# Mathe Nachhilfe

Analytische Geometrie - Vektoren

```
Analytische Geometrie - Vektoroperationen
    Null-, Einheits-, Gegenvektor, Kartesisches Koordinatensystem
    Grundrechenarten
       Addition. Subtraktion
       Multiplikation mit Skalar / Skalierung
    Kollinearität
    Linearkombination, Lineare (Un)Abhängigkeit
    Skalarprodukt
       Eigenschaften
       Winkel zwischen Vektoren
```

Flächeninhalt von Parallelogrammen / Dreiecken

Vektorprodukt / Kreuzprodukt

Volumen eines Spates

Flächeninhalt von Dreiecken

Eigenschaften

Spat? WTF?

Spatprodukt

## Analytische Geometrie - Vektoroperationen Null-, Einheits-, Gegenvektor, Kartesisches Koordinatensystem

Addition Cultivalities

Multiplikation mit Skalar / Skalierun

Kollinearitat

Linearkombination, Lineare (Un)Abhängigkei

Eigenschaften

vvinkei zwischen vektoren

'ektorprodukt / Kreuzprodul

Figenschaften

Flächeninhalt von Parallelogrammen / Dreiecken

trainalen

produkt

WTF

eines Spates

**Nullvektor:** 

**Einheitsvektor:** 

Gegenvektor zu  $\vec{a}$ :

**Nullvektor:** 
$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Gegenvektor zu  $\vec{a}$ :

Einheitsvektor:

**Nullvektor:** 
$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Einheitsvektor:** Vektor mit  $|\vec{v}| = 1$ 

Gegenvektor zu  $\vec{a}$ :

**Nullvektor:** 
$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Einheitsvektor:** Vektor mit  $|\vec{v}| = 1$ 

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Gegenvektor** zu  $\vec{a}$ :

**Nullvektor:** 
$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Einheitsvektor:** Vektor mit  $|\vec{v}| = 1$ 

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Gegenvektor** zu  $\vec{a}$ :  $-\vec{a}$ 

**Nullvektor:** 
$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Einheitsvektor:** Vektor mit  $|\vec{v}| = 1$ 

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Gegenvektor** zu  $\vec{a}$ :  $-\vec{a}$ 

Kartesisches Koordinatensystem: (auch Orthonormiertes):

**Nullvektor:** 
$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Einheitsvektor:** Vektor mit  $|\vec{v}| = 1$ 

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Gegenvektor zu  $\vec{a}$ :  $-\vec{a}$ 

Kartesisches Koordinatensystem (auch Orthonormiertes):

**Nullvektor:** 
$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Einheitsvektor:** Vektor mit  $|\vec{v}| = 1$ 

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Gegenvektor zu  $\vec{a}$ :  $-\vec{a}$ 

Kartesisches Koordinatensystem (auch Orthonormiertes):

$$|\vec{x}| = |\vec{y}| = |\vec{z}| = 1$$

**Nullvektor:** 
$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Einheitsvektor:** Vektor mit  $|\vec{v}| = 1$ 

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Gegenvektor zu  $\vec{a}$ :  $-\vec{a}$ 

Kartesisches Koordinatensystem (auch Orthonormiertes):

- $|\vec{x}| = |\vec{y}| = |\vec{z}| = 1$

**Nullvektor:** 
$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Einheitsvektor:** Vektor mit  $|\vec{v}| = 1$ 

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Gegenvektor zu  $\vec{a}$ :  $-\vec{a}$ 

#### Kartesisches Koordinatensystem (auch Orthonormiertes):

- $|\vec{x}| = |\vec{y}| = |\vec{z}| = 1$
- $ightharpoonup \langle (\vec{x}, \vec{y}) = \langle (\vec{y}, \vec{z}) = \langle (\vec{z}, \vec{x}) = 90^{\circ}$
- $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  und  $\vec{z}$  bilden in dieser Reihenfolge ein Rechtssystem (Rechte-Hand-Regel).

- ► Geben Sie den Nullvektor an.
- ► Sind folgende Vektoren Einheitsvektoren?

$$ec{a} = \left( egin{array}{c} 0 \ 0 \ 1 \end{array} 
ight) \qquad ec{b} = \left( egin{array}{c} 1 \ 1 \ 1 \end{array} 
ight) \qquad ec{c} = \left( egin{array}{c} \sqrt{2} \ 0 \ \sqrt{2} \end{array} 
ight) \qquad ec{d} = \left( egin{array}{c} \sqrt{rac{1}{3}} \ \sqrt{rac{1}{3}} \ \sqrt{rac{1}{3}} \end{array} 
ight)$$

- ► Geben Sie den Nullvektor an.  $\vec{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- ► Sind folgende Vektoren Einheitsvektoren?

$$ec{a} = \left( egin{array}{c} 0 \ 0 \ 1 \end{array} 
ight) \qquad ec{b} = \left( egin{array}{c} 1 \ 1 \ 1 \end{array} 
ight) \qquad ec{c} = \left( egin{array}{c} \sqrt{2} \ 0 \ \sqrt{2} \end{array} 
ight) \qquad ec{d} = \left( egin{array}{c} \sqrt{rac{1}{3}} \ \sqrt{rac{1}{3}} \ \sqrt{rac{1}{2}} \end{array} 
ight)$$

- ► Geben Sie den Nullvektor an.  $\vec{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- ► Sind folgende Vektoren Einheitsvektoren?

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \checkmark \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} \qquad \vec{d} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{3}} \\ \sqrt{\frac{1}{3}} \\ \sqrt{\frac{1}{3}} \\ \sqrt{\frac{1}{3}} \end{pmatrix} \checkmark$$

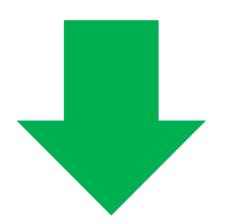
- ► Geben Sie den Nullvektor an.  $\vec{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- ► Sind folgende Vektoren Einheitsvektoren?

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \checkmark \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} \qquad \vec{d} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{3}} \\ \sqrt{\frac{1}{3}} \\ \sqrt{\frac{1}{3}} \end{pmatrix} \checkmark$$

$$-\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} - \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} - \vec{c} = \begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ 0 \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}$$



facebook.com/JeanHilftDir Skype: JeanHilftDir



Folien: github.com/JeanHilftDir/Mathe

# Mathe Nachhilfe

Analytische Geometrie - Vektoren

# Analytische Geometrie - Vektoroperationen

Null-, Einheits-, Gegenvektor, Kartesisches Koordinatensystem

#### Grundrechenarten

Addition, Subtraktion

Multiplikation mit Skalar / Skalierung

Kollinearitä<sup>\*</sup>

Linearkombination, Lineare (Un)Abhängigkei

#### Skalarproduk

Winkel zwischen Vektorer

Vektorprodukt / Kreuzproduk

Cinemak (tem

Flächeninhalt von Parallelogrammen / Dreiecken

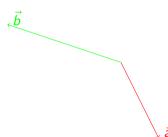
n Dreiecken

#### Spatprodukt

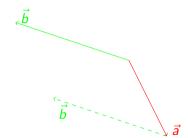
it? WTF?

Volumen eines Spates

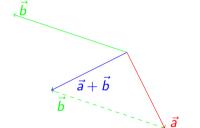
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$



$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$



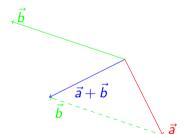
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$



$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

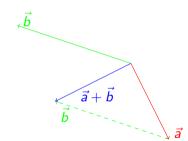
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix}$$



$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$$



$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\left(\frac{\vec{a}}{2}\right)$$

 $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$  $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 

$$\vec{a}$$
  $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$   $\vec{c}$   $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ 

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

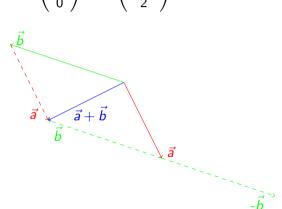
$$\vec{b}$$

$$\vec{b}$$

 $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$ 

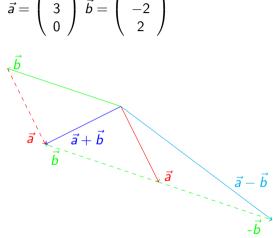
 $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 2a + 6 \\ 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$



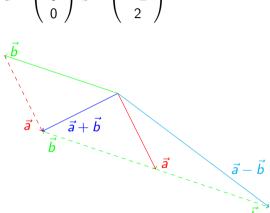
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$$
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$



$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$$
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

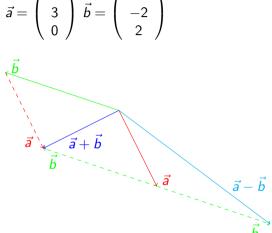


$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$$
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{z}$$
  $\vec{b} = \vec{z} + (\vec{b} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{b} + \vec{c} +$ 

$$ec{a}-ec{b}=ec{a}+\left(-ec{b}
ight)$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$



$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}) = \begin{pmatrix} x_a + (-x_b) \\ y_a + (-y_b) \\ z_a + (-z_b) \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}$$
  $\vec{a}$   $\vec{b}$   $\vec{a}$   $\vec{b}$   $\vec{a}$   $\vec{b}$   $\vec{a}$   $\vec{b}$ 

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}) = \begin{pmatrix} x_a + (-x_b) \\ y_a + (-y_b) \\ z_a + (-z_b) \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a - x_b \\ y_a - y_b \\ z_a - z_b \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}$$
  $\vec{a}$   $\vec{b}$   $\vec{a}$   $\vec{b}$   $\vec{a}$   $\vec{b}$ 

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$$
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + \left(-\vec{b}\right) = \begin{pmatrix} x_a + (-x_b) \\ y_a + (-y_b) \\ z_a + (-z_b) \end{pmatrix}$$
$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a - x_b \\ y_a - y_b \\ z_a - z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - 2 \\ 3 + 2 \\ 0 - 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$$
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}$$
  $\vec{b}$   $\vec{a}$   $\vec{b}$   $\vec{a}$   $\vec{b}$ 

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + \left(-\vec{b}\right) = \begin{pmatrix} x_a + (-x_b) \\ y_a + (-y_b) \\ z_a + (-z_b) \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a - x_b \\ y_a - y_b \\ z_a - z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - 2 \\ 3 + 2 \\ 0 - 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}$$
  $\vec{b}$   $\vec{b}$ 

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$





$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}$$

$$-\vec{c}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$-\vec{c}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$-\vec{c}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$-\vec{c}$$

$$r \cdot \vec{c} = \left(\begin{array}{c} r \cdot x \\ r \cdot y \\ r \cdot z \end{array}\right)$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$-\vec{c}$$

$$-3\vec{c}$$

$$r \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} r \cdot x \\ r \cdot y \\ r \cdot z \end{pmatrix}$$
$$-\vec{c} = -1 \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$-\vec{c}$$

$$2\vec{c}$$

$$-3\vec{c}$$

$$r \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} r \cdot x \\ r \cdot y \\ r \cdot z \end{pmatrix}$$
$$-\vec{c} = -1 \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$
$$2\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 \\ 2 \cdot 3 \\ 2 \cdot 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$-\vec{c}$$

$$2\vec{c}$$

$$r \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} r \cdot x \\ r \cdot y \\ r \cdot z \end{pmatrix}$$
$$-\vec{c} = -1 \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$
$$2\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 \\ 2 \cdot 3 \\ 2 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$2\vec{c}$$

$$r \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} r \cdot x \\ r \cdot y \\ r \cdot z \end{pmatrix}$$

$$-\vec{c} = -1 \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$
$$2\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 \\ 2 \cdot 3 \\ 2 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$-3\vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \cdot 4 \\ -3 \cdot 3 \\ -3 \cdot 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$-\vec{c}$$

$$-3\vec{c}$$

$$r \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} r \cdot x \\ r \cdot y \\ r \cdot z \end{pmatrix}$$

$$-\vec{c} = -1 \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$

$$2\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 \\ 2 \cdot 3 \\ 2 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$-3\vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \cdot 4 \\ -3 \cdot 3 \\ -3 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ -9 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Multiplikation mit Skalar / Skalieru 
$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\vec{c} \\ -\vec{c} \end{pmatrix}$$

$$r \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} r \cdot x \\ r \cdot y \\ r \cdot z \end{pmatrix}$$

$$-\vec{c} = -1 \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$
$$2\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 \\ 2 \cdot 3 \\ 2 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$-\vec{c}$$

$$-3\vec{c}$$

$$2\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 3 \\ 2 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$
$$-3\vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \cdot 4 \\ -3 \cdot 3 \\ -3 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ -9 \\ -3 \end{pmatrix}$$
$$\frac{1}{2}\vec{c} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot 4 \\ \frac{1}{2} \cdot 3 \\ \frac{1}{2} \cdot 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$-\vec{c}$$

$$-3\vec{c}$$

$$r \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} r \cdot x \\ r \cdot y \\ r \cdot z \end{pmatrix}$$

$$-\vec{c} = -1 \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$
$$2\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 \\ 2 \cdot 3 \\ 2 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$-3\vec{c}$$

$$-3\vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \cdot 4 \\ -3 \cdot 3 \\ -3 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ -9 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot 4 \\ \frac{1}{2} \cdot 3 \\ \frac{1}{2} \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1, 5 \\ 0, 5 \end{pmatrix}$$

## Aufgaben

$$\vec{q}=\left( egin{array}{c} 4 \\ 3 \\ 7 \end{array} 
ight) \vec{r}=\left( egin{array}{c} 27 \\ 10 \\ 150 \end{array} 
ight) \vec{s}=\left( egin{array}{c} 30 \\ 90 \\ 0,5 \end{array} 
ight) \vec{t}=\left( egin{array}{c} 256 \\ 4 \\ 2 \end{array} 
ight)$$
 Berechne.

$$ightharpoonup \vec{q} - \vec{s} =$$
 $ightharpoonup 2\vec{q} =$ 

$$ightharpoonup ec{t} - ec{t} =$$
  $ightharpoonup ec{0} ec{t} =$ 

## Aufgaben

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} \vec{r} = \begin{pmatrix} 27 \\ 10 \\ 150 \end{pmatrix} \vec{s} = \begin{pmatrix} 30 \\ 90 \\ 0, 5 \end{pmatrix} \vec{t} = \begin{pmatrix} 256 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ Berechne.}$$

$$\vec{q} + \vec{r} = \begin{pmatrix} 31 \\ 13 \\ 157 \end{pmatrix} \qquad \qquad \blacktriangleright \ 25\vec{s} = \begin{pmatrix} 750 \\ 2250 \\ 12, 5 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{q} - \overrightarrow{s} = \begin{pmatrix} -26 \\ -87 \\ 6,5 \end{pmatrix} \qquad \qquad \triangleright 2\overrightarrow{q} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 14 \end{pmatrix}$$

$$\vec{t} - \vec{q} = \begin{pmatrix} -67 \\ 6,5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{t} - \vec{q} = \begin{pmatrix} 252 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$4\vec{q} - 3\vec{t} = \begin{pmatrix} 4\vec{q} - 3\vec{t} - 3\vec{$$

$$-5$$

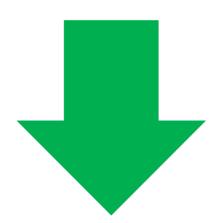
$$-\vec{r} + \vec{s} = \vec{s} - \vec{r} = \begin{pmatrix} -226 \\ 86 \\ 15 \end{pmatrix}$$

▶ 
$$4\vec{q} - 3\vec{t} = \begin{pmatrix} 16\\12\\28 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 768\\12\\6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -752\\0\\22 \end{pmatrix}$$

▶  $100\vec{q} - \vec{r} + \vec{s} = \begin{pmatrix} 400\\300\\700 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -226\\86\\-1.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 174\\386\\698.5 \end{pmatrix}$ 



facebook.com/JeanHilftDir Skype: JeanHilftDir



Folien: github.com/JeanHilftDir/Mathe

# Mathe Nachhilfe

Analytische Geometrie - Vektoren

# Analytische Geometrie - Vektoroperationen

Null-, Einheits-, Gegenvektor, Kartesisches Koordinatensystem

Grundrechenarte

Multiplikation mit Skalar / Skalierung

#### Kollinearität

Linearkombination, Lineare (Un)Abhängigkei

#### Skalarproduk

Winkel zwischen Vektorer

#### Vektorprodukt / Kreuzproduk

Figenschaften

Flächeninhalt von Parallelogrammen / Dreiecken

rejecken

### Spatprodukt

WTF

es Spates



$$ec{v_1} = \left(egin{array}{c} 3 \ 6 \ 1 \end{array}
ight) \ ec{v_2} = \left(egin{array}{c} -1,5 \ -3 \ -0,5 \end{array}
ight)$$

$$ec{v_1} = \left( egin{array}{c} 3 \\ 6 \\ 1 \end{array} 
ight) \ ec{v_2} = \left( egin{array}{c} -1,5 \\ -3 \\ -0,5 \end{array} 
ight)$$

$$\vec{v}_1, \vec{v}_2$$
 kollinear, wenn  $\vec{v}_1 + r \cdot \vec{v}_2 = \vec{o}$ 

$$ec{v_1} = \left( egin{array}{c} 3 \\ 6 \\ 1 \end{array} 
ight) \ ec{v_2} = \left( egin{array}{c} -1,5 \\ -3 \\ -0,5 \end{array} 
ight)$$

$$\vec{v}_1, \vec{v}_2$$
 kollinear, wenn  $\vec{v}_1 + r \cdot \vec{v}_2 = \vec{o}$ 

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot x_2 \\ r \cdot y_2 \\ r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \vec{o}$$

$$ec{v_1} = \left( egin{array}{c} 3 \\ 6 \\ 1 \end{array} 
ight) \ ec{v_2} = \left( egin{array}{c} -1,5 \\ -3 \\ -0,5 \end{array} 
ight)$$

$$\vec{v_1}, \vec{v_2}$$
 **kollinear**, wenn  $\vec{v_1} + r \cdot \vec{v_2} = \vec{o}$ 

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot x_2 \\ r \cdot y_2 \\ r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \vec{o}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 + r \cdot x_2 \\ y_1 + r \cdot y_2 \\ z_1 + r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$ec{v_1} = \left( egin{array}{c} 3 \\ 6 \\ 1 \end{array} 
ight) \ ec{v_2} = \left( egin{array}{c} -1,5 \\ -3 \\ -0,5 \end{array} 
ight)$$

$$ec{v_1}, ec{v_2}$$
 kollinear, wenn  $ec{v_1} + r \cdot ec{v_2} = ec{o}$ 

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot x_2 \\ r \cdot y_2 \\ r \cdot z_2 \end{pmatrix} = ec{o}$$

$$\begin{pmatrix} z_1 / & (r \cdot z_2) \\ x_1 + r \cdot x_2 \\ y_1 + r \cdot y_2 \\ z_1 + r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 + r \cdot (-1, 5) \\ 6 + r \cdot (-3) \\ 1 + r \cdot (-0, 5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v_1} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{v_2} = \begin{pmatrix} -1, 5 \\ -3 \\ -0, 5 \end{pmatrix}$$

$$ec{v}_1, ec{v}_2$$
 kollinear, wenn  $ec{v}_1 + r \cdot ec{v}_2 = ec{o}$ 

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot x_2 \\ r \cdot y_2 \\ r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \vec{o}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 + r \cdot x_2 \\ y_1 + r \cdot y_2 \\ z_1 + r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 + r \cdot (-1, 5) \\ 6 + r \cdot (-3) \\ 1 + r \cdot (-0, 5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$3 + r \cdot (-1, 5) = 0$$

$$6 + r \cdot (-3) = 0$$

$$1 + r \cdot (-0, 5) = 0$$

$$\vec{v_1} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{v_2} = \begin{pmatrix} -1, 5 \\ -3 \\ -0, 5 \end{pmatrix}$$

$$ec{v}_1, ec{v}_2$$
 kollinear, wenn  $ec{v}_1 + r \cdot ec{v}_2 = ec{o}$ 

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot x_2 \\ r \cdot y_2 \\ r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \vec{o}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 + r \cdot x_2 \\ y_1 + r \cdot y_2 \\ z_1 + r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 + r \cdot (-1, 5) \\ 6 + r \cdot (-3) \\ 1 + r \cdot (-0, 5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$3 + r \cdot (-1, 5) = 0$$

$$6 + r \cdot (-3) = 0$$

$$1 + r \cdot (-0, 5) = 0$$

$$r = -2$$

$$1 + r \cdot (-0, 5) = 0$$

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -1, 5 \\ -3 \\ -0, 5 \end{pmatrix}$$

$$ec{v}_1, ec{v}_2$$
 kollinear, wenn  $ec{v}_1 + r \cdot ec{v}_2 = ec{o}$ 

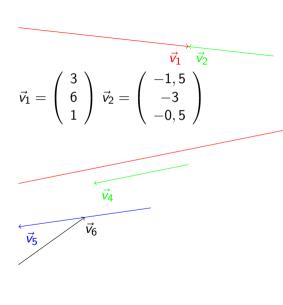
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot x_2 \\ r \cdot y_2 \\ r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \vec{o}$$

$$\begin{pmatrix}
x_1 + r \cdot x_2 \\
y_1 + r \cdot y_2 \\
z_1 + r \cdot z_2
\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
0 \\
0 \\
0
\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3+r\cdot(-1,5)\\ 6+r\cdot(-3)\\ 1+r\cdot(-0,5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0\\ 0\\ 0 \end{pmatrix}$$

$$3 + r \cdot (-1, 5) = 0$$
  $r = -2$   
 $6 + r \cdot (-3) = 0$   $r = -2$   
 $1 + r \cdot (-0, 5) = 0$   $r = -2$ 

$$r = 0$$
  $r = -1$ 



$$ec{v}_1, ec{v}_2$$
 kollinear, wenn  $ec{v}_1 + r \cdot ec{v}_2 = ec{o}$ 

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot x_2 \\ r \cdot y_2 \\ r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \vec{o}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 + r \cdot x_2 \\ x_1 + r \cdot x_2 \end{pmatrix} = \vec{o}$$

$$\overrightarrow{v_3} \begin{pmatrix} x_1 + r \cdot x_2 \\ y_1 + r \cdot y_2 \\ z_1 + r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3+r\cdot(-1,5)\\ 6+r\cdot(-3)\\ 1+r\cdot(-0,5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0\\ 0\\ 0 \end{pmatrix}$$

$$3 + r \cdot (-1,5) = 0$$
  $r = -2$   
 $6 + r \cdot (-3) = 0$   $r = -2$   
 $1 + r \cdot (-0,5) = 0$   $r = -2$ 

## Aufgaben

Untersuchen Sie folgende Vektorpaare auf Kollinearität.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} -1, 5 \\ -3 \\ -0, 5 \end{pmatrix} \qquad \vec{j} = \begin{pmatrix} 4 \\ 28 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{c}
\vec{5} \\
\vec{3} \\
\vec{,}5
\end{array}$$

$$\vec{j} = \begin{pmatrix} 4 \\ 28 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{k} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ -0,25 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \vec{d} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{l} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{m} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{ccc}
\left(\begin{array}{c}2\right) & \left(\begin{array}{c}2\right) \\
\end{array} & \left(\begin{array}{c}6\right) & \left(\begin{array}{c}6\right) \\
\end{array} & \left(\begin{array}{c}6\right)
\end{array}$$

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} 8\\4\\2 \end{pmatrix} \vec{f} = \begin{pmatrix} 16\\8\\4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 3\\5\\\sqrt{2} \end{pmatrix} \vec{p} = \begin{pmatrix} 9\\25\\2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \vec{h} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} 9 \\ 27 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{h} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} 9k \\ 81 \\ 18 \end{pmatrix} \vec{r} = \begin{pmatrix} -k \\ -9 \\ -2 \end{pmatrix}$$

## Aufgaben

Untersuchen Sie folgende Vektorpaare auf Kollinearität.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} -1, 5 \\ -3 \\ -0, 5 \end{pmatrix} \checkmark$$

$$\vec{j} = \begin{pmatrix} 4 \\ 28 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{k} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ -0, 25 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ -0.5 \end{pmatrix} \vec{v}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix}$$

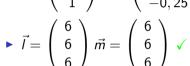
$$\vec{e} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \vec{f} = \begin{pmatrix} 16 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix} \checkmark$$

$$\begin{pmatrix}
2
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
4
\end{pmatrix}$$

$$\vec{g} = \begin{pmatrix}
9\\27\\6
\end{pmatrix}
\vec{h} = \begin{pmatrix}
-1\\-3\\-\frac{1}{2}
\end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \vec{d} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 8 \\ \vec{d} \end{pmatrix} \vec{d} = \begin{pmatrix} 16 \\ 4 \end{pmatrix}$$





$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} \vec{p} = \begin{pmatrix} 9 \\ 25 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} 25 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} k \\ -9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -k \\ -9 \end{pmatrix}$$

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} 9k \\ 81 \\ 18 \end{pmatrix} \vec{r} = \begin{pmatrix} -k \\ -9 \\ -2 \end{pmatrix} \checkmark$$

# Analytische Geometrie - Vektoroperationen

Null-, Einheits-, Gegenvektor, Kartesisches Koordinatensystem

Grundrechenartei

Multiplikation mit Skalar / Skalierung

Kollinearitä

### Linearkombination, Lineare (Un)Abhängigkeit

Skalarproduk

Winkel zwischen Vektorer

Vektorprodukt / Kreuzproduk

Financhastan

Flächeninhalt von Parallelogrammen / Dreiecken

Dreiecken

Spatprodukt

WTF

es Spates



## Linearkombination

 $ec{d}$  heißt **Linearkombination** von  $ec{a}, ec{b}, ec{c}$ , wenn  $\exists r, s, t \in \mathbb{R}$ , sodass gilt:

$$\vec{d} = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

### Linearkombination

 $ec{d}$  heißt **Linearkombination** von  $ec{a}, ec{b}, ec{c}$ , wenn  $\exists r, s, t \in \mathbb{R}$ , sodass gilt:

$$\vec{d} = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_1 = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

 $ec{d}$  heißt **Linearkombination** von  $ec{a}, ec{b}, ec{c}$ , wenn  $\exists r, s, t \in \mathbb{R}$ , sodass gilt:

$$\vec{d} = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d_1} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$d = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_{1} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + 7 + 16 \\ 1 + 3 + 2 \\ 6 + 6 + 5 \end{pmatrix}$$

 $\vec{d}$  heißt **Linearkombination** von  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , wenn  $\exists r, s, t \in \mathbb{R}$ , sodass gilt:

$$\vec{d} = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d_1} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+7+16 \\ 1+3+2 \\ 6+6+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 6 \\ 17 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+3+2 \\ 6+6+5 \end{pmatrix}$$

 $\vec{d}$  heißt **Linearkombination** von  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , wenn  $\exists r, s, t \in \mathbb{R}$ , sodass gilt:

$$\vec{d} = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_{1} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + 7 + 16 \\ 1 + 3 + 2 \\ 6 + 6 + 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 6 \\ 17 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_2 = 3 \cdot \vec{a} + 2 \cdot \vec{b} - 4 \cdot \vec{c}$$

 $ec{d}$  heißt **Linearkombination** von  $ec{a}, ec{b}, ec{c}$ , wenn  $\exists r, s, t \in \mathbb{R}$ , sodass gilt:

$$\vec{d} = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_{1} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + 7 + 16 \\ 1 + 3 + 2 \\ 6 + 6 + 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 6 \\ 17 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_{2} = 3 \cdot \vec{a} + 2 \cdot \vec{b} - 4 \cdot \vec{c} = 3 \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d} = r \cdot \vec{a} + \vec{s} \cdot \vec{b} + \vec{t} \cdot \vec{c}$$

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_{1} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + 7 + 16 \\ 1 + 3 + 2 \\ 6 + 6 + 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 6 \\ 17 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_{2} = 3 \cdot \vec{a} + 2 \cdot \vec{b} - 4 \cdot \vec{c} = 3 \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d_2} = \left(\begin{array}{c} 3 \cdot 4 + 2 \cdot 7 - 4 \cdot 16 \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 \\ 3 \cdot 6 + 2 \cdot 6 - 4 \cdot 5 \end{array}\right)$$

$$\vec{a} = \vec{r} \cdot \vec{a} + \vec{s} \cdot \vec{b} + \vec{t} \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_{1} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + 7 + 16 \\ 1 + 3 + 2 \\ 6 + 6 + 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 6 \\ 17 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_{2} = 3 \cdot \vec{a} + 2 \cdot \vec{b} - 4 \cdot \vec{c} = 3 \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_2 = \begin{pmatrix} 3 \cdot 4 + 2 \cdot 7 - 4 \cdot 16 \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 \\ 3 \cdot 6 + 2 \cdot 6 - 4 \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 + 14 - 64 \\ 3 + 6 - 6 \\ 18 + 12 - 20 \end{pmatrix}$$

$$d_{2} = 3 \cdot \vec{a} + 2 \cdot b - 4 \cdot \vec{c} = 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_{2} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 4 + 2 \cdot 7 - 4 \cdot 16 \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 \\ 3 \cdot 6 + 2 \cdot 6 - 4 \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 + 14 - 64 \\ 3 + 6 - 6 \\ 18 + 12 - 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -38 \\ 3 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{d}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{d}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Ist 
$$\vec{d}_3$$
 Linearkombinationen von  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ?

$$\vec{d}_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{d}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$d_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{d}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 5 = 4r + 7s + 16t \\ 2 = r + 3s + 2t \\ 3 = 6r + 6s + 5t \end{vmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{d}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 5 = 4r + 7s + 16t \\ 2 = r + 3s + 2t \\ 3 = 6r + 6s + 5t \end{vmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}
4 & 7 & 16 & 5 \\
1 & 3 & 2 & 2 \\
6 & 6 & 5 & 3
\end{array}\right)$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \vec{d}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$
Ist  $\vec{d}_3$  Linearkombinationen von  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ?

$$\vec{d}_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$a_3 = r \cdot a + s \cdot b + \iota \cdot c$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 5 = 4r + 7s + 16t \\ 2 = r + 3s + 2t \\ 3 = 6r + 6s + 5t \end{vmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}
4 & 7 & 16 & 5 \\
1 & 3 & 2 & 2 \\
6 & 6 & 5 & 3
\end{array}\right) 
\begin{array}{c}
-4II \\
-6II$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{d}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Ist 
$$\vec{d}_3$$
 Linearkombinationen von  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ?

$$\vec{d}_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 5 = 4r + 7s + 16t \\ 2 = r + 3s + 2t \\ 3 = 6r + 6s + 5t \end{vmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 7 & 16 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 6 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{array}{c} -4II \\ -6II \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & -5 & 8 & -3 \\ 0 & -12 & -7 & -9 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{d}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$
Ist  $\vec{d}_3$  Linearkombinationen von  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ?

$$\vec{d}_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 5 = 4r + 7s + 16t \\ 2 = r + 3s + 2t \\ 3 = 6r + 6s + 5t \end{vmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 7 & 16 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 6 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{array}{c} -4II \\ -6II \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & -5 & 8 & -3 \\ 0 & -12 & -7 & -9 \end{pmatrix} \begin{array}{c} -\frac{12}{F}II \end{array}$$

$$\vec{a} = \left( \begin{array}{c} 4 \\ 1 \\ 6 \end{array} \right) \ \vec{b} = \left( \begin{array}{c} 7 \\ 3 \\ 6 \end{array} \right) \ \vec{c} = \left( \begin{array}{c} 16 \\ 2 \\ 5 \end{array} \right) \quad \vec{d}_3 = \left( \begin{array}{c} 5 \\ 2 \\ 3 \end{array} \right)$$

Ist 
$$\vec{d}_3$$
 Linearkombinationen von  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ?

$$\vec{d}_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 5 = 4r + 7s + 16t \\ 2 = r + 3s + 2t \\ 3 = 6r + 6s + 5t \end{vmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 7 & 16 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 6 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{-4II} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & -5 & 8 & -3 \\ 0 & -12 & -7 & -9 \end{pmatrix} \xrightarrow{-\frac{12}{5}II} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & -5 & 8 & -3 \\ 0 & 0 & -\frac{131}{5} & -\frac{9}{5} \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \left( \begin{array}{c} 4 \\ 1 \\ 6 \end{array} \right) \ \vec{b} = \left( \begin{array}{c} 7 \\ 3 \\ 6 \end{array} \right) \ \vec{c} = \left( \begin{array}{c} 16 \\ 2 \\ 5 \end{array} \right) \quad \vec{d_3} = \left( \begin{array}{c} 5 \\ 2 \\ 3 \end{array} \right)$$

Ist 
$$\vec{d}_3$$
 Linearkombinationen von  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ?

$$\vec{d}_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 5 = 4r + 7s + 16t \\ 2 = r + 3s + 2t \\ 3 = 6r + 6s + 5t \end{vmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 7 & 16 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 6 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{-4II} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & -5 & 8 & -3 \\ 0 & -12 & -7 & -9 \end{pmatrix} \xrightarrow{-\frac{12}{5}II} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & -5 & 8 & -3 \\ 0 & 0 & -\frac{131}{5} & -\frac{9}{5} \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \cdots \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | -\frac{35}{131} \\ 0 & 1 & 0 & | \frac{93}{131} \\ 0 & 0 & 1 & | \frac{9}{131} \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \left( \begin{array}{c} 4 \\ 1 \\ 6 \end{array} \right) \ \vec{b} = \left( \begin{array}{c} 7 \\ 3 \\ 6 \end{array} \right) \ \vec{c} = \left( \begin{array}{c} 16 \\ 2 \\ 5 \end{array} \right) \quad \vec{d_3} = \left( \begin{array}{c} 5 \\ 2 \\ 3 \end{array} \right)$$

Ist 
$$\vec{d}_3$$
 Linearkombinationen von  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ?  $\checkmark$ 

$$\vec{d}_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 5 = 4r + 7s + 16t \\ 2 = r + 3s + 2t \\ 3 = 6r + 6s + 5t \end{vmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 7 & 16 & | & 5 \\ 1 & 3 & 2 & | & 2 \\ 6 & 6 & 5 & | & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{-4II} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & | & 2 \\ 0 & -5 & 8 & | & -3 \\ 0 & -12 & -7 & | & -9 \end{pmatrix} \xrightarrow{-\frac{12}{5}II} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & | & 2 \\ 0 & -5 & 8 & | & -3 \\ 0 & 0 & -\frac{131}{5} & | & -\frac{9}{5} \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \cdots \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -\frac{35}{131} \\ 0 & 1 & 0 & | & \frac{35}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & |$$



 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  heißen **Linear unabhängig**, wenn  $\exists r, s, t \in \mathbb{R}$ , sodass  $r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c} = \vec{o}$  nur für r = s = t = 0 lösbar ist.

 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  heißen **Linear unabhängig**, wenn  $\exists r, s, t \in \mathbb{R}$ , sodass  $r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c} = \vec{o}$  nur für r = s = t = 0 lösbar ist.

#### ODER:

Keiner der Vektoren lässt sich als Linearkombination der übrigen darstellen.

 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  heißen **Linear unabhängig**, wenn  $\exists r, s, t \in \mathbb{R}$ , sodass  $r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c} = \vec{o}$  nur für r = s = t = 0 lösbar ist.

#### ODER:

Keiner der Vektoren lässt sich als Linearkombination der übrigen darstellen.

#### zu Prüfen:

- ▶ ist  $\vec{a}$  Linearkombination von  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ?
- ▶ ist  $\vec{b}$  Linearkombination von  $\vec{c}$ ,  $\vec{a}$ ?
- ▶ ist  $\vec{c}$  Linearkombination von  $\vec{a}, \vec{b}$ ?

$$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$$
 heißen **Linear unabhängig**, wenn  $\exists r, s, t \in \mathbb{R}$ , sodass  $r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c} = \vec{o}$  nur für  $r = s = t = 0$  lösbar ist.

#### ODER:

Keiner der Vektoren lässt sich als Linearkombination der übrigen darstellen.

#### zu Prüfen:

- ▶ ist  $\vec{a}$  Linearkombination von  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ?
- ▶ ist  $\vec{b}$  Linearkombination von  $\vec{c}$ ,  $\vec{a}$ ?
- ▶ ist  $\vec{c}$  Linearkombination von  $\vec{a}, \vec{b}$ ?

Anderenfalls heißen die Vektoren  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  linear abhängig.

$$\vec{q} = \left( \begin{array}{c} 4 \\ 3 \\ 7 \end{array} \right) \ \vec{r} = \left( \begin{array}{c} 550 \\ 620 \\ 150 \end{array} \right) \ \vec{s} = \left( \begin{array}{c} 5 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \ \vec{t} = \left( \begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 1 \end{array} \right)$$

Sind 
$$\vec{q}, \vec{r}, \vec{s}$$
 linear unabhängig?

Sind 
$$\vec{r}, \vec{s}, \vec{t}$$
 linear unabhängig?

$$\vec{q} = \left( \begin{array}{c} 4 \\ 3 \\ 7 \end{array} \right) \ \vec{r} = \left( \begin{array}{c} 550 \\ 620 \\ 150 \end{array} \right) \ \vec{s} = \left( \begin{array}{c} 5 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \ \vec{t} = \left( \begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 1 \end{array} \right)$$

Sind  $\vec{q}, \vec{r}, \vec{s}$  linear unabhängig?

- ▶ ist  $\vec{q}$  Linearkombination von  $\vec{r}$ ,  $\vec{s}$ ?
- ▶ ist  $\vec{r}$  Linearkombination von  $\vec{s}$ ,  $\vec{q}$ ?
- ▶ ist  $\vec{s}$  Linearkombination von  $\vec{q}$ ,  $\vec{r}$ ?

$$\vec{q} = \left( \begin{array}{c} 4 \\ 3 \\ 7 \end{array} \right) \ \vec{r} = \left( \begin{array}{c} 550 \\ 620 \\ 150 \end{array} \right) \ \vec{s} = \left( \begin{array}{c} 5 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \ \vec{t} = \left( \begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 1 \end{array} \right)$$

Sind  $\vec{q}, \vec{r}, \vec{s}$  linear unabhängig?

- ▶ ist  $\vec{q}$  Linearkombination von  $\vec{r}$ ,  $\vec{s}$ ? ×
- ▶ ist  $\vec{r}$  Linearkombination von  $\vec{s}$ ,  $\vec{q}$ ? ×
- ▶ ist  $\vec{s}$  Linearkombination von  $\vec{q}, \vec{r}$ ? ×

$$\vec{q} = \left( \begin{array}{c} 4 \\ 3 \\ 7 \end{array} \right) \ \vec{r} = \left( \begin{array}{c} 550 \\ 620 \\ 150 \end{array} \right) \ \vec{s} = \left( \begin{array}{c} 5 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \ \vec{t} = \left( \begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 1 \end{array} \right)$$

Sind  $\vec{q}, \vec{r}, \vec{s}$  linear unabhängig?  $\checkmark$ 

- ist  $\vec{q}$  Linearkombination von  $\vec{r}$ ,  $\vec{s}$ ? ×
- ▶ ist  $\vec{r}$  Linearkombination von  $\vec{s}$ ,  $\vec{q}$ ? ×
- ▶ ist  $\vec{s}$  Linearkombination von  $\vec{q}$ ,  $\vec{r}$ ? ×

$$\vec{q} = \left( \begin{array}{c} 4 \\ 3 \\ 7 \end{array} \right) \ \vec{r} = \left( \begin{array}{c} 550 \\ 620 \\ 150 \end{array} \right) \ \vec{s} = \left( \begin{array}{c} 5 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \ \vec{t} = \left( \begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 1 \end{array} \right)$$

Sind  $\vec{q}, \vec{r}, \vec{s}$  linear unabhängig?  $\checkmark$ 

- ▶ ist  $\vec{q}$  Linearkombination von  $\vec{r}$ ,  $\vec{s}$ ? × ▶ ist  $\vec{r}$  Linearkombination von  $\vec{s}$ ,  $\vec{q}$ ? ×
- ist / Linearkombination von 3, q: x
- ▶ ist  $\vec{s}$  Linearkombination von  $\vec{q}, \vec{r}$ ? ×

- ▶ ist  $\vec{r}$  Linearkombination von  $\vec{s}$ ,  $\vec{t}$ ?
- ▶ ist  $\vec{s}$  Linearkombination von  $\vec{t}$ ,  $\vec{r}$ ?
- ▶ ist  $\vec{t}$  Linearkombination von  $\vec{r}$ ,  $\vec{s}$ ?

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} \vec{r} = \begin{pmatrix} 550 \\ 620 \\ 150 \end{pmatrix} \vec{s} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{t} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Sind  $\vec{q}, \vec{r}, \vec{s}$  linear unabhängig?  $\checkmark$ 

- ▶ ist  $\vec{q}$  Linearkombination von  $\vec{r}, \vec{s}$ ? ×
- ▶ ist  $\vec{r}$  Linearkombination von  $\vec{s}$ ,  $\vec{q}$ ? ×
- ▶ ist  $\vec{s}$  Linearkombination von  $\vec{q}, \vec{r}$ ? ×

- ► ist  $\vec{r}$  Linearkombination von  $\vec{s}$ ,  $\vec{t}$ ?  $\checkmark$
- ▶ ist  $\vec{s}$  Linearkombination von  $\vec{t}$ ,  $\vec{r}$ ?

  ▶ ist  $\vec{t}$  Linearkombination von  $\vec{r}$ ,  $\vec{s}$ ?

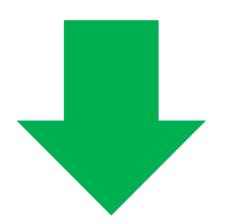
$$\vec{q} = \left( \begin{array}{c} 4 \\ 3 \\ 7 \end{array} \right) \ \vec{r} = \left( \begin{array}{c} 550 \\ 620 \\ 150 \end{array} \right) \ \vec{s} = \left( \begin{array}{c} 5 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \ \vec{t} = \left( \begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 1 \end{array} \right)$$

Sind  $\vec{q}$ ,  $\vec{r}$ ,  $\vec{s}$  linear unabhängig?  $\checkmark$ 

- ▶ ist  $\vec{q}$  Linearkombination von  $\vec{r}$ ,  $\vec{s}$ ? × ▶ ist  $\vec{r}$  Linearkombination von  $\vec{s}$ ,  $\vec{q}$ ? ×
- ▶ ist  $\vec{s}$  Linearkombination von  $\vec{q}$ ,  $\vec{r}$ ? ×

- ▶ ist  $\vec{r}$  Linearkombination von  $\vec{s}$ ,  $\vec{t}$ ?  $\checkmark$
- ▶ ist  $\vec{s}$  Linearkombination von  $\vec{t}$ ,  $\vec{r}$ ?
- ▶ ist  $\vec{t}$  Linearkombination von  $\vec{r}$ ,  $\vec{s}$ ?





Folien: github.com/JeanHilftDir/Mathe

# Mathe Nachhilfe

Analytische Geometrie - Vektoren

# Analytische Geometrie - Vektoroperationen

Skalarprodukt

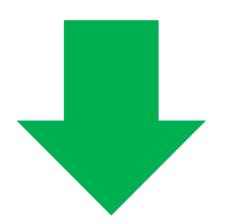
Eigenschaften Winkel zwischen Vektoren

### Berechnung

# Eigenschaften







Folien: github.com/JeanHilftDir/Mathe

# Mathe Nachhilfe

Analytische Geometrie - Vektoren

# Analytische Geometrie - Vektoroperationen

Null-, Einheits-, Gegenvektor, Kartesisches Koordinatensystem

Grundrechenarter

Addition, Subtraktion

Multiplikation mit Skalar / Skalierung

Kollinearitä

Linearkombination, Lineare (Un)Abhängigkei

Skalarproduk

Eigenschaften

Winkel zwischen Vektorer

Vektorprodukt / Kreuzprodukt

Eigenschaften

Flächeninhalt von Parallelogrammen / Dreiecken

Flächeninhalt von Dreiecken

Spatproduk

at? WTF?

Volumen eines Spates

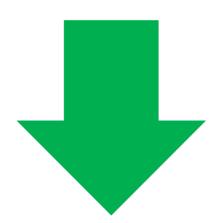
### Berechnung

# Eigenschaften

### Flächeninhalt von Parallelogrammen

### Flächeninhalt von Dreiecken





Folien: github.com/JeanHilftDir/Mathe

# Mathe Nachhilfe

Analytische Geometrie - Vektoren

# Analytische Geometrie - Vektoroperationen

Null-, Einheits-, Gegenvektor, Kartesisches Koordinatensystem

Grundrechenarter

Multiplikation mit Skalar / Skalierung

Kollinearität

Linearkombination, Lineare (Un)Abhängigkei

Skalarproduk

Winkel zwischen Vektoren

Vektorprodukt / Kreuzproduk

Eigenschaften

Flächeninhalt von Parallelogrammen / Dreiecken

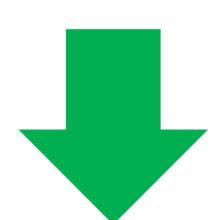
Dreiecken

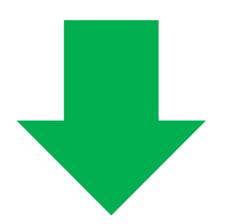
Spatprodukt
Spat? WTF?

Volumen eines Spates

# Spat? WTF?

### Volumen eines Spates





Folien: github.com/JeanHilftDir/Mathe