

# Versuchsprotokoll zum Versuch Nr. XXX

**XXX**

Johannes Kollek	Jean-Marco Alameddine
johannes.kollek@udo.edu	jean-marco.alameddine@udo.edu

Durchführung: xx.xx.xxxx

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
1.1	Grundlagen . . . . .	3
1.2	Erzeugung von Ultraschallwellen . . . . .	3
1.3	Anwendungsverfahren . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Fehlerrechnung</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Aufbau und Durchführung</b>	<b>6</b>
3.1	Aufbau . . . . .	6
3.2	Durchführung . . . . .	7
3.2.1	Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Acryl mittels Impuls-Echo-Verfahren . . . . .	7
3.2.2	Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mit Durchschallungsverfahren . . .	7
3.2.3	Spektrale Analyse und Cepstrum . . . . .	7
3.2.4	Biometrische Untersuchung eines Augenmodells . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>9</b>
4.1	Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Acryl mittels Impuls-Echo-Verfahren .	9
4.1.1	Ausgleichsrechnung zur Bestimmung des systematischen Fehlers . . . . .	10
4.2	Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Acryl mittels Durchschallungs-Methode	10
4.3	Bestimmung des Abschwächungskoeffizienten von Acryl . . . . .	11
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>12</b>
	<b>Literatur</b>	<b>13</b>

# 1 Theorie

## 1.1 Grundlagen

Ultraschalltechnik ist heutzutage sehr präsent in der Medizin und Werkstoffprüfung. Schallwellen im Frequenzbereich von etwa 20 kHz bis 1 GHz, welche oberhalb der menschlichen Hörschwelle liegen, werden Ultraschall genannt. In Gasen und Flüssigkeiten äußern sie sich wegen Druckschwankungen in Longitudinalwellen der Form

$$p(x, t) = p_0 + \nu_0 Z \cos \omega t - kx, \quad (1)$$

wobei  $Z = c \cdot \rho$  die akustische Impedanz des Mediums beschreibt, welche von der Schallgeschwindigkeit (Phasengeschwindigkeit)  $c$  und der Dichte  $\rho$  des Mediums abhängt. Die Phasengeschwindigkeit  $c$  hängt jedoch in Flüssigkeiten von ihrer Kompressibilität  $\kappa$  und Dichte  $\rho$  ab, für sie gilt

$$c_{\text{Fl}} = \sqrt{\frac{1}{\kappa \cdot \rho}}. \quad (2)$$

In Festkörpern bilden sich zusätzlich aufgrund von Schubspannungen Transversalwellen aus. Hier ist die Phasengeschwindigkeit

$$c_{\text{Fe}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3)$$

abhängig von dem Elastizitätsmodul des Festkörpers. In der Regel sind die Phasengeschwindigkeiten der Transversal- und Longitudinalwellen unterschiedlich.

Für die Ultraschalltechnik sind zwei Aspekte relevant. Zunächst, dass die Schallintensität beim Durchlaufen eines Mediums durch Absorption exponentiell abnimmt. Für die Intensität ergibt sich

$$I(x) = I_0 \cdot \exp(\alpha x). \quad (4)$$

Da der Absorptionskoeffizient  $\alpha$  beispielsweise in Luft sehr klein ist, wird in der Medizin oftmals ein Kontaktmittel zwischen Probe und Schallsender eingesetzt.

Der zweite Aspekt ist, dass Schallwellen die gleichen physikalischen Eigenschaften haben wie elektromagnetische Wellen, wie zum Beispiel die Reflexion an Grenzflächen. Wenn eine Ultraschallwelle auf eine Grenzfläche stößt, wird ein Teil reflektiert. Das Verhältnis zwischen reflektierter und einfallender Intensität beschreibt der Reflexionskoeffizient

$$R = \left( \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2, \quad (5)$$

welcher aus den akustischen Impedanzen der beiden Grenzflächen bestimmt wird. Für den Transmissionskoeffizienten gilt  $T = 1 - R$ .

## 1.2 Erzeugung von Ultraschallwellen

Ultraschall kann beispielsweise mit Hilfe des piezo-elektrischen Effekts erzeugt werden. Hierzu wird ein piezoelektrischer Kristall, zum Beispiel Quartz, in einem elektrischen Wechselfeld zu Schwingungen angeregt. Dabei emittiert dieser Ultraschallwellen. Umgekehrt kann der Kristall auch als Empfänger dienen, indem er von Ultraschallwellen angeregt wird.

### 1.3 Anwendungsverfahren

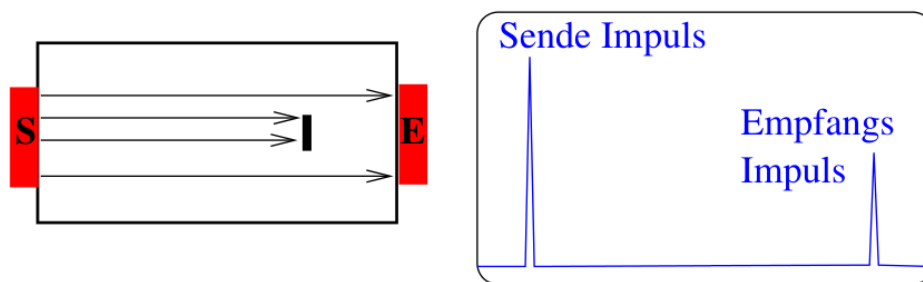
Es wird generell zwischen zwei Methoden unterschieden, dem Durchschallungs-Verfahren und dem Echo-Impuls-Verfahren. Beide basieren auf einer Laufzeitmessung, bei der ein Schallimpuls ausgesendet wird, welcher auf einer definierten Messstrecke nach zu messender Zeit am Empfänger ankommt.

Beim Durchschallungsverfahren, Abbildung 1, wird an einer Seite der Probe ein Schallimpuls eingesendet, welcher am anderen Ende der Probe durch einen Empfänger aufgenommen wird. Befindet sich nun eine Fehlstelle in der Probe, wird ein signifikanter Intensitätsverlust beobachtet. Aussagen über die Position der Fehlstelle können nicht getroffen werden.

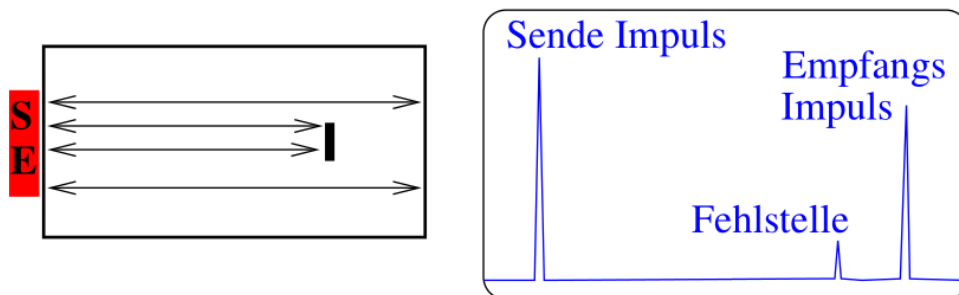
Beim Echo-Impuls-Verfahren, dargestellt in Abbildung 2, dient der Sender gleichzeitig als Empfänger. An Grenzflächen wird die Ultraschallwelle reflektiert und wird dann registriert. Bei einer Fehlstelle wird letztendlich ein vorzeitiges Intensitätsmaximum aufgenommen, welches Aufschluss über die ungefähre Größe und Tiefenposition jener gibt. Für die Tiefe  $s$  gilt der Zusammenhang

$$s = \frac{ct}{2}, \quad (6)$$

sie ist demnach von der Laufzeit  $t$  und der Phasengeschwindigkeit  $c$  abhängig.



**Abbildung 1:** Darstellung des Durchschallungsverfahrens. [2]



**Abbildung 2:** Darstellung des Echo-Impuls-Verfahrens. [2]

## 2 Fehlerrechnung

Im folgenden Kapitel werden die wichtigsten Formeln der Fehlerrechnung aufgelistet, welche für die folgende Versuchsauswertung benötigt werden. Der Mittelwert berechnet sich zu

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (7)$$

Der Fehler des Mittelwertes berechnet sich zu

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} . \quad (8)$$

Die Schätzung der Standardabweichung berechnet sich zu

$$\Delta x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} . \quad (9)$$

Für die Fehlerrechnung wird bei allen folgenden Rechnungen das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n\right)^2} \quad (10)$$

für eine Funktion  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , bei der die Größen  $x_1, x_2, \dots, x_n$  voneinander unabhängig sind, verwendet.

Bei der linearen Regressionsrechnung gilt mit den Parametern  $m$  und  $b$  und der Ausgleichsgerade  $y = mx + b$  der Zusammenhang:

$$m = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad b = \bar{y} - m\bar{x} . \quad (11)$$

Dabei sind  $x_i$  und  $y_i$  linear abhängige Messgrößen. Der Fehler dieser Parameter errechnet sich zudem zu

$$\sigma_m^2 = \frac{\sigma^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} \quad \sigma_b^2 = \frac{\sigma^2 \bar{x}^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} \quad (12)$$

## **3 Aufbau und Durchführung**

### **3.1 Aufbau**

Zur Untersuchung der Materialien mittels Ultraschall wird im vorliegenden Versuch ein Ultraschallechoskop verwendet. An diesem können bis zu zwei Ultraschallsonden unterschiedlicher Frequenzen angeschlossen werden, je nachdem ob das Impuls-Echo-Verfahren oder das Durchschallungsverfahren durchgeführt wird. Der jeweilige Modus kann über einen Schalter an dem Echoskop gewählt werden. Zudem sind weitere Funktionen zur Verstärkung (TGC) und Anpassung der Messung vorhanden. Die gemessenen Daten werden vom Gerät an einen angeschlossenen Computer weitergeleitet, der diese auswertet. Das vorhandene Computerprogramm ist in der Lage, die Signalstärke in Volt in Abhängigkeit von der Zeit graphisch darzustellen (A-Scan). Bei der Eingabe der Schallgeschwindigkeit des untersuchten Mediums kann das Signal zudem in Abhängigkeit der Eindringtiefe dargestellt werden. Mittels Cursor können somit die Signalamplituden und Laufzeiten bzw. Eindringtiefen sowie deren Differenzen möglichst genau bestimmt werden. Zudem existiert ein Modus, der eine schnelle Fourier-Transformation durchführt, so dass das Frequenzspektrum und das Cepstrum der Messdaten dargestellt werden kann.

## **3.2 Durchführung**

### **3.2.1 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Acryl mittels Impuls-Echo-Verfahren**

Mithilfe einer Schieblehre wird die Länge eines Zylinders aus Acrylglas gemessen. Unter Verwendung einer 2 MHz-Sonde wird ein A-Scan durchgeführt, indem die Sonde auf das obere Ende des Zylinders in Richtung des anderen Ende zeigend gesetzt wird. Zur Vermeidung einer zu starken Abschirmung an den Kontaktflächen wird bidestilliertes Wasser als Kontaktmittel zwischen Sonde und Messobjekt verwendet. Die Amplituden des ersten und zweiten gemessenen Impulses sowie deren Laufzeiten werden gemessen. Dabei wird auf eine angemessene Signalstärke von ca. 1 V bis 1,2 V geachtet. Aus der Laufzeitdifferenz und der vorher bestimmten Länge lässt sich die Schallgeschwindigkeit in Acryl bestimmen. Diese Messung wird für mehrere Zylinder unterschiedlicher Länge sowie Kombinationen von ihnen wiederholt. Es wird ein systematischer Fehler aufgrund der endlichen Dicker der Anpassungsschicht der Sonden erwartet.

### **3.2.2 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mit Durchschallungsverfahren**

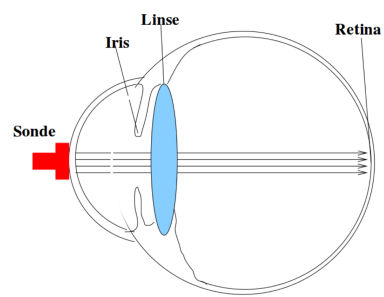
Mithilfe von zwei Sonden, welche an den beiden Enden der Zylinder zueinander gerichtet befestigt werden, wird ein A-Scan durchgeführt. Zur Befestigung wird dabei Koppelgel verwendet. Anhand mehrerer vermessener Zylinder wird dabei anhand der gemessenen Laufzeitdifferenz die Schallgeschwindigkeit in Acryl ermittelt.

### **3.2.3 Spektrale Analyse und Cepstrum**

Zwei Acrylscheiben werden aufeinander gelegt, so dass deren Mehrfachreflexion mittels Impuls-Echo-Verfahren gemessen werden kann. Um eine Vorlaufstrecke zu haben, wird auf diese Scheiben ein Zylinder gelegt, die Elemente werden wiederum mit bidestilliertem Wasser gekoppelt. Die 2 MHz-Sonde wird auf dem Zylinder in Richtung der Acrylscheiben befestigt. Am Computer wird das Spektrum sowie das Cepstrum im Bereich der Mehrfachreflexion berechnet und dargestellt. Aus den Daten kann unter Verwendung der gemessenen Schallgeschwindigkeit die Dicke der Platten ermittelt werden.

### **3.2.4 Biometrische Untersuchung eines Augenmodells**

Mittels Impuls-Echo-Verfahren werden die Abmessungen eines Augenmodells im Maßstab 1:3, schematisch in Abbildung 3 dargestellt, bestimmt. Dazu wird unter Verwendung der 2 MHz-Sonde ein A-Scan erstellt, so dass aus den Laufzeitdifferenzen die Abstände der verschiedenen Augenelemente bestimmt werden kann. Hierbei müssen die unterschiedlichen Schallgeschwindigkeiten in den Abschnitten des Auges berücksichtigt werden.



**Abbildung 3:** Darstellung des verwendeten Augenmodells. [2]



## 4 Auswertung

### 4.1 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Acryl mittels Impuls-Echo-Verfahren

Die Messung der einzelnen Zylinder mittels Schiebelehre ergibt die Zylinderhöhen

$$\begin{aligned}h_1 &= 61,5 \text{ mm}, \\h_2 &= 80,55 \text{ mm}, \\h_3 &= 102,1 \text{ mm}, \\h_4 &= 120,5 \text{ mm}, \\h_5 &= 31,3 \text{ mm}.\end{aligned}$$

Die Durchführung eines Impuls-Echo-Verfahren ergibt die in Tabelle 1 dargestellten Laufzeiten  $\Delta t$  zu den jeweiligen Zylinderhöhen  $h$ . Hierbei werden zunächst alle Zylinder einzeln und zum Schluss zwei Kombinationen aus  $h_5$  und  $h_1$  bzw.  $h_2$  betrachtet. Aus dem Weg-Zeit-Gesetz wird somit die jeweilige Geschwindigkeit des Impulses berechnet, wobei aufgrund der Reflektion die doppelte Weglänge berücksichtigt werden muss. Die Bestimmung der Mittelwertes nach Formel (8) sowie

**Tabelle 1:** Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mittels Impuls-Echo-Verfahren.

$h_{\text{Zylinder}} / 10^{-3} \text{ m}$	$\Delta t / 10^{-6} \text{ s}$	$c_{\text{Acryl}} / \text{ m s}^{-1}$
61,50	44,9	2739,42
80,55	58,3	2763,29
102,10	75,0	2722,67
120,50	87,4	2757,44
92,60	67,8	2731,56
111,85	81,1	2758,32

die Bestimmung des Fehler nach Formel (9) ergibt somit eine gemittelte Schallgeschwindigkeit in Acryl von

$$c_{\text{acryl,e}} = (2745 \pm 15) \text{ m s}^{-1}.$$

Die genauere Betrachtung der ersten Messung ergibt eine Amplitude des ersten Peaks von

$$U_1 = 1,214 \text{ V}$$

sowie eine Amplitude des zweiten Peaks von

$$U_2 = 1,105 \text{ V}.$$

Die Peaks werden zu den Laufzeiten

$$t_1 = 1,3 \mu\text{s}$$

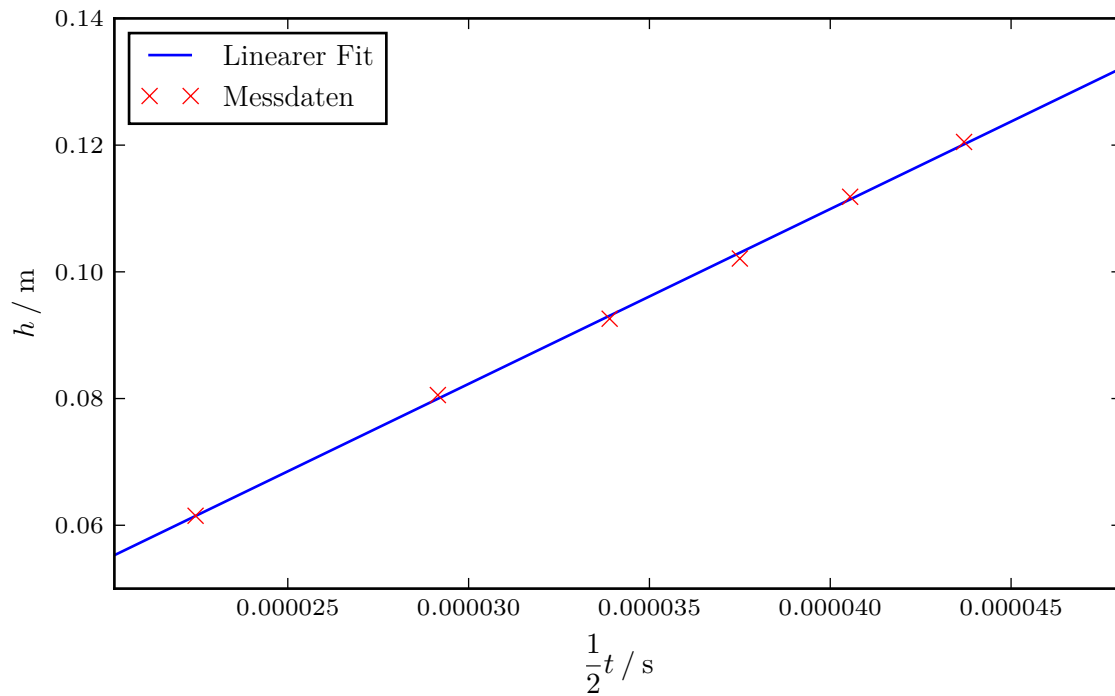
beziehungsweise

$$t_2 = 46,2 \mu\text{s}$$

gemessen. Hieraus ergibt sich die zuvor in Tabelle 1 angegebene Laufzeitdifferenz. Bei Eingabe der berechneten Schallgeschwindigkeit in das Auswertungsprogramm ergibt sich für die Tiefenmessung exakt die mit der Schiebelehre gemessene Länge des Zylinders, was die Funktion des Programmes bestätigt.

#### 4.1.1 Ausgleichsrechnung zur Bestimmung des systematischen Fehlers

Aufgrund der endlichen Dicke der Anpassungsschicht der Sonde tritt ein systematischer Fehler auf. Um diesen zu ermitteln, werden die gemessenen Weglängen gegen die halbierten Laufzeiten aufgetragen und ein linearer Fit durchgeführt. Der Grund der halbierten Laufzeiten ist wiederum die effektive doppelte Weglänge, die zurückgelegt werden muss. Diese wird in Python mit Numpy mittels der Methode der kleinsten Quadrate durchgeführt. Es ergibt sich der in Abbildung 4 dargestellte Graph. Die ermittelten Fitparameter sind dabei



**Abbildung 4:** Ausgleichsrechnung zur Bestimmung der Dicke der Anpassungsschicht.

$$m = (2760 \pm 38) \text{ m s}^{-1}$$
$$b = (-0,0005 \pm 0,0013) \text{ m.}$$

Die Steigung lässt sich hierbei identifizieren als Wert für die Schallgeschwindigkeit in Acryl, der Achsenabschnitt beschreibt den systematischen Fehler, bzw. die Dicke der Anpassungsschicht.

#### 4.2 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Acryl mittels Durchschallungs-Methode

Für die Messungen mit der Durchschallungs-Methode ergeben sich die Werte aus Tabelle 2, wobei die Computer-Software die Messung für größere Zylinder nicht möglich gemacht hat. Mit Hilfe dieser wird die gemittelte Schallgeschwindigkeit in Acryl auf

$$c_{\text{acryl,d}} = (2684 \pm 28) \text{ m s}^{-1}$$

bestimmt.

**Tabelle 2:** Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mittels Durchschallungs-Methode.

$h_{\text{Zylinder}} / 10^{-3}\text{m}$	$\Delta t / 10^{-6}\text{s}$	$c_{\text{Acryl}} / \text{m s}^{-1}$
31,30	11,5	2709,96
61,50	22,8	2697,37
80,55	30,4	2645,32

### 4.3 Bestimmung des Abschwächungskoeffizienten von Acryl

Aus den Werten der Intensitätspeaks und Laufzeiten der Echo-Impuls Messung kann der Schwächungskoeffizient  $\alpha$  nach Gleichung 4 auf die Weise

$$\alpha = \frac{\ln \frac{U_1}{U_2}}{t_1 - t_2} \quad (13)$$

berechnet werden. Somit ergibt sich

$$\alpha = -2095,2 \text{ s}^{-1}.$$

## 5 Diskussion

Die Anpassungsschicht hat laut Literatur eine Dicke von Durchschnittlich 0,5 mm bis zu 2,5 mm.[1]

## Literatur

- [1] Marek Parusel. „Entwurf und Realisierung von Ultraschallwandlern für die Abbildung von spiegelnden Konturen“. Magisterarb. Ruhr-Universität Bochum, 2005, S. 24.
- [2] *TU Dortmund - Fachbereich Physik : Anfängerpraktikum Anleitung zu Versuch Nr. 203.*  
[http://129.217.224.2/HOMEPAGE/Anleitung\\_AP.html](http://129.217.224.2/HOMEPAGE/Anleitung_AP.html). Nov. 2015.