

Versuchsprotokoll zum Versuch Nr. 21

Optisches Pumpen

Johannes Kollek	Jean-Marco Alameddine
johannes.kollek@udo.edu	jean-marco.alameddine@udo.edu

Durchführung: 15.05.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Der Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle und der Zeeman-Effekt	3
2.2	Der Kernspin des Atoms und die Hyperfeinstrukturaufspaltung	4
2.3	Optisches Pumpen	4
2.4	Messung Zeeman-Aufspaltung mittels Hochfrequenz-Spektroskopie	5
2.4.1	Übergangsarten zwischen Energieniveaus	5
2.4.2	Einfluss eines Hochfrequenzfeldes auf die Transparenz	6
2.5	Quadratischer Zeeman-Effekt	7
3	Aufbau	8
4	Durchführung	8
4.1	Vorbereitung	8
4.1.1	Justierung des Strahlenganges	8
4.1.2	Kompensation des Erdmagnetfeldes	9
4.2	Aufnahme der Resonanzen in Abhängigkeit der Frequenz	9
4.3	Aufnahme eines Signalbildes	9
5	Auswertung	10
5.1	Bestimmung der Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes	10
5.2	Bestimmung der Resonanzfrequenzen	10
5.3	Bestimmung der Landé-Faktoren und der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes	11
5.4	Bestimmung des Kernspins	13
5.5	Bestimmung des Isotopenverhältnisses	13
5.6	Abschätzung des quadratischen Zeeman-Effektes	14
6	Diskussion	15
6.1	Bestimmung des Erdmagnetfeldes	15
6.2	Bestimmung der Landé-Faktoren	15
6.3	Bestimmung der Kernspins der Isotope	16
6.4	Berechnung des Isotopenverhältnisses	16
6.5	Einfluss des quadratischen Zeeman-Effekts	16
	Literatur	17

1 Zielsetzung

In diesem Versuch werden Landé-Faktor und Kernspin von zwei Rubidium-Isotopen mit Hilfe des optischen Pumpens untersucht. Des Weiteren wird das natürliche Verhältnis der beiden Isotope gemessen.

2 Theorie

2.1 Der Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle und der Zeeman-Effekt

Der Gesamtdrehimpuls \vec{J} der Elektronenhülle eines Atoms setzt sich nach

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad (1)$$

aus dem Bahndrehimpuls \vec{L} und dem Spin \vec{S} zusammen. Zu Bahndrehimpuls und Spin existiert jeweils ein magnetisches Moment, welches über die Relationen

$$\vec{\mu}_L = -g_L \mu_B \vec{L} \quad \vec{\mu}_S = -g_S \mu_B \vec{S} \quad (2)$$

$$|\vec{L}| = \sqrt{L(L+1)} \quad |\vec{S}| = \sqrt{S(S+1)} \quad (3)$$

verknüpft ist. Hierbei steht μ_B für das Bohrsche Magneton und g_i beschreibt die Landé-Faktoren, welche für das freie Elektron durch

$$g_L = 1 \quad g_S \approx 2.00232 \quad (4)$$

gegeben sind. Zu dem Gesamtdrehimpuls \vec{J} existiert ebenfalls ein magnetisches Moment $\vec{\mu}_J$, wobei hier zu beachten ist, dass aufgrund der verschiedenen Landé-Faktoren

$$\vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S = \vec{\mu} \nparallel \vec{J}$$

gilt. Stattdessen trägt lediglich die zu \vec{J} parallele Komponente zum magnetischen Moment $\vec{\mu}_J$ bei, was wiederum durch den Landé-Faktor $g_J(L, S, J)$ berücksichtigt wird. Anschaulich betrachtet führt das magnetische Moment $\vec{\mu}$ eine Präzession um den Gesamtdrehimpuls \vec{J} aus, theoretisch exakt ergibt sich der genaue Wert von g_J aus dem Wigner-Eckart-Theorem. Aus der geometrischen Anschauung folgt nun, dass das Verhältnis von \vec{J} und $\vec{\mu}_J$ gegeben ist durch

$$\vec{\mu}_J = -g_J \mu_B \vec{J} \quad (5)$$

wobei

$$g_J = \frac{3.0023J(J+1) + 1.0023(S(S+1) - L(L+1))}{2J(J+1)} \quad (6)$$

gilt.

Beim Anlegen eines äußeren Magnetfeldes \vec{B} tritt eine Aufspaltung der Energieniveaus statt, welche als Zeeman-Effekt bezeichnet wird. Unter der Berücksichtigung der Wechselwirkungsenergie zwischen magnetischem Moment $\vec{\mu}_J$ und \vec{B}

$$U = -\vec{\mu}_J \vec{B} \quad (7)$$

sowie der Richtungsquantelung, gilt für die Energieniveaus eines Atoms in einem Magnetfeld

$$U = M_J g_J \mu_B |\vec{B}|. \quad (8)$$

Hierbei ist M_J die Orientierungsquantenzahl, welche die Werte $-J, -J+1, \dots, J-1, J$ annehmen kann.

2.2 Der Kernspin des Atoms und die Hyperfeinstrukturaufspaltung

Neben dem Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle \vec{J} besitzt das Atom ebenfalls über einen Kernspin \vec{I} , welcher bei schwachen Magnetfeldern zu dem Gesamtdrehimpuls des Atoms

$$\vec{F} = \vec{I} + \vec{J} \quad (9)$$

koppelt, wobei das dazugehörige magnetische Moment über

$$\vec{\mu}_F = -g_F \mu_B \vec{F} \quad (10)$$

definiert ist. Dieses magnetische Moment μ_F koppelt an das magnetische Feld der Elektronenhülle, welches die Hyperfeinstrukturaufspaltung zur Folge hat. Die Anzahl der Aufspaltungen ist dabei gegeben durch

$$\max\{2J + 1, 2I + 1\}.$$

Jedes entstehende Niveau ist durch die Quantenzahl F gekennzeichnet, wobei F für jede Feinstrukturaufspaltung die Werte $|I - J|, \dots, I + J$ annehmen kann.

Analog zum Zeeman-Effekt in J treten, sobald sich das Atom in einen schwachen äußeren Magnetfeld befindet, für jedes Hyperfeinstrukturniveau Aufspaltungen in jeweils $2F + 1$ Unterniveaus auf. Dabei sind die Aufspaltungen durch $M_F = -F, F + 1, \dots, F - 1, F$ gekennzeichnet. Die Energiedifferenzen zwischen verschiedenen Zeeman-Niveaus sind zunächst unabhängig von M_F , d.h. für jedes Hyperfeinstrukturniveau ist der Energieabstand zwischen Zeeman-Aufspaltungen identisch. Diese Energiedifferenzen betragen

$$\Delta U = g_F \mu_B |\vec{B}| \quad (11)$$

mit dem Landé-Faktor g_F des Gesamtdrehimpulses des Atoms

$$g_F \approx g_J \frac{F(F + 1) + J(J + 1) - I(I + 1)}{2F(F + 1)}. \quad (12)$$

Dieser Faktor berechnet sich wiederum aus der geometrischen Anschauung der vektoriellen Kopplung, wobei das Kernmagneton μ_K gegenüber dem Bohrschen Magneton μ_B vernachlässigt wird.

2.3 Optisches Pumpen

Wie im vorherigen Kapitel dargestellt wurde existieren verschiedene Niveaus, welche sich in den Quantenzahlen S , L , J und M sowie in den Energien unterscheiden. Das Verhältnis der Besetzungszahlen dieser Zustände im thermischen Gleichgewicht ist durch die Boltzmannsche Verteilung

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2 \exp(-W_2 \beta)}{g_1 \exp(-W_1 \beta)} \quad (13)$$

mit $\beta = \frac{1}{k_B T}$ gegeben. Mithilfe des Prinzips des optischen Pumpens soll dabei eine nicht-thermische Besetzung eines anderen Niveaus erzeugt werden, beispielsweise eine vergleichsweise höhere Besetzung eines energetisch ungünstigeren Niveaus (Inversion). Dies wird durch gezieltes Anregen von Zuständen durchgeführt, wie im Folgenden anhand von Abbildung 1 erläutert wird.

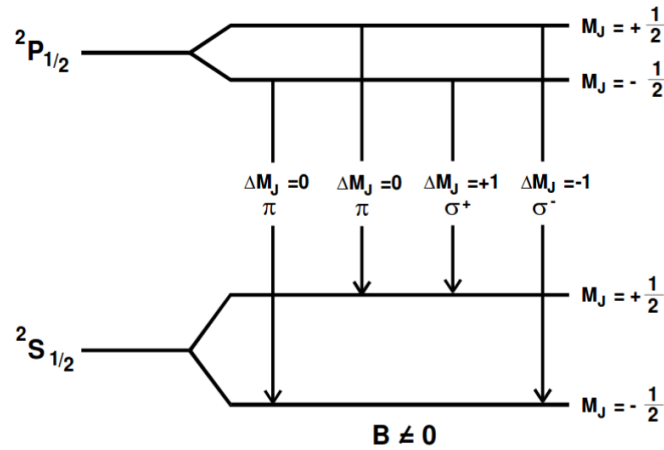


Abbildung 1: Beispiel von möglichen Strahlungsübergängen zwischen verschiedenen Anregungen eines Alkali-Atoms in einem äußeren Magnetfeld (1).

In hier besprochenen Beispiel existieren die beiden Zustände $^2P_{1/2}$ und $^2S_{1/2}$ ¹, wobei die Zustände aufgrund eines äußeren Magnetfeldes jeweils in $M_J = \pm 1/2$ aufgespalten sind. Es existieren verschiedene Strahlungsübergänge zwischen den Niveaus, welche durch Energie sowie Polarisation gekennzeichnet sind. Beim σ^+ -Übergang lautet die Auswahlregel $\Delta M_J = +1$ und die involvierten Lichtquanten sind rechtszirkular-polarisiert, während bei einem σ^- -Übergang $\Delta M_J = -1$ gilt und Spin und Ausbreitungsrichtung der Lichtquanten parallel sind. Zudem existieren sogenannte π -Übergänge, bei denen $\Delta M_J = 0$ ist und das Licht linear polarisiert ist. Die Polarisationsrichtung ist hier parallel zu \vec{B} . Im thermischen Gleichgewicht ist im hier betrachteten System laut Gleichung (13) der energetisch niedrigste Zustand, hier $^2S_{1/2}$, $\Delta M_J = -1/2$ am stärksten besetzt. Das optische Pumpen besteht nun darin, die Atome mit rechtszirkular-polarisierten D_1 -Licht zu bestrahlen, so dass σ^+ -Übergänge induziert werden. Hierdurch wird der Zustand $^2P_{1/2}$, $\Delta M_J = +1/2$ besetzt. Von dort findet spontane Emission statt, so dass der angeregte Zustand bereits nach kurzer Zeit wieder in einem der beiden $^2S_{1/2}$ -Zustände übergeht. Da die σ^+ Anregung jedoch nicht dazu in der Lage ist, die Atome im $M_J = +1/2$ -Zustand wieder anzuregen und auch kein direkter Übergang zwischen den beiden Grundzuständen möglich ist, findet eine Ansammlung im energetisch höheren Grundzustand statt. Diese Inversion kann experimentell daran beobachtet werden, dass die Transparenz der Zelle, in dem sich die Atome befinden, zunimmt: Bevor das optische Pumpen erfolgt ist, wurde das zirkular-polarisierte Licht absorbiert. Nach der Inversion findet dieser Absorption nicht mehr statt, so dass der Verlauf der Transparenz, dargestellt in Abbildung 2, ein Indiz für das erfolgreiche optische Pumpen ist.

2.4 Messung Zeeman-Aufspaltung mittels Hochfrequenz-Spektroskopie

2.4.1 Übergangsarten zwischen Energienivaus

Insgesamt können drei verschiedene Arten von Niveauübergängen unterschieden werden, welche in Abbildung 3 dargestellt sind und zur Vermessung der Energieaufspaltung verwendet werden.

Bei der Absorption führt die Einstrahlung eines Lichtquants passender Energie $\Delta W = W_2 - W_1$ dazu, dass ein Übergang von einem niedrigen Energieniveau W_1 in ein höheres Energieniveau W_2 stattfindet. Andererseits kann ein einfallender Lichtquant, welcher ebenfalls die Energie ΔW

¹Es wird die spektroskopische Notation $^{2S+1}L_J$ verwendet.

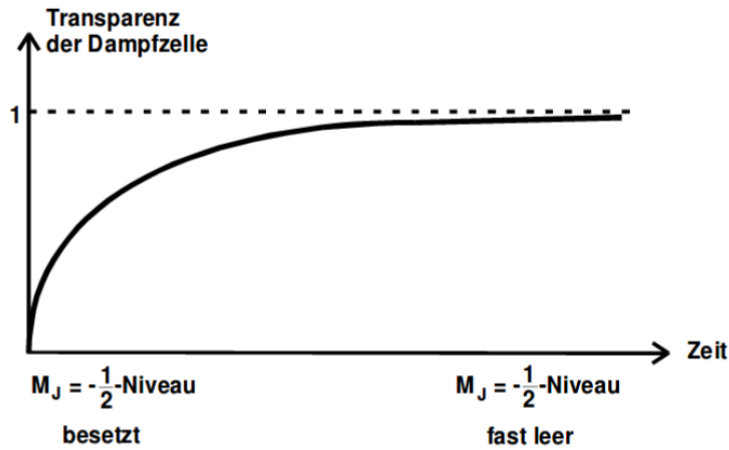


Abbildung 2: Verlauf der Transparenz der Zelle durch optisches Pumpen (1).

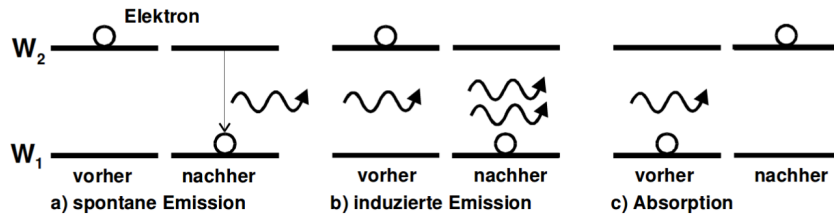


Abbildung 3: Mögliche Übergänge zwischen verschiedenen Energieniveaus im Atom (1).

besitzt, zu einer Emission führen, falls sich das Atom bereits im angeregten Zustand der Energie W_2 befindet. Dieser Vorgang wird induzierte Emission genannt, wobei am Ende zwei Lichtquanten der Energie W_2 abgestrahlt werden. Zuletzt existiert die spontane Emission, bei der ein Übergang von W_2 zu W_1 ohne äußere Einwirkung und unter Abstrahlung eines Lichtquants der Energie ΔW stattfindet. Die Wahrscheinlichkeit für die spontane Emission besitzt eine ν^3 -Abhängigkeit und wird damit erst für hohe Frequenzen relevant. Da wir im vorliegenden Versuch Energien im Bereich der Zeeman-Aufspaltung betrachten, sind auch die betrachteten Frequenzen relativ gering. Die spontane Emission ist somit gegenüber der induzierten Emission, welche beispielsweise durch ein angelegtes Hochfrequenzfeld angeregt werden kann, vernachlässigbar.

2.4.2 Einfluss eines Hochfrequenzfeldes auf die Transparenz

In Abbildung 4 ist die typische Verlaufskurve der Transparenz einer Zelle, in der sich die anregbaren Atome befinden, in Abhängigkeit eines äußeren Magnetfeldes gezeigt.

Falls kein äußeres Magnetfeld angelegt ist, verschwindet die Zeeman-Aufspaltung der Energieniveaus. Dementsprechend kann kein optisches Pumpen stattfinden, und die Transparenz der Zelle bricht zusammen. Wenn nun ein äußeres Magnetfeld angelegt wird, was auch das Erdmagnetfeld sein kann, führt das optische Pumpen zu einer Transparenz der Zelle. Werden die Atome einem Hochfrequenzfeld mit einer festen Frequenz ν ausgesetzt, tritt ein weiterer Effekt auf. Nach Gleichung (11) ist die Energiedifferenz proportional zum angelegten Magnetfeld $|\vec{B}|$. Sobald die Energiedifferenz mit der Frequenz des Hochfrequenzfeldes übereinstimmt, tritt induzierte Emission ein. Das optische Pumpen findet also weiter statt, so dass es zur Absorption des Lichtes kommt und die Transparenz der Zelle wieder abnimmt. Dementsprechend kommt es bei einer

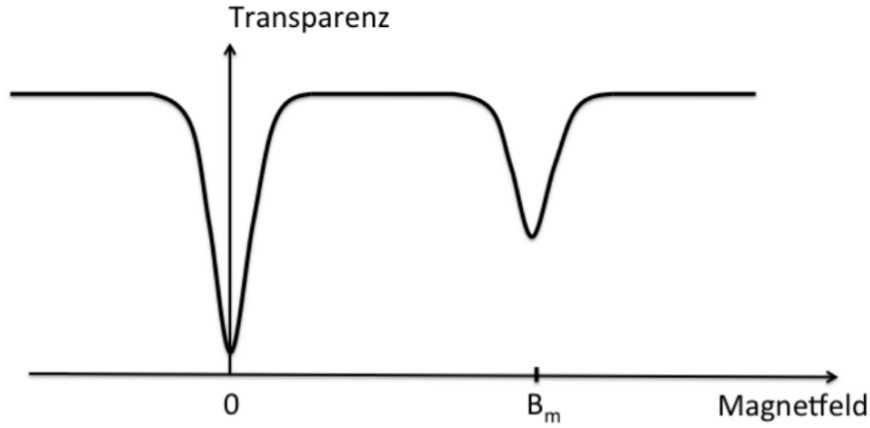


Abbildung 4: Typische Verlaufskurve der Zelltransparenz in Abhängigkeit eines äußeren Magnetfeldes. Das zweite Peak entsteht beim zusätzlichen Anlegen eines Hochfrequenzfeldes (1).

passenden Kombination von ν und $|\vec{B}|$, nämlich

$$|\vec{B}| = \frac{4\pi m_e \nu}{eg_F} \quad (14)$$

zu einem Peak in der Transparenz.

2.5 Quadratischer Zeeman-Effekt

Bei größeren äußeren Magnetfeldern $|\vec{B}|$ wird die Energieaufspaltung abhängig von M_F , was daraus folgt, dass sowohl die Spin-Bahn-Wechselwirkung als auch die Wechselwirkung von $|\vec{B}|$ mit $\vec{\mu}_J$ und $\vec{\mu}_I$ berücksichtigt werden muss. Dies führt zu einer Korrektur der Formel (11) zu

$$\Delta U = g_F \mu_B |\vec{B}| + g_f^2 \mu_B^2 B^2 \frac{1 - 2M_F}{\Delta E_{\text{Hy}}} \quad (15)$$

mit der Hyperfeinstrukturaufspaltung ΔE_{Hy} . Dies wird auch als Quadratischer Zeeman-Effekt bezeichnet, der bei hinreichend schwachen Magnetfeldern gegenüber dem linearen Term vernachlässigt werden kann.

3 Aufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 5 dargestellt. Dessen Kernelement bildet eine Dampfzelle,

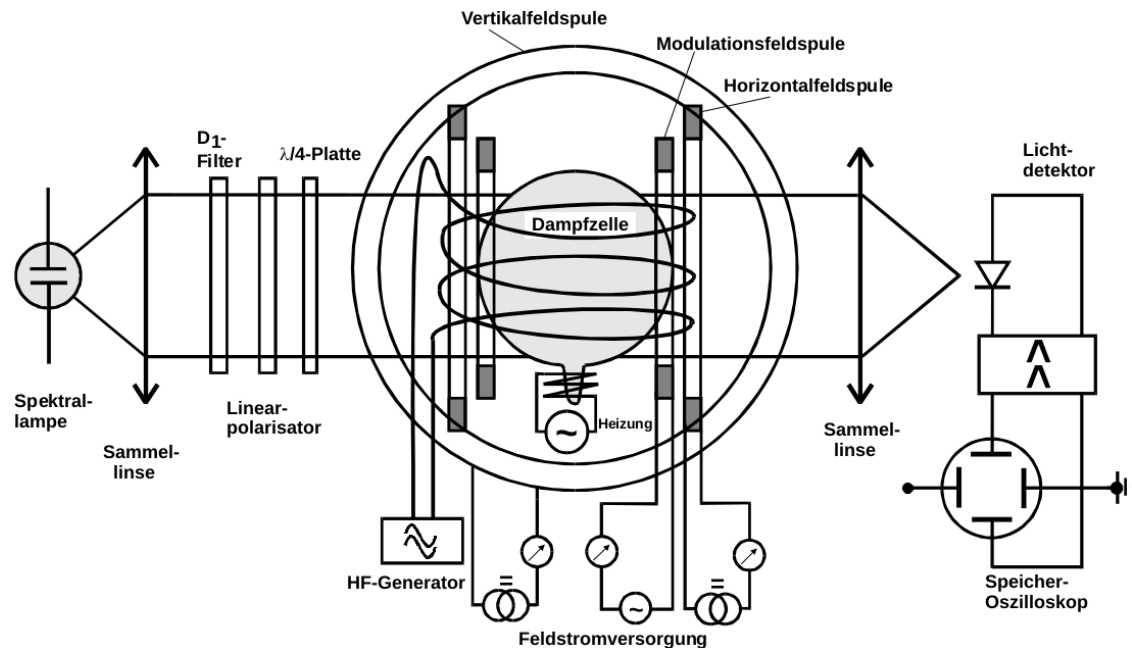


Abbildung 5: Versuchsaufbau zum optischen Pumpen (von oben) (1).

welche mit den Rubidium-Isotopen ^{85}Rb und ^{87}Rb gefüllt ist. Am Anfang der Versuchsanordnung steht eine Spektrallampe. Der dadurch emittierte Lichtstrahl wird zunächst durch eine Sammellinse aufgeweitet. Darauf folgt ein D_1 -Filter, welcher nur die D_1 -Linie des Rubidium-Spektrums ($\lambda = 794.8 \text{ nm}$) durchlässt. Anschließend durchläuft der Lichtstrahl einen Linearpolarisator und eine $\lambda/4$ -Platte, um zirkularpolarisiertes Licht zu erzeugen. Das Licht passiert die Dampfzelle und wird danach durch eine weitere Sammellinse auf ein SI-Photoelement fokussiert, welches über einen Linearverstärker an dem Y-Eingang eines Oszilloskops angeschlossen ist. Das Gas in der Dampfzelle kann über eine Heizwicklung auf einen für den Versuch optimalen Dampfdruck gebracht werden. Außerdem ist die Dampfzelle von drei Helmholtzspulenpaaren umgeben, eines zur Erzeugung eines vertikalen und zwei zur Erzeugung eines horizontalen Magnetfeldes. Diese können über ein Hauptelement eingestellt werden. Zusätzlich steht ein Frequenzgenerator zur Verfügung.

4 Durchführung

4.1 Vorbereitung

Eine halbe Stunde vor Beginn des Versuchs wird die Heizung der Dampfzelle eingeschaltet.

4.1.1 Justierung des Strahlenganges

Um die Intensität des auf den Lichtdetektor einfallenden Lichtes zu maximieren, werden zunächst der "Gain", "Gain-Multiplier" und "Meter-Multiplier" am Steuerelement auf 1, sowie die Zeit-

konstante auf 100 ms gestellt. Daraufhin werden die beiden Sammellinsen so platziert, dass die Lichtintensität maximiert wird. Dies wird an einem Galvanometer abgelesen, welches bei vollem Ausschlag durch einen DC-Offset-Regler geeicht werden kann. Ist das Maximum erreicht, werden die restlichen optischen Elemente eingebaut und die gesamte Apparatur durch eine schwarze Decke von externer Strahlung abgeschirmt.

4.1.2 Kompensation des Erdmagnetfeldes

Zunächst muss das typische Signalbild erzeugt werden. Dafür werden die Potentiometer für das horizontale und vertikale Spulenpaar auf Null gestellt, das Start-Feld für das horizontale "Sweep"-Spulenpaar ist ebenfalls auf Null zu setzen. Es wird ein kontinuierlicher Durchlauf von zwei Sekunden bei maximaler Reichweite des Spulenpaares eingestellt. Der "Recorder"-Ausgang des horizontalen "Sweep"-Spulenpaares wird auf den ersten und die Diodenspannung an den zweiten Kanal des Oszilloskops angeschlossen. Das Oszilloskop wird in den XY-Modus gestellt, wobei beide Kanäle auf DC-Kopplung eingestellt werden. Ist nun ein Leuchtpunkt zu sehen, welcher über die gesamte Reichweite des "Sweep"-Spulenpaares läuft, werden der "Gain" auf zwanzig, der "Gain-Multiplier" auf das Zehnfache und der "Meter-Multiplier" auf das Zweifache eingestellt.

Das typische Signalbild weist nun einen breiten Peak auf, welcher durch die Kompensation des Erdmagnetfeldes schmaler gemacht werden soll. Hierzu wird der Tisch in Nord-Süd-Richtung gedreht, um den Einfluss des horizontalen Erdmagnetfeldes zu kompensieren. Durch Einstellen des vertikalen Spulenpaares wird die vertikale Komponente kompensiert; dieser Wert wird notiert.

4.2 Aufnahme der Resonanzen in Abhängigkeit der Frequenz

Um die Resonanzen durch induzierte Emission zu beobachten, wird ein Frequenzgenerator benötigt. Dieser wird an den Eingang "RF-Amplifier-input" angeschlossen. Der "RF-Amplifier-Gain" wird auf zwei gestellt. Es wird eine Sinusspannung mit einer Amplitude von 4 V und einer Frequenz von 100 kHz eingestellt. Die Resonanzen können nun beobachtet werden. Durch grobe Einstellung des Horizontal- und feiner Einstellung des "Sweep"-Feldes können die Resonanzen angepeilt werden. Die Werte für die Felder werden nun für verschiedene Frequenzen bis 1 MHz notiert.

4.3 Aufnahme eines Signalbildes

Abschließend wird ein Signalbild bei 100 kHz über das Oszilloskop abgespeichert.

5 Auswertung

5.1 Bestimmung der Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes

Wie in Kapitel 4.1.2 beschrieben wird zunächst das Erdmagnetfeld durch das Anlegen eines entgegengesetzten Magnetfeldes ausgeglichen. Aus der Stärke des kompensierenden Magnetfeldes kann somit die vertikale Komponente des Erdmagnetfeldes abgeschätzt werden. Im gesamten Versuchsaufbau werden Helmholtz-Spulen verwendet, die ein möglichst homogenes Magnetfeld erzeugen. Deren Magnetfeldstärke berechnet sich nach der Formel

$$|\vec{B}| = \mu_0 \frac{8IN}{\sqrt{125}R} \quad (16)$$

mit der magnetischen Feldkonstante μ_0 , der angelegten Stromstärke I , der Windungszahl N sowie dem Spulenradius R . Die Daten der in diesem Versuch verwendeten Spulen sind in Tabelle 1 angegeben.

Tabelle 1: Kennzahlen der verwendeten Helmholtzspulen (1).

Spule	N	R
Sweep	11	16.39 cm
Horizontal	154	15.49 cm
Vertikal	20	11.735 cm

Für die Kompensation des Erdmagnetfeldes wird die Vertikalspule verwendet. Die benötigte Stromstärke zur Kompensation beträgt

$$I_{\text{komp}} = (0.243 \pm 0.001) \text{ A}$$

wobei der Fehler von I aufgrund des Stromgenerators zu 0.001 A abgeschätzt wird. Aus Formel (16) lässt sich die Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes somit zu

$$B_{\text{komp}} = (37.2 \pm 0.2) \mu\text{T}$$

abschätzen, wobei der Fehler hier und in allen folgenden Rechnungen nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n\right)^2} \quad (17)$$

für eine Funktion $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, bei der die Größen x_1, x_2, \dots, x_n voneinander unabhängig sind, berechnet wird.

5.2 Bestimmung der Resonanzfrequenzen

Als Nächstes werden, wie in Kapitel 4.2 angegeben, Resonanzen durch induzierte Emission für verschiedene Frequenzen ν gesucht. Dabei können für jede Frequenz jeweils zwei Resonanzen, welche für die verschiedenen Rubidiumisotope stehen, beobachtet werden. Die Messdaten sind in Tabelle 2 angegeben, wobei $I_{i,j}$ für die Stromstärke der angelegten Spule steht.

Tabelle 2: Bestimmung der Magnetfelder zu den Resonanzfrequenzen.

ν/kHz	$I_{1,1}/\text{A}$	$I_{1,2}/\text{A}$	$I_{2,1}/\text{A}$	$I_{2,2}/\text{A}$	$B_1/\mu\text{T}$	$\delta B_1/\mu\text{T}$	$B_2/\mu\text{T}$	$\delta B_2/\mu\text{T}$
100	0.566	0.000	0.688	0.000	34.2	2.7	41.5	2.7
200	0.680	0.012	0.912	0.012	51.8	2.7	65.8	2.7
300	0.412	0.045	0.765	0.045	65.1	2.7	86.4	2.7
400	0.352	0.066	0.825	0.066	80.2	2.7	108.8	2.7
500	0.206	0.093	0.803	0.093	95.6	2.7	131.6	2.7
600	0.100	0.114	0.810	0.114	107.9	2.7	150.8	2.7
700	0.065	0.132	0.891	0.132	121.9	2.7	171.8	2.7
800	0.254	0.138	0.588	0.180	138.7	2.7	196.4	2.7
900	0.422	0.141	0.622	0.201	151.5	2.7	217.2	2.7
1000	0.340	0.165	0.557	0.231	168.0	2.7	240.1	2.7

Hierbei bestimmt der erste Index i die jeweilige Resonanz und der zweite Index j das verwendete Magnetfeld: $j = 1$ bezeichnet das "Sweep"-Feld, $j = 2$ das Horizontalfeld. Als Messfehler wird für die "Sweep"-Spule 0.001 A, für die Horizontalspule 0.003 A angenommen. Hieraus lässt sich nach Formel (16) und den Daten aus Tabelle 1 das Gesamtmagnetfeld B_i in Abhängigkeit von der Frequenz ν bestimmen.

5.3 Bestimmung der Landé-Faktoren und der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes

Aus den ermittelten Magnetfeldstärken und den dazugehörigen Resonanzfrequenzen kann nun die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes sowie nach Gleichung 14 der Landé-Faktor g_F bestimmt werden. Dazu wird für beide Resonanzen jeweils $|\vec{B}|$ gegen ν abgetragen und die Daten linear gefittet. Der Fit wird in Python mithilfe von SciPy durchgeführt. Es ergeben sich die Parameter

$$m_1 = (0.146 \pm 0.001) \text{ nT s} \qquad b_1 = (21.2 \pm 0.8) \mu\text{T}$$

für die erste beobachtete Resonanz sowie

$$m_2 = (0.219 \pm 0.001) \text{ nT s} \qquad b_2 = (20.8 \pm 0.8) \mu\text{T}$$

für die zweite Resonanz. In den Abbildungen 6 und 7 sind die linearen Fits zusammen mit den Messergebnissen dargestellt.

Ausgehend von der Formel 14 lässt sich g_F bei gegebener Steigung m aus dem Zusammenhang

$$g_F = \frac{4\pi m_e}{em} \tag{18}$$

ermitteln. Man erhält somit die Vorhersagen

$$g_{F,1} = 0.489 \pm 0.005 \qquad g_{F,2} = 0.327 \pm 0.002$$

für die erste bzw. für die zweite Resonanz. Zudem ermöglicht der Offset des Magnetfeldes, welcher durch die Achsenabschnitte b_1 und b_2 beschrieben wird, eine Aussage über die horizontale Komponente des Erdmagnetfeldes. Die Mittelung beider Werte ergibt einen Wert von

$$B_{\text{erd, hor}} = (21.0 \pm 0.6) \mu\text{T}.$$

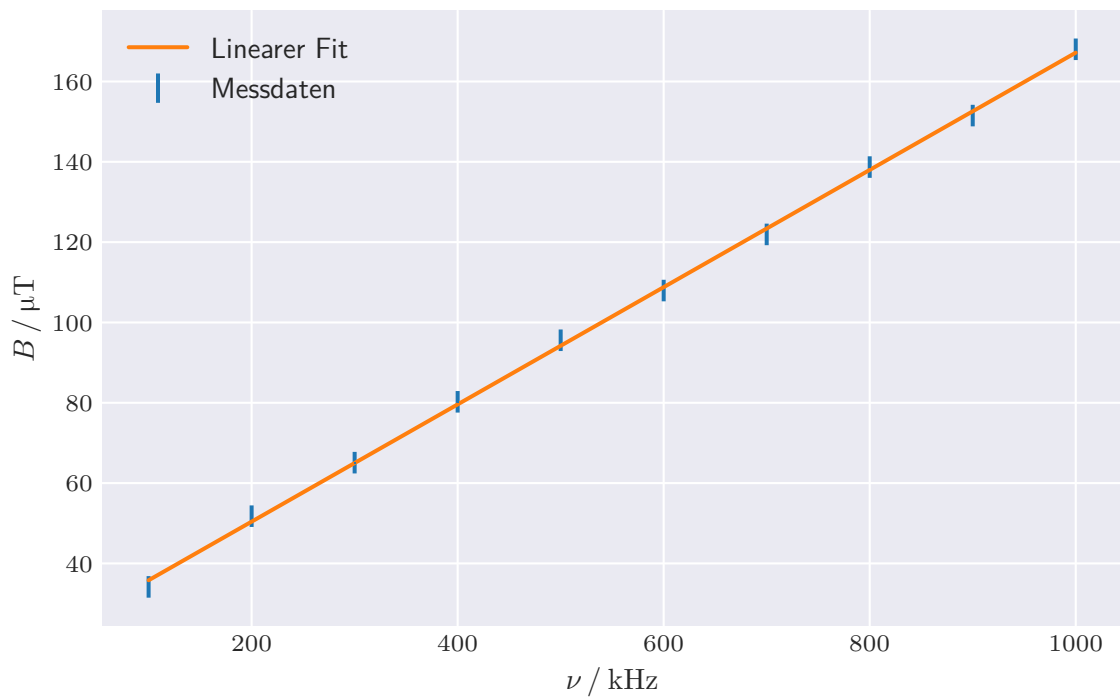


Abbildung 6: Messergebnisse für die erste beobachtete Resonanz sowie dazugehöriger linearer Fit.

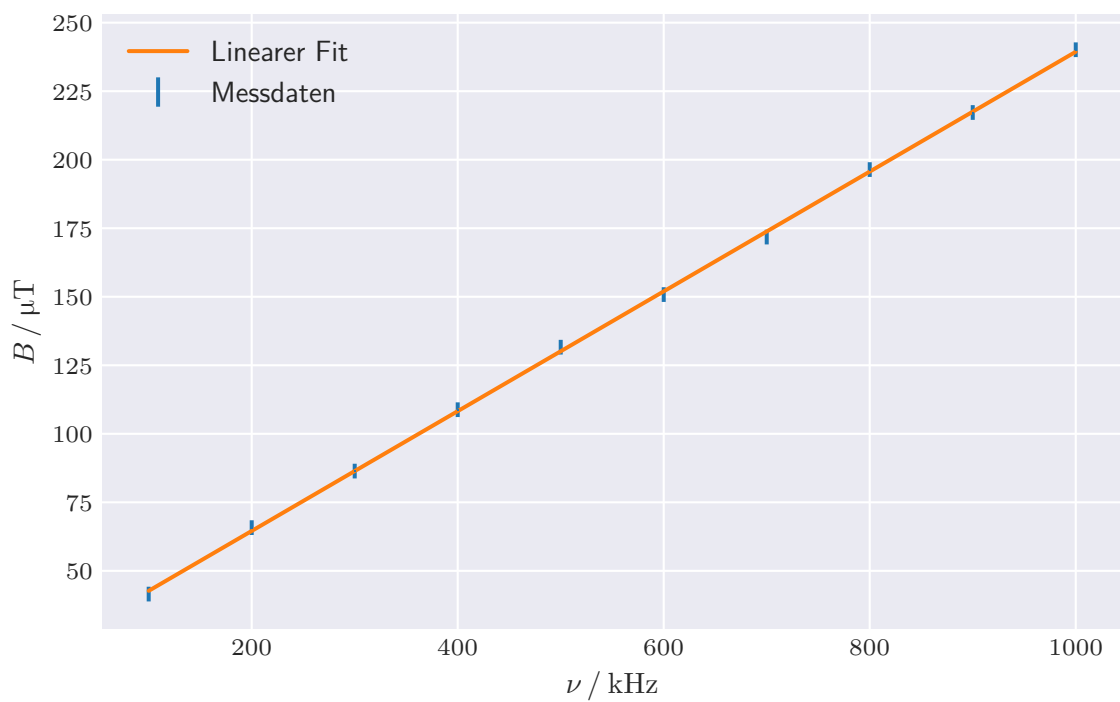


Abbildung 7: Messergebnisse für die zweite beobachtete Resonanz sowie dazugehöriger linearer Fit.

5.4 Bestimmung des Kernspins

Ein Verhältnis zwischen den Landé Faktoren g_F und g_J sowie den Drehimpulsen F , I und J ist durch Formel (12) in guter Näherung gegeben. Unter der Annahme $F = J + I$ kann hieraus die Formel

$$I = J \left(\frac{g_J}{g_F} - 1 \right) \quad (19)$$

hergeleitet werden. Der Wert für g_J ist aus Gleichung (4) gegeben, wir nehmen $J = \frac{1}{2}$ an und haben g_F im vorherigen Kapitel ermittelt. Es folgt somit für die Kernspins der beiden Isotope

$$I_1 = 1.55 \pm 0.02$$

$$I_2 = 2.56 \pm 0.02.$$

5.5 Bestimmung des Isotopenverhältnisses

In Abbildung 8 ist das Signalbild des Oszilloskops bei $\nu = 100$ kHz gezeigt. Das äußere Magnetfeld wird dabei im Bereich der zur Frequenz passenden Resonanzen variiert, so dass die beiden Resonanzen rechts zu sehen sind.

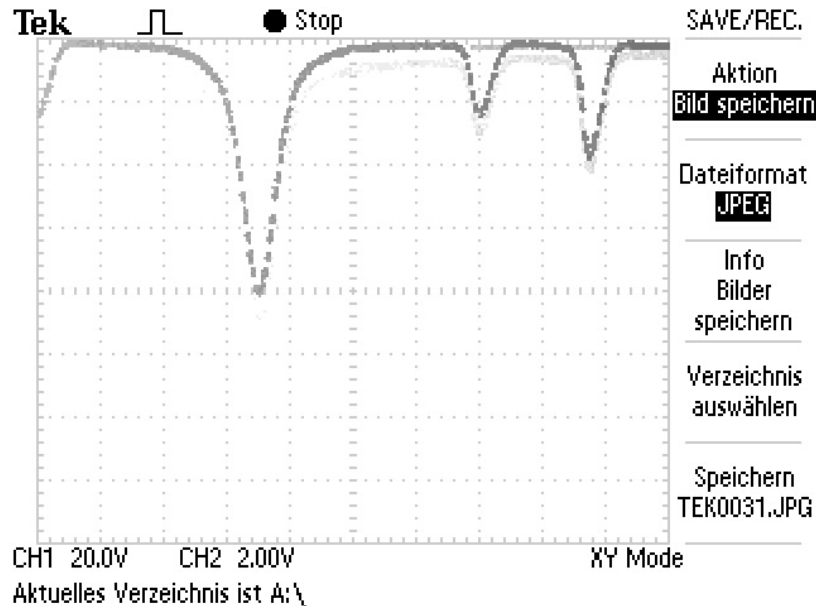


Abbildung 8: Transparenz der Zelle in Abhängigkeit von der Magnetfeldstärke bei $\nu = 100$ kHz.

Je nachdem wie stark das zur Resonanz gehörige Isotop vertreten ist, ist die Abnahme der Transparenz der Zelle stärker. Somit kann über das Verhältnis der beiden Amplituden eine grobe Abschätzung für das Isotopenverhältnis getroffen werden. Die linke Amplitude A_1 und die rechte Amplitude A_2 werden dabei mithilfe eines Grafikprogrammes ausgelesen. Dazu wird der Abstand der beiden Minima zum oberen Ende der Bildbereiche in Pixeln ermittelt. Dies ergibt einen Abstand von

$$A_1 = 64.0$$

$$A_2 = 98.0$$

was einem Amplituden- bzw. Isotopenverhältnis von

$$\frac{A_2}{A_1} = 1.5$$

entspricht. Unter der Annahme, dass die Amplitude A_2 zu dem Isotop ^{85}Rb und A_1 zu dem Isotop ^{87}Rb , kann dieser Wert mit dem realen Isotopenverhältnis (2) verglichen werden. Diese treten mit einer Häufigkeit von

$$P(^{85}\text{Rb}) = 72.17\% \qquad P(^{87}\text{Rb}) = 27.83\%$$

auf, was einem realen Isotopenverhältnis von

$$\frac{P(^{85}\text{Rb})}{P(^{87}\text{Rb})} = 2.6$$

entspricht.

5.6 Abschätzung des quadratischen Zeeman-Effektes

Wie in der Theorie erläutert ergibt sich nach Gleichung (15) eine Abweichung von der linearen Abhängigkeit vom B -Feld, die quadratischer Zeeman-Effekt genannt wird und bei größeren Magnetfeldern relevant wird. Da lediglich eine grobe Abschätzung erwünscht ist, wird für das Magnetfeld der Wert $|\vec{B}| = 250\mu\text{T}$ angenommen, was gerundet dem höchsten verwendeten Magnetfeld bei diesem Versuch entspricht. Zudem mit ein Wert von $g_F = 0.5$ angenommen sowie Energien für die Hyperfeinstrukturaufspaltung (1) von

$$\Delta E_{\text{Hy},87} = 4.53 \cdot 10^{-24} \text{ J} \qquad \Delta E_{\text{Hy},85} = 2.01 \cdot 10^{-24} \text{ J}$$

für die beiden Isotope. Werden diese Abschätzungen genutzt, ergibt sich ein Verhältnis vom linearen Term zum quadratischen Term von

$$\left(\frac{U_{\text{lin}}}{U_{\text{quad}}} \right)_{87} = 3908 \qquad \left(\frac{U_{\text{lin}}}{U_{\text{quad}}} \right)_{85} = 1734.$$

6 Diskussion

6.1 Bestimmung des Erdmagnetfeldes

Das vertikale Erdmagnetfeld wurde auf den Wert

$$B_{\text{komp,gem}} = (37.2 \pm 0.2) \mu\text{T}$$

bestimmt. Der Literaturwert (3) beträgt ungefähr

$$B_{\text{komp,lit}} = 45.07 \mu\text{T},$$

dies entspricht einer Abweichung von

$$\delta B_{\text{komp}} = 17.4 \%.$$

Für das horizontale Erdmagnetfeld hat sich ein Wert von

$$B_{\text{erd, hor}} = (21.0 \pm 0.6) \mu\text{T}.$$

ergeben. Verglichen mit dem Literaturwert

$$B_{\text{hor,lit}} = 19.33 \mu\text{T},$$

entspricht dies einer Abweichung von

$$\delta B_{\text{erd, hor}} = 8.8 \%.$$

Die Abweichung kann durch die schwierige Feineinstellung der Spule erklärt werden.

6.2 Bestimmung der Landé-Faktoren

Als Landé-Faktoren der beiden Isotope wurden die Werte

$$g_{F,1} = 0.489 \pm 0.005$$

$$g_{F,2} = 0.327 \pm 0.002$$

ermittelt. Unter der Verwendung der Annahmen $J = 0.5$, $S = 0.5$, $L = 0$ sowie den Ergebnissen $I_1 = 1.5$ und $I_2 = 2.5$ aus Kapitel 5.4 lassen sich Theoriewerte ermitteln. Unter Verwendung der Formeln (6) und (12) könnten Theoriewerte von

$$g_{F,1,\text{theo}} = 0.50$$

$$g_{F,2,\text{theo}} = 0.33$$

bestimmt werden. Dies entspricht einer Abweichung von Theoriewert zum experimentellen Wert von

$$\delta g_{F,1} = 2.22 \%$$

$$\delta g_{F,2} = 2.03 \%.$$

Diese Betrachtung ist jedoch mit Vorsicht zu sehen, da die Theorie lediglich eine Näherung darstellt.

6.3 Bestimmung der Kernspins der Isotope

Die Kernspins der Isotope wurden zu

$$I_1 = 1.55 \pm 0.02 \qquad I_2 = 2.56 \pm 0.02$$

bestimmt. Dies lässt sich gerundet mit den Kernspins $I_1 = \frac{3}{2}$ und $I_2 = \frac{5}{2}$ identifizieren (4). In diesem Falle bilden sich Abweichungen von

$$\delta I_1 = 3.0 \% \qquad \delta I_2 = 2.5 \%,$$

welche relativ gering sind.

6.4 Berechnung des Isotopenverhältnisses

Aus dem Versuch geht ein Isotopenverhältnis von

$$\frac{A_2}{A_1} = 1.5$$

hervor, während die Literatur ein Verhältnis von

$$\frac{P(^{85}\text{Rb})}{P(^{87}\text{Rb})} = 2.6$$

angibt. Der ermittelte Wert weicht daher zu

$$\delta \frac{P(^{85}\text{Rb})}{P(^{87}\text{Rb})} = 41.0 \%$$

von der Literatur ab. Diese große Abweichung ist daher begründet, dass die Amplituden am sich durch kleinste Störungen ändernden Signalbild abgelesen werden mussten.

6.5 Einfluss des quadratischen Zeeman-Effekts

Die Verhältnisse wurden auf

$$\left(\frac{U_{\text{lin}}}{U_{\text{quad}}} \right)_{87} = 3908 \qquad \left(\frac{U_{\text{lin}}}{U_{\text{quad}}} \right)_{85} = 1734$$

bestimmt. Somit unterscheiden sich die beiden Effekte um ca. drei Größenordnungen mit deutlich stärkerem Einfluss durch den linearen Term. Der quadratische Zeeman-Effekt kann daher vernachlässigt werden.

Literatur

1. *TU Dortmund - Fachbereich Physik: Versuche des Fortgeschrittenenpraktikums für Studierende mit Abschluß Bachelor of Science. Anleitung zu Versuch V21*, <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V47.pdf>, Apr. 2017.
2. *Das interaktive Periodensystem der Elemente*, Mai 2017, (<http://www.periodensystem.info/elemente/rubidium/>).
3. *Deklinationsrechner*, Mai 2017, (<http://www.gfz-potsdam.de/deklinationsrechner/>).
4. *Live Chart of Nuclides*, Mai 2017, (<https://www-nds.iaea.org/relnsd/vcharthtml/VChartHTML.html>).