

Versuchsprotokoll zum Versuch Nr. 207

## **Das Stefan-Boltzmann Gesetz**

Johannes Kollek	Jean-Marco Alameddine
johannes.kollek@udo.edu	jean-marco.alameddine@udo.edu

Durchführung: 27.10.2015

TU Dortmund – Fakultät Physik

# 1 Theorie

In der Physik ist ein Schwarzer Körper ein theoretisches Objekt, welches seine gesamte aufgenommene Strahlung vollständig in Wärmestrahlung umwandelt. Max Planck hat für diesen Körper das Planck'sche Strahlungsgesetz entwickelt, welches sein Emissionsspektrum beschreibt. Exemplarisch können der Grafik 1 die Spektren für einen schwarzen Körper bei verschiedenen Temperaturen entnommen werden.

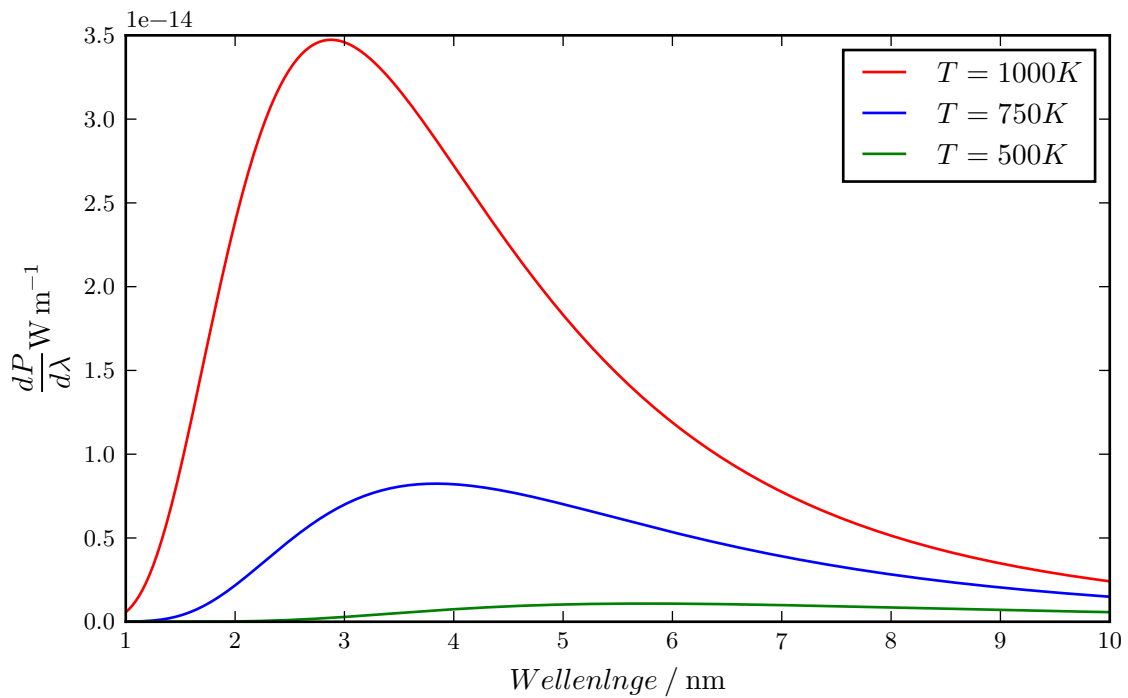


Abbildung 1: Plot.

Man kann im Allgemeinen beobachten, dass sich das Strahlungsmaximum mit steigender Temperatur zu einer kleineren Wellenlänge und somit zu einer höheren Energie verschiebt. Dieser Zusammenhang wird auch durch das Wiensche Verschiebungsgesetz beschrieben. Zudem nimmt die gesamte Leistung, die vom schwarzen Körper abgestrahlt wird, mit ansteigender Temperatur deutlich zu. Diese Tatsache, dass die abgestrahlte Leistung eines schwarzen Körpers von der Temperatur, und eben nur von dieser abhängt, wird durch das allgemeine Stefan-Boltzmann-Gesetz beschrieben:

$$P(T) = \sigma \cdot T^4 \quad (1)$$

Hierbei bezeichnet  $P$  die integrale Strahlungsdichte bezogen auf die abgestrahlte Fläche und  $\sigma$  die Stefan-Boltzmann-Konstante mit dem Wert  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ . Um die Strahlungseigenschaften von realen, nicht-schwarzen Körpern charakterisieren zu können, existieren verschiedene Messgrößen.

Das Absorptionsvermögen  $A$  gibt an, welcher Anteil der auftreffenden Strahlung vom Material absorbiert wird. Da der Körper die absorbierte Strahlung wieder als Wärme abgibt, ist das Emissionsvermögen  $\epsilon$  gleich dem Absorptionsvermögen  $A$ . Als dritte Materialeigenschaft existiert das Reflexionsvermögen  $R$ , welches angibt, welcher Anteil der Strahlung nicht absorbiert sondern reflektiert wird. Nach dem Kirchhoffschen Strahlungsgesetz gilt der Zusammenhang

$$\epsilon = 1 - R. \quad (2)$$

Mit diesen Messgrößen erhält der schwarze Körper das Emissionsvermögen  $\epsilon = 1$ , jeder reale Körper, in der Physik analog "grauer Körper" genannt, besitzt ein Emissionsvermögen von  $\epsilon < 1$ . Für das Stefan-Boltzmann-Gesetz folgt mit dieser Definition für reale Körper

$$P(T) = \epsilon \cdot \sigma \cdot T^4. \quad (3)$$

[1]

## 2 Durchführung

### 2.1 Aufbau

Um das Stefan-Boltzmann-Gesetz zu überprüfen, besteht der Versuchsaufbau aus einem Lesliewürfel und einer davorstehenden Thermosäule nach Moll. Der Würfel ist im wesentlichen ein Hohlkörper, dessen vier vertikalen Seitenflächen unterschiedliche farbliche Beschaffenheiten aufweisen. Die metallischen Oberflächen sind matt, schwarz, glänzend und weiß. Sie unterscheiden sich demnach in ihrem Emissions- bzw. Absorptionsvermögen.

Um den Würfel von innen zu erwärmen, füllt man ihn mit kochendem Wasser. Zur Temperaturmessung des Inneren wird ein Thermometer benutzt, welches über ein Loch im Deckel eingeführt wird. Nach innerer Erwärmung, beginnen die Flächen auf Grund ihrer unterschiedlichen Beschaffenheit verschiedene Wellenlängen an Wärmestrahlung abzugeben. Zur Messung jener Strahlung wird die Thermosäule benutzt.

Sie befindet sich zusammen mit dem Würfel, auf welchen sie gerichtet ist, auf einer Schiene, um einen stabilen Abstand zu gewährleisten. Die Thermosäule besteht aus einem Zylinder, der kegelförmig ausgehöhlt ist. Die Wärmestrahlung wird demnach durch die Zylinderöffnung aufgefangen und im Inneren auf eine geschärzte Detektorfläche gebündelt. In dieser Messlötstelle sitzen in Reihe geschaltete Thermoelemente. Durch eine Referenzlötstelle, welche die Außentemperatur wahrnimmt, entsteht eine Potentialdifferenz. Daraus folgt eine messbare Spannung, aus der man die Strahlintensität ableiten kann. Jenes Thermomessgerät ist sehr empfindlich. Folglich reagiert es auch auf kleinste Störungen der Umgebung, ausgelöst durch beispielsweise die Anwesenheit von Menschengruppen, ob nun stationär oder vorbeigehend. Sogar die Körperstrahlung der Experimentatoren stellt ein Messrisiko dar.

## 2.2 Durchführung

Zu Messen seien jeweils die Spannungen für alle Flächen des Würfels, einerseits in Abhängigkeit der Temperatur im Inneren des Würfels und andererseits in Abhängigkeit des Abstandes von der Öffnung der Thermosäule zu den Seitenflächen des Würfels.

Die Thermosäule wird eingeschaltet. Zunächst muss jedoch die Offsetspannung  $U_{\text{offset},1}$  am Anfang des Experiments ermittelt werden. Hierzu wird die Spannung notiert, die angezeigt wird, wenn die Thermosäule keine Strahlung aufnimmt. Zur Abdeckung wird ein schwarzes Stück Pappe verwendet. Am Ende des Experiments wird erneut der Offset  $U_{\text{offset},2}$  ermittelt. Der Offset muss im Nachhinein linear von den gemessenen Spannungen abgezogen werden. Zusätzlich wird noch die Raumtemperatur gemessen, da diese ebenfalls bei der Auswertung berücksichtigt werden muss.

Nach diesen Vorbereitungen wird der Abstand auf 10cm eingestellt und der Lesiewürfel mit kochendem Wasser befüllt. Da die Temperatur anfangs sehr schnell abnimmt, beginnt die Messung erst bei 90 Grad. Von dort an werden immer nach einem bestimmten Temperaturabfall die Spannungen an den vier Seitenflächen gemessen und tabellarisch notiert. Dieser Vorgang wird solange wiederholt bis der Würfel eine Temperatur von 35 Grad aufweist.

Bei einer relativ konstanten Temperatur wird die Abstandsmessung an einer der Flächen durchgeführt. Diese findet zwischen zwei temperaturabhängigen Messungen statt. Es wird in konstanten Abständen gemessen. Dabei wird besonders darauf geachtet, dass die Thermosäule beim Verschieben nur am Sockel angefasst wird, um eine möglichst schnelle und genaue Messung zu erzielen. Danach wird der Abstand wieder auf 10cm zurückgestellt.

Nach Abschluss der temperaturabhängigen Messung wird, wie bereits erwähnt, erneut die Offsetspannung ermittelt. Bei Messabschluss wird die Thermosäule abgeschaltet.

## 3 Auswertung

### 3.1 Bestimmung der Ausgleichsfunktionen

Die temperaturabhängige Messung beginnt bei 90°C. Es wird immer im Abstand von  $\Delta T = 5^\circ\text{C}$  gemessen. Der gemessene Offset beträgt am Anfang der Messreihe  $U_{0,\text{Anfang}} = 0.0075\text{ mV}$  und am Ende  $U_{0,\text{Ende}} = 0.0088\text{ mV}$ . Der Mittelwert beträgt dementsprechend  $U_0 = 0.00815\text{ mV}$ .  $\Delta U = U_i - U_0$  ist demnach die wahre Spannung. Die Temperatur im Raum betrug in etwa  $T_0 = 297.6\text{ K}$ . Im Folgenden sind die Messdaten für matt, schwarz, glänzend und weiß in jener Reihenfolge aufgeführt:

*Tabelle1 :  $T, U_1, \text{delt}U_1$    Tabelle2 :  $T, U_2, \text{delt}U_2$    Tabelle3 :  $T, U_3, \text{delt}U_3$    Tabelle4 :  $T, U_4, \text{delt}U_4$  [WertenehmenausOriginaldaten] [Alternativ : AlesineineTabellemit9Spalten?]*  
Die Spannungen  $\Delta U_i$  werden gegen die Differenz  $T^4 - T_0^4$  in einem Diagramm aufgetragen.

Für die Ausgleichsrechnung wird ein linearer Zusammenhang der Form

$$f(x) = mx + b \quad (4)$$

erwartet. Die Ausgleichsrechnung wird mit Hilfe der Gaußschen Methode der kleinsten Abweichungsquadrate durchgeführt. Für die Steigung  $m$  wird die Formel

$$m = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \quad (5)$$

verwendet. Dabei bezeichnet  $n$  die Anzahl der Messungen, für  $x_i$  und  $y_i$  werden die jeweiligen Messwerte eingesetzt. Der Schnittpunkt mit der y-Achse wird durch

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \quad (6)$$

beschrieben. Die Standardabweichung in y berechnet sich zu

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - b - m \cdot x_i)^2}{n - 2}}. \quad (7)$$

Hieraus ergibt sich sofort

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_y^2 \frac{n}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}} \quad (8)$$

sowie

$$\sigma_b = \sqrt{\sigma_y^2 \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}} \quad (9)$$

für die Standardabweichungen in m und b. Es ergeben sich für die Messreihen  $U_1$  bis  $U_4$  mit den Werten

*Tabelle :  $m_1 + -Fehler, b_1 + -Fehler, usw.$  [WertenehmenausUi\_Ausgleichsgerade.txt]*  
*[Einheiten : binVolt, minVolt/Kelvin<sup>4</sup>]*

folgende Ausgleichsgeraden:

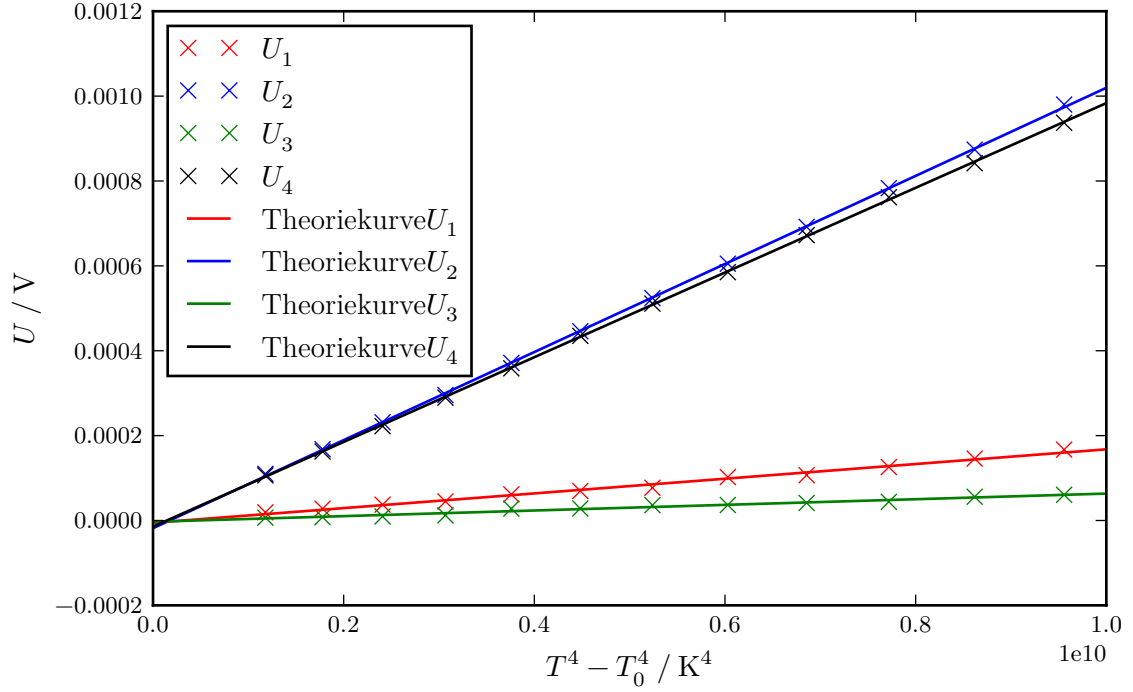


Abbildung 2: Plot.

[2]

### 3.2 Bestimmung der Emissionsvermögen

Um die Emissionsvermögen zu Bestimmen, werden die berechneten Steigungen der Ausgleichsfunktionen miteinander verglichen. Die schwarze Oberfläche dient als Referenzwert und wird auf  $\epsilon = 1$  gesetzt. Alle restlichen Emissionsvermögen ergeben sich somit durch

$$\epsilon_i = \frac{m_i}{m_s} \quad (10)$$

wobei  $m_s$  die Steigung der Ausgleichsgerade für  $U_2$  ist. Um den Fehler von  $\epsilon_i$  zu bestimmen, wird die Gaußsche Fehlerfortpflanzung verwendet:

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n\right)^2} \quad (11)$$

Es folgt direkt

$$\Delta \epsilon = \sqrt{\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial m_i} \cdot \Delta m_i\right)^2 + \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial m_s} \cdot \Delta m_s\right)^2} = \sqrt{\frac{\Delta m_i^2}{m_s^2} + \frac{m_i^2}{m_s^4} \Delta m_s^2}. \quad (12)$$

woraus sich für die Emissionsvermögen mit Fehlern  
*Hier Werte aus Emissionsvermoegen.txt einfügen. Einheitenlos*  
 ergeben.

### 3.3 Strahlenintensität als Funktion des Abstandes

Die abstandsabhängige Messung wird bei 49 °C durchgeführt. Sie beginnt bei 10 cm und es wird immer im Abstand von  $\Delta d = 1$  cm gemessen bis 20 cm erreicht werden. Die Ergebnisse dieser Messung sind in Tabelle 5 zu sehen.

*Tabelle 5 Abstandsmessung*

Für die Strahlungsleistung wird erwartet, dass sie proportional zu  $\frac{1}{d^2}$  abnimmt. Folglich wird ein Zusammenhang von

$$g(x) = \frac{e}{x^2} + f \quad (13)$$

angenommen.

Um  $e$  und  $f$  zu bestimmen eine Ausgleichsrechnung für  $\frac{1}{d^2}$  und  $U_d$  nach der Gaußschen Methode der kleinsten Abweichungsquadrate durchgeführt. Die Rechnung ist analog zum Kapitel 3.2. Die Parameter werden somit zu

*Wert e und d*

bestimmt. In Abbildung 3 werden die Ergebnisse graphisch dargestellt.

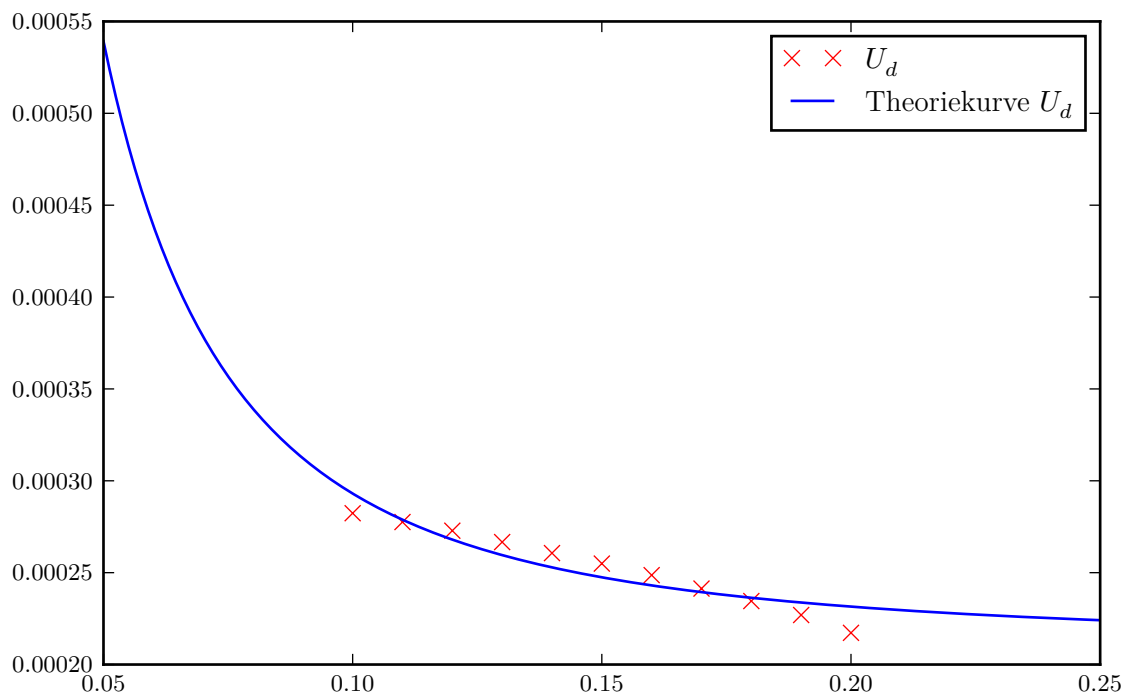


Abbildung 3: Plot.

## 4 Diskussion

### Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung, Versuch Nr. 207*. 2015.
- [2] Wilhelm Walcher. *Praktikum der Physik*. Bd. 7. Teubner, 1994, S. 37–39.