UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
CURSO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO

JEAN ALVES ROCHA

TRABALHO DO PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

EXERCÍCIO DA DISCIPLINA DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

CORNÉLIO PROCÓPIO
2021

Lista 3: Modelos Discretos exe 1 e 2

1)Um atirador acerta na mosca do alvo, 20% dos tiros. Se ele dá 10 tiros, qual a probabilidade de ele acertar na mosca no máximo 1 vez? Resp=0,37

$P(A) = 20\%$

$N = 10 \quad x = 1$

$P(x \leq 1) = P(x=0) + P(x=1)$

$P(x \leq 1) = \binom{10}{0} \cdot 0{,}2^0 \cdot 0{,}8^{10} + \binom{10}{1} \cdot 0{,}2^1 \times 0{,}8^9$

$\binom{10}{0} \to 1 \qquad \binom{10}{1} \to 10$

$\boxed{P(x \leq 1) = 0{,}3758}$

2)Um atirador acerta na mosca do alvo, 20% dos tiros. Qual a probabilidade de ele acertar na mosca pela primeira vez no décimo tiro? Resp:0,0268

$N=10 \quad P(A) = 0{,}2 \qquad P(A^c) = 0{,}8$

$x = 1$

$P(X=x) = P^x \cdot (1-P)^{n-x}$

$P(x=1) = 0{,}2^1 \times 0{,}8^9 = \boxed{0{,}0268}$

Lista 3: Modelos Discretos exe 3 e 4

3) Joga-se um dado equilibrado. Qual é a probabilidade de serem necessários 10 lançamentos até a primeira ocorrência de um seis? Resp=0,032

$P(6) = \frac{1}{6}$ $\quad X = 10$

$$P(X=10) = \left(\frac{5}{6}\right)^9 \times \left(\frac{1}{6}\right)^1 = \boxed{0{,}032}$$

4)Uma central telefônica recebe uma média de 5 chamadas por minuto. Supondo que as chamadas que chegam constituam uma distribuição de Poisson, qual é a probabilidade de a central não receber nenhuma chamada em um minuto? e de receber no máximo 2 chamadas em 2 minutos? Resp=0,00276940

$$P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} \qquad \lambda = 5$$

X = NÚMEROS DE CHAMADAS POR MINUTOS

a

$$P(X=0) = \frac{e^{-5} \cdot 5^0}{0!} = \boxed{6{,}74 \times 10^{-3}}$$

chance de x=0, isto é, não recebe ligações para um λ para 1 min.

b $\quad x = 2$

1 min — 5

2 min — x

$\lambda = 10$

$$P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$$

$$P(X \leq 2) = \frac{e^{-10} \cdot 10^0}{0!} + \frac{e^{-10} \cdot 10^1}{1!} + \frac{e^{-10} \cdot 10^2}{2!}$$

$$\boxed{P(X \leq 2) = 2{,}77 \times 10^{-3}}$$

Lista 3: Modelos Discretos exe 5 e 6

5) Seja X ~ Bin(n; p). Se E(X) = 12 e Var(X)=4, determine os valores de n e p. Resp= p=2/3 e n=18

$E(X) = n.p \qquad E(X)=12 \qquad VAR(X)=4$

$VAR(X) = np.(1-p)$

$\boxed{np = 12}$ 1Eq $\qquad \boxed{np.(1-p) = 4}$ 2Eq

$12(1-p) = 4 \Rightarrow -p = \frac{4}{12} - 1 \Rightarrow -p = \frac{-12+4}{12} \Rightarrow$

$\boxed{p = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}}$

$np = 12$

$n.\frac{2}{3} = 12$

$\boxed{n = \frac{3.12}{2} = 18}$

6) A probabilidade de uma máquina produzir uma peça defeituosa em um dia é 0,1.
(a) Qual a probabilidade de que, em 20 peças produzidas em um dia, exatamente 5 sejam defeituosas? Resp=0,031
(b) Qual a probabilidade de que a décima peça produzida em um dia seja a primeira defeituosa? Resp=0,038

a

$P(D) = 0,1 \qquad n = 20$

$P(D^c) = 0,9 \qquad x = 5$

$P(X=x) \binom{n}{x} . p^x . (1-p)^{n-x}$

$P(X=5) = \frac{20!}{5!.15!} . 0,1^5 . 0,9^{15} \Rightarrow \simeq \boxed{0,0319}$

b

$P(X=x) = p.(1-p)^{x-1}$

$P(X=10) = 0,1 . 0,9^9 = \boxed{0,0387}$

$P(x=10) = 0{,}1 \cdot 0{,}9^{9} = \boxed{0{,}0387}$

Lista 3: Modelos Discretos exe 7 e 8

7) Numa estrada há 2 acidentes para cada 100 km. Qual a probabilidade de que :
(a) ocorram pelo menos 3 acidentes em 250 km? Resp=0,87
(b) ocorram 5 acidentes em 300 km? Resp=0,16

$$2 \text{ AC} - 100\text{Km}$$
$$x - 250\text{Km}$$
$$x = 5 \Rightarrow \lambda$$

Pelo menos, logo, $1 - [P(x=0) + (P=1) + P(x=2)] = P(x \geq 3)$

$$P(x \geq 3) = 1 - \frac{e^{-5} . 5^{0}}{0!} - \frac{e^{-5} . 5^{1}}{1!} - \frac{e^{-5} . 5^{2}}{2!}$$

$$\boxed{P(x \geq 3) = 0{,}875}$$

(b) 5 ACIDENTES $\rightarrow$ 300Km

$$2 \text{ AC} \rightarrow 100\text{Km}$$
$$x \rightarrow 300\text{Km}$$
$$x = 6 = \lambda$$

$$P(x=5) = \frac{e^{-\lambda} . \lambda^{x}}{x!}$$

$$P(x=5) = \frac{e^{-6} . 6^{5}}{5!} = \boxed{0{,}16}$$

8) Na manufatura de certo artigo, é sabido que 1 entre 10 artigos é defeituoso. Uma amostra de tamanho 4 é retirada com reposição, de um lote da produção. Qual a probabilidade de que a amostra contenha:
(a) nenhum defeituoso? Resp=0,65
(b) pelo menos 2 defeituosos? Resp=0,0037 $\rightarrow$ TÁ ERRADA!
(c) exatamente 1 defeituoso? Resp=0,291

(a)
$$P(E) = 0{,}1$$
$$P(D=0) = \binom{4}{0} . 0{,}1^{0} (1 - 0{,}1)^{4}$$
$$P(D=0) = \frac{4!}{4!} . 1 . 0{,}9^{4} = \boxed{0{,}656}$$

(b)
$$P(D \geq 2) = 1 - [P(D=0) + P(D=1)]$$
$$P(D \geq 2) = 1 - 0{,}656 - \frac{4!}{1!3!} . 0{,}1^{1} . 0{,}9^{3} = \boxed{0{,}0524}$$

(c)
$$P(D=1) = \binom{4}{1} . 0{,}1^{1} . 0{,}9^{3}$$
$$P(D=1) = \frac{4!}{3!} . 0{,}1^{1} . 0{,}9^{3}$$
$$P(D=1) = \boxed{0{,}292}$$

Lista 3: Modelos Discretos exe 9 e 10

9)Um fabricante de peças de automóveis garante que uma caixa de suas peças conterá, no máximo, 2 defeituosas. Se a caixa contém 18 peças e a experiência mostra que esse processo de fabricação produz 5% de peças defeituosas, qual a probabilidade de que uma caixa satisfaça a garantia? Resp=0,94

$$P(x \leq 2) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2)$$

$$P(x \leq 2) = 1 \times 1 \times 0{,}95^{18} + \frac{18!}{1!(18-1)!} \cdot 0{,}05^{1} \times 0{,}95^{17} + \frac{18!}{2!(18-2)} \cdot 0{,}05^{2} \times 0{,}095^{16}$$

$$P(x \leq 2) = \boxed{0{,}94}$$

X = NÚMEROS DE PEÇAS DEFEITUOSAS

10) Certo curso de treinamento aumenta a produtividade de uma certa população de funcionários em 80% dos casos. Se 10 funcionários quaisquer participam deste curso, encontre a probabilidade de:

(a) exatamente 7 funcionários aumentarem a produtividade; Resp=0,20

(b) pelo menos 3 funcionários não aumentarem a produtividade; Resp=0,32

X = Funcionários Que aumentaram

N = 10 Y = Func. que ñ aumentaram

x = 7

$$P(X=7) = \binom{10}{7} \cdot 0{,}8^{7} \cdot 0{,}2^{3} =$$

$$P(x=7) = \frac{10!}{7!\,3!} \cdot 0{,}8^{7} \cdot 0{,}2^{3} = \boxed{0{,}2}$$

$$P(Y<3) = P(Y=0) + P(Y=1) + P(Y=2)$$

$$P(Y \geq 3) = 1 - P(Y<3)$$

$$P(Y \geq 3) = 1 - [P(Y=0) + P(Y=1) + P(Y=2)]$$

$$P(Y \geq 3) = 1 - \left[\binom{10}{0} 0{,}2^{0} \cdot 0{,}8^{10} + \binom{10}{1} \cdot 0{,}2^{1} \cdot 0{,}8^{9} + \binom{10}{2} 0{,}2^{2} \cdot 0{,}8^{8}\right.$$

$$\boxed{P(Y \geq) = 0{,}32}$$

$P(Y \geq 7) = 0,32$

Lista 3: Modelos Discretos exe 10 c)

(c) não mais que 8 funcionários aumentarem a produtividade. Resp=0,62

$X \leq 8$

$P(X \leq 8) = 1 - P(X=9) - P(X=10)$

$P(X \leq 8) = 1 - \binom{10}{9} \cdot 0,8^9 \times 0,2^1 - 0,8^{10}$

$\boxed{P(X \leq 8) = 0,62}$

Lista 3: Modelos Discretos exe: 11

11)Numa central telefônica, o número de chamadas chega segundo uma distribuição de Poisson, com a média de 8 chamadas por minuto. Determinar qual a probabilidade de que em um minuto se tenha:
(a) 10 ou mais chamadas; Resp=0,28
(b) menos de 5 chamadas. Resp=0,099

$\lambda = 8$

$$P(X \geq 10) = 1 - P(X < 10)$$

→ até 9, pois 9

$$P(X \geq 10) = 1 - \sum_{k=0}^{9} \frac{e^{-8} \cdot 8^{k}}{k!} = 1 - 0{,}72 = \boxed{0{,}28}$$

↳ Para não ficar repetitivo

$$P(X<5) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)$$

$$P(X<5) = \sum_{k=0}^{4} \frac{e^{-8} \cdot 8^{k}}{k!} = \boxed{0{,}099}$$

Lista 3: Modelos Discretos exe: 12

12) As chegadas de petroleiros a uma refinaria em cada dia ocorrem segundo uma distribuição de Poisson, com parâmetro λ = 2. As atuais instalações podem atender, no máximo, a 3 petroleiros por dia. Se mais de 3 petroleiros chegarem num dia, o excesso é enviado a outro porto.

(a) Em um dia, qual a probabilidade de se enviar petroleiros para outro porto? Resp=0,14

$\lambda = 2 \rightarrow$ Por dia

máximo 3/dia

Se Pet > 3, vai para o outro dia

$$P(X>3) = 1 - [P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)]$$

$$P(X>3) = 1 - \sum_{K=0}^{3} \frac{e^{-2}\, 2^{k}}{K!}$$ → joguei tudo na calculadora

$$P(X>3) = 1 - 0{,}86 = \boxed{0{,}14}$$

Lista 3: Modelos Discretos exe: 13

13) Um inspetor de qualidade extrai uma amaostra aleatória de 10 tubos armazenados num depósito onde, de acordo com os padrõesde produção, se esperar um total de 20% dos tubos defeituosos. Qual é a probabilidade de que não mais do que 2 tubos extraídos sejam defeituosos? Resp:0,6778

Qual o número esperado de tubos defeituosos neste experimento? Resp:2

10 tubos 20% Def $N = 10$

$$P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$$

$$P(X \leq 2) = \sum_{k=0}^{2} \frac{N!}{k!(N-k)!} \cdot 0{,}2^{k} \cdot 0{,}8^{N-k}$$

↳ Joguei na calculadora

a)

$$P(X \leq 2) = 0{,}8^{10} + 10 \times 0{,}2^{1} \times 0{,}8^{9} + \frac{10 \times 9}{2} \times 0{,}2^{2} \times 0{,}8^{8}$$

$$P(X \leq 2) = 0{,}6778$$

b) $E(X) = P \cdot N = 10 \times 0{,}2 = 2$

Lista 3: Modelos Discretos exe: 14

14) Um banco de sangue necessita de sangue do tipo O negativo. Suponha que a probabilidade de uma pessoa ter este tipo de sangue seja 01,0 . Doadores permanentes chegam ao hemocentro para fazer sua doanáo rotineira. Calcule a probabilidade de que o primeiro doador com sangue o negativo, seja o sétimo a chegar. Resp: 0,0053 → tá errado
Quantos doadores esperamos passar pelo hospital até encontrarmos um com sangue o negativo (Interprete este valor!)? Resp: 9

a) X = Pessoa com O -

$$P(X=7) = p.(1-p)^{x-1}$$

$$P(X=7) = 0,1 \times 0,9^6 = \boxed{0,053}$$

b) Na pior das hipóteses, seria no 10º paciente, pois a chance é 1/10, logo, após 9 pacientes em média.

$$E(X) = \frac{1-p}{p} = \frac{0,9}{0,1} = \boxed{9}$$

Lista 3: Modelos Discretos exe: 15

15) Um industrial fabrica peças, das quais 20% são defeituosas. Dois compradores, A e B, classificam as partidas adquiridas em categorias I e II, pagando 1,20 u.m. e 0,80 u.m. respectivamente, do seguinte modo: • Comprador A: retira uma amostra de 5 peças; se encontrar mais que uma defeituosa, classifica como II; • Comprador B: retira uma amostra de 10 peças; se encontrar mais que 2 defeituosas, classifica como II. Em média, qual comprador oferece maior lucro para o fabricante? Resp= A proposta do comprador A é mais vantajosa.

Df = 20% comp 1 → Retira 1/5
↳ if Df > 1 ⇒ Classificação II

comp 2 ↳ Retira 1/10
↳ if Df > 2 ⇒ Classificação II

CATEGORIA 1 = 1,2
CATEGORIA 2 = 0,8

Primeiro Comprador

$P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1)$

$P(X \leq 1) = \binom{5}{0} P^0 (1-P)^5 + \binom{5}{1} P^1 (1-P)^{5-1}$

$P(X \leq 1) = 0,74$
↳ chance de ser categoria I

0,26 → " " " " II

Comprador 2

$N = 10$

$P(X \leq 2) = \sum_{x=0}^{2} \binom{N}{x} \cdot P^x \cdot (1-P)^{N-x}$

$P(X \leq 2) = \binom{10}{0} \cdot 0,2^0 \cdot 0,8^{10} + \binom{10}{1} \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^9 + \binom{10}{2} 0,2^2 \times 0,8^8$

$P(X \leq 2) = 0,68$ → chance da Categoria I

0,32 → " " " II

$P(X=0)$ 0,68 → chance de categoria I

$\boxed{0,32}$ → " " " II

R = O comprador A é melhor, pois a chance de categoria II, defeituoso, é menor.

Lista 3: Modelos Discretos exe: 16

16) Após um dia de caça, um caçador, verificou que matou 5 andorinhas e 2 aves de uma espécie rara, proibida de ser caçada. Como todos os espécimes tinham o mesmo tamanho, ele os colocou na mesma bolsa, pensando em dificultar o trabalho dos fiscais. No posto de fiscalização há dois fiscais, Manoel e Pedro, que adotam diferentes métodos de inspeção:
- Manoel retira três espécimes de cada bolsa dos caçadores e avalia..
- Pedro retira espécimes até encontrar um da espécie rara.

Em qualquer caso, o caçador é multado se é encontrado um espécime proibido. Utilizando modelos discretos de probabilidade, mostre qual dos dois fiscais é mais favorável para o caçador em questão?

X = número de aves p. (sucesso)

MANOEL

$$P(m) = 1 - P(X=0) = 1 - \frac{\binom{2}{0}\binom{5}{3}}{\binom{7}{3}} = \frac{5}{7} = \boxed{0,71}$$

PEDRO

$$P(p) = 1 - P(X=0) = 1 - \binom{2}{0} \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^2 = \boxed{0,49}$$

R = Pedro é mais vantajoso, pois a chance de tomar multa é menor.