

Versuchsprotokoll zum Versuch Nr. 401

Das Michelson-Interferometer

Johannes Kollek	Jean-Marco Alameddine
johannes.kollek@udo.edu	jean-marco.alameddine@udo.edu

Durchführung: 31.05.2016

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Versuchsziel	3
2	Theorie	3
2.1	Interferenz des Lichtes	3
2.2	Zeitliche Kohärenz	4
2.3	Kohärenzlänge	4
2.4	Wellenlängenmessung mittels Interferenz	5
2.5	Bestimmung eines Brechungsindex über Interferenz	5
3	Fehlerrechnung	6
4	Aufbau und Durchführung	7
4.1	Aufbau	7
4.1.1	Grundlegender Aufbau der Michelson-Interferometers	7
4.1.2	Variation der Spiegelabstände	7
4.1.3	Variation des Mediums	7
4.1.4	Detektion der Interferenzeffekte	8
4.2	Durchführung	9
4.2.1	Bestimmung der Wellenlänge des verwendeten Lasers	9
4.2.2	Bestimmung des Brechungsindex	9
5	Auswertung	10
5.1	Bestimmung der Wellenlänge des Laserlichtes	10
5.2	Bestimmung der Brechungsindizes von Gasen	10
6	Diskussion	12
	Literatur	13

1 Versuchsziel

Das Ziel des Experiments ist es, die Wellenlänge eines Lasers und die Brechungsindizes zweier Gase mit Hilfe eines Michelson-Interferometers zu bestimmen.

2 Theorie

In letzter Zeit ist es Wissenschaftlern gelungen, Gravitationswellen nachzuweisen. Hierzu wurde ein Michelson-Interferometer benutzt, da es dazu geeignet ist, Wellenlängen, sowie deren absolute Änderung zu messen. Zusätzlich können auch Brechungsindizes gemessen werden. Das Michelson-Interferometer selbst stützt sich auf das Interferenzprinzip, auf welches im Folgenden weiter eingegangen wird.

2.1 Interferenz des Lichtes

Im Allgemeinen kann Licht als elektromagnetische Welle der Form

$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 \exp(i(\vec{k}\vec{x} - \omega t - \delta)), \quad (1)$$

mit Ort \vec{x} und Zeit t , sowie Wellenvektor \vec{k} , Frequenz ω und Phasenkonstante δ , angenommen werden, wobei sie sich nur in ihrer Intensität

$$I \propto |\vec{E}|^2 \quad (2)$$

messbar macht. Da diese elektromagnetischen Wellen den Maxwell-Gleichungen unterliegen, gilt die lineare Superposition, wodurch sich zwei Wellen einfach addieren lassen. Aus Gründen der Messbarkeit muss hier jedoch auf ein zeitliches Mittel zurückgegriffen werden, wodurch sich für die gesamte Intensität I_{ges} der Ausdruck

$$I_{\text{ges}} \propto \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} (|\vec{E}_1 + \vec{E}_2|)^2(x, t) dt \quad (3)$$

ergibt. Dabei muss darauf geachtet werden, dass die Periodendauer $T = 2\pi/\omega$ klein gegenüber der Länge des Messintervalls ist. Somit ergibt sich für zwei Lichtwellen der Form (1), welche sich nur in ihrer Phase unterscheiden,

$$I_{\text{ges}} \propto 2\vec{E}_0^2 (1 + \cos(\delta_2 - \delta_1)). \quad (4)$$

Hierbei spiegelt der Cosinus den Interferenzterm wieder. Erkennbar ist, dass, wenn der Phasenunterschied $(\delta_2 - \delta_1)$ ungerade Vielfache von π beträgt, es zur Auslöschung der beobachtbaren Intensität kommt. Dies wird als destruktive Interferenz bezeichnet. Ein Kernkriterium, unter dem Interferenzerscheinungen beobachtbar werden, ist die Kohärenz der beiden Lichtbündel.

2.2 Zeitliche Kohärenz

Zwei Wellen sind zueinander kohärent, wenn sie, abgesehen von einer zeitlich konstanten Phasendifferenz, das selbe Schwingungsmuster in ihrem Zug aufweisen. Diese Voraussetzung ist im Allgemeinen nicht gegeben: Licht entsteht durch eine zeitlich begrenzte Emission durch angeregte Atome. Dabei ist jedoch zu beachten, dass bei normalen Lichtquellen, wie zum Beispiel Glühlampen, die Emission durch verschiedene Atome zeitlich zufällig und unabhängig voneinander auftritt. Hierdurch sind die Phasendifferenzen im Allgemeinen statistische Funktionen $\delta(t)$ der Zeit. Demnach können die Differenzen verschieden große bzw. kleine Werte annehmen. Daraus folgt, dass der zeitlich gemittelte Cosinus der Phasendifferenz aus dem Interferenzterm,

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \cos(\delta_2(t) - \delta_1(t)) dt \approx 0, \quad (5)$$

verschwindet und die Interferenzeffekte nicht mehr beobachtbar sind. Deswegen bildet sich bei alltäglichen Lichtquellen im allgemeinen kein Interferenzmuster aus, d.h. die Lichtquellen sind inkohärent.

Kohärentes Licht kann etwa mit einem Laser erzeugt werden. Die Atome im Inneren des Lasers werden gezielt so angeregt, dass die Phasendifferenzen konstant sind und monochromatisches, kohärentes Licht entsteht.

2.3 Kohärenzlänge

Um Interferenzerscheinungen zu beobachten, kann das Licht einer einzigen Lichtquelle aufgespalten und wieder zusammengeführt werden. Dies ist schematisch in Abbildung 1 dargestellt.

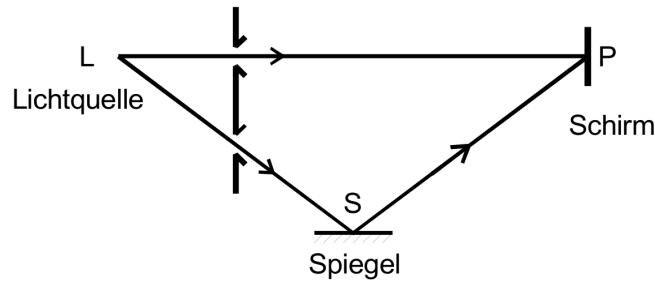


Abbildung 1: Aufspaltung und Zusammenführung eines Lichtbündels (1).

Beträgt die Differenz der beiden Wege nun ungeradzahlige Vielfache der halben Wellenlänge,

$$\Delta = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (6)$$

so kommt es zu Auslöschungseffekten am Punkt P. Wichtig ist dabei der Begriff der Kohärenzlänge l . Bei der grundlegenden Lichterzeugung durch angeregte Atome dauert der Emissionsvorgang eine beschränkte Zeit. Dementsprechend besitzt der Wellenzug eine endliche Länge, das Passieren dieses Wellenzuges entspricht einer bestimmten Zeit τ . Wird diese Länge durch die Wegdifferenz überschritten, überlagern sich am Auftreffpunkt P zwei Wellenzüge von unterschiedlichen

Emissionsakten, was bei hinreichend großem Wegunterschied zum Verschwinden des Interferenzeffektes führt. Demnach wird die Kohärenzlänge festgelegt als das Produkt der bei P maximal beobachtbaren Intensitätsmaxima N mit der Wellenlänge λ des Lichtes,

$$l = N\lambda. \quad (7)$$

Laserlicht besitzt dabei, im Gegensatz zu einer herkömmlichen Lichtquelle, eine theoretisch unendliche Kohärenzlänge, wenn bedacht wird, dass der Emissionsakt immer im Gleichtakt vollführt wird.

Zusätzlich kann die Breite der Lichtquelle zur Verhinderung der Interferenzerscheinungen führen, da das von verschiedenen Orten der Lichtquelle emittierte Licht im Allgemeinen durch die verschiedenen Richtungen zum Beobachtungspunkt eine Phasendifferenz besitzt. Der Effekt kann durch die Verwendung eines großen Abstandes zur Lichtquelle oder durch die Verwendung einer kleinen Öffnung minimiert werden.

2.4 Wellenlängenmessung mittels Interferenz

Die Quintessenz dieses Abschnittes lautet, dass sich die Wellenlänge einer Lichtquelle über eine Aufspaltung des Lichtes auf verschieden lange Wege, wobei einer um eine Strecke Δl variiert wird, und anschließender Zusammenführung der Strahlen durch eine Zählung der entstehenden Interferenzmaxima bestimmen lässt. Dies genügt der Gleichung

$$\Delta l = N \frac{\lambda}{2}, \quad (8)$$

bei der N die gezählten Interferenzmaxima beschreibt.

2.5 Bestimmung eines Brechungsindex über Interferenz

Befindet sich die Messapparatur in einem Medium, herrscht auf jeder Wegstrecke der Brechungsindex n . Wird ein anderes Medium der Dicke b einem Strahlengang in den Weg gesetzt, durchläuft das Licht auf diesem Ast eine zusätzliche effektive Weglänge von $b\Delta n$. Dadurch lässt sich bei bekannter Wellenlänge die Änderung des Brechungsindex Δn ,

$$b\Delta n = N \frac{\lambda}{2}, \quad (9)$$

beschreiben. Zur Berechnung des Brechungsindex unter Normalbedingungen wird die Formel

$$n(p_0, T_0) = 1 + \Delta n(\Delta p) \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{\Delta p} \quad (10)$$

verwendet, bei der p_0 den Normaldruck und T_0 die Normaltemperatur beschreibt. Wird diese Formel durch den Ausdruck (9) ergänzt ergibt sich

$$n(p_0, T_0) = 1 + \frac{N\lambda}{2b} \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{\Delta p}, \quad (11)$$

wobei λ die Wellenlänge des Lasers und b die Länge des Gasbehälters ist, welchen das Laserlicht passiert.

3 Fehlerrechnung

Im folgenden Kapitel werden die wichtigsten Formeln der Fehlerrechnung aufgelistet, welche für die folgende Versuchsauswertung benötigt werden. Der Mittelwert \bar{x} einer Messgröße x bei einer Gesamtanzahl von N Messungen berechnet sich zu

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (12)$$

Der Fehler des Mittelwertes berechnet sich zu

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (13)$$

Für die Fehlerrechnung wird bei allen folgenden Rechnungen das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n\right)^2} \quad (14)$$

für eine Funktion $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, bei der die Größen x_1, x_2, \dots, x_n mit ihren Ungenauigkeiten $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ voneinander unabhängig sind, verwendet.

4 Aufbau und Durchführung

4.1 Aufbau

Das im vorliegenden Versuch verwendete Michelson-Interferometer ist in Abbildung 2 schematisch dargestellt.

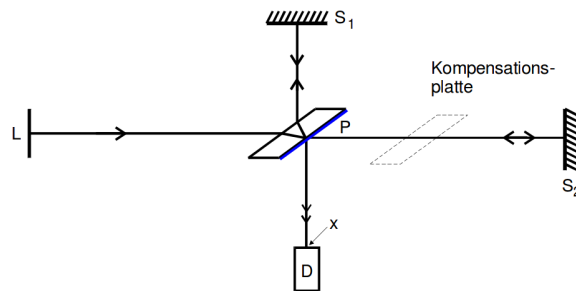


Abbildung 2: Schematischer Aufbau eines Michelson Interferometers (1).

4.1.1 Grundlegender Aufbau der Michelson-Interferometers

Ein Lichtstrahl, welcher hier durch einen Laser erzeugt wird, wird vom Ort L zu einem halbdurchlässigen Spiegel am Ort P gelenkt. Durch die Eigenschaften des halbdurchlässigen Spiegels wird der erste Teil des Strahls zum Spiegel S_1 reflektiert und der restliche Teil zum Spiegel S_2 durchgelassen. Beide Strahlen werden nun an jeweiligen Spiegel reflektiert, der erste Strahl kann nun wieder eine Reflexion an P erfahren oder durchgelassen werden: In diesem Fall endet der Lichtstrahl am Detektor D . Beim zweiten Strahl, der vom Spiegel S_2 kommt, können ebenfalls beide Fälle auftreten. Im Falle einer Reflexion jedoch tritt nun eine Phasenverschiebung von $\frac{\lambda}{2}$ auf und der Strahl endet am Detektor. Da der eine Strahl dreimal den semipermeablen Spiegel durchläuft und der andere nur einmal treten Abweichungen auf. Diese werden beseitigt, indem eine Kompensationsplatte mit den gleichen Maßen wie der halbdurchlässige Spiegel P in den Strahlengang von S_2 gesetzt wird. Durch diesen Aufbau wird gewährleistet, dass bei einem identischen Abstand von P zu S_1 und S_2 eine Phasendifferenz der beiden am Detektor ankommenden Strahlen von $\frac{\lambda}{2}$ besteht. Dieser Phasenunterschied kann nun auf verschiedene Weisen beeinflusst werden.

4.1.2 Variation der Spiegelabstände

Die erste Möglichkeit die Wegdifferenz der Strahlen zu variieren, ist die Verschiebung einer der Platten. Dies geschieht mit einem Synchronmotor, welcher über einen Untersetzungshebel den Abstand der Spiegel genau variieren kann. Das exakte Ablesen der Streckendifferenz erfolgt über eine Mikrometerschraube. Der Synchronmotor kann auf verschiedene Geschwindigkeiten eingestellt werden, so dass die Variationsgeschwindigkeit des Abstandes geregelt werden kann.

4.1.3 Variation des Mediums

Eine weitere Möglichkeit zur Erzeugung einer Phasenverschiebung ist das Verändern des Mediums in einem der Strahlengänge. Hierbei erfährt der Lichtstrahl nach Formel (9) eine optische

Weglängenänderung. Hierzu wird eine Messzelle der Dicke b verwendet, bei der sowohl der Druck als auch das Medium an sich variiert werden kann.

4.1.4 Detektion der Interferenzeffekte

Zur Detektion der Interferenzeffekte wird ein Photoelement verwendet, welches eintreffendes Licht als Impuls wahrnimmt. Zum Zählen der in einem Zeitraum auftretenden Maxima und Minima wird dieses Signal verstärkt und in einem elektronischen Zählwerk ausgewertet.

4.2 Durchführung

Bevor die Messung beginnen kann, muss der Spiegel zunächst kalibriert werden. Dazu wird der im Versuch feststehende Spiegel solange eingestellt, bis ein gemeinsamer Punkt des vom Spiegel S_1 sowie vom Spiegel S_2 kommenden Lichtstrahls ausreichender Intensität gefunden werden kann. Dass diese Eigenschaft erfüllt ist, wird simpel durch ein nacheinander stattfindendes Zuhalten der beiden Strahlengänge überprüft. Sobald ein solcher Punkt gefunden ist, wird der Detektor auf diesen ausgerichtet, so dass das Photoelement das Licht aufnimmt. Mithilfe einer Sammellinse wird der Lichtstrahl zudem fokussiert. Beim allen Messungen ist zudem darauf zu achten, dass der Versuchsaufbau nicht durch Berührung des Tisches oder durch Luftzüge in Vibrationen versetzt wird, da ansonsten starke Abweichungen vom Zählwerk gemessen werden die die Messung verfälschen.

4.2.1 Bestimmung der Wellenlänge des verwendeten Lasers

Zur Bestimmung der Wellenlänge des Lasers wird die Weglänge variiert. Dazu wird der Synchronmotor eingestellt und die Anzahl der vom Zählwerk registrierten Impulse in einem bestimmten Wegintervall, welches an der Mikrometerschraube abgelesen werden kann, bestimmt. Es ist dabei darauf zu achten, dass die Geschwindigkeit am Motor nicht zu schnell eingestellt wird, da das Zählwerk die Impulse ansonsten nicht mehr zuverlässig messen kann. Diese Messung wird mehrfach für verschiedene Geschwindigkeiten und für hohe Impulszahlen von ca. 3000 wiederholt.

4.2.2 Bestimmung des Brechungsindex

Zur Bestimmung des Brechungsindex von Luft wird der Druck in der Messzelle variiert. Mithilfe einer handbetriebenen Vakuumpumpe kann der Druck an einem Manometer abgelesen und verändert werden. Zunächst wird ein Niederdruck in der Messzelle erzeugt und danach durch leichtes Öffnen des Ventils ein langsamer Druckausgleich ermöglicht. Zwischen zwei festgelegten Drücken, Druckdifferenz $\Delta p = 0,4 \text{ bar}$, wird die Anzahl der gemessenen Impulse bestimmt. Die Messung wird fünfmal wiederholt.

Zur Bestimmung des Brechungsindex für ein weiteres Gas, hier C_4H_8 , wird die Messzelle zunächst bestmöglich evakuiert. Daraufhin wird sie mit dem Gas gefüllt. Für fünf Messungen wird nun der oben beschriebene Vorgang mit einer Druckdifferenz von $\Delta p = 0,7 \text{ bar}$ wiederholt, wobei die Messzelle jeweils nicht mit Luft, sondern mit dem Gas aus der Gasflasche den Druckausgleich durchführt.

5 Auswertung

5.1 Bestimmung der Wellenlänge des Laserlichtes

Zur Bestimmung der Wellenlänge des Laserlichtes wird die Formel (8) aus der Theorie verwendet. Daher wird die Wellenlänge nach

$$\lambda = 2 \frac{\Delta l}{N} \quad (15)$$

berechnet. Dabei steht Δl für die Verschiebung des Spiegels ausgelöst durch den Motor und N für die gezählten Maxima des Interferenzmusters, die den Detektor während der Verschiebung passieren. Die zusätzliche Wegstrecke wird über eine Verschiebung des Spiegels um die Länge Δx realisiert, die mit einer Übersetzung von 5.046 : 1 in Δl umgesetzt wird. Die Ergebnisse der Messung sind in Tabelle 1 einzusehen.

Tabelle 1: Messdaten bezüglich der Wellenlänge.

Δx / mm	Δl / mm	Maxima	λ / nm
5,330	1,056	3186	663,08
5,330	1,056	3183	663,70
5,090	1,009	3045	662,54
5,030	0,997	3006	663,23
4,680	0,927	3337	555,87
4,680	0,927	3315	559,56
14,020	2,778	4953	1121,92
14,020	2,778	3332	1667,73
6,810	1,350	4080	661,56
6,260	1,241	3747	662,18

Die Wellenlänge wird nach den Formeln (12) und (13) auf den Wert

$$\lambda_{\text{Laser}} = (8 \pm 1) \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

gemittelt.

5.2 Bestimmung der Brechungsindizes von Gasen

Zur Berechnung des Brechungsindex wird die Formel (11) mit den Konstanten

$$p_0 = 1013,2 \text{ mbar},$$

$$T_0 = 273,15 \text{ K und}$$

$$b = 50 \text{ mm}$$

verwendet. Die Messwerte und entsprechenden Ergebnisse der Messung des Brechungsindex von Luft sind in Tabelle 2 aufgeführt.

Gemittelt ergibt sich daher für den Brechungsindex von Luft der Wert

$$n_{\text{Luft}} = 1,00035 \pm 0,00005,$$

Tabelle 2: Messdaten bezüglich des Brechungsindex von Luft.

Maxima	Δp / bar	n
16	0,4	1,00035
16	0,4	1,00035
16	0,4	1,00035
17	0,4	1,00037
17	0,4	1,00037

Tabelle 3: Messdaten bezüglich des Brechungsindex von C_4H_8 .

Maxima	Δp / bar	n
93	0,7	1,00115
119	0,7	1,00147
126	0,7	1,00156
128	0,7	1,00158
134	0,7	1,00166

wobei für die Fehlerrechnung die Gaußsche Fehlerfortpflanzung (14) verwendet wurde.

Die Messergebnisse für C_4H_8 sind in Tabelle 3 dargestellt.

Daraus lässt sich ein Mittelwert von

$$n_{C_4H_8} = 1,0015 \pm 0,0002$$

berechnen.

6 Diskussion

Die Messergebnisse, sowie Literaturwerte und Abweichungen sind im Folgenden nochmals dargestellt (2) (3).

$$\lambda_{\text{Laser}} = (8 \pm 1) \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Tabelle 4: Messergebnisse der Auswertung des Versuchs.

Gas	n	Δn	n_{lit}	$\delta n / \%$
Luft	1.000355	0.00005	1.000292	0.006
C ₄ H ₈	1.001484	0.00023	1.381100	27.486

Zunächst ist der unverhältnismäßig große Wellenlängenwert für das verwendete rote Laserlicht, sowie dessen hohe Unschärfe auffällig. Die Ursache für diese Abweichungen liegt in den beiden großen, abweichenden Messwerten in Tabelle 1. Da diese im Vergleich einen systematischen Fehler darstellen, werden diese nun vernachlässigt und es ergibt sich ohne deren Berücksichtigung eine deutlich bessere Wellenlänge von

$$\lambda_{\text{Laser,neu}} = (6,4 \pm 0,2) \cdot 10^{-7} \text{ m.}$$

Die beiden abweichenden Werte, zu finden in der siebten und achten Zeile, sind vermutlich deswegen so hoch, da sie bei der höchsten Geschwindigkeit des Schiebers aufgenommen wurden. Bei dieser hohen Geschwindigkeit beginnt die Zahnradkonstruktion zu wackeln, was in einer zu hohen Zählrate endet.

Durch diesen neuen Wert ergeben sich auch verbesserte Werte für die Messung des Brechungsindex für Luft

$$n_{\text{Luft,neu}} = 1,000\,287 \pm 0,000\,009,$$

$$\Delta n_{\text{Luft,neu}} = 0,0005 \, \%.$$

Der ermittelte Wert für C₄H₈ weist trotzdem eine hohe Abweichung im Vergleich zum Literaturwert auf. Während der Messung ist auffällig gewesen, dass der Druck in dem Gasbehälter auch ohne Nutzung der Pumpe permanent dem Normaldruck entgegen strebte. Dieser scheint dementsprechend nicht hinreichend gut abgedichtet zu sein, sodass während der Messung von außen zu viele Luftmoleküle hinein diffundierten, wodurch die Messwerte nach unten hin verfälscht wurden.

Literatur

1. *TU Dortmund - Fachbereich Physik : Anfängerpraktikum Anleitung zum Versuch Nr. 401*, <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V401.pdf>, (6.7.2016).
2. *chemie.de: Brechungsindex Luft*, <http://www.chemie.de/lexikon/Brechzahl.html>, (6.7.2016).
3. *chemicalbook.com: Brechungsindex Buten*, http://www.chemicalbook.com/ChemicalProductProperty_DE_CB4763080.htm, (6.7.2016).