UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
CURSO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO

JEAN ALVES ROCHA

TRABALHO DO PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA: Lista 2 - APS

EXERCÍCIO DA DISCIPLINA DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

CORNÉLIO PROCÓPIO
2021

Trabalho VAD APS: Exe 1.

1)Uma moeda viciada tem probabilidade de cara igual a 04,. Para dois lançamento independentes dessa moeda, estude o comportamento da variável número de caras. Determine a função de probabilidade, função de distribuição acumulada e gráfico da função de distribuição acumulada.

Resp:

X = Variável número de caras

W = ?

C = CARA

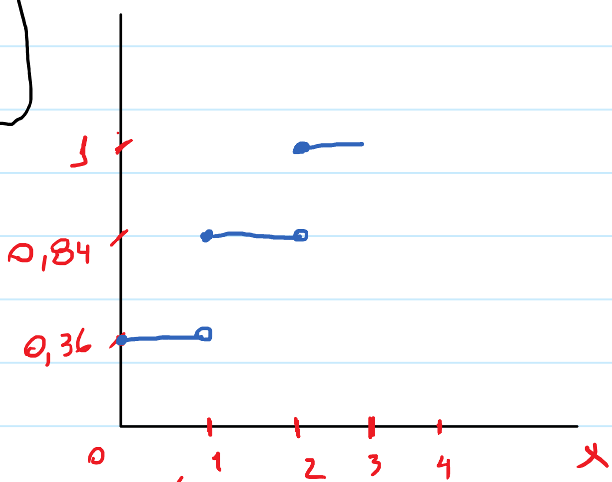
K = COROA

$W = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}$ → $x = \{0, 1, 2\}$

$w_1 = C, C$	⇒ $0{,}4 \times 0{,}4 = 0{,}16$		$x = 2$
$w_2 = C, K$	⇒ $0{,}4 \times 0{,}6 = 0{,}24$		$x = 1$
$w_3 = K, C$	⇒ $0{,}6 \times 0{,}4 = 0{,}24$		$x = 1$
$w_4 = K, K$	⇒ $0{,}6 \times 0{,}6 = 0{,}36$		$x = 0$

x	0	1	2
$f(X=x)$	0,36	0,48	0,16

GRÁFICO DA Função de D.A.



Fora de Escala

Função de Distribuição acumulada*

0	se $x < 0$;
0,36	se $0 \leq x < 1$;
0,84	se $1 \leq x < 2$;
1	se $x \geq 2$;

$f(x<0) = \boxed{0}$

$f(x<1) = f(x<0) + f(x=0) = 0 + 0{,}36 = \boxed{0{,}36}$

$f(x<2) = f(x<0) + f(x=0) + f(x=1) = 0 + 0{,}36 + 0{,}48 = \boxed{0{,}84}$

$f(x \geq 2) = f(x<0) + f(x=0) + f(x=1) + f(x=2)$

$f(x \geq 2) = 0 + 0{,}36 + 0{,}48 + 0{,}16 = \boxed{1}$

Trabalho VAD APS: Exe 2.

2) Um caminho para se chegar a uma festa pode ser dividido em três etapas. Sem enganos o trajeto será feito em 1 hora. Se enganos acontecem na primeira etapa acrescente 10 minutos ao tempo do trajeto. Para enganos na segunda etapa, o acréscimo é de 20 e, para a terceira, 30 minutos. Admita que a probabilidade de engano é de 01; 0,2 e 0,3 para a primeira, segunda e terceira etapas, respectivamente.. É provável haver atraso na chegada à festa? Determine a probabilidade de haver atraso, mas o atraso não passar de 40 minutos.

3 Etapas $\qquad$ T= tempo de atraso

$P(1) = 0,1$ → Prob. Engano na 1ª Etapa
$P(2) = 0,2$ → " " " 2ª "
$P(3) = 0,3$ → " " " 3ª "

$P(T>0) = 1 - P(1^c) \cdot P(2^c) \cdot P(3^c)$
$P(T>0) = 1 - 0,9 \times 0,8 \times 0,7 = \boxed{0,496}$

→ Chance de se atrasar

$$\boxed{P(0 < T \leq 40) = P(T>0) - P(T>40)}$$

$P(T>0) = \underbrace{P(1)}_{0\,min} \cdot \underbrace{P(2^c)}_{20\,min} \cdot \underbrace{P(3^c)}_{30\,min} + \underbrace{P(1^c)}_{10\,min} \cdot \underbrace{P(2^c)}_{20\,min} \cdot \underbrace{P(3^c)}_{30\,min}$

$P(0 < T \leq 40) = P(T>0) - P(1) \cdot P(2^c) \cdot P(3^c) - P(1^c) \cdot P(2^c) \cdot P(3^c)$
$P(0 < T \leq 40) = 0,496 - 0,9 \times 0,2 \times 0,3 - 0,1 \times 0,2 \times 0,3$
$\boxed{P(0 < T \leq 40) = 0,436}$

Trabalho VAD APS: Exe 3.

3) Determine a função de probabilidade de um único lançamento de um dado. Depois determine:

a) a função de probabilidade;

b) função acumulada de probabilidade e o gráfico da função acumulada.

X = Lados do DADO

$x = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$W = \{1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6\}$

X	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

$F(0) = P(x \le 0) = P(x=0) = 0$

$F(1) = P(x \le 1) = P(x=0) + P(x=1) = 0 + 1/6 = 1/6$

$F(2) = P(x \le 2) = \boxed{P(x \le 1)} + P(x=2) = 1/6 + 1/6 = 2/6$

$F(3) = P(x \le 3) = \boxed{P(x \le 2)} + P(x=3) = 2/6 + 1/6 = 3/6$

$F(4) = P(x \le 4) = \boxed{P(x \le 3)} + P(x=4) = 3/6 + 1/6 = 4/6$

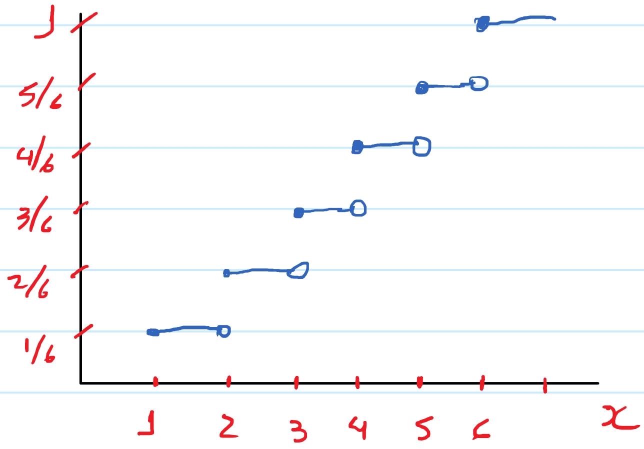
$F(5) = P(x \le 5) = \boxed{P(x \le 4)} + P(x=5) = 4/6 + 1/6 = 5/6$

$F(6) = P(x \le 6) = \boxed{P(x \le 5)} + P(x=6) = 5/6 + 1/6 = 1$

Fiz desse jeito por causa do Espaço.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 1 \\ 1/6, & \text{se } 1 \le x < 2 \\ 2/6, & \text{se } 2 \le x < 3 \\ 3/6, & \text{se } 3 \le x < 4 \\ 4/6, & \text{se } 4 \le x < 5 \\ 5/6, & \text{se } 5 \le x < 6 \\ 1, & \text{se } x \ge 6 \end{cases}$$

NÃO ESTÁ EM ESCALA



Trabalho VAD APS: Exe 4. a

4) Numa fábrica existem três máquinas iguais de uma mesma marca, que trabalham independentemente. A probabilidade de cada máquina falhar num dado espaço de tempo é 0,1. Seja X a variável aleatória discreta que representa o número de máquinas que no final deste período estarão a trabalhar. Determine:
a) A função de probabilidade de X.
b) A função de distribuição acumulada de X e o gráfico da função de distribuição acumulada.
c) O valor esperado e a variância de X.

X = Nº maquinas que trabalham no final

$x = \{0, 1, 2, 3\}$

Prob. Falhar

$P(M_1) = 0{,}1 \qquad P(M_1^c) = 0{,}9$
$P(M_2) = 0{,}1 \qquad P(M_2^c) = 0{,}9$
$P(M_3) = 0{,}1 \qquad P(M_3^c) = 0{,}9$

Complementar
Prob. Funcionar

$W_1 = M_1, M_2, M_3 = 0{,}001 \qquad x=0$
$W_2 = M_1, M_2, M_3^c = 0{,}009 \qquad x=1$
$W_3 = M_1, M_2^c, M_3 \qquad x=1$
$W_4 = M_1, M_2^c, M_3^c = 0{,}081 \qquad x=2$
$W_5 = M_1^c, M_2, M_3 \qquad x=1$
$W_6 = M_1^c, M_2^c, M_3 \qquad x=2$
$W_7 = M_1^c, M_2, M_3^c \qquad x=2$
$W_8 = M_1^c, M_2^c, M_3^c = 0{,}729 \qquad x=3$

$P(x=0) = 0{,}001$
$P(x=1) = 3 \times 0{,}009 = 0{,}027$
$P(x=2) = 3 \times 0{,}081 = 0{,}243$
$P(x=3) = 0{,}729$

a

X	0	1	2	3
P(X=x)	0,001	0,027	0,243	0,729

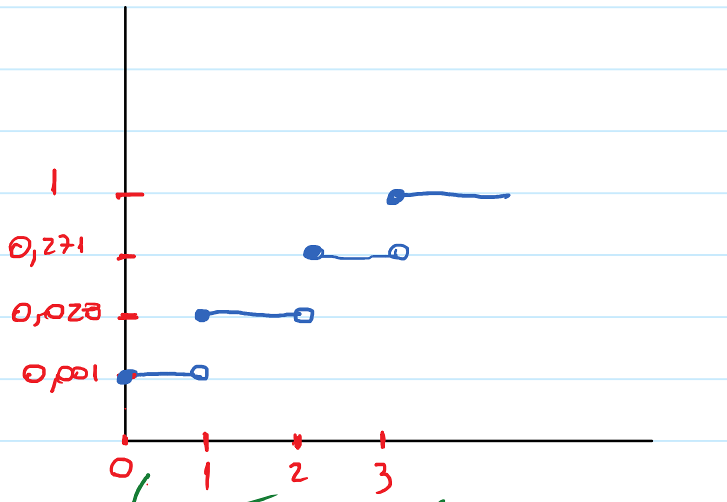
b

$F(0) = P(x<0) = 0$
$F(1) = P(0 \leq x < 1) = P(x<0) + P(x=0) = 0{,}001$
$F(2) = P(1 \leq x < 2) = P(x<0) + P(x=0) + P(x=1) = 0{,}028$
$F(3) = P(2 \leq x < 3) = P(x<0) + P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) = 0{,}271$
$F(4) = P(x \geq 3)\ P(x<0) + P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3) = 1$

Trabalho VAD APS: Exe 4. b e c

(b)

$$F(x) = \begin{cases} 0, & se \quad x < 0 \\ 0{,}001, & se \quad 0 \leq x < 1 \\ 0{,}028, & se \quad 1 \leq x < 2 \\ 0{,}271 & se \quad 2 \leq x < 3 \\ 1 & se \quad x \geq 3 \end{cases}$$



⇒ NÃO ESTÁ EM ESCALA

(c) $E(x) = \sum x_i \cdot p_i$ ⇒ Média

$E(x) = 0 \times 0{,}001 + 1 \times 0{,}027 + 2 \times 0{,}243 + 3 \times 0{,}729$

$\boxed{E(x) = 2{,}7}$

$VAR(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$

$E(x) = 2{,}7$

$[E(x)]^2 = 2{,}7^2 = 7{,}29$

$E(x^2) = \sum_{i=1}^{i=4} 0^2 \times 0{,}001 + 1^2 \times 0{,}027 + 2^2 \times 0{,}243 + 3^2 \times 0{,}729$

$E(x^2) = 7{,}56$

$VAR(x) = 7{,}56 - 7{,}29 = \boxed{0{,}27}$

Trabalho VAD APS: Exe 5

5) O tempo T, em minutos, necessário para um operário processar certa peça é uma variável alelatória discreta com a seguinte distribuição de probabilidade:

t	2	3	4	5	6	7
p(t)	0,1	0,1	0,3	0,2	0,2	0,1

a)Calcule o tempo médio de processamento e interprete este resultado. Obtenha a função da distribuição acumulada de T. Resp: E(T)=4,6

Exemplo, DADO $t=2$ e $p(t)=0,1$, significa que a probabilidade dele processar certa peça em 2 min é de 0,1.

$$E(t) = \sum t_i \times p_i$$

$$E(t) = 2\times 0,1 + 3\times 0,1 + 4\times 0,3 + 5\times 0,2 + 6\times 0,2 + 7\times 0,1$$

$$\boxed{E(t) = 4,6\ \text{min}}$$

O tempo médio para processar uma certa peça é de 4,6 min.

$F(x) = ?$

$F(0) = P(x<2) = 0$

$F(1) = P(2 \leq x < 3) = P(x<2) + P(x=2) = 0,1$

$F(2) = P(3 \leq x < 4) = P(2 \leq x <\ ) + P(x=3) = 0,2$

$F(3) = P(4 \leq x < 5) = P(3 \leq x < 4) + P(x=4) = 0,5$

$F(4) = P(5 \leq x < 6) = P(4 \leq x < 5) + P(x=5) = 0,7$

$F(5) = P(6 \leq x < 7) = P(5 \leq x < 6) + P(x=6) = 0,9$

$F(6) = P(x \geq 7) = P(6 \leq x < 7) + P(x=7) = 1$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 2 \\ 0,1, & \text{se } 2 \leq x < 3 \\ 0,2, & \text{se } 3 \leq x < 4 \\ 0,5, & \text{se } 4 \leq x < 5 \\ 0,7, & \text{se } 5 \leq x < 6 \\ 0,9, & \text{se } 6 \leq x < 7 \\ 1, & \text{se } x \geq 7 \end{cases}$$

Trabalho VAD APS: Exe 6

6)Um pai leva o filho ao cinema e vai gastar nas duas entradas R$15. O filho vai pedir para comer pipoca com probabilidade 0,7 e, além disso, pode pedir bala com probabilidade 0,9. Esses pedidos são atendidos pelo pai com probabilidade 0,5; independentemente um do outro. Se a pipoca custa R$2 e a bala R$3, estude o gasto efetuado com a ida ao cinema.

G = Gasto no cinema

R$ 15,00 = Duas entradas ⇒ Constante

→ As duas são de Pedir

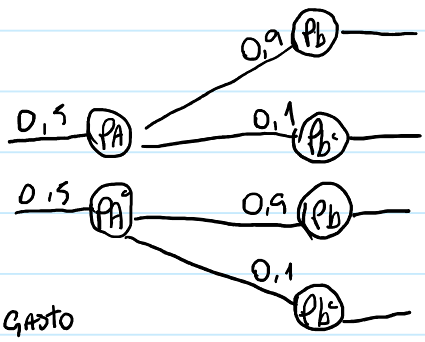
$P(p)$ = Probabilidade de Pipoca = 0,7

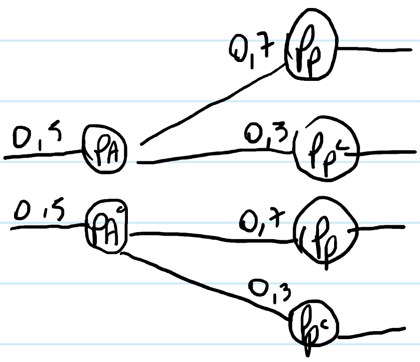
$P(b)$ = " " Bala = 0,9

$P(A)$ = " " Aceitar = 0,5

P_p = Preço da pipoca = R$ 2

P_b = Preço da bala = R$ 3





G = Gasto

$P(G=15) = [1 - P(A \cap b)] \cdot [1 - P(A \cap p)]$

$P(G=15) = [1 - 0,5 \times 0,9] \cdot [1 - 0,5 \times 0,7]$

$P(G=15) = \boxed{0,3575}$

$P(G=20) = P(A \cap b) \cdot P(A \cap p)$

$P(G=20) = 0,5 \times 0,9 \times 0,5 \times 0,7$

$P(G=20) = \boxed{0,1575}$

$P(G=17) = [1 - P(A \cap b)] \cdot P(A \cap p)$

$P(G=17) = [1 - 0,5 \times 0,9] \cdot 0,5 \times 0,7$

$P(G=17) = \boxed{0,1925}$

$P(G=18) = P(A \cap b) \cdot [1 - P(A \cap p)]$

$P(G=18) = 0,5 \times 0,9 \cdot [1 - 0,7 \times 0,5]$

$P(G=18) = \boxed{0,2925}$

G	15	17	18	20
P(G=g)	0,3575	0,1925	0,2925	0,1575