

# Principios de Comunicaciones

## Tarea 2

Integrantes: Jean Cherubini F.  
Profesores: César Azurdia M.  
Auxiliares: Alejandro Cuevas  
Sandy Bolufe  
Ayudante: Nicolás Ortega  
Fecha de entrega: Tuesday 15<sup>th</sup> May, 2018  
Santiago, Chile

# Problema 1

## A.-

El teorema de capacidad de Shannon establece una cota superior para la velocidad a la cual se pueden transmitir datos a través de un determinado canal de comunicaciones. Al ser una cota superior, se establece que se no se puede sobrepasar este límite pero tampoco implica que éste sea fácilmente alcanzable.

La ecuación 1 enseña cual sería esta cota ( $C$ ) de capacidad y su unidad de medida es  $\left[\frac{\text{bits}}{\text{segundo}}\right]$ . El parámetro  $B$  representa el ancho de banda en  $[Hz]$  del canal mientras que el  $SNR$  es lo que se denomina *Signal to Noise Ratio* (Ratio Señal-Ruido), es decir, cual es la proporción entre la potencia de la señal y la potencia del ruido en  $[dB]$ . Su forma se explica en la ecuación 3 en forma de proporción de potencias, y si se quisiera utilizar directamente con decibeles, es necesario utilizar lo mostrado en la ecuación 2.

Las hipótesis que se asumen para este teorema son que el ruido sea blanco gaussiano aditivo (AWGN), que no existan ruidos no-blancos y que no exista interferencia en el canal.

$$C = B \cdot \log_2(1 + SNR) \left[ \frac{\text{bits}}{\text{segundo}} \right] \quad (1)$$

$$C = B \cdot \log_2 \left( 1 + 10^{SNR_{dB}/10} \right) \left[ \frac{\text{bits}}{\text{segundo}} \right] \quad (2)$$

$$SNR_{dB} = \log_{10} \left( \frac{P_{señal}}{P_{ruido}} \right) [dB] \quad (3)$$

## B.-

- Para 6  $[dB]$ :

$$C = B \cdot \log_2(1 + 10^{\frac{6}{10}}) = 0.927 [Mbps]$$

- Para 8  $[dB]$ :

$$C = B \cdot \log_2(1 + 10^{\frac{8}{10}}) = 1.148 [Mbps]$$

- Para 10  $[dB]$ :

$$C = B \cdot \log_2(1 + 10^{\frac{10}{10}}) = 1.384 [Mbps]$$

- Para 12  $[dB]$ :

$$C = B \cdot \log_2(1 + 10^{\frac{12}{10}}) = 1.63 [Mbps]$$

Claramente estas tasas son superiores a la del estándar GSM de 270.833  $[Kbps]$ . Si bien el GSM tiene un ancho de banda muy superior a los 400  $[KHz]$ , acercándose a los 25  $[MHz]$ , se puede suponer que en la realidad el ratio de señal a ruido es notoriamente menor y además existe interferencia.

**C.-**

- Para un SRN para canal con capacidad de 330 [Mbps] se resuelve el sistema:

$$330 \cdot 10^6 = 20 \cdot 10^6 \cdot \log_2 \left( 1 + 10^{\frac{SNR}{10}} \right) \Rightarrow SNR = 49.669 [dB]$$

- Para un SRN para canal con capacidad de 150 [Mbps] se resuelve el sistema:

$$150 \cdot 10^6 = 20 \cdot 10^6 \cdot \log_2 \left( 1 + 10^{\frac{SNR}{10}} \right) \Rightarrow SNR = 22.553 [dB]$$

- Para un SRN para canal con capacidad de 500 [Mbps] se resuelve el sistema:

$$500 \cdot 10^6 = 20 \cdot 10^6 \cdot \log_2 \left( 1 + 10^{\frac{SNR}{10}} \right) \Rightarrow SNR = 75.257 [dB]$$

**D.-**

Para poder encontrar los niveles de Nyquist requeridos es necesario utilizar la ecuación 4, donde M los representa. Así se resuelve el sistema pedido en la ecuación 5.

$$C = 2B \cdot \log_2(2^M) \quad (4)$$

$$330 \cdot 10^6 = 2 \cdot 20 \cdot 10^6 \cdot \log_2(2^M) \Rightarrow M = 8.25 \quad (5)$$

**Problema 2****A.-**

Se tiene que la entropía del sistema está dada por:

$$\begin{aligned} H(X) &= -\log_2(p_A) \cdot p_A - \log_2(p_B) \cdot p_B - \log_2(p_C) \cdot p_C \\ &\quad - \log_2(p_D) \cdot p_D - \log_2(p_E) \cdot p_E - \log_2(p_F) \cdot p_F \\ &= -\log_2(0.25) \cdot 0.25 - \log_2(0.15) \cdot p_{0.15} - \log_2(0.3) \cdot 0.3 \\ &\quad - \log_2(0.08) \cdot 0.08 - \log_2(0.13) \cdot 0.13 - \log_2(0.11) \cdot 0.11 \\ &= 2.4437 \end{aligned}$$

**B.-**

Para poder resolver esto, es necesario asumir que los símbolos son estadísticamente independientes.

- Para la transmisión de X=DEA, la cantidad de información del mensaje será:

$$\begin{aligned} H(X) &= -\log_2(p_D) \cdot p_D - \log_2(p_E) \cdot p_E - \log_2(p_A) \cdot p_A \\ &= -\log_2(0.08) \cdot 0.08 - \log_2(0.13) \cdot 0.13 - \log_2(0.23) \cdot 0.23 \\ &= 1.1618 \end{aligned}$$

- Para la transmisión de W=FBE, la cantidad de información del mensaje será:

$$\begin{aligned} H(W) &= -\log_2(p_F) \cdot p_F - \log_2(p_B) \cdot p_B - \log_2(p_E) \cdot p_E \\ &= -\log_2(0.08) \cdot 0.08 - \log_2(0.13) \cdot 0.13 - \log_2(0.23) \cdot 0.23 \\ &= 1.1434 \end{aligned}$$

## Problema 3

### A.-

Para el standard mencionado, pretenden utilizarse las bandas de 10-66 [Ghz] y de 2-11 [Ghz]. [1] Para obtener como velocidad 1 Gbps en estas bandas sería necesario un cierto valor de SNR mínimo, el cual se calcula en las ecuaciones 6 y 7. Dados los resultados, se puede interpretar que la intensidad de la señal no necesita ser mas grande que la intensidad del ruido. Sin embargo, es necesario considerar que en estos cálculos no se están incluyendo interferencias, lo que en bandas de esta frecuencia puede ser muy influyente en la capacidad del canal.

$$\begin{aligned} 1 \cdot 10^9 &= 56 \cdot 10^9 \cdot \log_2(1 + 10^{SNR/10}) \\ &= -19.067 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} 1 \cdot 10^9 &= 9 \cdot 10^9 \cdot \log_2(1 + 10^{SNR/10}) \\ &= -19.9659 \end{aligned} \tag{7}$$

### B.-

- Para un ancho de banda 400 [MHz] se tiene:

$$1 \cdot 10^9 = 400 \cdot 10^6 \cdot \log_2(1 + 10^{SNR/10}) \Rightarrow SNR = 6.6809 [dB]$$

- Para un ancho de banda 800 [MHz] se tiene:

$$1 \cdot 10^9 = 800 \cdot 10^6 \cdot \log_2(1 + 10^{SNR/10}) \Rightarrow SNR = 1.3938 [dB]$$

- Para un ancho de banda 1 [GHz] se tiene:

$$1 \cdot 10^9 = 1 \cdot 10^9 \cdot \log_2(1 + 10^{SNR/10}) \Rightarrow SNR = 0 [dB]$$

- Para un ancho de banda 2 [GHz] se tiene:

$$1 \cdot 10^9 = 2 \cdot 10^9 \cdot \log_2(1 + 10^{SNR/10}) \Rightarrow SNR = -3.8277 [dB]$$

- Para un ancho de banda 5 [GHz] se tiene:

$$1 \cdot 10^9 = 5 \cdot 10^9 \cdot \log_2 \left( 1 + 10^{SNR/10} \right) \Rightarrow SNR = -8.2769 [dB]$$

Es muy claro que al aumentar el ancho de banda, el SNR mínimo disminuye, incluso llegando a permitir que la potencia del ruido sea mayor que la de la señal (para 2 [Gbps] y 5 [Gbps] con dB negativos).

## C.-

En caso de que el ancho de banda fuera infinito, a partir de la ecuación 1 se podría pensar en primera instancia que la capacidad de transmisión también lo sería. Sin embargo esto no es así, si se observa la ecuación 8 (que es la descomposición del SNR para un canal con ruido blanco y sin interferencias), es posible observar que el SNR depende del ancho de banda y a medida que este aumenta, entonces el SNR disminuye. Es por esto, que sucedería lo expresado en la ecuación 9, dejando la capacidad igual a  $\frac{P_{señal}}{\log_{10}(2) \cdot N_o}$ .

$$SNR = \frac{P_{señal}}{B \cdot N_o} \quad (8)$$

$P_{señal}$  : Potencia de la señal.

$N_o$  : Densidad espectral del  
ruido blanco gaussiano.

$$\lim_{B \rightarrow \infty} C = \lim_{B \rightarrow \infty} B \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{P_{señal}}{B \cdot N_o} \right) \Rightarrow \lim_{B \rightarrow \infty} C = \frac{P_{señal}}{\ln(2) \cdot N_o} \quad (9)$$

## D.-

Si existe un canal extremadamente ruidoso y el SNR tiende a cero debido a que la potencia del ruido supera a la de la señal se tendrá una comparación negativa en si se mide en [dB]. Si se hace tender esto a  $-\infty$ , como en la ecuación 10, entonces se tendrá una capacidad de transmisión de 0 [bps].

$$\lim_{SNR \rightarrow -\infty} C = \lim_{SNR \rightarrow -\infty} B \cdot \log_2 \left( 1 + 10^{SNR/10} \right) \Rightarrow \lim_{SNR \rightarrow -\infty} C = 0 \quad (10)$$

# Problema 4

## A.-

Se tiene que para este caso la probabilidad para cada caracter es  $p_i = \frac{1}{26}$  con  $i \in [1, \dots, 26]$ . Entonces es posible calcular la información promedio del abecedario como:

$$H(X) = \sum_{i=1}^{26} -p_i \cdot \log_2(p_i) = 4.7004$$

## B.-

En este caso existe una probabilidad distinta para cada grupo de letras, por lo tanto ahora se calculará la cantidad de información como:

$$\begin{aligned}
 H(X) &= \sum_{i=1}^4 -0.1 \cdot \log_2(0.1) + \sum_{i=1}^5 -0.07 \cdot \log_2(0.07) + \\
 &\quad \sum_{i=1}^8 -0.02 \cdot \log_2(0.02) + \sum_{i=1}^9 -0.01 \cdot \log_2(0.01) \\
 &= 4.1725
 \end{aligned}$$

## C.-

Para esta sección se decidió hacerlo mediante el código de python mostrado en 1. Primero se creó una función *calculoTot* capaz de generar sumatorias de acuerdo a cuantas veces se repite una letra en cada conjunto de probabilidades, en este caso:

- c1 es la cantidad de letras en la palabra con probabilidad 0.1, es decir, cantidad de letras que son parte del conjunto [a,e,o,t].
- c2 es la cantidad de letras en la palabra con probabilidad 0.07, es decir, cantidad de letras que son parte del conjunto [h,i,n,r,s].
- c3 es la cantidad de letras en la palabra con probabilidad 0.02, es decir, cantidad de letras que son parte del conjunto [c,d,f,l,m,p,u,y].
- c4 es la cantidad de letras en la palabra con probabilidad 0.1, es decir, cantidad de letras que son parte del conjunto [b,g,j,k,q,v,w,x,z].

Luego, se implementó una función *cantPalabra* a la cual se le ingresa una palabra, esta hace el conteo de letras que pertenecen a cada conjunto y utiliza la función *calculoTot* para calcular el total de información de la palabra. Esta función entrega finalmente la palabra, la cantidad de caracteres que esta contiene entre paréntesis y finalmente la cantidad de información promedio de esta. Se tiene entonces:

- student (7): 1.7594428535375943
- university (10): 2.2993538721672007
- engineering (11): 2.7407860847028935
- electronics (11): 2.741622964302222
- telecommunications (18): 4.345387852895114

Los resultados obtenidos indican que palabras de largo similar (en términos de caracteres) tienen una cantidad de información similar, a pesar de que no compartan muchas letras.

Además, hay que mencionar que por ejemplo “telecommunications” contiene en promedio mas información que una “palabra” con el abecedario completo (es decir, 'abcdefghijklmnopqrstuvwxyz'),

a pesar de que este es mas largo (18 caracteres vs 26). Esto se debe principalmente a que “telecommunications” tiene una gran cantidad de letras que pertenecen al bracket con una baja probabilidad, lo que aporta para que este promedio suba. Lo opuesto sucede con la palabra “student” pues tiene muchas letras con elevada probabilidad y por lo tanto el promedio disminuye.

```

1 def calculoTot(c1,c2,c3,c4):
2     sumatoriapond=0
3     for i in range(c1):
4         sumatoriapond=sumatoriapond-math.log(0.1,2)*(0.1)
5     for i in range(c2):
6         sumatoriapond=sumatoriapond-math.log(0.07,2)*(0.07)
7     for i in range(c3):
8         sumatoriapond=sumatoriapond-math.log(0.02,2)*(0.02)
9     for i in range(c4):
10        sumatoriapond=sumatoriapond-math.log(0.01,2)*(0.01)
11    return sumatoriapond
12
13 def cantPalabra(palabra):
14     c1=0
15     c2=0
16     c3=0
17     c4=0
18     letras=list(palabra)
19     for letra in letras:
20         if letra in ['a','e','o','t']:
21             c1=c1+1
22         if letra in ['h','i','n','r','s']:
23             c2=c2+1
24         if letra in ['c','d','f','l','m','p','u','y']:
25             c3=c3+1
26         if letra in ['b','g','j','k','q','v','w','x','z']:
27             c4=c4+1
28     print(palabra + ' (' + str(len(letras)) + '): ' + str(calculoTot(c1,c2,c3,c4)))
29
30 cantPalabra('abcdefghijklmnopqrstuvwxyzt')
31 cantPalabra('student')
32 cantPalabra('university')
33 cantPalabra('engineering')
34 cantPalabra('electronics')
35 cantPalabra('telecommunications')

```

Código 1: Código utilizado para calcular información promedio de palabras

## Problema 5

El sistema de comunicación digital se compone a través de los procesos que se explican en el esquema de la Figura 1. Se tiene entonces:

- Fuente de información: Es la fuente de donde provienen los datos, son el medio físico. Es en esencia lo que se quiere traducir a información transmitible.

- **Transductor de Entrada:** Es la capa de interfaz con el medio físico (fuente de información). Es capaz de obtener cierta información deseada de dicho medio y “transformarla” a señales que puedan ser utilizadas. Estas señales pueden ser tanto analógicas como digitales.
- **Codificación de Fuente:** Es el proceso en el cual se toman las señales entregadas por el transductor de entrada y se discretizan de alguna forma determinada, bajo algún tipo de codificación (generalmente binaria). Aquí además se eliminan y comprimen datos que son inútiles o redundantes, como por ejemplo el ruido, a través de filtros y herramientas similares. Puede considerarse como una especie de pre-procesamiento de datos.
- **Codificación de Canal:** Se introducen redundancias intencionalmente para así mejorar la calidad de la señal que llegará al otro lado del canal. Esto se hace pensando en qué tipo de canal se utilizará teniendo en mente que será un beneficio para la fiabilidad de los datos enviados.
- **Modulador Digital:** Es la interfaz con el canal físico de comunicación. Se encarga de modular la información codificada en ondas o señales cuya transmisión sea posible a través del canal utilizado. Estas ondas representan determinados símbolos pertenecientes a un alfabeto finito, que son posibles de decodificar en el otro extremo del canal.
- **Canal:** Es el medio físico por el que se transmite información. Lo mas común es que esta sea transmitida en forma de ondas electromagnéticas. Los canales tienen ciertas limitaciones, ventajas y desventajas según su construcción y sus propiedades físicas. Por ejemplo, materiales con mejor velocidad de transmisión y anchos de banda muy superiores a otros (siempre teniendo un costo asociado.)
- **Demodulador Digital:** Toma la señal obtenida desde el canal (que puede o no ser ruidoso) y se encarga de decodificar lo recibido transformándolo a símbolos pertenecientes al alfabeto ya definido. Gracias a las redundancias añadidas en el proceso de la codificación de canal los errores producidos se disminuyen considerablemente si se compara con el envío de la información sin dichas redundancias.
- **Decodificador de Canal:** Rescata la señal binaria recibida por el demodulador digital y la deja disponible para su uso.
- **Decodificador de Fuente:** En caso de que se desee recibir de forma análoga, se realizan las transformaciones para reconstruir una señal análoga a través de la binaria obtenida.
- **Transductor de Salida:** Entrega la señal final obtenida en su forma final necesitada, ya sea enviándola al medio físico o almacenándola de alguna forma.



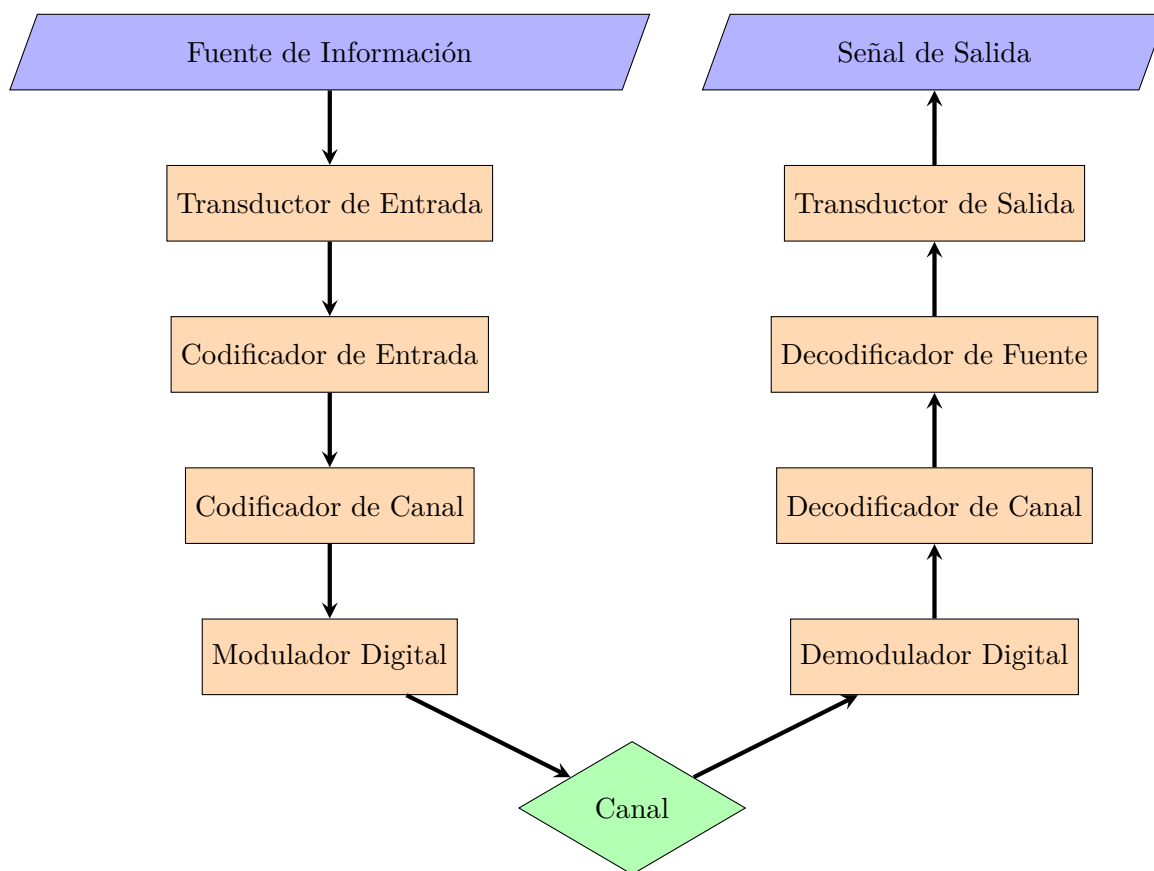


Figura 1: Sistema de Comunicación Digital

## Problema 6

Los sistemas digitales en el estado del arte actual, son tan ampliamente implementados debido a diversas ventajas que tienen sobre los sistemas analógicos. Entre estas ventajas se encuentran:

- **Confiabilidad en distintas condiciones:** Los sistemas digitales son capaces de funcionar bajo condiciones adversas de forma consistente, es decir, no se ven tan afectadas por estas como los sistemas analógicos. El más destacable es la temperatura, pues los sistemas digitales no se ven tan influidos como los análogos.
- **Costo de producción:** Una enorme ventaja que tienen estos sistemas por sobre los analógicos es la posibilidad de la producción en masa de dispositivos debido a la forma en que se construyen. Por lo tanto, su costo de producción se vuelve muy inferior a gran escala, lo que para los sistemas de comunicaciones es muy beneficioso.
- **Procesos en paralelo:** Es posible realizar acciones casi simultáneamente, para varias señales, cuestión que no es posible en sistemas analógicos.
- **Velocidad de procesamiento de datos:** Al tener la información cuantizada en códigos binarios, es más inmediato realizar procesamiento de dicha información.

- Facilidad para almacenamiento de datos: A través de los sistemas digitales es posible “ahorrar” información, debido a que es posible comprimirla (aunque puede implicar pérdidas, es una utilidad que no se tiene en sistemas analógicos).
- Inmunidad al ruido: Los sistemas digitales son menos afectados por ruido que los sistemas analógicos, o al menos las fuentes de ruido no son tan potentes.

## Referencias

- [1] IEEE Standard 802.16: A Technical Overview of the WirelessMAN™ Air Interface for Broadband Wireless Access, Roger Mark, 2002-06-04, [http://www.ieee802.org/16/docs/02/C80216-02\\_05.pdf](http://www.ieee802.org/16/docs/02/C80216-02_05.pdf)