

Versuchsprotokoll zum Versuch US1

Grundlagen der Ultraschalltechnik

Johannes Kollek	Jean-Marco Alameddine
johannes.kollek@udo.edu	jean-marco.alameddine@udo.edu

Durchführung: 03.05.2016

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Grundlagen	3
1.2	Erzeugung von Ultraschallwellen	3
1.3	Anwendungsverfahren	4
2	Fehlerrechnung	5
3	Aufbau und Durchführung	6
3.1	Aufbau	6
3.2	Durchführung	7
3.2.1	Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Acryl mittels Impuls-Echo-Verfahren	7
3.2.2	Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mit Durchschallungsverfahren . . .	7
3.2.3	Spektrale Analyse und Cepstrum	7
3.2.4	Biometrische Untersuchung eines Augenmodells	7
4	Auswertung	9
4.1	Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Acryl mittels Impuls-Echo-Verfahren .	9
4.1.1	Ausgleichsrechnung zur Bestimmung des systematischen Fehlers	10
4.2	Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Acryl mittels Durchschallungs-Methode	10
4.3	Bestimmung des Abschwächungskoeffizienten von Acryl	11
4.4	Bestimmung der Maße der Platten mittels FFT und Cepstrum	11
4.5	Biometrische Untersuchung eines Augenmodells	12
5	Diskussion	14
	Literatur	15

1 Theorie

1.1 Grundlagen

Ultraschalltechnik ist heutzutage sehr präsent in der Medizin und Werkstoffprüfung. Schallwellen im Frequenzbereich von etwa 20 kHz bis 1 GHz, welche oberhalb der menschlichen Hörschwelle liegen, werden Ultraschall genannt. In Gasen und Flüssigkeiten äußern sie sich wegen Druckschwankungen in Longitudinalwellen der Form

$$p(x, t) = p_0 + \nu_0 Z \cos \omega t - kx, \quad (1)$$

wobei $Z = c \cdot \rho$ die akustische Impedanz des Mediums beschreibt, welche von der Schallgeschwindigkeit (Phasengeschwindigkeit) c und der Dichte ρ des Mediums abhängt. Die Phasengeschwindigkeit c hängt jedoch in Flüssigkeiten von ihrer Kompressibilität κ und Dichte ρ ab, für sie gilt

$$c_{\text{Fl}} = \sqrt{\frac{1}{\kappa \cdot \rho}}. \quad (2)$$

In Festkörpern bilden sich zusätzlich aufgrund von Schubspannungen Transversalwellen aus. Hier ist die Phasengeschwindigkeit

$$c_{\text{Fe}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3)$$

abhängig von dem Elastizitätsmodul des Festkörpers. In der Regel sind die Phasengeschwindigkeiten der Transversal- und Longitudinalwellen unterschiedlich.

Für die Ultraschalltechnik sind zwei Aspekte relevant. Zunächst, dass die Schallintensität beim Durchlaufen eines Mediums durch Absorption exponentiell abnimmt. Für die Intensität ergibt sich

$$I(x) = I_0 \cdot \exp(\alpha x). \quad (4)$$

Da der Absorptionskoeffizient α beispielsweise in Luft sehr klein ist, wird in der Medizin oftmals ein Kontaktmittel zwischen Probe und Schallsender eingesetzt.

Der zweite Aspekt ist, dass Schallwellen die gleichen physikalischen Eigenschaften haben wie elektromagnetische Wellen, wie zum Beispiel die Reflexion an Grenzflächen. Wenn eine Ultraschallwelle auf eine Grenzfläche stößt, wird ein Teil reflektiert. Das Verhältnis zwischen reflektierter und einfallender Intensität beschreibt der Reflexionskoeffizient

$$R = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2, \quad (5)$$

welcher aus den akustischen Impedanzen der beiden Grenzflächen bestimmt wird. Für den Transmissionskoeffizienten gilt $T = 1 - R$.

1.2 Erzeugung von Ultraschallwellen

Ultraschall kann beispielsweise mit Hilfe des piezo-elektrischen Effekts erzeugt werden. Hierzu wird ein piezoelektrischer Kristall, zum Beispiel Quarz, in einem elektrischen Wechselfeld zu Schwingungen angeregt. Dabei emittiert dieser Ultraschallwellen. Umgekehrt kann der Kristall auch als Empfänger dienen, indem er von Ultraschallwellen angeregt wird.

1.3 Anwendungsverfahren

Es wird generell zwischen zwei Methoden unterschieden, dem Durchschallungs-Verfahren und dem Echo-Impuls-Verfahren. Beide basieren auf einer Laufzeitmessung, bei der ein Schallimpuls ausgesendet wird, welcher auf einer definierten Messstrecke nach zu messender Zeit am Empfänger ankommt.

Beim Durchschallungsverfahren, Abbildung 1, wird an einer Seite der Probe ein Schallimpuls eingesendet, welcher am anderen Ende der Probe durch einen Empfänger aufgenommen wird. Befindet sich nun eine Fehlstelle in der Probe, wird ein signifikanter Intensitätsverlust beobachtet. Aussagen über die Position der Fehlstelle können nicht getroffen werden.

Beim Echo-Impuls-Verfahren, dargestellt in Abbildung 2, dient der Sender gleichzeitig als Empfänger. An Grenzflächen wird die Ultraschallwelle reflektiert und wird dann registriert. Bei einer Fehlstelle wird letztendlich ein vorzeitiges Intensitätsmaximum aufgenommen, welches Aufschluss über die ungefähre Größe und Tiefenposition jener gibt. Für die Tiefe s gilt der Zusammenhang

$$s = \frac{ct}{2}, \quad (6)$$

sie ist demnach von der Laufzeit t und der Phasengeschwindigkeit c abhängig.

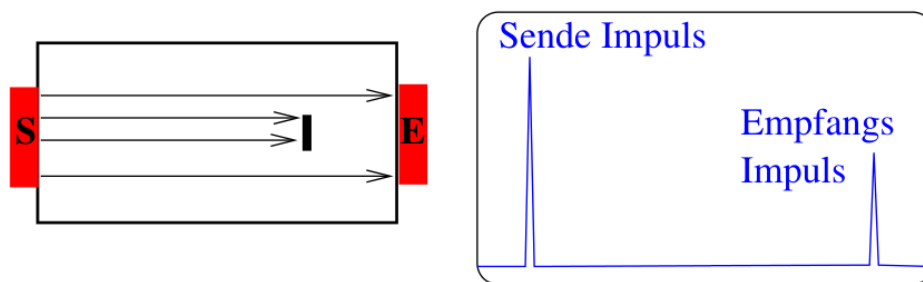


Abbildung 1: Darstellung des Durchschallungsverfahrens. [3]

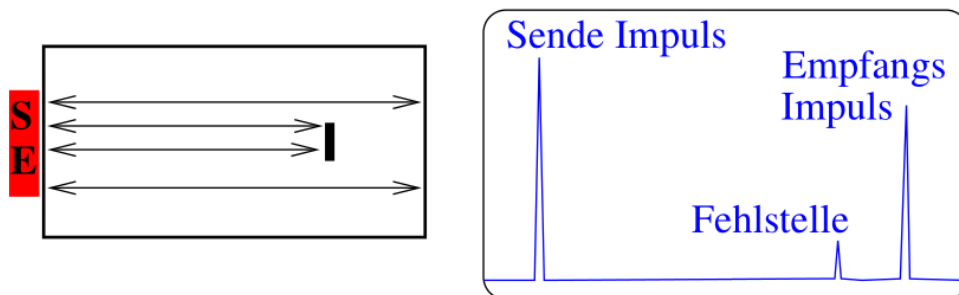


Abbildung 2: Darstellung des Echo-Impuls-Verfahrens. [3]

2 Fehlerrechnung

Im folgenden Kapitel werden die wichtigsten Formeln der Fehlerrechnung aufgelistet, welche für die folgende Versuchsauswertung benötigt werden. Der Mittelwert berechnet sich zu

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (7)$$

Der Fehler des Mittelwertes berechnet sich zu

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} . \quad (8)$$

Die Schätzung der Standardabweichung berechnet sich zu

$$\Delta x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} . \quad (9)$$

Für die Fehlerrechnung wird bei allen folgenden Rechnungen das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n\right)^2} \quad (10)$$

für eine Funktion $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, bei der die Größen x_1, x_2, \dots, x_n voneinander unabhängig sind, verwendet.

Bei der linearen Regressionsrechnung gilt mit den Parametern m und b und der Ausgleichsgerade $y = mx + b$ der Zusammenhang:

$$m = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad b = \bar{y} - m\bar{x} . \quad (11)$$

Dabei sind x_i und y_i linear abhängige Messgrößen. Der Fehler dieser Parameter errechnet sich zudem zu

$$\sigma_m^2 = \frac{\sigma^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} \quad \sigma_b^2 = \frac{\sigma^2 \bar{x}^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} \quad (12)$$

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Aufbau

Zur Untersuchung der Materialien mittels Ultraschall wird im vorliegenden Versuch ein Ultraschallechoskop verwendet. An diesem können bis zu zwei Ultraschallsonden unterschiedlicher Frequenzen angeschlossen werden, je nachdem ob das Impuls-Echo-Verfahren oder das Durchschallungsverfahren durchgeführt wird. Der jeweilige Modus kann über einen Schalter an dem Echoskop gewählt werden. Zudem sind weitere Funktionen zur Verstärkung (TGC) und Anpassung der Messung vorhanden. Die gemessenen Daten werden vom Gerät an einen angeschlossenen Computer weitergeleitet, der diese auswertet. Das vorhandene Computerprogramm ist in der Lage, die Signalstärke in Volt in Abhängigkeit von der Zeit graphisch darzustellen (A-Scan). Bei der Eingabe der Schallgeschwindigkeit des untersuchten Mediums kann das Signal zudem in Abhängigkeit der Eindringtiefe dargestellt werden. Mittels Cursor können somit die Signalamplituden und Laufzeiten bzw. Eindringtiefen sowie deren Differenzen möglichst genau bestimmt werden. Zudem existiert ein Modus, der eine schnelle Fourier-Transformation durchführt, so dass das Frequenzspektrum und das Cepstrum der Messdaten dargestellt werden kann.

3.2 Durchführung

3.2.1 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Acryl mittels Impuls-Echo-Verfahren

Mithilfe einer Schieblehre wird die Länge eines Zylinders aus Acrylglas gemessen. Unter Verwendung einer 2 MHz-Sonde wird ein A-Scan durchgeführt, indem die Sonde auf das obere Ende des Zylinders in Richtung des anderen Ende zeigend gesetzt wird. Zur Vermeidung einer zu starken Abschirmung an den Kontaktflächen wird bidestilliertes Wasser als Kontaktmittel zwischen Sonde und Messobjekt verwendet. Die Amplituden des ersten und zweiten gemessenen Impulses sowie deren Laufzeiten werden gemessen. Dabei wird auf eine angemessene Signalstärke von ca. 1 V bis 1,2 V geachtet. Aus der Laufzeitdifferenz und der vorher bestimmten Länge lässt sich die Schallgeschwindigkeit in Acryl bestimmen. Diese Messung wird für mehrere Zylinder unterschiedlicher Länge sowie Kombinationen von ihnen wiederholt. Es wird ein systematischer Fehler aufgrund der endlichen Dicker der Anpassungsschicht der Sonden erwartet.

3.2.2 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mit Durchschallungsverfahren

Mithilfe von zwei Sonden, welche an den beiden Enden der Zylinder zueinander gerichtet befestigt werden, wird ein A-Scan durchgeführt. Zur Befestigung wird dabei Koppelgel verwendet. Anhand mehrerer vermessener Zylinder wird dabei anhand der gemessenen Laufzeitdifferenz die Schallgeschwindigkeit in Acryl ermittelt.

3.2.3 Spektrale Analyse und Cepstrum

Zwei Acrylscheiben werden aufeinander gelegt, so dass deren Mehrfachreflexion mittels Impuls-Echo-Verfahren gemessen werden kann. Um eine Vorlaufstrecke zu haben, wird auf diese Scheiben ein Zylinder gelegt, die Elemente werden wiederum mit bidestilliertem Wasser gekoppelt. Die 2 MHz-Sonde wird auf dem Zylinder in Richtung der Acrylscheiben befestigt. Am Computer wird das Spektrum sowie das Cepstrum im Bereich der Mehrfachreflexion berechnet und dargestellt. Aus den Daten kann unter Verwendung der gemessenen Schallgeschwindigkeit die Dicke der Platten ermittelt werden.

3.2.4 Biometrische Untersuchung eines Augenmodells

Mittels Impuls-Echo-Verfahren werden die Abmessungen eines Augenmodells im Maßstab 1:3, schematisch in Abbildung 3 dargestellt, bestimmt. Dazu wird unter Verwendung der 2 MHz-Sonde ein A-Scan erstellt, so dass aus den Laufzeitdifferenzen die Abstände der verschiedenen Augenelemente bestimmt werden kann. Hierbei müssen die unterschiedlichen Schallgeschwindigkeiten in den Abschnitten des Auges berücksichtigt werden.

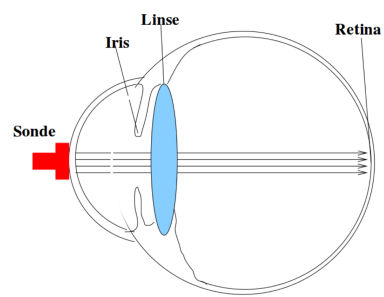


Abbildung 3: Darstellung des verwendeten Augenmodells. [3]

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Acryl mittels Impuls-Echo-Verfahren

Die Messung der einzelnen Zylinder mittels Schieblehre ergibt die Zylinderhöhen

$$\begin{aligned}h_1 &= 61,5 \text{ mm}, \\h_2 &= 80,55 \text{ mm}, \\h_3 &= 102,1 \text{ mm}, \\h_4 &= 120,5 \text{ mm}, \\h_5 &= 31,3 \text{ mm}.\end{aligned}$$

Die Durchführung eines Impuls-Echo-Verfahren ergibt die in Tabelle 1 dargestellten Laufzeiten Δt zu den jeweiligen Zylinderhöhen h . Hierbei werden zunächst alle Zylinder einzeln und zum Schluss zwei Kombinationen aus h_5 und h_1 bzw. h_2 betrachtet. Aus dem Weg-Zeit-Gesetz wird somit die jeweilige Geschwindigkeit des Impulses berechnet, wobei aufgrund der Reflexion die doppelte Weglänge berücksichtigt werden muss. Die Bestimmung der Mittelwertes nach Formel (8) sowie

Tabelle 1: Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mittels Impuls-Echo-Verfahren.

$h_{\text{Zylinder}} / 10^{-3} \text{ m}$	$\Delta t / 10^{-6} \text{ s}$	$c_{\text{Acryl}} / \text{ m s}^{-1}$
61,50	44,9	2739,42
80,55	58,3	2763,29
102,10	75,0	2722,67
120,50	87,4	2757,44
92,60	67,8	2731,56
111,85	81,1	2758,32

die Bestimmung des Fehlers nach Formel (9) ergibt somit eine gemittelte Schallgeschwindigkeit in Acryl von

$$c_{\text{acryl,e}} = (2745 \pm 15) \text{ m s}^{-1}.$$

Die genauere Betrachtung der ersten Messung ergibt eine Amplitude des ersten Peaks von

$$U_1 = 1,214 \text{ V}$$

sowie eine Amplitude des zweiten Peaks von

$$U_2 = 1,105 \text{ V}.$$

Die Peaks werden zu den Laufzeiten

$$t_1 = 1,3 \mu\text{s}$$

beziehungsweise

$$t_2 = 46,2 \mu\text{s}$$

gemessen. Hieraus ergibt sich die zuvor in Tabelle 1 angegebene Laufzeitdifferenz. Bei Eingabe der berechneten Schallgeschwindigkeit in das Auswertungsprogramm ergibt sich für die Tiefenmessung exakt die mit der Schieblehre gemessene Länge des Zylinders, was die Funktion des Programmes bestätigt.

4.1.1 Ausgleichsrechnung zur Bestimmung des systematischen Fehlers

Aufgrund der endlichen Dicke der Anpassungsschicht der Sonde tritt ein systematischer Fehler auf. Um diesen zu ermitteln, werden die gemessenen Weglängen gegen die halbierten Laufzeiten aufgetragen und ein linearer Fit durchgeführt. Der Grund der halbierten Laufzeiten ist wiederum die effektive doppelte Weglänge, die zurückgelegt werden muss. Diese wird in Python mit Numpy mittels der Methode der kleinsten Quadrate durchgeführt. Es ergibt sich der in Abbildung 4 dargestellte Graph. Die ermittelten Fitparameter sind dabei

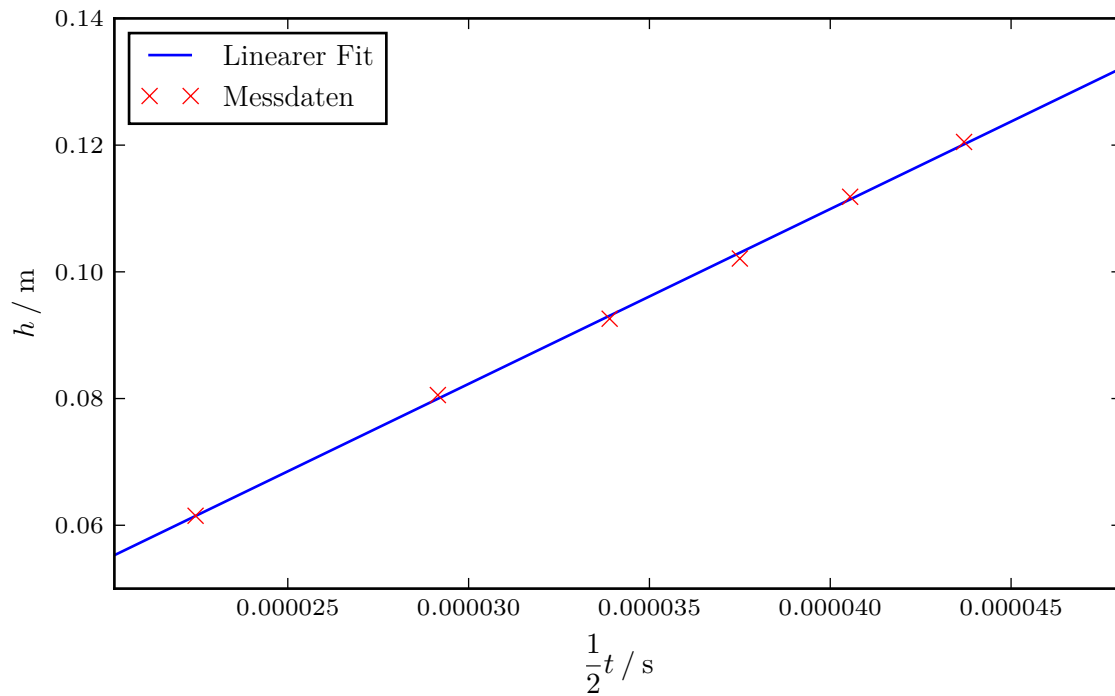


Abbildung 4: Ausgleichsrechnung zur Bestimmung der Dicke der Anpassungsschicht.

$$m = (2760 \pm 38) \text{ m s}^{-1}$$

$$b = (-0,0005 \pm 0,0013) \text{ m.}$$

Die Steigung lässt sich hierbei identifizieren als Wert für die Schallgeschwindigkeit in Acryl, der Achsenabschnitt beschreibt den systematischen Fehler, bzw. die Dicke der Anpassungsschicht.

4.2 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Acryl mittels Durchschallungs-Methode

Für die Messungen mit der Durchschallungs-Methode ergeben sich die Werte aus Tabelle 2, wobei die Computer-Software die Messung für größere Zylinder nicht möglich gemacht hat. Mit Hilfe dieser wird die gemittelte Schallgeschwindigkeit in Acryl auf

$$c_{\text{acryl,d}} = (2684 \pm 28) \text{ m s}^{-1}$$

bestimmt.

Tabelle 2: Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mittels Durchschallungs-Methode.

$h_{\text{Zylinder}} / 10^{-3}\text{m}$	$\Delta t / 10^{-6}\text{s}$	$c_{\text{Acryl}} / \text{m s}^{-1}$
31,30	11,5	2709,96
61,50	22,8	2697,37
80,55	30,4	2645,32

4.3 Bestimmung des Abschwächungskoeffizienten von Acryl

Aus den Werten der Intensitätspeaks und Laufzeiten der Echo-Impuls Messung kann der Schwächungskoeffizient α nach Gleichung 4 auf die Weise

$$\alpha = \frac{\ln \frac{U_1}{U_2}}{t_1 - t_2} \quad (13)$$

berechnet werden. Somit ergibt sich

$$\alpha = -2095,2 \text{ s}^{-1}.$$

4.4 Bestimmung der Maße der Platten mittels FFT und Cepstrum

Das gemessene Fourierspektrum ist in Abbildung 5 dargestellt, das Cepstrum in Abbildung 6.

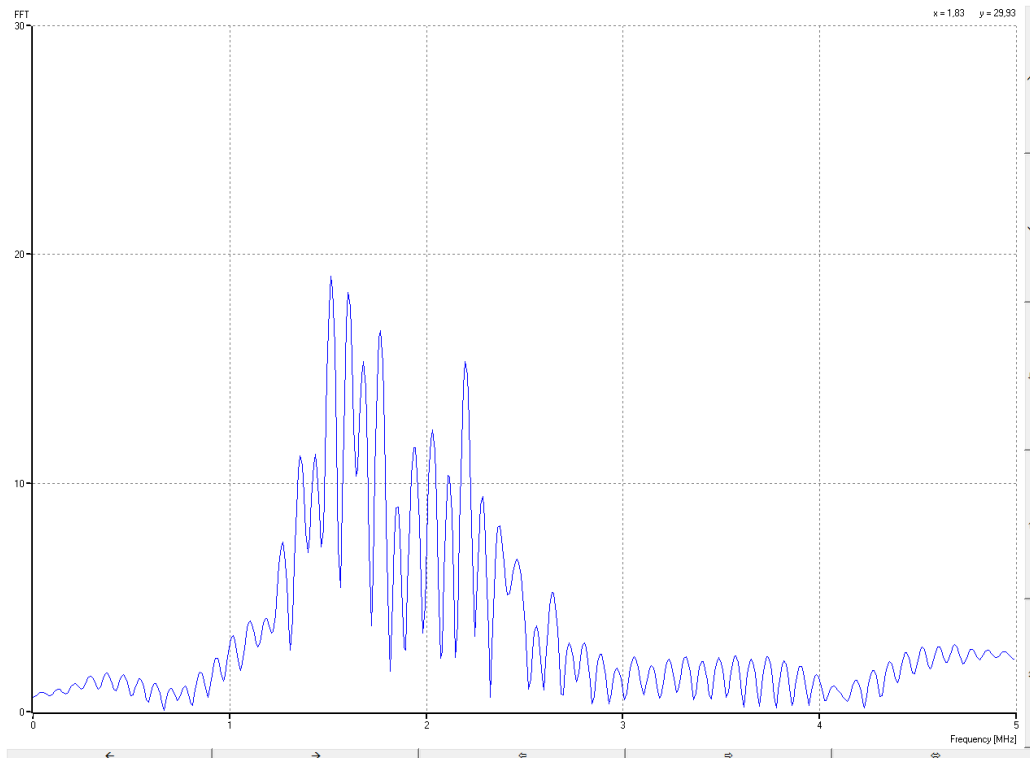


Abbildung 5: Fouriertrasformation der Messung.

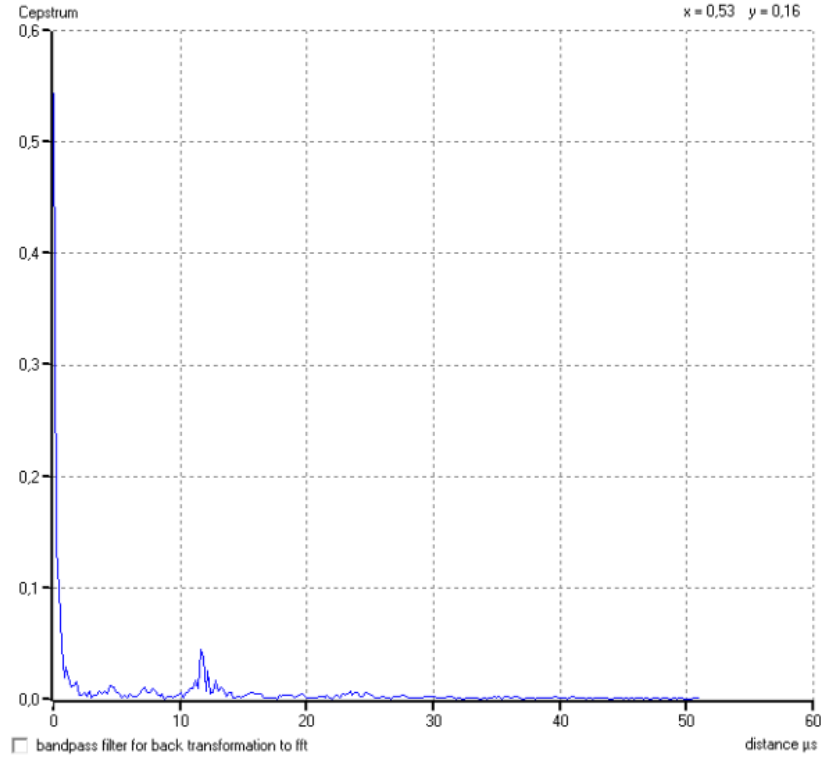


Abbildung 6: Cepstrum der Messung.

Es fällt auf, dass die Abstände zwischen den Peaks im Fourierspektrum äquidistant sind. Dementsprechend werden dem Spektrum die Frequenzen für sechs repräsentative Probepeaks entnommen, welche

$$\begin{aligned} f_1 &= 1,27 \text{ MHz}, \\ f_2 &= 1,36 \text{ MHz}, \\ f_3 &= 1,44 \text{ MHz}, \\ f_4 &= 1,52 \text{ MHz}, \\ f_5 &= 1,60 \text{ MHz}, \\ f_6 &= 1,69 \text{ MHz}, \end{aligned}$$

sind. Die Abstände der Frequenzen werden nach Formel (8) gemittelt. Aus der entstandenen Frequenz sowie dem Literaturwert für die Schallgeschwindigkeit in Acryl erhält man eine Dicke von

$$s_{\text{Platten}} = (0,0325 \pm 0,0019) \text{ m.}$$

Zudem kann dem Cepstrum ein Peak entnommen werden, aus diesem erhält man analog eine Dicke von

$$s_{\text{Platten,cep}} = 0,032 \text{ m.}$$

4.5 Biometrische Untersuchung eines Augenmodells

Bei der Untersuchung des Augenmodells (3) mithilfe eines A-Scans ergibt sich das in Abbildung 7 dargestellte Ergebnis. Die Intensitätsmaxima sind jeweils numeriert. Das nullte Maximum wird

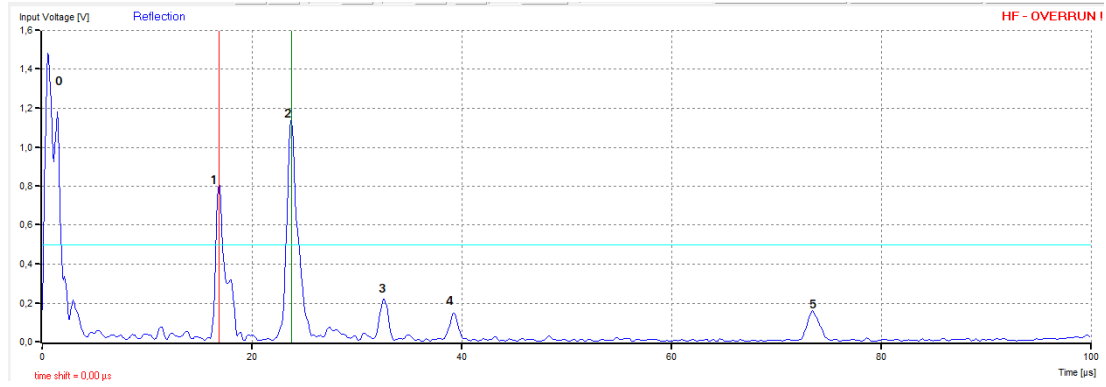


Abbildung 7: Messung zur Untersuchung des Augenmodelles.

als Eintritt in den ersten Glaskörper identifiziert, das erste und zweite Maximum als Reflexion an der linken bzw. an der rechten Seite der Linse. Das dritte und vierte Maximum resultieren aus Mehrfachreflexionen an der Linse. Zuletzt entspricht das fünfte Maximum der Reflexion an der Retina. Bei der Berechnung der Weglängen sind die unterschiedlichen Schallgeschwindigkeiten im Glaskörper von

$$c_{\text{gk}} = 1410 \text{ m s}^{-1}$$

sowie in der Linse von

$$c_{\text{linse}} = 2500 \text{ m s}^{-1}.$$

Es ergeben sich hieraus die Abstände

$$s_{0,1} = 0,022 \text{ m},$$

$$s_{1,2} = 0,017 \text{ m},$$

$$s_{2,5} = 0,070 \text{ m}.$$

Hierbei entspricht $s_{0,1}$ dem Durchmesser des vorderen Glaskörpers, $s_{1,2}$ der Linsendicke sowie $s_{2,5}$ dem Durchmesser des hinteren Glaskörpers.

5 Diskussion

Die Messung der Schallgeschwindigkeit mittels Impuls-Echo-Verfahren liefert einen Wert von

$$c_{\text{acryl,e}} = (2745 \pm 15) \text{ m s}^{-1}.$$

Daraus folgt eine Abweichung zum Literaturwert [2],

$$c_{\text{acryl,lit}} = 2730 \text{ m s}^{-1},$$

von

$$\Delta c_{\text{acryl}} = 0,57 \text{ \%}.$$

Bei der Durchschallungs-Methode ergibt sich für die Phasengeschwindigkeit in Acryl

$$c_{\text{acryl,d}} = (2684 \pm 28) \text{ m s}^{-1},$$

die relative Abweichung zum Literaturwert beträgt hier

$$\Delta c_{\text{acryl,d}} = 1,68 \text{ \%}.$$

Die dritte Bestimmung der Schallgeschwindigkeit erfolgte über die Steigung der Ausgleichsrechnung, hier ergab sich ein Wert von

$$c_{\text{acryl,a}} = (2760 \pm 38) \text{ m s}^{-1}$$

mit einer relativen Abweichung von

$$\Delta c_{\text{acryl,a}} = (1,1 \pm 1,4) \text{ \%}.$$

Die Impulse-Echo-Methode erweist sich dementsprechend als exakteste.

Die Anpassungsschicht wurde mittels y-Achsenabschnitt der Ausgleichsrechnung zu

$$d = (-0,0005 \pm 0,0013) \text{ m}.$$

Dieser Wert scheint eine gute Beschreibung der Anpassungsschicht zu sein, da laut Literatur eine Dicke von durchschnittlich 0,5 mm bis zu 2,5 mm zu erwarten ist. [1]

Bei der Ausmessung der Plattendicken mittels Cepstrum und FFT konnte jeweils nur eine Länge

$$\begin{aligned} s_{\text{fft}} &= (0,0325 \pm 0,0019) \text{ m}, \\ s_{\text{cep}} &= 0,032 \text{ m}, \end{aligned}$$

unbekannter Bedeutung bestimmt werden. Vermutlich handelt es sich hierbei um die kombinierte Dicke beider Platten.

Die Untersuchung des Augenmodelles führte auf die Längen

$$\begin{aligned} s_1 &= 0,022 \text{ m}, \\ s_2 &= 0,017 \text{ m}, \\ s_3 &= 0,070 \text{ m}, \end{aligned}$$

welche ungefähr die Größe skalierte Größe eines menschlichen Auges beschreiben.

Literatur

- [1] Marek Parusel. „Entwurf und Realisierung von Ultraschallwandlern für die Abbildung von spiegelnden Konturen“. Magisterarb. Ruhr-Universität Bochum, 2005, S. 24.
- [2] *Schallgeschwindigkeiten im Material*. <http://www.olympus-ims.com/de/ndt-tutorials/thickness-gage/appendices-velocities/>. Mai 2016.
- [3] *TU Dortmund - Fachbereich Physik : Anfängerpraktikum Anleitung zu Versuch US1*. <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/UltraschallGL.pdf>. Mai 2016.