

# **Versuchsprotokoll zum Versuch Nr. 601**

## **Franck-Hertz-Versuch**

Johannes Kollek                            Jean-Marco Alameddine  
johannes.kollek@udo.edu                jean-marco.alameddine@udo.edu

Durchführung: 19.04.2016

TU Dortmund – Fakultät Physik

# **Inhaltsverzeichnis**

<b>1 Theorie</b>	<b>3</b>
1.1 Systematischer Aufbau und die Gegenfeldmethode . . . . .	3
1.2 Störeffekte . . . . .	5
<b>2 Fehlerrechnung</b>	<b>6</b>
<b>3 Aufbau und Durchführung</b>	<b>7</b>
3.1 Aufbau . . . . .	7
3.2 Durchführung . . . . .	8
3.2.1 Bestimmung der integralen Energieverteilung . . . . .	8
3.2.2 Aufnahme der Frank-Hertz-Kurven . . . . .	8
3.2.3 Bestimmung der Ionisierungsspannung . . . . .	8
<b>4 Auswertung</b>	<b>9</b>
4.1 Bestimmung der freien Weglänge . . . . .	9
4.2 Integrale Energieverteilung . . . . .	9
4.3 Interpretation der Franck-Hertz Kurven . . . . .	12
4.4 Bestimmung der Ionisationsenergie . . . . .	13
<b>5 Diskussion</b>	<b>14</b>
<b>Literatur</b>	<b>15</b>
<b>6 Anhang</b>	<b>16</b>

# 1 Theorie

Beim Franck-Hertz-Versuch geht es darum, die Strukturauflösung der Elektronenhülle von Atomen zu untersuchen. Dies erfolgt über ein Elektronenstoßexperiment.

Aus einer Quelle beschleunigte Elektronen stoßen dabei auf Hg-Atome, wobei zwischen zwei Fällen unterschieden wird. Hierbei können elastische und unelastische Stöße zwischen den ausgesandten Elektronen und den Hg-Atomen auftreten.

Der erste Fall führt auf Grund des hohen Massenunterschiedes zu einem hinreichend kleinen Energieverlust, jedoch einer großen Richtungsänderung des Elektrons. In letzterem Fall wird eine diskrete Energiemenge auf ein Hüllenelektron des Hg-Atoms übertragen. Durch diese Energiemenge steigt das Hg-Atom vom ursprünglichen Energiezustand  $E_0$  in einen angeregten Zustand der Energie  $E_1$  auf. Die Information über die Differenz der Energiezustände spiegelt sich in der Differenz der Energie des Stoßpartners in der Gleichung

$$\frac{m_0 \cdot v_{\text{vor}}^2}{2} - \frac{m_0 \cdot v_{\text{nach}}^2}{2} = E_1 - E_0 \quad (1)$$

wieder. Um diese Energiedifferenz zu bestimmen, muss demnach die kinetische Energie des Elektrons vor und nach dem Stoß bekannt sein. Befindet sich nun ein Hg-Atom in einem angeregten Zustand, emittiert es nach einer Relaxationszeit der Größenordnung  $10^{-8}$  s ein Lichtquant der Energie

$$h\nu = E_0 - E_1. \quad (2)$$

Dabei beschreibt  $h$  das Plancksche-Wirkungsquantum und  $\nu$  die Frequenz eben dieses Lichtquants.

## 1.1 Systematischer Aufbau und die Gegenfeldmethode

Der Versuchsaufbau besteht aus einem mit Hg-Dampf gefüllten Glaskorpus, wie in Abbildung 1 dargestellt.

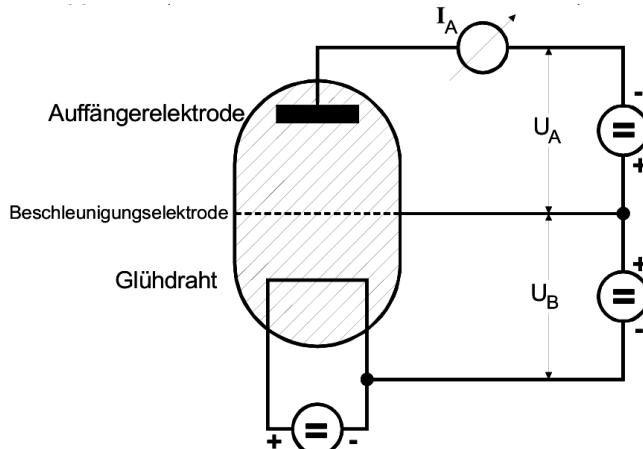


Abbildung 1: Systematischer Aufbau einer Franck-Hertz-Röhre. [2]

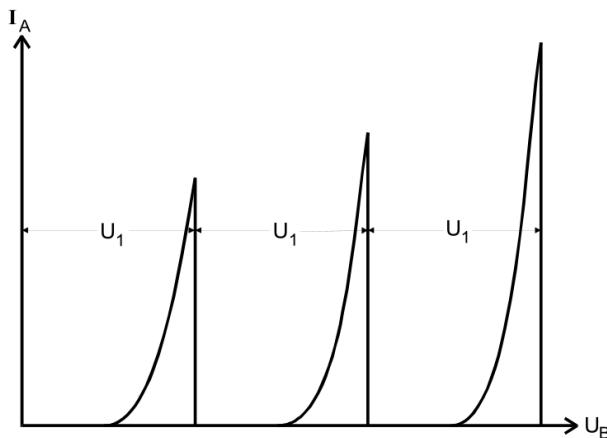
Ein Glühdraht, unten in der Abbildung, dient als Elektronenquelle. Die ausgesandten Elektronen werden durch eine gitterförmige Beschleunigungselektrode in Richtung einer Auffängerelektrode beschleunigt. An der Beschleunigungselektrode angekommen haben die Elektronen eine kinetische Energie von

$$\frac{m \cdot v^2}{2} = eU_B, \quad (3)$$

wenn angenommen wird, dass sie beim Austritt aus dem Glühdraht keine Geschwindigkeit haben. Nach dem Passieren der Beschleunigungselektrode werden die Elektronen abgebremst, da die Auffängerelektrode negativ geladen wird. Es sollen nur die Elektronen ankommen die eine Energie von

$$\frac{m \cdot v^2}{2} \geq eU_A \quad (4)$$

haben. Dieses Verfahren wird als Gegenfeldmethode bezeichnet. Wird nun die Beschleunigungsspannung erhöht, fangen immer mehr Elektronen an, die Auffängerelektrode zu erreichen. Ab einem bestimmten Energiewert, dargestellt in Gleichung 1, der der Anregungsenergie der Hg-Atome entspricht, beginnen sie an Stelle von Elastischen unelastische Stoße mit den Hg-Atomen auszuführen. Bis zu diesem Phänomen steigt die Stromstärke an der Auffängerelektrode an, ehe sie je absinkt, da die Elektronen nun nicht mehr die nötige Energie besitzen, um sie zu erreichen. Bei weiterem Erhöhen der Beschleunigungsspannung steigt die Energie der Elektronen nach dem unelastischen Stoß wieder an, bis sie erneut genug Energie für eben diesen haben. Demnach sollte die Stromstärke der Auffängerelektrode in Abhängigkeit der Beschleunigungsspannung etwa so aussehen wie in Abbildung 2 dargestellt.



**Abbildung 2:** Theoretische Darstellung einer Franck-Hertz-Kurve. [2]

Die Stromstärke ist demnach ein Indikator, ab welcher Beschleunigungsspannung die Atome angeregt werden. Zudem stellt die Differenz  $U_1$ , zwischen den äquidistanten Maxima,

$$U_1 = \frac{1}{e}(E_1 - E_0), \quad (5)$$

multipliziert mit der Elementarladung die Anregungsenergie dar. Tatsächlich sorgen jedoch Störungseffekte für ein Abrunden und Verbreiterung der Kurve, wobei der Abstand zwischen den Maxima mit zunehmender Spannung  $U_B$  leicht zunimmt.

## 1.2 Störeffekte

Ein Störeffekt wird durch das Kontaktpotential ausgelöst. Das Potential zwischen Elektrode und Heizdraht unterscheidet sich von der angelegten Spannung  $U_B$ . Dies passiert, wenn die sich die Austrittsarbeiten der Materialien unterscheiden. Der Vorteil ist, dass bei hohen Temperaturen dadurch für eine hohe Emissionsrate gesorgt ist. Nachteilig ist jedoch, dass die angelegte Spannung

$$U_{B,\text{eff}} = U_B - \frac{1}{e}(\Phi_B - \Phi_G) = U_B - K \quad (6)$$

um das Kontaktpotential  $K$  verschoben wird.

Zudem besitzen die emittierten Elektronen ein Energiespektrum gemäß der Fermi-Dirac-Verteilung. Sie besitzen beim Austreten also unterschiedliche Energien, was zu einer Verbreiterung der Franck-Hertz-Kurve führt, wodurch sich das Maximum nicht mehr so genau lokalisieren lässt. Außerdem äußern sich die verschiedenen Energien darin, dass die Stromstärke nicht mehr auf Null, sondern auf ein Stromminimum absinkt.

Des Weiteren sorgen die in den Richtungsänderungen resultierenden elastischen Stößen zwischen Auffänger- und Beschleunigungselektrode dafür, dass nicht mehr soviele Elektronen ankommen können. Es ist ein weiteres Kriterium, welches eine Abflachung und Verbreiterung erklärt.

Der letzte große Einfluss wird durch den Hg-Dampfdruck ausgelöst. Der Dampfdruck bestimmt letztendlich die Wahrscheinlichkeit, mit der es zu einem Stoßprozess kommt. Damit dies möglichst häufig passiert, aber noch ausreichend viele gemessen werden können, muss die mittlere freie Weglänge  $\bar{w}$  der Atome etwa 1000 bis 4000 mal kleiner sein als der Abstand zwischen Kathode und Beschleunigungselektrode. Für sie gilt

$$\bar{w}[\text{cm}] = \frac{0,0029}{p_{\text{sätt}}} [\text{p in mbar}], \quad (7)$$

wobei

$$p_{\text{sätt}} = \exp(-6876/T), \quad (8)$$

von der Temperatur  $T$  abhängt. Hierbei ist es wichtig ein geeignetes Mittelmaß einzustellen, da bei zu geringem Druck die Elektronen womöglich ohne Stoß die Apparatur durchlaufen und bei zu hohem Druck die Auffängerelektrode nicht erreichen können, da es zu zu starken Richtungsänderungen kommt.

## 2 Fehlerrechnung

Im folgenden Kapitel werden die wichtigsten Formeln der Fehlerechnung aufgelistet, welche für die folgende Versuchsauswertung benötigt werden. Der Mittelwert berechnet sich zu

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (9)$$

Der Fehler des Mittelwertes berechnet sich zu

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (10)$$

Die Schätzung der Standardabweichung berechnet sich zu

$$\Delta x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (11)$$

Für die Fehlerrechnung wird bei allen folgenden Rechnungen das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n\right)^2} \quad (12)$$

für eine Funktion  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , bei der die Größen  $x_1, x_2, \dots, x_n$  voneinander unabhängig sind, verwendet.

Bei der linearen Regressionsrechnung gilt mit den Parametern  $m$  und  $b$  und der Ausgleichsgerade  $y = mx + b$  der Zusammenhang:

$$m = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad b = \bar{y} - m\bar{x}. \quad (13)$$

Dabei sind  $x_i$  und  $y_i$  linear abhängige Messgrößen. Der Fehler dieser Parameter errechnet sich zudem zu

$$\sigma_m^2 = \frac{\sigma^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} \quad \sigma_b^2 = \frac{\sigma^2 \overline{x^2}}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} \quad (14)$$

### 3 Aufbau und Durchführung

#### 3.1 Aufbau

Der Franck-Hertz-Versuch, Abbildung 3, wird in einer Röhre durchgeführt, in der sich zwei Elektroden sowie ein Glühdraht befinden. Der Glühdraht, auf dem eine konstante Heizspannung gegeben wird, dient durch den auftretenden glühelektrischen Effekt als Elektronenquelle. Hierzu wird ein Metall mit einem hohen Schmelzpunkt, beispielsweise Wolfram, verwendet, so dass eine Elektronenwolke entsteht. Diese Elektronen werden zu einer gitterförmigen Beschleunigungsleitung beschleunigt, welche sich in der Mitte der Röhre befindet. Durch Wahl einer passenden Beschleunigungsspannung  $U_B$  kann die Energiezufuhr der Elektronen gesteuert werden. Am Ende des Gefäßes befindet sich zudem eine Auffängerelektrode, welche die Elektronen durch eine zwischen der Beschleunigungs- und Auffängerelektrode anliegenden Spannung  $U_A$  abbremst. Die Anzahl der auftreffenden Elektronen kann mithilfe eines Picoamperemeters anhand des Auffängerstroms  $I_A$  bestimmt werden. Dieses Messgerät verstärkt und wandelt den geringen Eingangsstrom um, so dass dieser als Spannung auf die Y-Achse eines XY-Schreibers gegeben werden kann. Durch das zusätzliche Anlegen von  $U_A$  oder  $U_B$  am X-Eingang wird somit der Eingangsstrom in Abhängigkeit einer variablen Beschleunigungs- oder Bremsspannung graphisch dargestellt.

Zudem ist in der evakuierten Röhre eine geringe Menge Quecksilber platziert, welches je nach gewählter Umgebungstemperatur  $T$  einen variablen Dampfdruck  $p_{\text{sät}}$  besitzt. Die Temperatur wird mittels eines elektronischen Temperaturreglers geregelt und anhand eines zusätzlich angebrachten Thermometers kontrolliert.

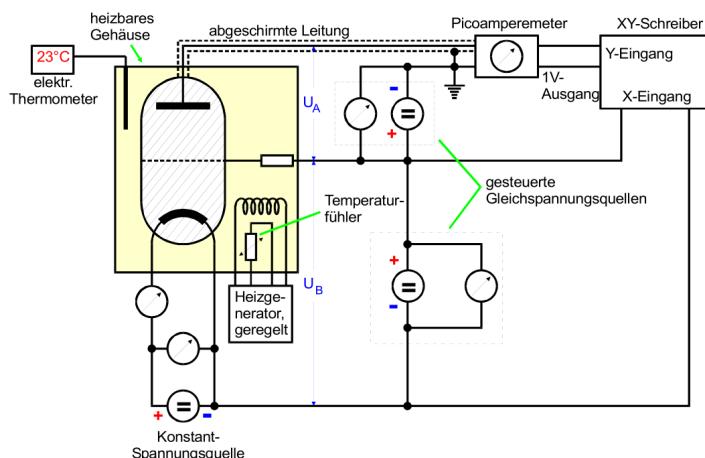


Abbildung 3: Aufbau des Franck-Hertz-Versuchs. [2]

## **3.2 Durchführung**

Zunächst wird das Innere der Röhre auf die gewünschte Temperatur gebracht, indem der Temperaturregler hochgestellt wird. Dies resultiert in einem ansteigenden Heizstrom. Sobald die gewünschte Temperatur erreicht ist, wird der Temperaturregler heruntergeregt, so dass der Heizstrom wieder abnimmt und die Temperatur konstant gehalten wird. Der XY-Schreiber wird vor jedem Versuchsabschnitt justiert, so dass die gewünschten Messbereiche graphisch dargestellt werden können.

### **3.2.1 Bestimmung der integralen Energieverteilung**

Um die Energieverteilung der Elektronen zu bestimmen wird die Beschleunigungsspannung auf einen konstanten Wert von  $U_b = 11\text{ V}$  eingestellt, die Bremsspannung wird von  $0\text{ V}$  bis zu einem Verschwinden des Auffängerstroms durchlaufen. Der Strom wird hierbei auf die Y-Achse, die Bremsspannung auf die X-Achse des XY-Schreibers abgetragen. Es wird eine Messung bei Raumtemperatur sowie eine weitere Messung bei  $140 - 160\text{ }^\circ\text{C}$  durchgeführt.

### **3.2.2 Aufnahme der Frank-Hertz-Kurven**

Bei einer konstanten Bremsspannung von  $U_a = 1\text{ V}$  wird die Beschleunigungsspannung von  $U_b = 0\text{ V}$  bis ca.  $U_b = 55\text{ V}$  durchlaufen. Der Auffängerstrom wird wiederum auf die Y-Achse gegeben, die Beschleunigungsspannung auf die X-Achse. Es werden Kurven zwischen  $160\text{ }^\circ\text{C}$  und  $200\text{ }^\circ\text{C}$  aufgenommen.

### **3.2.3 Bestimmung der Ionisierungsspannung**

Um die Ionisierungsspannung zu ermitteln, wird eine Bremsspannung von  $U_a = -30\text{ V}$  angelegt. Zudem wird die Beschleunigungsspannung erhöht, bis ein starker Ausschlag bei dem Auffängerstrom zu beobachten ist. Dementsprechend wird  $U_b$  auf die X-Achse sowie der Auffängerstrom auf die Y-Achse abgetragen. Der Versuch wird bei  $100 - 110\text{ }^\circ\text{C}$  durchgeführt.

## 4 Auswertung

### 4.1 Bestimmung der freien Weglänge

Zunächst werden die Sättigungsdampfdrücke  $p_{\text{sätt}}$  aus Formel (8) sowie die mittleren Weglängen der Elektronen aus Formel (7) für die verschiedenen Temperaturen, bei denen die Experimente durchgeführt werden, bestimmt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 angegeben. Bei der hier

**Tabelle 1:** Bestimmung der Sättigungsdampfdrücke sowie der mittleren Weglängen.

T / K	$p_{\text{sätt}} / 10^{-3}\text{bar}$	$\bar{w} / 10^{-3}\text{m}$
299,25	0,006	5,024
418,65	4,050	0,007
434,15	7,279	0,004
451,15	13,221	0,002
379,75	0,753	0,039

verwendeten Apparatur beträgt der Abstand zwischen Kathode und Beschleunigungselektrode etwa 1 cm. Dies bedeutet, dass die mittlere Weglänge im Mikrometerbereich liegen sollte. Folglich können gute Franck-Hertz-Kurven bei einer Temperatur von 400 K bis 450 K aufgenommen werden.

### 4.2 Integrale Energieverteilung

Wie in der Durchführung beschrieben wird eine feste Beschleunigungsspannung von  $U_b = 11\text{ V}$  gewählt, und der Auffängerstrom gemessen. Um nun die integrale Energieverteilung beschreiben zu können, werden mehrere Spannungswerte  $U_a$  gegen den dazugehörigen Wert

$$\Delta I_a := I_a(U_a) - I_a(U_a + \Delta U_a) \quad (15)$$

abgetragen. Dementsprechend beschreibt dieser Zusammenhang nach der Formel (3) die Energieverteilung, da eine hohe Änderung von  $I_a$  einer hohen Anzahl von Elektronen entspricht, die ebendiese kinetische Energie besitzen und nun durch die Bremsspannung aufgehalten werden. Zur Bestimmung der Spannungsdifferenzen werden die Werte

$$\begin{aligned} \Delta U_{a,1} &= 0,394\text{ V} \\ \Delta U_{a,2} &= 0,292\text{ V} \end{aligned}$$

verwendet. Die Ergebnisse sind in den Tabellen 2 und 3 angegeben sowie in den Abbildungen 4 und 5 graphisch dargestellt. Auf eine Betrachtung der Messfehler wird hier verzichtet, da die Ablesefehler aus dem Diagramm einen größeren Faktor darstellen.

**Tabelle 2:** Messwerte für die Integrale Energieverteilung bei  $T = 26,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

$U_a/\text{V}$	$\Delta I_a / 10^{-9}\text{A}$
0,00	26,68
1,18	26,68
2,36	26,68
3,55	30,02
4,73	36,69
5,91	46,69
7,09	73,37
7,49	83,38
7,88	153,41
8,27	30,02
9,46	0,00

**Tabelle 3:** Messwerte für die Integrale Energieverteilung bei  $T = 145,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

$U_a/\text{V}$	$\Delta I_a / 10^{-9}\text{A}$
0,00	0,88
0,58	0,80
1,17	0,70
1,75	0,65
2,34	0,53
2,63	0,48
2,92	0,35
3,21	0,25
3,50	0,15
3,80	0,05
4,38	0,00
4,96	0,00
5,55	0,00
6,13	0,00

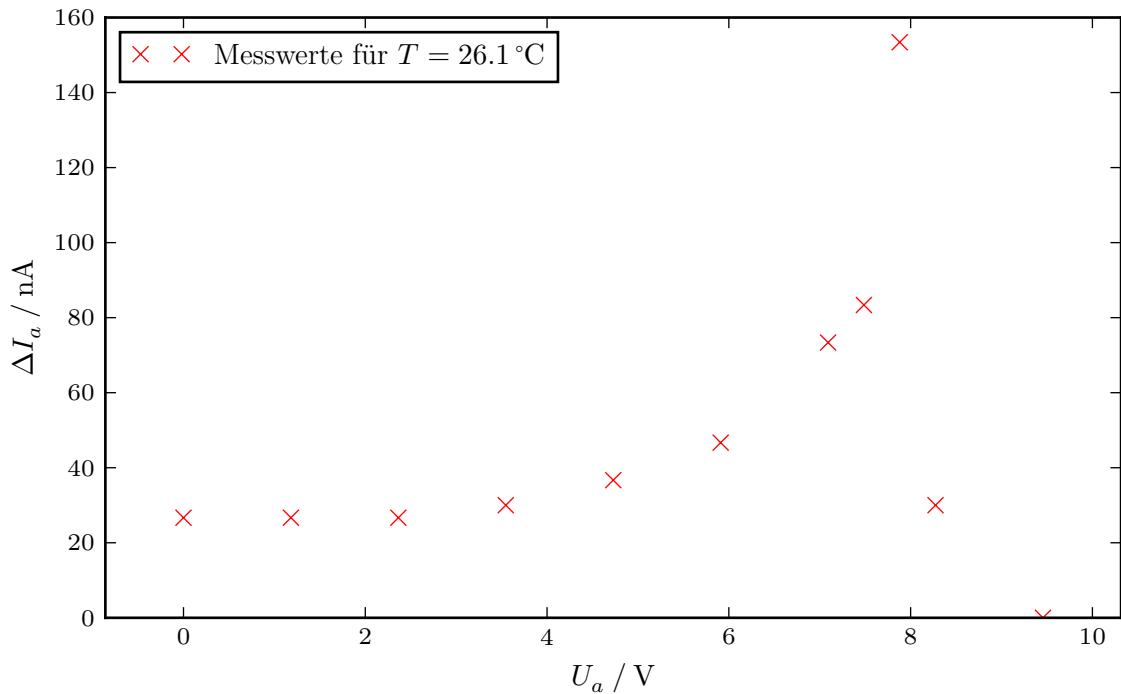


Abbildung 4: Messdaten für die Integrale Energieverteilung.

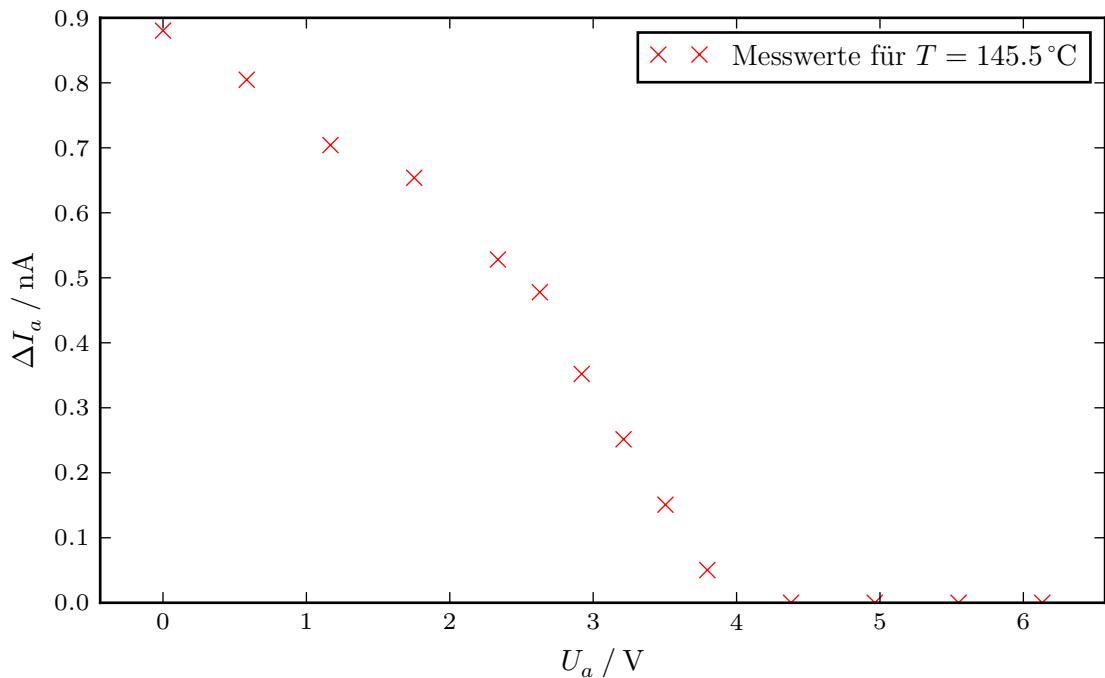


Abbildung 5: Messdaten für die Integrale Energieverteilung.

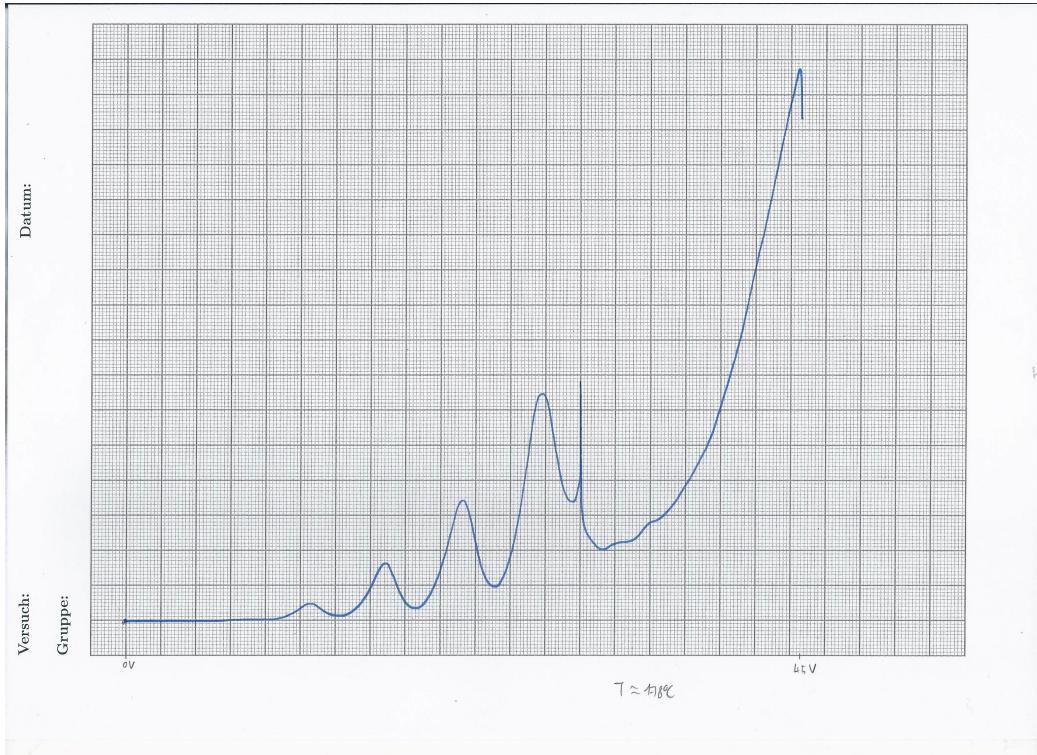
Für die erste Messung ist auffällig, dass ein Peak bei ca.  $U_{\text{grenz}} = 7,9 \text{ V}$  existiert. Da die Beschleunigungsspannung größer als diese effektive Elektronenenergie nach Durchlaufen des elektrischen Feldes ist, kann man von einem sich hier auswirkenden Kontaktpotential ausgehen. Dieses beträgt dementsprechend ca.  $K = 3,1 \text{ V}$ .

In der zweiten Messung ist kein Peak mehr zusehen, da dort inelastische Stöße auftreten, wodurch

die Elektronen nicht mehr genug Energie haben um die Auffängerelektrode zu erreichen.

### 4.3 Interpretation der Franck-Hertz Kurven

Die aufgenommene Franck-Hertz-Kurve bei  $T = 451,15\text{ K}$  ist in Abbildung 6 wiedergegeben.



**Abbildung 6:** Franck-Hertz-Kurve bei  $T = 451,15\text{ K}$ .

Die ablesbaren Maxima befinden sich bei

$$U_1 = 12,4\text{ V}$$

$$U_2 = 17,3\text{ V}$$

$$U_3 = 22,5\text{ V}$$

$$U_4 = 27,8\text{ V}.$$

Der gemittelte Abstand der Maxima beträgt entsprechend der Mittelwertsrechnung (Fehler des Mittelwertes)

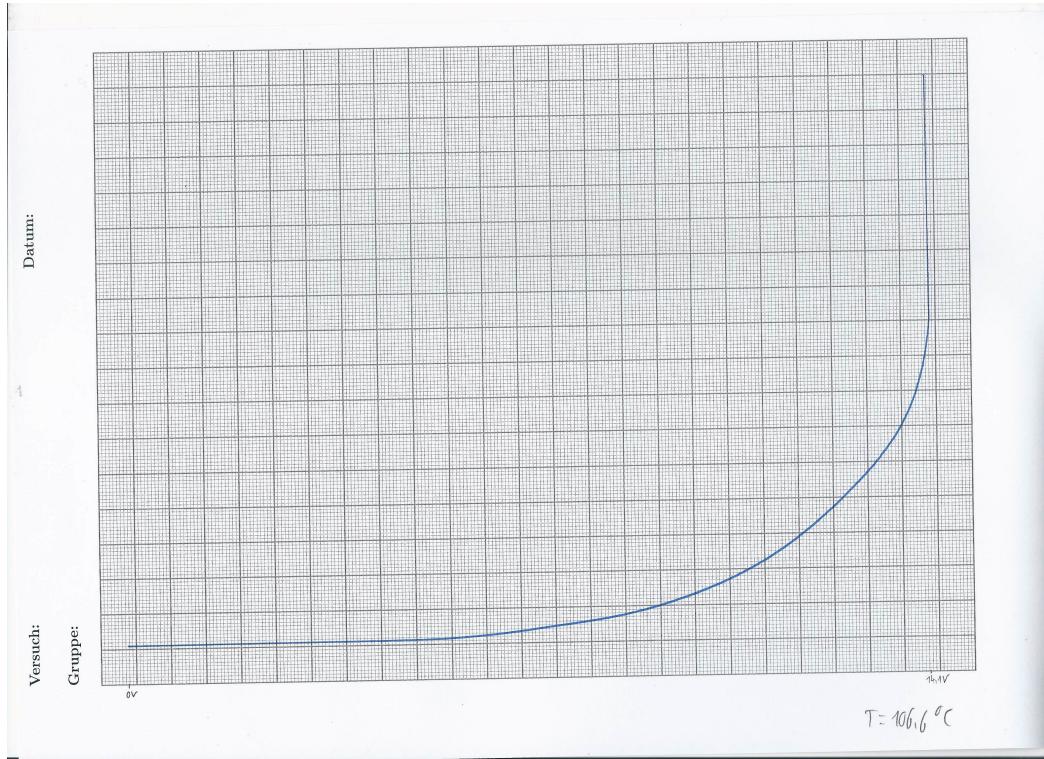
$$\Delta U = (5,1 \pm 0,2)\text{ V}.$$

Nach der Formel (2) beträgt die Wellenlänge  $\lambda$  der emittierten Strahlung (Gaußsche Fehlerfortpflanzung)

$$\lambda = (242 \pm 8)\text{ nm}.$$

#### 4.4 Bestimmung der Ionisationsenergie

Die Messkurve bezüglich der Untersuchung der Ionisationsenergie der Quecksilberatome ist in Abbildung 7 dargestellt.



**Abbildung 7:** Ionisationskurve von Quecksilber aufgenommen bei  $T = 309,75 \text{ K}$ .

Für die Position des Peaks, welcher bei  $U = 14,1 \text{ V}$  zu sehen ist, gilt

$$U_{\text{peak}} = U_{\text{Ion}} + K. \quad (16)$$

Mit dem in Kapitel 4.2 bestimmten Wert für  $K$  folgt somit, dass die Ionisationsenergie von Quecksilber etwa

$$E_{\text{Ion}} = 11 \text{ eV}$$

beträgt.

## 5 Diskussion

Die ermittelte Ionisationsenergie des Quecksilbers,

$$E_{\text{Ion}} = 11 \text{ eV},$$

weist im Vergleich zum Literaturwert [1],

$$E_{\text{Ion, Lit}} = 10,438 \text{ eV},$$

eine relative Abweichung von

$$E_{\text{Ion,rel}} = 5,4 \%$$

auf. Dies ist ein Indiz dafür, dass das bestimmte Kontaktpotential von etwa

$$K = 3,1 \text{ V}$$

zutreffend ist.

Im Bezug zur aufgenommenen Franck-Hertz-Kurve stellt sich die Frage, welche Ursache der unerwartete Verlauf nach dem vierten Maximum hat. Da Aufnahmen bei verschiedenen Temperaturen zum gleichen Phänomen führten, liegt die Ursache vermutlich in einem systematischen Fehler des Aufbaus noch ungeklärter Herkunft. Die eindeutig messbaren Maxima, sowie deren Abstände,

$$\Delta U = (5,1 \pm 0,2) \text{ V},$$

kommen dem Literaturwert [3],

$$\Delta U_{\text{Lit}} = 4,9 \text{ eV},$$

mit einer relativen Abweichung von

$$\Delta U_{\text{rel}} = 4,7 \%$$

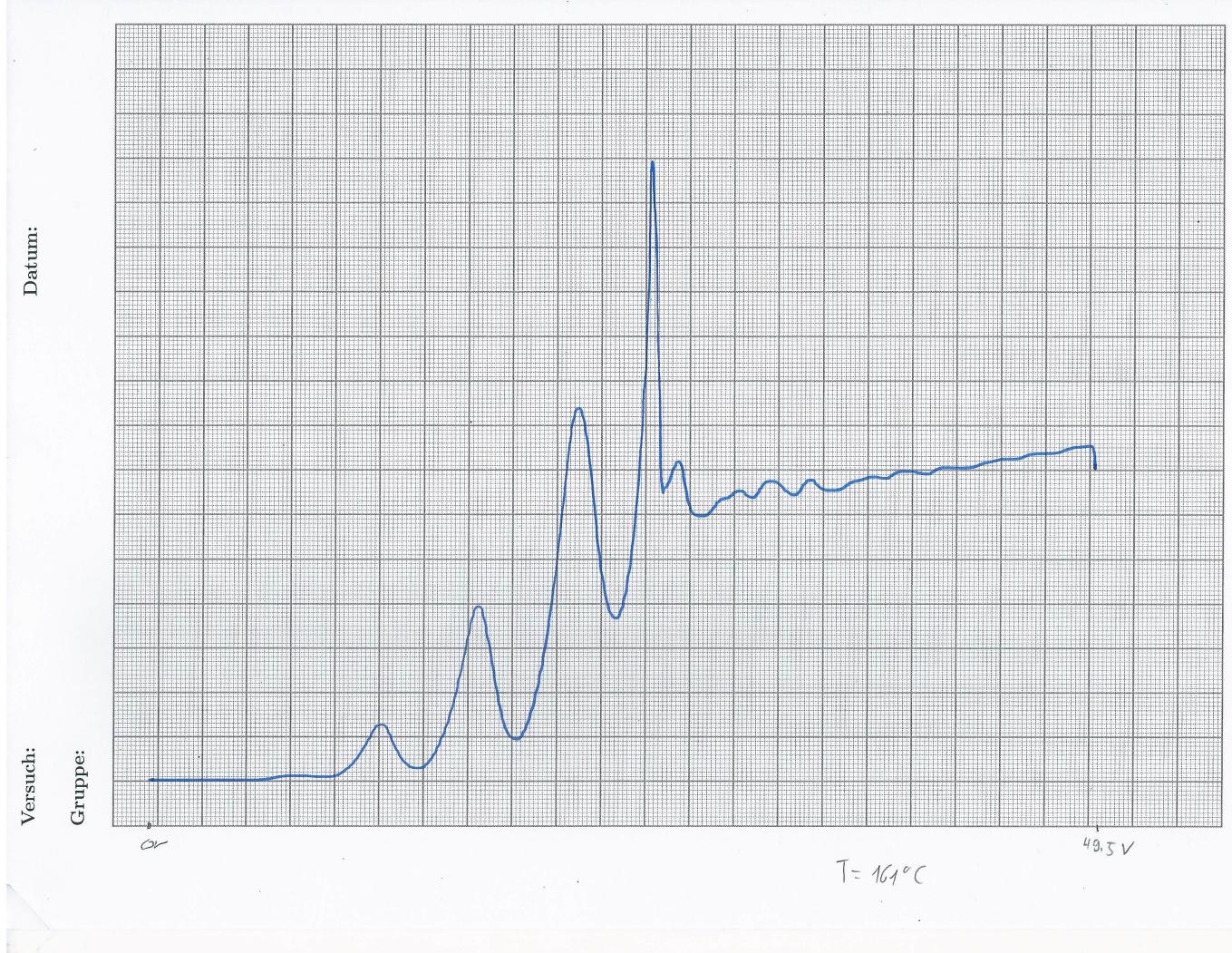
sehr nahe. Die elastischen Stöße, selbst wenn sie zentral sind, sind doch statistisch gleichmäßig verteilt und sorgen demnach nur für eine Verbreiterung der Peaks. Daher können sie vernachlässigt werden.

Insgesamt unterstützt der Versuch eine quantenmechanische Sichtweise auf die Elektronenhülle, zumindest bei Quecksilberatomen.

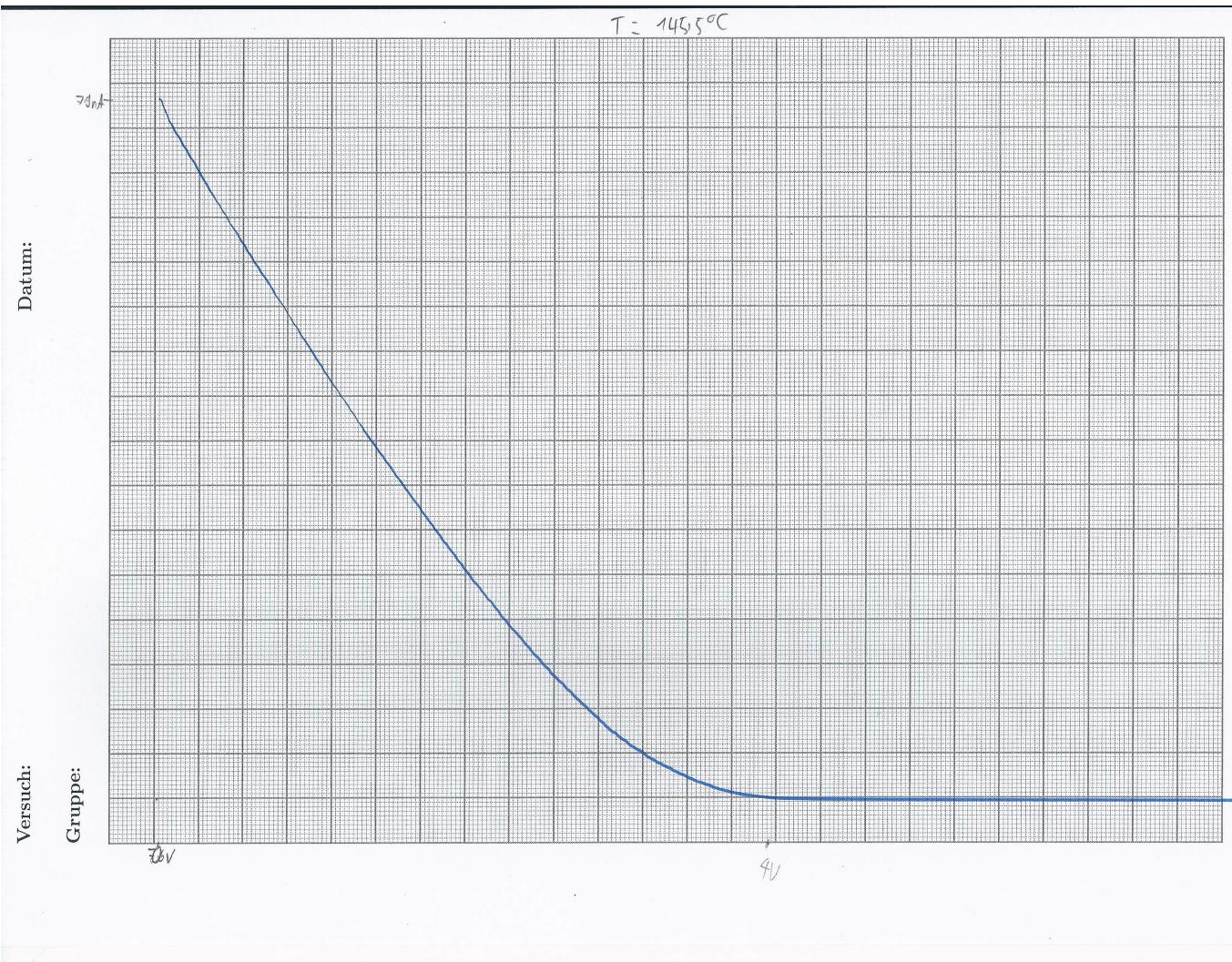
## **Literatur**

- [1] *periodensystem.info; Ionisationsenergie.* <http://www.periodensystem.info/elemente/quecksilber/>. Apr. 2016.
- [2] *TU Dortmund - Fachbereich Physik : Anfängerpraktikum Anleitung zu Versuch Nr. 601.* [http://129.217.224.2/HOME PAGE/Anleitung\\_AP.html](http://129.217.224.2/HOME PAGE/Anleitung_AP.html). Nov. 2015.
- [3] *Uni Goettingen; Anregungsenergie von Quecksilber.* <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/1612>. Apr. 2016.

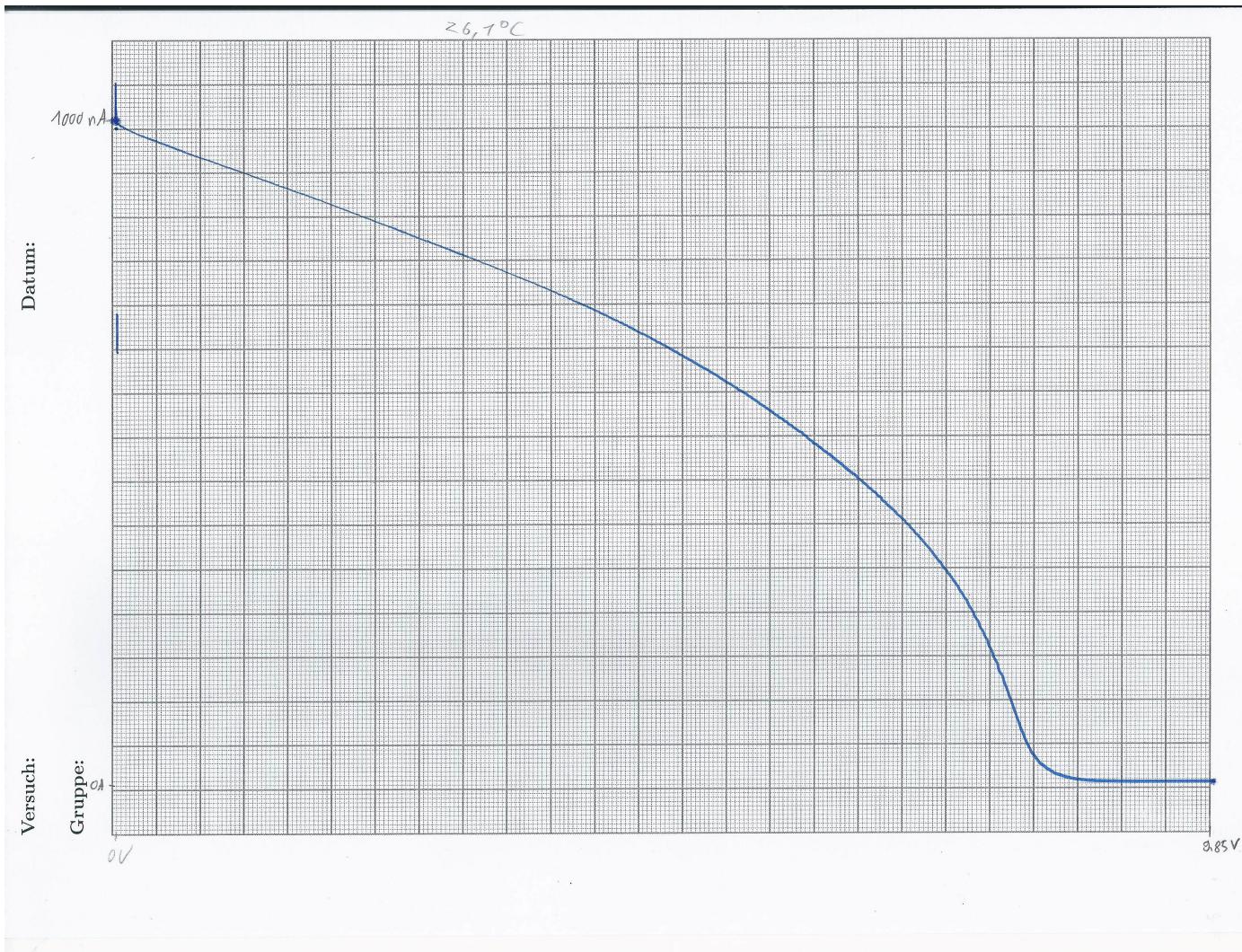
## 6 Anhang



**Abbildung 8:** Originaldaten Teil 1.



**Abbildung 9:** Originaldaten Teil 2.



**Abbildung 10:** Originaldaten Teil 3.