welle den Abstand Δx zurücklegt.

2.3 Funktionsweise des Peltierelementes

Die periodische Anregung des Stabes wird mithilfe eines Peltierelementes durchgeführt. Dessen Funktionsweise basiert auf dem Peltier-Effekt, für den zwei Arten von Halbleitern mit unterschiedlichen Energieniveaus benötigt werden. Durch das alternierende Anordnen dieser Elemente und des Anlegen einer Spannung fließt ein Strom. Um in das jeweils nächste Leitungsband eintreten zu können, muss aufgrund der Energiedifferenzen der

Leitungsbänder ebendiese Energie aufgenommen oder abgegeben werden. Dies führt jeweils zu Abkühlung oder Erwärmung der Umgebung und kann somit zur Wärmung oder Kühlung genutzt werden. Die Umkehrung der Richtung des Wärmetransportes kann einfach durch Umpolung der Spannung erreicht werden.

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Aufbau

Gearbeitet wird mit einer Grundplatte wie sie in Abbildung 1 zu sehen ist.

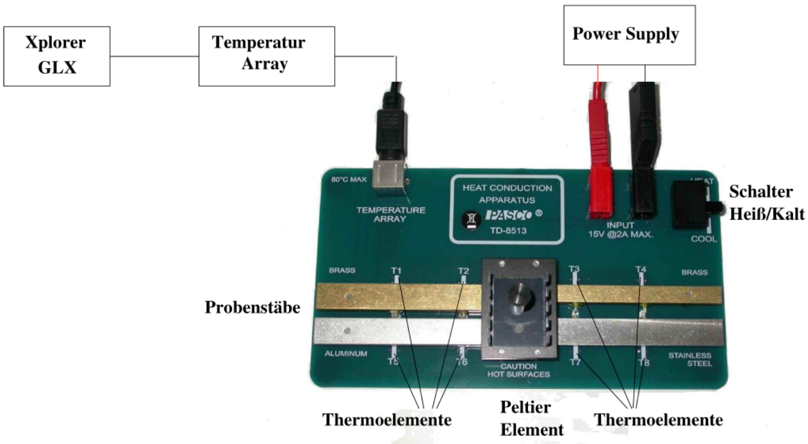

Abbildung 1: Versuchsaufbau zur Untersuchung von Wärmeleitung. [1]

Auf ihr befinden sich vier Probenstäbe, einer aus Aluminium, zwei aus Messing unterschiedlicher Ausdehnung und einer aus Edelstahl. Um diese zu heizen, werden sie einseitig an ein Peltier-Element angeschlossen. Dieses wird an eine Stromquelle angeschlossen. Das Peltier-Element kann bei eingeschalteter Stromquelle je nach Stromrichtung basierend auf dem Peltier-Effekt als Wärmequelle dienen oder der Umgebung Wärme entziehen. Mittels HEAT- und COOL-Kippschalter kann der gewünschte Effekt eingestellt werden. Auf den Probenstäben sind jeweils zwei im Abstand Δx platzierte Thermoelemente, welche alle mit einem Temperaturarray verbunden sind. Über den Xplorer GLX können die Temperaturdaten ausgelesen, geplottet und zum Drucken bereitgestellt werden. Während des Versuchs werden die Probenstäbe über Abdeckkörper aus Schaumstoff hinreichend thermisch isoliert.

3.2 Durchführung

3.2.1 Statische Methode

Zunächst werden die abgedeckten Probenstäbe über das Peltier-Element aufgeheizt, bis das Thermoelement T7 eine Temperatur von etwa $T_7 \approx 45\,°\mathrm{C}$ erreicht. Während dieses Aufheizvorgangs werden alle Temperaturen vom Xplorer GLX aufgenommen. Über ihn werden die Temperaturen T_1 und T_4, und T_5 und T_8 jeweils gegen die Zeit graphisch dargestellt. Ebenfalls werden die Temperaturdifferenzen $T_7 - T_8$ und $T_2 - T_1$ gegen die Zeit abgetragen. Diese Messreihe dient jedoch nur, um qualitative Aussagen über die Wärmeleitfähigkeit der Proben zu gewinnen. Für quantitative Ergebnisse wird das Angström-Verfahren verwendet.

3.2.2 Dynamische Methode: Das Angström-Verfahren

Hierzu werden die Probenstäbe, nachdem sie runtergekühlt worden sind, in einer Periode von $T' = 80\,\mathrm{s}$ aufgeheizt und abgekühlt. Dies geschieht über mindestens zehn Perioden. Die Temperaturverläufe des breiten Messingstabes (T_1, T_2) und des Aluminiumstabes (T_5, T_6) werden nun gegen die Zeit aufgetragen und ausgedruckt. Nach erneutem Kühlen der Proben wird dieses Verfahren mit einer Periode von $T' = 200\,\mathrm{s}$ wiederholt. Diesmal wird der Temperaturverlauf des Edelstahlstabes (T_7, T_8) geplottet. Aus diesen Daten kann auf die Ausbreitungsgeschwindigkeit und somit auf die Wärmeleitfähigkeit der Proben geschlossen werden.

4 Auswertung

Die Materialeigenschaften der auf der Grundplatte verbauten Stäbe werden der Versuchsdurchführung entnommen und in Tabelle 1 angegeben.

Tabelle 1: Materialeigenschaften der Grundplatte. [1]

Material	l / cm	b / cm	h / cm	ρ / kg m^{-3}	c / J kg^{-1} K^{-1}
Messing	9	1.2	0.4	8520	385
Messing	9	0.9	0.4	8520	385
Aluminium	9	1.2	0.4	2800	830
Edelstahl	9	1.2	0.4	8000	400

Zunächst wird die erste Messung, wie in Kapitel 3.2.1 beschrieben, durchgeführt. In Abbildung 2 wird der zeitliche Verlauf für T_1 und T_4 dargestellt, in 3 der zeitliche Verlauf von T_5 und T_8.

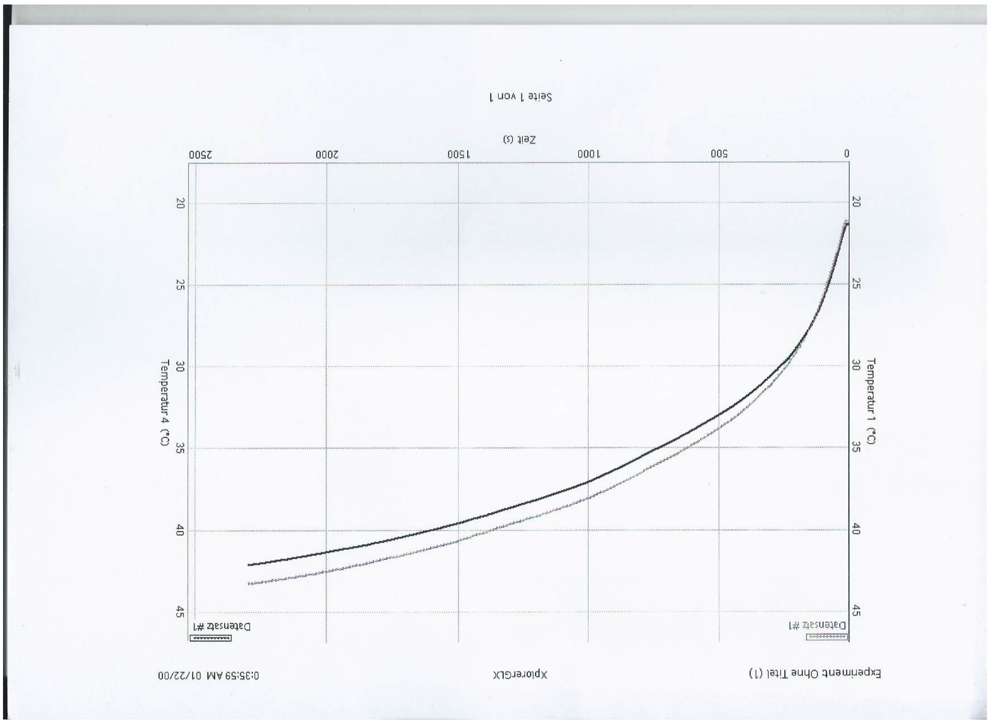

Abbildung 2: Zeitlicher Temperaturverlauf von T_1 und T_4.

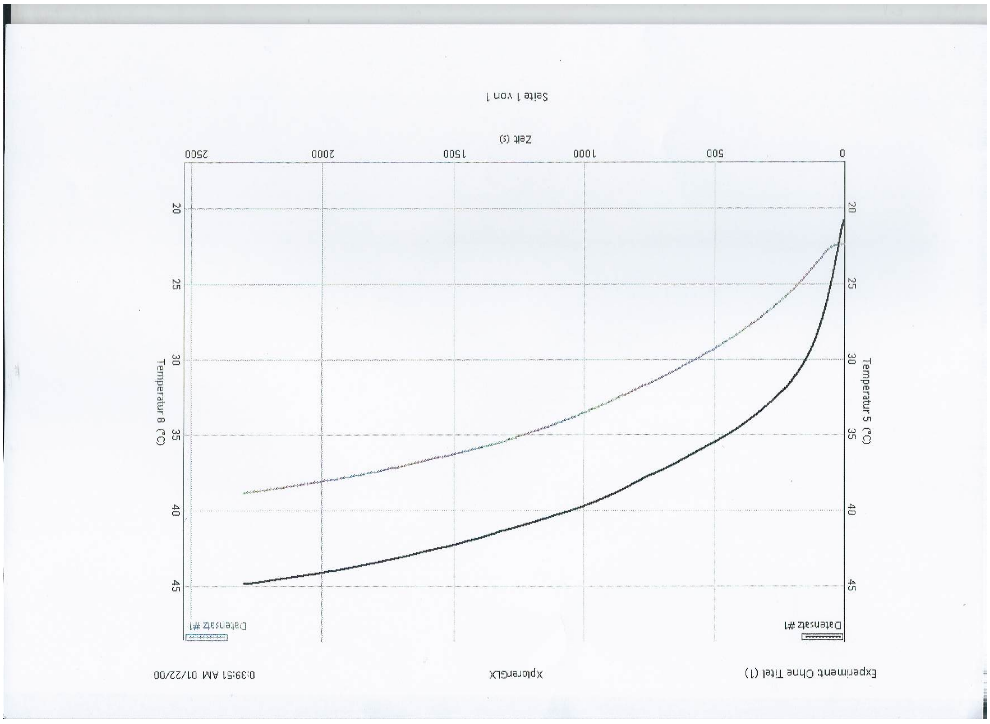

Abbildung 3: Zeitlicher Temperaturverlauf von T_5 und T_8.

Für Abbildung 2 fällt auf, dass beide Graphen eine ähnliche Form aufweisen. Nach ca. 200 s bildet sich eine Temperaturdifferenz, die nach ungefähr 500 s konstant 1 K beträgt. Die Graphen wachsen bis zum Ende der Messung in einer identischen Form weiter. Diese Ähnlichkeiten lassen sich darauf zurückführen, dass es sich um das gleiche Material, nämlich Messing handelt. Die Unterschiede werden durch die Unterschiedlichen Ausmaße verursacht.
Für Abbildung 3 fällt auf, dass der Graph von T_5 eine zu Beginn stärkere Steigung aufweist als der Graph von T_8. Nach einiger Zeit stellt sich eine annähernd konstante Temperaturdifferenz von ca. 6 K ein, welche bis zum Ende der Messung besetehen bleibt. Grund hierfür ist, dass es sich einerseits um Aluminium handelt, welches scheinbar eine bessere Wärmeleitfähigkeit als das andere Material, nämlich Edelstahl, besitzt.
Betrachtet man genauer die Temperaturen, welche für die verschiedenen Messpunkte nach 700 s auftreten, so erhält man

$$
\begin{aligned}
T_1 &= 35.70\,^\circ\mathrm{C}, \\
T_4 &= 34.73\,^\circ\mathrm{C}, \\
T_5 &= 37.26\,^\circ\mathrm{C}, \\
T_8 &= 31.14\,^\circ\mathrm{C}.
\end{aligned}
$$

Diese Werte führen zu der Annahme, dass die beste Wärmeleitfähigkeit bei Aluminium vorliegt, gefolgt von Messing, wobei hier die Wärmeleitfähigkeit von den Maßen abhängt. Die geringste Wärmeleitfähigkeit kann dem Edelstahl zugeordnet werden.
Der Wärmestrom, der zu einem bestimmten Zeitpunkt fließt, kann nach Gleichung 1 berechnet werden. Es werden dafür die Temperaturen T_1 und T_2, also von Messing betrachtet. Die Temperaturdifferenzen können der Abbildung 4 entnommen werden, die weiteren Größen sind

$$
\begin{aligned}
\Delta x &= 0.03\mathrm{m} \\
A &= 0.00005\mathrm{m}^3 \\
\kappa_{\mathrm{Messing}} &= 120\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}
\end{aligned}
$$

wobei Δx, der Abstand der Messstellen, am Aufbau abgelesen wird, der Querschnitt A aus Tabelle 1 errechnet und $\kappa_{\mathrm{Messing}}$ der Literatur entnommen wird. Es ergeben sich somit die in Tabelle 2 angegebenen Wärmeströme für die jeweiligen Messzeiten.

Tabelle 2: Wärmeströme für Messing.

t / s	$\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ / W]
10	-0.06
50	-0.56
200	-0.42
300	-0.36
500	-0.32

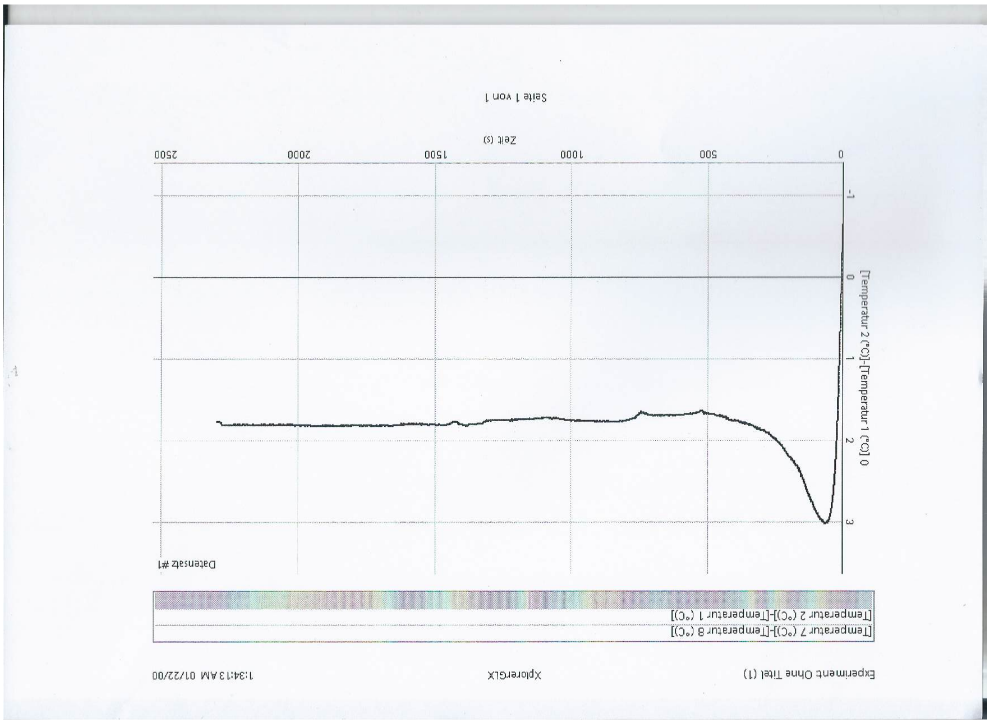

Abbildung 4: Zeitlicher Verlauf der Temperaturdifferenz von T_2 zu T_1.

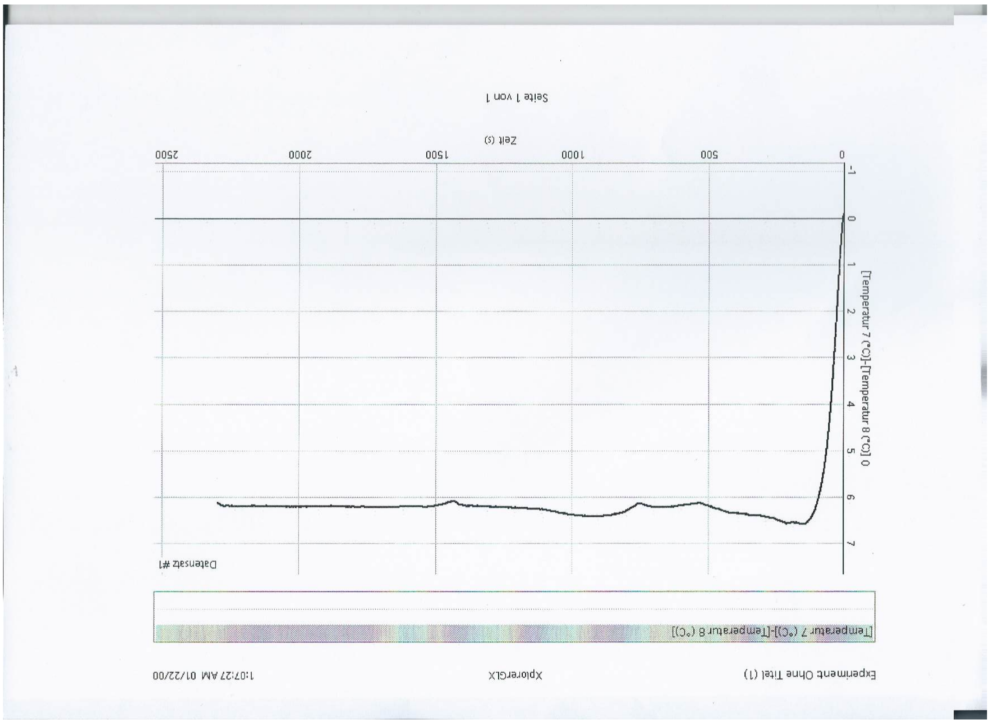

Abbildung 5: Zeitlicher Verlauf der Temperaturdifferenz von T_7 zu T_8.

5 Diskussion

Literatur

[1] TU Dortmund. *Versuch zum Literaturverzeichnis.* 2012. URL: `http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V302.pdf`.