

Versuchsprotokoll zum Versuch Nr. 206

## **Die Wärmepumpe**

Johannes Kollek	Jean-Marco Alameddine
johannes.kollek@udo.edu	jean-marco.alameddine@udo.edu

Durchführung: 20.10.2015

Abgabe: 27.10.2015

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Aufbau und Durchführung</b>	<b>3</b>
2.1	Aufbau . . . . .	3
2.2	Durchführung . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>5</b>
3.1	Bestimmung einer Ausgleichskurve . . . . .	5
3.2	Güteziffervergleich . . . . .	6
3.3	Massendurchsatz . . . . .	7
3.4	Kompressorleistung . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>11</b>
<b>5</b>	<b>Anhang</b>	<b>11</b>
	<b>Literatur</b>	<b>13</b>

# 1 Theorie

Aus dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik geht hervor, dass es unmöglich ist, ohne äußere Einwirkung einem kälteren Reservoir Teile dessen Wärmemenge zu entziehen, um sie einem wärmeren Reservoir zuzuführen. Der erste Hauptsatz beinhaltet jedoch die Möglichkeit, durch Zuführen zusätzlicher Arbeit auch den umgekehrten Prozess zu realisieren. Die zusätzliche Wärmemenge  $Q_1$  im wärmeren Reservoir  $R_1$  entspricht nun der aufgewendeten Arbeit  $A$  addiert mit der aus dem kälteren Reservoir  $R_2$  entzogenen Wärmemenge  $Q_2$ . Eine Wärmepumpe kann dies leisten.

Die Effizienz wird durch ihre Gütezahl bestimmt. Sie stellt sich zusammen aus der zugeführten Wärmemenge und der zu diesem Zweck aufgewendeten Arbeit:

$$v = \frac{Q_1}{A} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}. \quad (1)$$

Dabei ist  $T_1$  die Temperatur in  $R_1$  und  $T_2$  die Temperatur in  $R_2$ . Erfahrungsgemäß ist es jedoch schwierig ein absolut geschlossenes System innerhalb der Wärmepumpe zu gewährleisten, wodurch

$$Q_1 < Q_2 + A \quad (2)$$

ist. Für die reale Gütezahl gilt dann

$$v_{real} < \frac{T_1}{T_1 - T_2}. \quad (3)$$

[1]

## 2 Aufbau und Durchführung

### 2.1 Aufbau

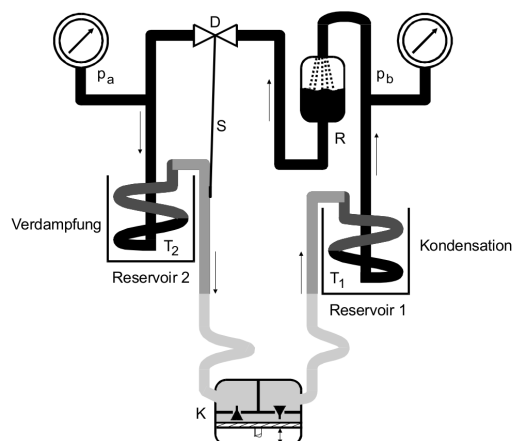


Abbildung 1: Skizze der Wärmepumpe.

Das Grundgerüst der Wärmepumpe bildet ein Kupferrohr, welches ein Transportmedium beinhaltet. Dieses Medium kann Wärmeenergie in Form von Phasenumwandlungsenergie aufnehmen bzw. abgeben. Es empfiehlt sich, einen Stoff mit möglichst hoher Kondensationswärme zu verwenden, um einen möglichst effizienten Wärmetransport zu ermöglichen. Deshalb wird beim vorliegenden Aufbau Dichlordifluormethan ( $\text{Cl}_2\text{F}_2\text{C}$ ) eingesetzt.

Vom Kompressor K, welcher den Mediumkreislauf ermöglicht, durchläuft es das erste Reservoir  $R_1$ . Unser reales Gas wurde nun so gewählt, dass es in  $R_1$  bei der Temperatur  $T_1$  sowie dem Druck  $p_b$  flüssig wird. Jenes Medium gibt beim Phasenübergang von gasförmig zu flüssig die Kondensationswärme ab, die es im Reservoir  $R_2$  als Verdampfungswärme  $L$  pro Gramm aufgenommen hat. Daraufhin durchläuft die Flüssigkeit ein Drosselventil. Der Strömungswiderstand am Drosselventil sorgt für den nötigen Druckunterschied  $p_b - p_a$ . Hinter dem Druckventil durchläuft das Medium das Reservoir  $R_2$ . Durch den hier vorherrschenden Druck  $p_a$  und die Temperatur  $T_2$  verdampft die Flüssigkeit und nimmt die latente Wärme  $L$  auf. Wieder im Kompressor angekommen wird das Gas nahezu adiabatisch komprimiert. Der Druck steigt erneut an, so dass sich das Medium wieder verflüssigt und der Kreislauf fortgesetzt wird.

Zusätzlich befindet sich zwischen dem Reservoir  $R_1$  und dem Drosselventil  $D$  ein Reiniger R, welcher die Flüssigkeit von Gasrückständen befreit. Gleichzeitig bewahrt das Drosselventil  $D$  den Kompressor davor, dass Flüssigkeitsreste in ihn gelangen. Beide Elemente sind jedoch nur aus Sicherheitsgründen installiert, so dass eine problemlose Durchführung gewährleistet ist. Sie spielen physikalisch für das Ergebnis keine Rolle.

Die beiden Rührmotoren gewährleisten eine gleichmäßige Temperaturverteilung im jeweiligen Reservoir.

Die interessanten Größen in diesem Versuch sind die Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$ , die Drücke  $p_b$  und  $p_a$  sowie die Kompressorleistung  $P$ .

## 2.2 Durchführung

Vor Versuchsbeginn wurden die beiden Reservoirs mit genau abgemessenen 4 l Wasser befüllt. Danach wurden sie möglichst isoliert an den vorgegebenen Kupferspiralen positioniert. Unmittelbar nach dem Einschalten der Rührmotoren und des Kompressors wurden ab Minute 0 im Abstand von einer Minute die Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  an den jeweiligen Thermometern, sowie die beiden Drücke  $p_b$  und  $p_a$  an den jeweiligen Manometern und die Kompressorleistung  $P_K$  am Wattmeter gemessen und tabellarisch notiert.

Die Temperaturen wurden auf 0,1 °C genau gemessen. Die Druckskala von  $p_b$  konnte man auf 0.1 bar ablesen, die von  $p_a$  auf 0.2 bar. Die Kompressorleistung wurde auf 1 W genau bestimmt.

Der Versuch endete nach dem Erreichen von 50 °C in  $R_1$  (nach 30 min). Anschließend wurden noch den beiden Manometern die Drucktemperaturen zum Erstellen einer Dampfdruckkurve entnommen.

### 3 Auswertung

#### 3.1 Bestimmung einer Ausgleichskurve

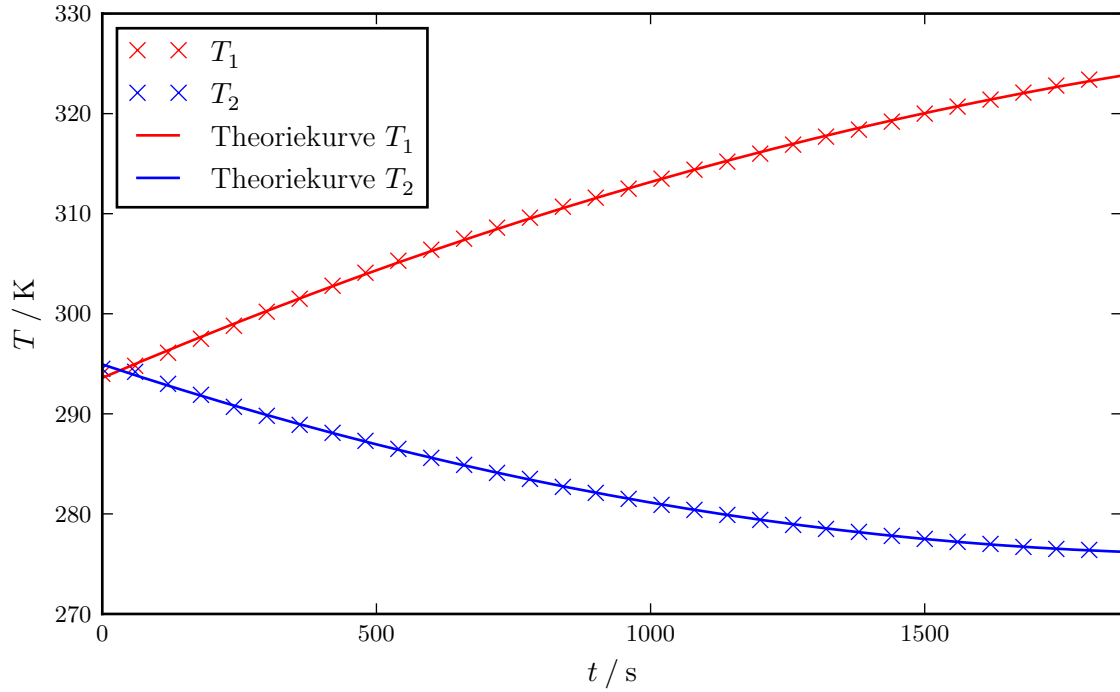


Abbildung 2: Temperaturverlauf.

Die gemessenen Daten für die Temperatur  $T_1$  des wärmeren sowie die Temperatur  $T_2$  des kälteren Reservoirs wurden gegen die Zeit  $t$  in Minuten abgetragen. Mithilfe von SciPy wurde jeweils eine Ausgleichskurve für die folgende Funktion berechnet:

$$T(t) = A \cdot t^2 + B \cdot t + C \quad (4)$$

Die Parameter  $A$ ,  $B$  und  $C$  wurden bestimmt zu

$$A_{T_1} = (-3.876\,01 \pm 0.103\,82) \cdot 10^{-6} \text{ K/s}^2$$

$$B_{T_1} = (0.023\,45 \pm 0.000\,19) \text{ K s}^{-1}$$

$$C_{T_1} = (293.592 \pm 0.062) \text{ K}$$

$$A_{T_2} = (4.348\,79 \pm 0.085\,33) \cdot 10^{-6} \text{ K/s}^2$$

$$B_{T_2} = (-0.018\,15 \pm 0.000\,16) \text{ K s}^{-1}$$

$$C_{T_2} = (294.936 \pm 0.062) \text{ K}$$

Durch Ableiten und Einsetzen in die Ausgleichskurve

$$\frac{dT}{dt} = 2 \cdot A \cdot t + B \quad (5)$$

erhält man die Werte der Differentialquotienten, welche der Tabelle 1 entnommen werden können.

Für die Fehlerrechnung wurde bei der vorliegenden Rechnung und bei allen folgenden Rechnungen das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n\right)^2} \quad (6)$$

für eine Funktion  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  bei denen die Größen  $x_1, x_2, \dots, x_n$  voneinander unabhängig sind verwendet.

**Tabelle 1:** Differentialquotienten

$t[s]$	$T_1[K]$	$T_2[K]$	$\frac{dT_1}{dt}[K s^{-1}]$	$\frac{dT_2}{dt}[K s^{-1}]$
420	$29.6 \pm 0.1$	$14.9 \pm 0.1$	$0.021\,954 \pm 0.000\,212$	$-0.014\,500 \pm 0.000\,174$
840	$37.5 \pm 0.1$	$19.5 \pm 0.1$	$0.016\,940 \pm 0.000\,260$	$-0.010\,846 \pm 0.000\,214$
1260	$43.7 \pm 0.1$	$5.7 \pm 0.1$	$0.013\,684 \pm 0.000\,325$	$-0.007\,193 \pm 0.000\,267$
1680	$48.9 \pm 0.1$	$3.5 \pm 0.1$	$0.010\,428 \pm 0.000\,399$	$-0.003\,988 \pm 0.000\,328$

### 3.2 Güteziffervergleich

Für eine ideale Wärmepumpe gilt

$$v_{ideal} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}. \quad (7)$$

Für die reale Wärmepumpe gilt jedoch die Formel

$$v_{real} = \frac{dQ_1}{dtN} = (m_1 c_w + m_k c_k) \frac{dT_1}{dtN}. \quad (8)$$

wobei  $N$  die Kompressorleistung,  $m_1$  die Masse des Wassers in  $R_1$ ,  $m_k$  die Masse des zu heizenden Reservoirs inklusive Kupferrohre,  $c_w$  die spezifische Wärmekapazität des Wassers sowie  $c_k$  die spezifische Wärmekapazität des Reservoirs und der Kupferrohre ist. Da bei der Durchführung des Versuches 4l Wasser für  $R_1$  verwendet wurden, berechnet sich  $m_1$  zu  $m_1 = \rho_{H_2O} \cdot V = 4176.48 \text{ kg}$ , wobei der Werte für  $\rho_{H_2O}$  der Literatur entnommen wurde. Das Produkt aus  $m_k$  und  $c_k$  wurde vom Versuchsaufbau zu  $750 \text{ J K}^{-1}$  abgelesen,  $c_w$  wurde ebenfalls der Literatur zu  $4.1819 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}$  entnommen. Die Kompressorleistung ergibt sich aus dem arithmetischen Mittelwert der Messdaten zu  $N = 124.77$ . Für die

Differentialquotienten wurden die Werte der Ausgleichskurve, angegeben in Tabelle 1 verwendet.

**Tabelle 2:** Güteziffervergleich.

$t[s]$	$T_1[K]$	$T_2[K]$	$\Delta T[K]$	$v_{real,T_1}$	$v_{real,T_2}$	$v_{ideal}$
420	$29.6 \pm 0.1$	$14.9 \pm 0.1$	$14.7 \pm 0.1$	$2.948 \pm 0.039$	$-2.117 \pm 0.031$	$20.599 \pm 0.193$
840	$37.5 \pm 0.1$	$19.5 \pm 0.1$	$18.0 \pm 0.1$	$2.473 \pm 0.043$	$-1.584 \pm 0.034$	$11.096 \pm 0.054$
1260	$43.7 \pm 0.1$	$5.7 \pm 0.1$	$38.0 \pm 0.1$	$1.998 \pm 0.050$	$-1.050 \pm 0.040$	$8.339 \pm 0.029$
1680	$48.9 \pm 0.1$	$3.5 \pm 0.1$	$45.4 \pm 0.1$	$1.522 \pm 0.059$	$-0.517 \pm 0.048$	$7.095 \pm 0.021$

Es fällt auf, dass sich die reale Güteziffer deutlich von der idealen Güteziffer unterscheidet. Gründe für diese Differenz werden im Kapitel Diskussion besprochen.

### 3.3 Massendurchsatz

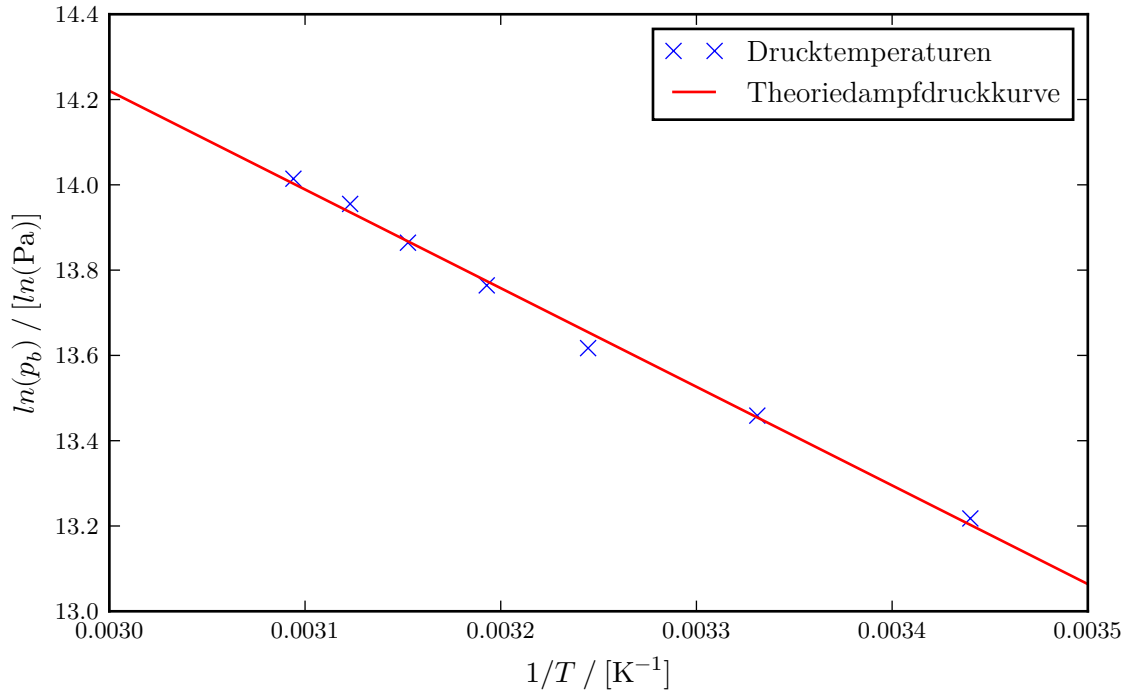
Bei einer Wärmepumpe wird dem kälteren Reservoir, hier  $R_2$ , die Wärmeenergie  $Q_2$  in Form von Verdampfungswärme entzogen. Der Zusammenhang zwischen dem Massendurchsatz  $\frac{dm}{dt}$  und der entnommenen Wärmemenge pro Zeit  $\frac{dQ_2}{dt}$  wird durch

$$\frac{dQ_2}{dt} = L \cdot \frac{dm}{dt} \quad (9)$$

beschrieben, wobei  $L$  die Verdampfungswärme des Mediums ist. Dabei gibt  $L$  an, welche Energie pro Mol erforderlich ist, um einen Stoff bei gleichbleibender Temperatur zu verdampfen.  $L$  kann dabei der Dampfdruckkurve des jeweiligen Stoffes entnommen werden, welche den Phasenübergang zwischen flüssig und gasförmig in einem  $pT$ -Diagramm beschreibt. Diese Kurve wird im Allgemeinen durch die Clausius-Clapeyronsche Gleichung beschrieben, aus der unter vereinfachten Bedingungen der Zusammenhang

$$\ln(p) = -\frac{L}{R} \frac{1}{T} + const \quad (10)$$

folgt. Hierbei ist  $R$  die allgemeine Gaskonstante. Um nun den Wert von  $L$  für das genutzte Medium  $\text{Cl}_2\text{F}_2\text{C}$  zu bestimmen, wurden die Kehrwerte der Drucktemperaturen gegen den natürlichen Logarithmus des dazugehörigen Drucks abgetragen.



**Abbildung 3:** Dampfdruckkurve.

Durch lineare Ausgleichsrechnung mit SciPy wurden die Parameter  $b$  und  $m$  der Ausgleichsgerade bestimmt zu:

$$m = (-2313.109 \pm 70.380) \text{ K} \quad b = 21.160 \pm 0.227$$

Aus dem bereits genannten Zusammenhang (10) ergibt sich die Verdampfungswärme  $L$  nun zu

$$L = -m \cdot R = (19\,231.19 \pm 572.47) \frac{\text{J}}{\text{mol}}.$$

Aus dem allgemeinen Zusammenhang für die Verdampfungswärme (9) kann nun der Massendurchsatz bestimmt werden:

**Tabelle 3:** Massendurchsatz.

$t[\text{s}]$	$T_2[\text{K}]$	$\frac{dm}{dt}[\text{mol s}^{-1}]$
420	$14.9 \pm 0.1$	$0.013\,732 \pm 0.000\,480$
840	$19.5 \pm 0.1$	$0.010\,274 \pm 0.000\,390$
1260	$5.7 \pm 0.1$	$0.006\,814 \pm 0.000\,340$
1680	$3.5 \pm 0.1$	$0.003\,354 \pm 0.000\,330$



### 3.4 Kompressorleistung

Um die Wärmemenge als Kondensationswärme an das Reservoir  $R_1$  abgeben zu können, komprimiert der Kondensator  $K$  das Gas, so dass es flüssig wird. Da der Kompressor das Volumen  $V_1$  bei einem Druck  $p_b$  zum Volumen  $V_2$  verringert, errechnet sich die verrichtete Arbeit zu

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} p_b dV. \quad (11)$$

Idealerweise findet dieser Prozess nahezu adiabatisch statt, so dass aus der Adiabaten-gleichung für die verrichtete Arbeit

$$W = \frac{1}{\kappa - 1} \left( p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) V_a \quad (12)$$

folgt. Um die mechanische Kompressorleistung  $P_{\text{mech}}$  zu bestimmen, wird der Quotient aus  $\Delta W$  und  $\Delta t$  gebildet. Wird zudem das Volumen  $V_a$  durch den Quotienten aus der Masse  $m$  und der Dichte  $\rho$  ersetzt, ergibt sich

$$P_{\text{mech}} = \frac{1}{\kappa - 1} \left( p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \frac{1}{\rho} \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot M \cdot 10^{-3}. \quad (13)$$

$\kappa$  ist der Adiabatenkoeffizient des Mediums, für  $\text{Cl}_2\text{F}_2\text{C}$  durch  $\kappa = 1.14$  gegeben,  $p_a$  und  $p_b$  die Drücke bei denen der Kompressor arbeitet,  $\rho$  die Dichte des Gases unter  $p_a$ ,  $\frac{\Delta m}{\Delta t}$  der Massendurchsatz und  $M$  die Molmasse des Mediums, für  $\text{Cl}_2\text{F}_2\text{C}$  durch  $M = 120.91 \text{ g mol}$  gegeben. Der Faktor  $10^{-3}$  wurde ergänzt, um den Massendurchsatz in SI-Einheiten umzurechnen.

Um die Dichte  $\rho$  zu bestimmen, wird die allgemeine Gasgleichung

$$pV = mR_sT \quad (14)$$

verwendet,  $R_s$  ist die spezifische Gaskonstante. Diese bestimmt sich durch gegebenes  $\rho_0 = 5.51 \text{ g l}^{-1}$  bei Normalbedingungen für das vorhandene Transportmedium zu  $R_s = 76.513 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ . Hieraus können die Dichten für alle Messzeitpunkte berechnet werden.

**Tabelle 4:** Kompressorleistung.

$t[\text{s}]$	$\rho[\text{g l}^{-1}]$	$P_{\text{mech}}[\text{J s}^{-1}]$
420	$19.961 \pm 0.907$	$17.697 \pm 1.736$
840	$17.568 \pm 0.925$	$22.014 \pm 1.641$
1260	$16.870 \pm 0.937$	$17.809 \pm 1.326$
1680	$16.296 \pm 0.945$	$10.143 \pm 1.120$



## 4 Diskussion

## 5 Anhang

t/min	rot		blau		P/W	120
	$T_1/^\circ\text{C}$	$P_0/\text{bar}$	$T_2/^\circ\text{C}$	$P_a/\text{bar}$		
0	20.8	5.5	21.3	5.3	0	• Wärmekapazität des Reservoirs: 750 J/K
1	21.6	6	21.0	4.8	125	
2	22.9	6.3	19.8	4.8	125	• Dampfdruckkurvenwerte: $P_a = 17.5 \text{ bar}$ $P_0 = 18 \text{ bar}$
3	24.3	6.5	18.7	4.8	125	
4	25.6	6.9	17.5	4.8	125	
5	27.0	7	16.6	4.7	125	
6	28.3	7.3	15.7	4.6	125	
7	29.6	7.5	14.9	4.4	125	
8	30.9	7.8	14.1	4.3	123	
9	32.1	8.0	13.3	4.2	122	
10	33.2	8.2	12.4	4.1	122	
11	34.3	8.5	11.7	4.0	122	
12	35.4	8.8	10.9	4.0	124	
13	36.4	9.0	10.3	3.9	124	
14	37.5	9.2	9.5	3.8	125	
15	38.4	9.5	8.9	3.8	125	
16	39.3	9.6	8.3	3.85	125	
17	40.3	10.0	7.7	3.7	125	
18	41.2	10.0	7.2	3.7	125	
19	42.0	10.2	6.7	3.6	125	
20	42.8	10.5	6.2	3.6	125	
21	43.7	10.6	5.7	3.6	125	
22	44.5	10.9	5.3	3.6	125	
23	45.2	11.0	5.0	3.55	125	
24	46.0	11.2	4.6	3.5	125	
25	46.8	11.5	4.3	3.5	126	
26	47.5	11.5	4.0	3.5	126	A.F.

Abbildung 4: Originaldaten Seite 1.

27	48,2	11,8	3,8	3,5	126
28	48,9	12,0	3,5	3,45	128
29	49,6	12,0	3,3	3,45	126
30	50,2	12,2	3,2	3,4	126

t/min	P <sub>T<sub>0</sub></sub>	P <sub>T<sub>0</sub></sub>
0	17,5	18,0
5	27,0	14,0
10	35,0	9,0
15	40,0	7,0
20	44,0	5,0
25	47,0	4,0
30	50,0	3,0

AF.

Abbildung 5: Originaldaten Seite 2.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch zum Literaturverzeichnis*. 2014.