Mathe Nachhilfe

Analytische Geometrie - Vektoren

Analytische Geometrie - Vektoroperationen

Null-, Einheits-, Gegenvektor, Kartesisches Koordinatensystem

Grundrechenarten

Addition, Subtraktion

Multiplikation mit Skalar / Skalierung

Kollinearität

Linearkombination, Lineare (Un)Abhängigkeit

Skalarprodukt
Winkel zwischen Vektoren

Vektorprodukt / Kreuzprodukt

Eigenschaften

Flächeninhalt von Parallelogrammen / Dreiecken

Flächeninhalt von Dreiecken

Spatprodukt

Spat? WTF?

Volumen eines Spates

Analytische Geometrie - Vektoroperationen

Null-, Einheits-, Gegenvektor, Kartesisches Koordinatensystem

```
Grundrechenartei
```

Addition, Subtraktion

Multiplikation mit Skalar / Skalierung

Kollinearitä^{*}

Linearkombination, Lineare (Un)Abhängigkeit

Skalarproduk

Winkel zwischen Vektorer

Vektorprodukt / Kreuzproduk

Eigenschaften

. lächeninhalt von Parallelogrammen / Dreiecker

n Dreiecker

Spatproduk

Spat? WTF

Volumen eines Spates

Nullvektor:

Einheitsvektor:

Gegenvektor zu \vec{a} :

Nullvektor:
$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Gegenvektor zu \vec{a} :

Einheitsvektor:

Nullvektor:
$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Einheitsvektor: Vektor mit $|\vec{v}| = 1$

Gegenvektor zu \vec{a} :

Nullvektor:
$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Einheitsvektor: Vektor mit $|\vec{v}| = 1$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Gegenvektor zu \vec{a} :

Nullvektor:
$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Einheitsvektor: Vektor mit $|\vec{v}| = 1$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Gegenvektor zu \vec{a} : $-\vec{a}$

Nullvektor:
$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Einheitsvektor: Vektor mit $|\vec{v}| = 1$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Gegenvektor zu \vec{a} : $-\vec{a}$

Kartesisches Koordinatensystem: (auch Orthonormiertes):

Nullvektor:
$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Einheitsvektor: Vektor mit $|\vec{v}| = 1$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Gegenvektor zu \vec{a} : $-\vec{a}$

Kartesisches Koordinatensystem (auch Orthonormiertes):

Nullvektor:
$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Einheitsvektor: Vektor mit $|\vec{v}| = 1$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Gegenvektor zu \vec{a} : $-\vec{a}$

Kartesisches Koordinatensystem (auch Orthonormiertes):

$$|\vec{x}| = |\vec{y}| = |\vec{z}| = 1$$

Nullvektor:
$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Einheitsvektor: Vektor mit $|\vec{v}| = 1$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Gegenvektor zu \vec{a} : $-\vec{a}$

Kartesisches Koordinatensystem (auch Orthonormiertes):

- $|\vec{x}| = |\vec{y}| = |\vec{z}| = 1$

Nullvektor:
$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Einheitsvektor: Vektor mit $|\vec{v}| = 1$

$$ec{x} = \left(egin{array}{c} 1 \ 0 \ 0 \end{array}
ight) ec{y} = \left(egin{array}{c} 0 \ 1 \ 0 \end{array}
ight) ec{z} = \left(egin{array}{c} 0 \ 0 \ 1 \end{array}
ight)$$

Gegenvektor zu \vec{a} : $-\vec{a}$

Kartesisches Koordinatensystem (auch Orthonormiertes):

- $|\vec{x}| = |\vec{y}| = |\vec{z}| = 1$
- $ightharpoonup \vec{x}, \vec{y}$ und \vec{z} bilden in dieser Reihenfolge ein Rechtssystem (Rechte-Hand-Regel).

- ► Geben Sie den Nullvektor an.
- ► Sind folgende Vektoren Einheitsvektoren?

$$ec{a} = \left(egin{array}{c} 0 \ 0 \ 1 \end{array}
ight) \qquad ec{b} = \left(egin{array}{c} 1 \ 1 \ 1 \end{array}
ight) \qquad ec{c} = \left(egin{array}{c} \sqrt{2} \ 0 \ \sqrt{2} \end{array}
ight) \qquad ec{d} = \left(egin{array}{c} \sqrt{rac{1}{3}} \ \sqrt{rac{1}{3}} \ \sqrt{rac{1}{3}} \end{array}
ight)$$

▶ Geben Sie die Gegenvektoren zu \vec{a}, \vec{b} und \vec{c} an.

- ► Geben Sie den Nullvektor an. $\vec{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- ► Sind folgende Vektoren Einheitsvektoren?

$$ec{a} = \left(egin{array}{c} 0 \ 0 \ 1 \end{array}
ight) \qquad ec{b} = \left(egin{array}{c} 1 \ 1 \ 1 \end{array}
ight) \qquad ec{c} = \left(egin{array}{c} \sqrt{2} \ 0 \ \sqrt{2} \end{array}
ight) \qquad ec{d} = \left(egin{array}{c} \sqrt{rac{1}{3}} \ \sqrt{rac{1}{3}} \ \sqrt{rac{1}{2}} \end{array}
ight)$$

▶ Geben Sie die Gegenvektoren zu \vec{a}, \vec{b} und \vec{c} an.

- ► Geben Sie den Nullvektor an. $\vec{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- ► Sind folgende Vektoren Einheitsvektoren?

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \checkmark \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} \qquad \vec{d} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{3}} \\ \sqrt{\frac{1}{3}} \\ \sqrt{\frac{1}{3}} \\ \sqrt{\frac{1}{3}} \end{pmatrix} \checkmark$$

▶ Geben Sie die Gegenvektoren zu \vec{a}, \vec{b} und \vec{c} an.

- ► Geben Sie den Nullvektor an. $\vec{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- ► Sind folgende Vektoren Einheitsvektoren?

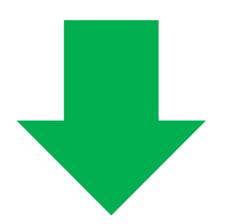
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \checkmark \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} \qquad \vec{d} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{3}} \\ \sqrt{\frac{1}{3}} \\ \sqrt{\frac{1}{3}} \end{pmatrix} \checkmark$$

► Geben Sie die Gegenvektoren zu \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} an.

$$-\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} - \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} - \vec{c} = \begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ 0 \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}$$



facebook.com/JeanHilftDir Skype: JeanHilftDir



Folien: github.com/JeanHilftDir/Mathe

Mathe Nachhilfe

Analytische Geometrie - Vektoren

Analytische Geometrie - Vektoroperationen

Null-, Einheits-, Gegenvektor, Kartesisches Koordinatensystem

Grundrechenarten

Addition, Subtraktion

Multiplikation mit Skalar / Skalierung

Kollinearitä

Linearkombination, Lineare (Un)Abhängigkeit

Skalarprodukt

Winkel zwischen Vektorer

Vektorprodukt / Kreuzproduk

Eigenschaften

Flächeninhalt von Parallelogrammen / Dreiecke

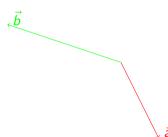
Flächeninhalt von Dreiecken

Spatproduk

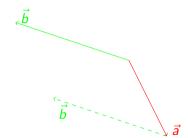
Spat? WTF

Volumen eines Spates

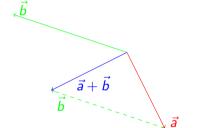
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$



$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$



$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$
 $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

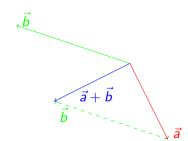
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b}$$
 $\vec{a} + \vec{b}$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$$



$$\vec{z}$$
 $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ \vec{b} $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b}$$
 $\vec{a} + \vec{b}$

$$\vec{a} + \vec{b} =$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$$
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}$$
 $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ \vec{c} $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

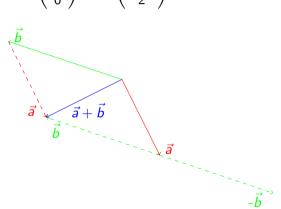
$$\vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$$
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} z_a + \\ 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

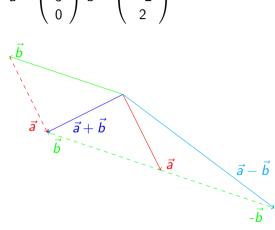
$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$



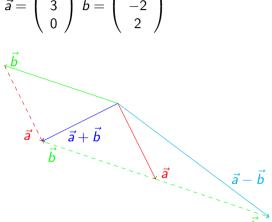
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$$
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$



$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$$
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

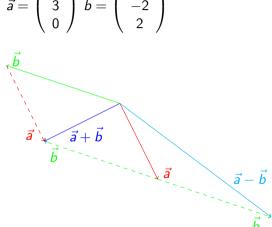
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$



$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$$
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+\left(-\vec{b}
ight)$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$



$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} \cdot \vec{c} \cdot$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + \left(-\vec{b}\right) = \left(\begin{array}{c} x_a + (-x_b) \\ y_a + (-y_b) \\ z_a + (-z_b) \end{array}\right)$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}$$
 \vec{a} \vec{b} \vec{a} \vec{b} \vec{a} \vec{b} \vec{a} \vec{b}

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}) = \begin{pmatrix} x_a + (-x_b) \\ y_a + (-y_b) \\ z_a + (-z_b) \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a - x_b \\ y_a - y_b \\ z_a - z_b \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}$$
 \vec{a} \vec{b} \vec{a} \vec{b} \vec{a} \vec{b}

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$$
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + \left(-\vec{b}\right) = \begin{pmatrix} x_a + (-x_b) \\ y_a + (-y_b) \\ z_a + (-z_b) \end{pmatrix}$$
$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a - x_b \\ y_a - y_b \\ z_a - z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - 2 \\ 3 + 2 \\ 0 - 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \\ z_a + z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$$
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}$$
 \vec{b} \vec{a} \vec{b} \vec{a} \vec{b}

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + \left(-\vec{b}\right) = \begin{pmatrix} x_a + (-x_b) \\ y_a + (-y_b) \\ z_a + (-z_b) \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a - x_b \\ y_a - y_b \\ z_a - z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - 2 \\ 3 + 2 \\ 0 - 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}$$
 \vec{b} \vec{b}

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$





$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}$$

$$-\vec{c}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$-\vec{c}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$-\vec{c}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$-\vec{c}$$

$$r \cdot \vec{c} = \left(\begin{array}{c} r \cdot x \\ r \cdot y \\ r \cdot z \end{array}\right)$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$-\vec{c}$$

$$-3\vec{c}$$

$$r \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} r \cdot x \\ r \cdot y \\ r \cdot z \end{pmatrix}$$
$$-\vec{c} = -1 \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$-\vec{c}$$

$$2\vec{c}$$

$$-3\vec{c}$$

$$r \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} r \cdot x \\ r \cdot y \\ r \cdot z \end{pmatrix}$$
$$-\vec{c} = -1 \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$
$$2\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 \\ 2 \cdot 3 \\ 2 \cdot 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$-\vec{c}$$

$$2\vec{c}$$

$$r \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} r \cdot x \\ r \cdot y \\ r \cdot z \end{pmatrix}$$
$$-\vec{c} = -1 \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$
$$2\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 \\ 2 \cdot 3 \\ 2 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$2\vec{c}$$

$$r \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} r \cdot x \\ r \cdot y \\ r \cdot z \end{pmatrix}$$

$$-\vec{c} = -1 \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$
$$2\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 \\ 2 \cdot 3 \\ 2 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$-3\vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \cdot 4 \\ -3 \cdot 3 \\ -3 \cdot 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$-\vec{c}$$

$$-3\vec{c}$$

$$r \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} r \cdot x \\ r \cdot y \\ r \cdot z \end{pmatrix}$$

$$-\vec{c} = -1 \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$

$$2\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 \\ 2 \cdot 3 \\ 2 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$-3\vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \cdot 4 \\ -3 \cdot 3 \\ -3 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ -9 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Multiplikation mit Skalar / Skalieru
$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\vec{c} \\ -\vec{c} \end{pmatrix}$$

$$r \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} r \cdot x \\ r \cdot y \\ r \cdot z \end{pmatrix}$$

$$-\vec{c} = -1 \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$
$$2\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 \\ 2 \cdot 3 \\ 2 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$-\vec{c}$$

$$-3\vec{c}$$

$$2\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 3 \\ 2 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$
$$-3\vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \cdot 4 \\ -3 \cdot 3 \\ -3 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ -9 \\ -3 \end{pmatrix}$$
$$\frac{1}{2}\vec{c} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot 4 \\ \frac{1}{2} \cdot 3 \\ \frac{1}{2} \cdot 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$-\vec{c}$$

$$-3\vec{c}$$

$$r \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} r \cdot x \\ r \cdot y \\ r \cdot z \end{pmatrix}$$

$$-\vec{c} = -1 \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$
$$2\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 \\ 2 \cdot 3 \\ 2 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$-3\vec{c}$$

$$-3\vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \cdot 4 \\ -3 \cdot 3 \\ -3 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ -9 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{2}\vec{c} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot 4 \\ \frac{1}{2} \cdot 3 \\ \frac{1}{2} \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1, 5 \\ 0, 5 \end{pmatrix}$$

Aufgaben

$$\vec{q}=\left(egin{array}{c} 4 \\ 3 \\ 7 \end{array}
ight) \vec{r}=\left(egin{array}{c} 27 \\ 10 \\ 150 \end{array}
ight) \vec{s}=\left(egin{array}{c} 30 \\ 90 \\ 0,5 \end{array}
ight) \vec{t}=\left(egin{array}{c} 256 \\ 4 \\ 2 \end{array}
ight)$$
 Berechne.

$$ightharpoonup \vec{q} - \vec{s} =$$
 $ightharpoonup 2\vec{q} =$

$$ightharpoonup ec{t} - ec{t} =$$
 $ightharpoonup ec{0} ec{t} =$

Aufgaben

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} \vec{r} = \begin{pmatrix} 27 \\ 10 \\ 150 \end{pmatrix} \vec{s} = \begin{pmatrix} 30 \\ 90 \\ 0, 5 \end{pmatrix} \vec{t} = \begin{pmatrix} 256 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ Berechne.}$$

$$\vec{q} + \vec{r} = \begin{pmatrix} 31 \\ 13 \\ 157 \end{pmatrix} \qquad \qquad \blacktriangleright \ 25\vec{s} = \begin{pmatrix} 750 \\ 2250 \\ 12, 5 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{q} - \overrightarrow{s} = \begin{pmatrix} -26 \\ -87 \\ 6,5 \end{pmatrix} \qquad \qquad \triangleright 2\overrightarrow{q} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 14 \end{pmatrix}$$

$$\vec{t} - \vec{q} = \begin{pmatrix} -67 \\ 6,5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{t} - \vec{q} = \begin{pmatrix} 252 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$4\vec{q} - 3\vec{t} = \begin{pmatrix} 4\vec{q} - 3\vec{t} - 3\vec{$$

$$-5$$

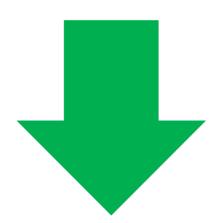
$$-\vec{r} + \vec{s} = \vec{s} - \vec{r} = \begin{pmatrix} -226 \\ 86 \\ 15 \end{pmatrix}$$

▶
$$4\vec{q} - 3\vec{t} = \begin{pmatrix} 16\\12\\28 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 768\\12\\6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -752\\0\\22 \end{pmatrix}$$

▶ $100\vec{q} - \vec{r} + \vec{s} = \begin{pmatrix} 400\\300\\700 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -226\\86\\-1.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 174\\386\\698.5 \end{pmatrix}$



facebook.com/JeanHilftDir Skype: JeanHilftDir



Folien: github.com/JeanHilftDir/Mathe

Mathe Nachhilfe

Analytische Geometrie - Vektoren

Analytische Geometrie - Vektoroperationen

Null-, Einheits-, Gegenvektor, Kartesisches Koordinatensystem

Grundrechenartei

Addition, Subtraktion Multiplikation mit Skalar / Skalierung

Kollinearität

Linearkombination, Lineare (Un)Abhängigkeit

Skalarproduk

Winkel zwischen Vektorer

Vektorprodukt / Kreuzproduk

Eigenschaften

Flächeninhalt von Parallelogrammen / Dreiecke

Flächeninhalt von Dreiecker

Spatproduk

Spat? WTF

Volumen eines Spates



$$ec{v_1} = \left(egin{array}{c} 3 \ 6 \ 1 \end{array}
ight) \ ec{v_2} = \left(egin{array}{c} -1,5 \ -3 \ -0,5 \end{array}
ight)$$

$$ec{v_1} = \left(egin{array}{c} 3 \\ 6 \\ 1 \end{array}
ight) \ ec{v_2} = \left(egin{array}{c} -1,5 \\ -3 \\ -0,5 \end{array}
ight)$$

$$\vec{v}_1, \vec{v}_2$$
 kollinear, wenn $\vec{v}_1 + r \cdot \vec{v}_2 = \vec{o}$

$$ec{v_1} = \left(egin{array}{c} 3 \\ 6 \\ 1 \end{array}
ight) \ ec{v_2} = \left(egin{array}{c} -1,5 \\ -3 \\ -0,5 \end{array}
ight)$$

$$\vec{v}_1, \vec{v}_2$$
 kollinear, wenn $\vec{v}_1 + r \cdot \vec{v}_2 = \vec{o}$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot x_2 \\ r \cdot y_2 \\ r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \vec{o}$$

$$ec{v_1} = \left(egin{array}{c} 3 \\ 6 \\ 1 \end{array}
ight) \ ec{v_2} = \left(egin{array}{c} -1,5 \\ -3 \\ -0,5 \end{array}
ight)$$

$$\vec{v_1}, \vec{v_2}$$
 kollinear, wenn $\vec{v_1} + r \cdot \vec{v_2} = \vec{o}$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot x_2 \\ r \cdot y_2 \\ r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \vec{o}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 + r \cdot x_2 \\ y_1 + r \cdot y_2 \\ z_1 + r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$ec{v_1} = \left(egin{array}{c} 3 \\ 6 \\ 1 \end{array}
ight) \ ec{v_2} = \left(egin{array}{c} -1,5 \\ -3 \\ -0,5 \end{array}
ight)$$

$$ec{v_1}, ec{v_2}$$
 kollinear, wenn $ec{v_1} + r \cdot ec{v_2} = ec{o}$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot x_2 \\ r \cdot y_2 \\ r \cdot z_2 \end{pmatrix} = ec{o}$$

$$\begin{pmatrix} z_1 / & (r \cdot z_2) \\ x_1 + r \cdot x_2 \\ y_1 + r \cdot y_2 \\ z_1 + r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 + r \cdot (-1, 5) \\ 6 + r \cdot (-3) \\ 1 + r \cdot (-0, 5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v_1} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{v_2} = \begin{pmatrix} -1, 5 \\ -3 \\ -0, 5 \end{pmatrix}$$

$$ec{v}_1, ec{v}_2$$
 kollinear, wenn $ec{v}_1 + r \cdot ec{v}_2 = ec{o}$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot x_2 \\ r \cdot y_2 \\ r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \vec{o}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 + r \cdot x_2 \\ y_1 + r \cdot y_2 \\ z_1 + r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 + r \cdot (-1, 5) \\ 6 + r \cdot (-3) \\ 1 + r \cdot (-0, 5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$3 + r \cdot (-1, 5) = 0$$

$$6 + r \cdot (-3) = 0$$

$$1 + r \cdot (-0, 5) = 0$$

$$\vec{v_1} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{v_2} = \begin{pmatrix} -1, 5 \\ -3 \\ -0, 5 \end{pmatrix}$$

$$ec{v}_1, ec{v}_2$$
 kollinear, wenn $ec{v}_1 + r \cdot ec{v}_2 = ec{o}$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot x_2 \\ r \cdot y_2 \\ r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \vec{o}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 + r \cdot x_2 \\ y_1 + r \cdot y_2 \\ z_1 + r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 + r \cdot (-1, 5) \\ 6 + r \cdot (-3) \\ 1 + r \cdot (-0, 5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$3 + r \cdot (-1, 5) = 0$$

$$6 + r \cdot (-3) = 0$$

$$1 + r \cdot (-0, 5) = 0$$

$$r = -2$$

$$1 + r \cdot (-0, 5) = 0$$

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -1, 5 \\ -3 \\ -0, 5 \end{pmatrix}$$

$$ec{v}_1, ec{v}_2$$
 kollinear, wenn $ec{v}_1 + r \cdot ec{v}_2 = ec{o}$

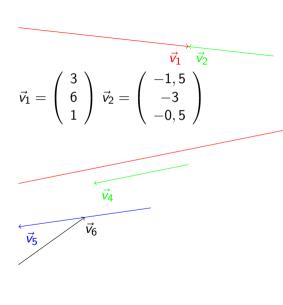
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot x_2 \\ r \cdot y_2 \\ r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \vec{o}$$

$$\begin{pmatrix}
x_1 + r \cdot x_2 \\
y_1 + r \cdot y_2 \\
z_1 + r \cdot z_2
\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
0 \\
0 \\
0
\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3+r\cdot(-1,5)\\ 6+r\cdot(-3)\\ 1+r\cdot(-0,5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0\\ 0\\ 0 \end{pmatrix}$$

$$3 + r \cdot (-1, 5) = 0$$
 $r = -2$
 $6 + r \cdot (-3) = 0$ $r = -2$
 $1 + r \cdot (-0, 5) = 0$ $r = -2$

$$r = 0$$
 $r = -1$



$$ec{v}_1, ec{v}_2$$
 kollinear, wenn $ec{v}_1 + r \cdot ec{v}_2 = ec{o}$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot x_2 \\ r \cdot y_2 \\ r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \vec{o}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 + r \cdot x_2 \\ x_1 + r \cdot x_2 \end{pmatrix} = \vec{o}$$

$$\overrightarrow{v_3} \begin{pmatrix} x_1 + r \cdot x_2 \\ y_1 + r \cdot y_2 \\ z_1 + r \cdot z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3+r\cdot(-1,5)\\ 6+r\cdot(-3)\\ 1+r\cdot(-0,5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0\\ 0\\ 0 \end{pmatrix}$$

$$3 + r \cdot (-1,5) = 0$$
 $r = -2$
 $6 + r \cdot (-3) = 0$ $r = -2$
 $1 + r \cdot (-0,5) = 0$ $r = -2$

Aufgaben

Untersuchen Sie folgende Vektorpaare auf Kollinearität.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} -1, 5 \\ -3 \\ -0, 5 \end{pmatrix} \qquad \vec{j} = \begin{pmatrix} 4 \\ 28 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{c}
\vec{5} \\
\vec{3} \\
\vec{,}5
\end{array}$$

$$\vec{j} = \begin{pmatrix} 4 \\ 28 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{k} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ -0,25 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \vec{d} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{l} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{m} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{ccc}
\left(\begin{array}{c}2\right) & \left(\begin{array}{c}2\right) \\
\end{array} & \left(\begin{array}{c}6\right) & \left(\begin{array}{c}6\right) \\
\end{array} & \left(\begin{array}{c}6\right)
\end{array}$$

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} 8\\4\\2 \end{pmatrix} \vec{f} = \begin{pmatrix} 16\\8\\4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 3\\5\\\sqrt{2} \end{pmatrix} \vec{p} = \begin{pmatrix} 9\\25\\2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \vec{h} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} 9 \\ 27 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{h} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} 9k \\ 81 \\ 18 \end{pmatrix} \vec{r} = \begin{pmatrix} -k \\ -9 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Aufgaben

Untersuchen Sie folgende Vektorpaare auf Kollinearität.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} -1, 5 \\ -3 \\ -0, 5 \end{pmatrix} \checkmark$$

$$\vec{j} = \begin{pmatrix} 4 \\ 28 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{k} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ -0, 25 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ -0.5 \end{pmatrix} \vec{v}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix}$$

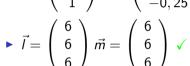
$$\vec{e} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \vec{f} = \begin{pmatrix} 16 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix} \checkmark$$

$$\begin{pmatrix}
2
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
4
\end{pmatrix}$$

$$\vec{g} = \begin{pmatrix}
9\\27\\6
\end{pmatrix}
\vec{h} = \begin{pmatrix}
-1\\-3\\-\frac{1}{2}
\end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \vec{d} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 8 \\ \vec{d} \end{pmatrix} \vec{d} = \begin{pmatrix} 16 \\ 4 \end{pmatrix}$$





$$\vec{o} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} \vec{p} = \begin{pmatrix} 9 \\ 25 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} 25 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} k \\ -9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -k \\ -9 \end{pmatrix}$$

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} 9k \\ 81 \\ 18 \end{pmatrix} \vec{r} = \begin{pmatrix} -k \\ -9 \\ -2 \end{pmatrix} \checkmark$$

Analytische Geometrie - Vektoroperationen

Null-, Einheits-, Gegenvektor, Kartesisches Koordinatensystem

Grundrechenarte

Addition, Subtraktion

Multiplikation mit Skalar / Skalierung

Kollinearitä

Linearkombination, Lineare (Un)Abhängigkeit

Skalarprodukt

Winkel zwischen Vektorer

Vektorprodukt / Kreuzproduk

Eigenschaften

Flächeninhalt von Parallelogrammen / Dreiecke

Flächeninhalt von Dreiecken

Spatproduk

Spat? WTF?

Volumen eines Spates



Linearkombination

 $ec{d}$ heißt **Linearkombination** von $ec{a}, ec{b}, ec{c}$, wenn $\exists r, s, t \in \mathbb{R}$, sodass gilt:

$$\vec{d} = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

Linearkombination

 $ec{d}$ heißt **Linearkombination** von $ec{a}, ec{b}, ec{c}$, wenn $\exists r, s, t \in \mathbb{R}$, sodass gilt:

$$\vec{d} = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_1 = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

 $ec{d}$ heißt **Linearkombination** von $ec{a}, ec{b}, ec{c}$, wenn $\exists r, s, t \in \mathbb{R}$, sodass gilt:

$$\vec{d} = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d_1} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$d = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_{1} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + 7 + 16 \\ 1 + 3 + 2 \\ 6 + 6 + 5 \end{pmatrix}$$

 \vec{d} heißt **Linearkombination** von $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, wenn $\exists r, s, t \in \mathbb{R}$, sodass gilt:

$$\vec{d} = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d_1} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+7+16 \\ 1+3+2 \\ 6+6+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 6 \\ 17 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+3+2 \\ 6+6+5 \end{pmatrix}$$

 \vec{d} heißt **Linearkombination** von $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, wenn $\exists r, s, t \in \mathbb{R}$, sodass gilt:

$$\vec{d} = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_{1} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + 7 + 16 \\ 1 + 3 + 2 \\ 6 + 6 + 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 6 \\ 17 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_2 = 3 \cdot \vec{a} + 2 \cdot \vec{b} - 4 \cdot \vec{c}$$

 $ec{d}$ heißt **Linearkombination** von $ec{a}, ec{b}, ec{c}$, wenn $\exists r, s, t \in \mathbb{R}$, sodass gilt:

$$\vec{d} = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_{1} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + 7 + 16 \\ 1 + 3 + 2 \\ 6 + 6 + 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 6 \\ 17 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_{2} = 3 \cdot \vec{a} + 2 \cdot \vec{b} - 4 \cdot \vec{c} = 3 \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d} = r \cdot \vec{a} + \vec{s} \cdot \vec{b} + \vec{t} \cdot \vec{c}$$

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_{1} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + 7 + 16 \\ 1 + 3 + 2 \\ 6 + 6 + 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 6 \\ 17 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_{2} = 3 \cdot \vec{a} + 2 \cdot \vec{b} - 4 \cdot \vec{c} = 3 \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d_2} = \left(\begin{array}{c} 3 \cdot 4 + 2 \cdot 7 - 4 \cdot 16 \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 \\ 3 \cdot 6 + 2 \cdot 6 - 4 \cdot 5 \end{array}\right)$$

$$\vec{a} = \vec{r} \cdot \vec{a} + \vec{s} \cdot \vec{b} + \vec{t} \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_{1} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + 7 + 16 \\ 1 + 3 + 2 \\ 6 + 6 + 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 6 \\ 17 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_{2} = 3 \cdot \vec{a} + 2 \cdot \vec{b} - 4 \cdot \vec{c} = 3 \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_2 = \begin{pmatrix} 3 \cdot 4 + 2 \cdot 7 - 4 \cdot 16 \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 \\ 3 \cdot 6 + 2 \cdot 6 - 4 \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 + 14 - 64 \\ 3 + 6 - 6 \\ 18 + 12 - 20 \end{pmatrix}$$

$$d_{2} = 3 \cdot \vec{a} + 2 \cdot b - 4 \cdot \vec{c} = 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_{2} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 4 + 2 \cdot 7 - 4 \cdot 16 \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 \\ 3 \cdot 6 + 2 \cdot 6 - 4 \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 + 14 - 64 \\ 3 + 6 - 6 \\ 18 + 12 - 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -38 \\ 3 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{d}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{d}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Ist
$$\vec{d}_3$$
 Linearkombinationen von $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

$$\vec{d}_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{d}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$d_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{d}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 5 = 4r + 7s + 16t \\ 2 = r + 3s + 2t \\ 3 = 6r + 6s + 5t \end{vmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{d}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 5 = 4r + 7s + 16t \\ 2 = r + 3s + 2t \\ 3 = 6r + 6s + 5t \end{vmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}
4 & 7 & 16 & 5 \\
1 & 3 & 2 & 2 \\
6 & 6 & 5 & 3
\end{array}\right)$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \vec{d}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$
Ist \vec{d}_3 Linearkombinationen von \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ?

$$\vec{d}_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$a_3 = r \cdot a + s \cdot b + \iota \cdot c$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 5 = 4r + 7s + 16t \\ 2 = r + 3s + 2t \\ 3 = 6r + 6s + 5t \end{vmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}
4 & 7 & 16 & 5 \\
1 & 3 & 2 & 2 \\
6 & 6 & 5 & 3
\end{array}\right)
\begin{array}{c}
-4II \\
-6II$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{d}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Ist
$$\vec{d}_3$$
 Linearkombinationen von $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

$$\vec{d}_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 5 = 4r + 7s + 16t \\ 2 = r + 3s + 2t \\ 3 = 6r + 6s + 5t \end{vmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 7 & 16 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 6 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{array}{c} -4II \\ -6II \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & -5 & 8 & -3 \\ 0 & -12 & -7 & -9 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \vec{c} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{d}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$
Ist \vec{d}_3 Linearkombinationen von \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ?

$$\vec{d}_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 5 = 4r + 7s + 16t \\ 2 = r + 3s + 2t \\ 3 = 6r + 6s + 5t \end{vmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 7 & 16 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 6 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{array}{c} -4II \\ -6II \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & -5 & 8 & -3 \\ 0 & -12 & -7 & -9 \end{pmatrix} \begin{array}{c} -\frac{12}{F}II \end{array}$$

$$\vec{a} = \left(\begin{array}{c} 4 \\ 1 \\ 6 \end{array} \right) \ \vec{b} = \left(\begin{array}{c} 7 \\ 3 \\ 6 \end{array} \right) \ \vec{c} = \left(\begin{array}{c} 16 \\ 2 \\ 5 \end{array} \right) \quad \vec{d}_3 = \left(\begin{array}{c} 5 \\ 2 \\ 3 \end{array} \right)$$

Ist
$$\vec{d}_3$$
 Linearkombinationen von $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

$$\vec{d}_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 5 = 4r + 7s + 16t \\ 2 = r + 3s + 2t \\ 3 = 6r + 6s + 5t \end{vmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 7 & 16 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 6 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{-4II} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & -5 & 8 & -3 \\ 0 & -12 & -7 & -9 \end{pmatrix} \xrightarrow{-\frac{12}{5}II} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & -5 & 8 & -3 \\ 0 & 0 & -\frac{131}{5} & -\frac{9}{5} \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \left(\begin{array}{c} 4 \\ 1 \\ 6 \end{array} \right) \ \vec{b} = \left(\begin{array}{c} 7 \\ 3 \\ 6 \end{array} \right) \ \vec{c} = \left(\begin{array}{c} 16 \\ 2 \\ 5 \end{array} \right) \quad \vec{d_3} = \left(\begin{array}{c} 5 \\ 2 \\ 3 \end{array} \right)$$

Ist
$$\vec{d}_3$$
 Linearkombinationen von $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

$$\vec{d}_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 5 = 4r + 7s + 16t \\ 2 = r + 3s + 2t \\ 3 = 6r + 6s + 5t \end{vmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 7 & 16 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 6 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{-4II} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & -5 & 8 & -3 \\ 0 & -12 & -7 & -9 \end{pmatrix} \xrightarrow{-\frac{12}{5}II} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & -5 & 8 & -3 \\ 0 & 0 & -\frac{131}{5} & -\frac{9}{5} \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \cdots \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | -\frac{35}{131} \\ 0 & 1 & 0 & | \frac{93}{131} \\ 0 & 0 & 1 & | \frac{9}{131} \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \left(\begin{array}{c} 4 \\ 1 \\ 6 \end{array} \right) \ \vec{b} = \left(\begin{array}{c} 7 \\ 3 \\ 6 \end{array} \right) \ \vec{c} = \left(\begin{array}{c} 16 \\ 2 \\ 5 \end{array} \right) \quad \vec{d_3} = \left(\begin{array}{c} 5 \\ 2 \\ 3 \end{array} \right)$$

Ist
$$\vec{d}_3$$
 Linearkombinationen von $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$? \checkmark

$$\vec{d}_3 = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 5 = 4r + 7s + 16t \\ 2 = r + 3s + 2t \\ 3 = 6r + 6s + 5t \end{vmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 7 & 16 & | & 5 \\ 1 & 3 & 2 & | & 2 \\ 6 & 6 & 5 & | & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{-4II} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & | & 2 \\ 0 & -5 & 8 & | & -3 \\ 0 & -12 & -7 & | & -9 \end{pmatrix} \xrightarrow{-\frac{12}{5}II} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & | & 2 \\ 0 & -5 & 8 & | & -3 \\ 0 & 0 & -\frac{131}{5} & | & -\frac{9}{5} \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \cdots \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -\frac{35}{131} \\ 0 & 1 & 0 & | & \frac{35}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{131} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & \frac{9}{1311} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & |$$



 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ heißen **Linear unabhängig**, wenn $\exists r, s, t \in \mathbb{R}$, sodass $r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c} = \vec{o}$ nur für r = s = t = 0 lösbar ist.

 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ heißen **Linear unabhängig**, wenn $\exists r, s, t \in \mathbb{R}$, sodass $r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c} = \vec{o}$ nur für r = s = t = 0 lösbar ist.

ODER:

Keiner der Vektoren lässt sich als Linearkombination der übrigen darstellen.

 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ heißen **Linear unabhängig**, wenn $\exists r, s, t \in \mathbb{R}$, sodass $r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c} = \vec{o}$ nur für r = s = t = 0 lösbar ist.

ODER:

Keiner der Vektoren lässt sich als Linearkombination der übrigen darstellen.

zu Prüfen:

- ▶ ist \vec{a} Linearkombination von \vec{b} , \vec{c} ?
- ▶ ist \vec{b} Linearkombination von \vec{c} , \vec{a} ?
- ▶ ist \vec{c} Linearkombination von \vec{a}, \vec{b} ?

$$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$$
 heißen **Linear unabhängig**, wenn $\exists r, s, t \in \mathbb{R}$, sodass $r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c} = \vec{o}$ nur für $r = s = t = 0$ lösbar ist.

ODER:

Keiner der Vektoren lässt sich als Linearkombination der übrigen darstellen.

zu Prüfen:

- ▶ ist \vec{a} Linearkombination von \vec{b} , \vec{c} ?
- ▶ ist \vec{b} Linearkombination von \vec{c} , \vec{a} ?
- ▶ ist \vec{c} Linearkombination von \vec{a}, \vec{b} ?

Anderenfalls heißen die Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ linear abhängig.

$$\vec{q} = \left(\begin{array}{c} 4 \\ 3 \\ 7 \end{array} \right) \ \vec{r} = \left(\begin{array}{c} 550 \\ 620 \\ 150 \end{array} \right) \ \vec{s} = \left(\begin{array}{c} 5 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \ \vec{t} = \left(\begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 1 \end{array} \right)$$

Sind
$$\vec{q}, \vec{r}, \vec{s}$$
 linear unabhängig?

Sind
$$\vec{r}, \vec{s}, \vec{t}$$
 linear unabhängig?

$$\vec{q} = \left(\begin{array}{c} 4 \\ 3 \\ 7 \end{array} \right) \ \vec{r} = \left(\begin{array}{c} 550 \\ 620 \\ 150 \end{array} \right) \ \vec{s} = \left(\begin{array}{c} 5 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \ \vec{t} = \left(\begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 1 \end{array} \right)$$

Sind $\vec{q}, \vec{r}, \vec{s}$ linear unabhängig?

- ▶ ist \vec{q} Linearkombination von \vec{r} , \vec{s} ?
- ▶ ist \vec{r} Linearkombination von \vec{s} , \vec{q} ?
- ▶ ist \vec{s} Linearkombination von \vec{q} , \vec{r} ?

$$\vec{q} = \left(\begin{array}{c} 4 \\ 3 \\ 7 \end{array} \right) \ \vec{r} = \left(\begin{array}{c} 550 \\ 620 \\ 150 \end{array} \right) \ \vec{s} = \left(\begin{array}{c} 5 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \ \vec{t} = \left(\begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 1 \end{array} \right)$$

Sind $\vec{q}, \vec{r}, \vec{s}$ linear unabhängig?

- ▶ ist \vec{q} Linearkombination von \vec{r} , \vec{s} ? ×
- ▶ ist \vec{r} Linearkombination von \vec{s} , \vec{q} ? ×
- ▶ ist \vec{s} Linearkombination von \vec{q}, \vec{r} ? ×

$$\vec{q} = \left(\begin{array}{c} 4 \\ 3 \\ 7 \end{array} \right) \ \vec{r} = \left(\begin{array}{c} 550 \\ 620 \\ 150 \end{array} \right) \ \vec{s} = \left(\begin{array}{c} 5 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \ \vec{t} = \left(\begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 1 \end{array} \right)$$

Sind $\vec{q}, \vec{r}, \vec{s}$ linear unabhängig? \checkmark

- ist \vec{q} Linearkombination von \vec{r} , \vec{s} ? ×
- ▶ ist \vec{r} Linearkombination von \vec{s} , \vec{q} ? ×
- ▶ ist \vec{s} Linearkombination von \vec{q} , \vec{r} ? ×

$$\vec{q} = \left(\begin{array}{c} 4 \\ 3 \\ 7 \end{array} \right) \ \vec{r} = \left(\begin{array}{c} 550 \\ 620 \\ 150 \end{array} \right) \ \vec{s} = \left(\begin{array}{c} 5 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \ \vec{t} = \left(\begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 1 \end{array} \right)$$

Sind $\vec{q}, \vec{r}, \vec{s}$ linear unabhängig? \checkmark

- ▶ ist \vec{q} Linearkombination von \vec{r} , \vec{s} ? × ▶ ist \vec{r} Linearkombination von \vec{s} , \vec{q} ? ×
- ist / Linearkombination von 3, q: x
- ▶ ist \vec{s} Linearkombination von \vec{q}, \vec{r} ? ×

- ▶ ist \vec{r} Linearkombination von \vec{s} , \vec{t} ?
- ▶ ist \vec{s} Linearkombination von \vec{t} , \vec{r} ?
- ▶ ist \vec{t} Linearkombination von \vec{r} , \vec{s} ?

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} \vec{r} = \begin{pmatrix} 550 \\ 620 \\ 150 \end{pmatrix} \vec{s} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{t} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Sind $\vec{q}, \vec{r}, \vec{s}$ linear unabhängig? \checkmark

- ▶ ist \vec{q} Linearkombination von \vec{r}, \vec{s} ? ×
- ▶ ist \vec{r} Linearkombination von \vec{s} , \vec{q} ? ×
- ▶ ist \vec{s} Linearkombination von \vec{q}, \vec{r} ? ×

- ► ist \vec{r} Linearkombination von \vec{s} , \vec{t} ? \checkmark
- ▶ ist \vec{s} Linearkombination von \vec{t} , \vec{r} ?

 ▶ ist \vec{t} Linearkombination von \vec{r} , \vec{s} ?

$$\vec{q} = \left(\begin{array}{c} 4 \\ 3 \\ 7 \end{array} \right) \ \vec{r} = \left(\begin{array}{c} 550 \\ 620 \\ 150 \end{array} \right) \ \vec{s} = \left(\begin{array}{c} 5 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \ \vec{t} = \left(\begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 1 \end{array} \right)$$

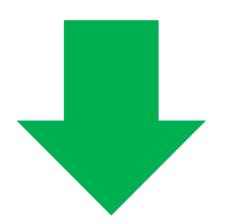
Sind \vec{q} , \vec{r} , \vec{s} linear unabhängig? \checkmark

- ▶ ist \vec{q} Linearkombination von \vec{r} , \vec{s} ? × ▶ ist \vec{r} Linearkombination von \vec{s} , \vec{q} ? ×
- ▶ ist \vec{s} Linearkombination von \vec{q} , \vec{r} ? ×

- ▶ ist \vec{r} Linearkombination von \vec{s} , \vec{t} ? \checkmark
- ▶ ist \vec{s} Linearkombination von \vec{t} , \vec{r} ?
- ▶ ist \vec{t} Linearkombination von \vec{r} , \vec{s} ?



facebook.com/JeanHilftDir Skype: JeanHilftDir



Folien: github.com/JeanHilftDir/Mathe

Mathe Nachhilfe

Analytische Geometrie - Vektoren

Analytische Geometrie - Vektoroperationen

Null-, Einheits-, Gegenvektor, Kartesisches Koordinatensystem

Grundrechenarte

Addition, Subtraktion

Multiplikation mit Skalar / Skalierung

Kollinearitä¹

Linearkombination, Lineare (Un)Abhängigkeit

Skalarprodukt

Winkel zwischen Vektoren

Vektorprodukt / Kreuzproduk

Eigenschaften

Flächeninhalt von Parallelogrammen / Dreiecke

Flächeninhalt von Dreiecken

Spatproduk

Spat? WTF?

Volumen eines Spates

${\sf Skalarprodukt-Berechnung}$

$$c = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b + z_a \cdot z_b$$

 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bzw. $\vec{a} \circ \vec{b}$ ist eine Reelle Zahl c, für die gilt: $c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b})$

$$c = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b + z_a \cdot z_b$$

 $c = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b + z_a \cdot z_b$

```
\vec{a} \cdot \vec{b} bzw. \vec{a} \circ \vec{b} ist eine Reelle Zahl c, für die gilt: c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b})
```

 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bzw. $\vec{a} \circ \vec{b}$ ist eine Reelle Zahl c, für die gilt: $c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b})$

$$c = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b + z_a \cdot z_b$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bzw. $\vec{a} \circ \vec{b}$ ist eine Reelle Zahl c, für die gilt: $c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b})$

$$c = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b + z_a \cdot z_b$$

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$

 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bzw. $\vec{a} \circ \vec{b}$ ist eine Reelle Zahl c, für die gilt: $c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b})$

$$c = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b + z_a \cdot z_b$$

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
- $r \left(\vec{a} \cdot \vec{b} \right) = (r\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (r\vec{b})$

 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bzw. $\vec{a} \circ \vec{b}$ ist eine Reelle Zahl c, für die gilt: $c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b})$

$$c = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b + z_a \cdot z_b$$

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
- $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{c})$
- $r \left(\vec{a} \cdot \vec{b} \right) = (r\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (r\vec{b})$
- $\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

$$\vec{a} \cdot \vec{b}$$
 bzw. $\vec{a} \circ \vec{b}$ ist eine Reelle Zahl c , für die gilt:

$$c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \triangleleft (\vec{a}, \vec{b})$$

$$c = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b + z_a \cdot z_b$$

Eigenschaften:

$$ightharpoonup \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

$$r \left(\vec{a} \cdot \vec{b} \right) = (r\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (r\vec{b})$$

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b}$$
 bzw. $\vec{a} \circ \vec{b}$ ist eine Reelle Zahl c , für die gilt: $c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b})$

$$c = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b + z_a \cdot z_b$$

Eigenschaften:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

$$r \left(\vec{a} \cdot \vec{b} \right) = (r\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (r\vec{b})$$

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b}$$
 bzw. $\vec{a} \circ \vec{b}$ ist eine Reelle Zahl c , für die gilt: $c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b})$

$$c = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b + z_a \cdot z_b$$

Eigenschaften:

$$ightharpoonup \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} \cdot \left(\vec{b} + \vec{c} \right) = \left(\vec{a} + \vec{b} \right) \cdot \left(\vec{a} + \vec{c} \right)$$

$$r \left(\vec{a} \cdot \vec{b} \right) = (r\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (r\vec{b})$$

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2\\4\\5 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 6\\3\\0 \end{pmatrix}$$

$$c = 2 \cdot 6 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 0$$

 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bzw. $\vec{a} \circ \vec{b}$ ist eine Reelle Zahl c, für die gilt:

$$c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b})$$

$$c = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b + z_a \cdot z_b$$

Eigenschaften:

- $ightharpoonup \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
- $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{c})$
- $r \left(\vec{a} \cdot \vec{b} \right) = (r\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (r\vec{b})$
- $\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2\\4\\5 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 6\\3\\0 \end{pmatrix}$$

$$c = 2 \cdot 6 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 0 = 12 + 12 + 0$$

 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bzw. $\vec{a} \circ \vec{b}$ ist eine Reelle Zahl c, für die gilt:

$$c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b})$$

$$c = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b + z_a \cdot z_b$$

Eigenschaften:

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
- $r \left(\vec{a} \cdot \vec{b} \right) = (r\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (r\vec{b})$
- $\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$c = 2 \cdot 6 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 0 = 12 + 12 + 0 = 24$$

 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bzw. $\vec{a} \circ \vec{b}$ ist eine Reelle Zahl c, für die gilt:

$$c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \triangleleft (\vec{a}, \vec{b})$$

$$c = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b + z_a \cdot z_b$$

Eigenschaften:

- $ightharpoonup \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
- $r \left(\vec{a} \cdot \vec{b} \right) = (r\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (r\vec{b})$
- $ightharpoonup \vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

Beispiel:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2\\4\\5 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 6\\3\\0 \end{pmatrix}$$

$$c = 2 \cdot 6 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 0 = 12 + 12 + 0 = 24$$

Stehen \vec{a} und \vec{b} senkrecht zueinander?

 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bzw. $\vec{a} \circ \vec{b}$ ist eine Reelle Zahl c, für die gilt:

$$c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \triangleleft (\vec{a}, \vec{b})$$

$$c = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b + z_a \cdot z_b$$

Eigenschaften:

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
- $r \left(\vec{a} \cdot \vec{b} \right) = (r\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (r\vec{b})$
- $ightharpoonup \vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

Beispiel:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2\\4\\5 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 6\\3\\0 \end{pmatrix}$$

$$c = 2 \cdot 6 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 0 = 12 + 12 + 0 = 24$$

Stehen \vec{a} und \vec{b} senkrecht zueinander? Nein, denn $\vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0$

```
ec{a} \cdot ec{b} bzw. ec{a} \circ ec{b} ist eine Reelle Zahl c, für die gilt: c = |ec{a}| \cdot |ec{b}| \cdot \cos \sphericalangle (ec{a}, ec{b})
```

```
\vec{a} \cdot \vec{b} bzw. \vec{a} \circ \vec{b} ist eine Reelle Zahl c, für die gilt: c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b})\cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b}) = \frac{c}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}
```

$$\vec{a} \cdot \vec{b}$$
 bzw. $\vec{a} \circ \vec{b}$ ist eine Reelle Zahl c , für die gilt: $c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \triangleleft (\vec{a}, \vec{b})$

$$\cos \sphericalangle (ec{a}, ec{b}) = rac{c}{|ec{a}| \cdot |ec{b}|}$$

$$\cos \sphericalangle (ec{\pmb{a}}, ec{\pmb{b}}) = rac{ec{\pmb{a}} \cdot ec{\pmb{b}}}{|ec{\pmb{a}}| \cdot |ec{\pmb{b}}|}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b}$$
 bzw. $\vec{a} \circ \vec{b}$ ist eine Reelle Zahl c , für die gilt:
$$c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \langle (\vec{a} \cdot \vec{b})|$$

$$c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \triangleleft (\vec{a}, \vec{b})$$

$$\cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b}) = \frac{c}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\cos \sphericalangle (ec{a}, ec{b}) = rac{ec{a} \cdot ec{b}}{|ec{a}| \cdot |ec{b}|}$$

$$\sphericalangle(ec{a},ec{b}) = \cos^{-1}\left(rac{ec{a}\cdotec{b}}{|ec{a}|\cdot|ec{b}|}
ight)$$

$$ec{a} \cdot ec{b}$$
 bzw. $ec{a} \circ ec{b}$ ist eine Reelle Zahl c .

$$c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \triangleleft (\vec{a}, \vec{b})$$

$$\cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b}) = \frac{c}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$\cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b}) = rac{ec{a} \cdot ec{b}}{|ec{a}| \cdot |ec{b}|}$$

für die gilt:

$$\sphericalangle(ec{a},ec{b}) = \cos^{-1}\left(rac{ec{a}\cdotec{b}}{|ec{a}|\cdot|ec{b}|}
ight)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b}$$
 bzw. $\vec{a} \circ \vec{b}$ ist eine Reelle Zahl c ,

für die gilt:

$$c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \triangleleft (\vec{a}, \vec{b})$$

$$\cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b}) = \frac{c}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\sphericalangle(ec{a},ec{b}) = \cos^{-1}\left(rac{ec{a}\cdotec{b}}{|ec{a}|\cdot|ec{b}|}
ight)$$

Beispiel:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

 $c = 2 \cdot 6 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 0 = 12 + 12 + 0 = 24$

$$\vec{a} \cdot \vec{b}$$
 bzw. $\vec{a} \circ \vec{b}$ ist eine Reelle Zahl c , für die gilt:

$$c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \triangleleft (\vec{a}, \vec{b})$$
$$\cos \triangleleft (\vec{a}, \vec{b}) = \frac{c}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

$$\cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\sphericalangle(ec{a},ec{b}) = \cos^{-1}\left(rac{ec{a}\cdotec{b}}{|ec{a}|\cdot|ec{b}|}
ight)$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2\\4\\5 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 6\\3\\0 \end{pmatrix}$$

$$\int \vec{b}$$

$$c = 2 \cdot 6 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 0 = 12 + 12 + 0 = 24$$

$$\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})$$

$$(\vec{a}, \vec{b})$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b}$$
 bzw. $\vec{a} \circ \vec{b}$ ist eine Reelle Zahl c , für die gilt:

$$c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \triangleleft (\vec{a}, \vec{b})$$

$$\cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b}) = \frac{c}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\sphericalangle(ec{a},ec{b}) = \cos^{-1}\left(rac{ec{a}\cdotec{b}}{|ec{a}|\cdot|ec{b}|}
ight)$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$c = 2 \cdot 6 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 0 = 12 + 12 + 0 = 24$$

$$c = 2 \cdot 6 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 0 = 12 + 12 + 0 = 24$$

$$\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = \cos^{-1}\left(\frac{24}{\sqrt{2^2 + 4^2 + 5^2} \cdot \sqrt{6^2 + 3^2}}\right)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b}$$
 bzw. $\vec{a} \circ \vec{b}$ ist eine Reelle Zahl c , für die gilt:

$$\cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b}) = rac{c}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

 $c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \triangleleft (\vec{a}, \vec{b})$

$$\cos \sphericalangle (ec{a}, ec{b}) = rac{ec{a} \cdot ec{b}}{|ec{a}| \cdot |ec{b}|}$$

$$\sphericalangle(ec{a},ec{b}) = \cos^{-1}\left(rac{ec{a}\cdotec{b}}{|ec{a}|\cdot|ec{b}|}
ight)$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2\\4\\5 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 6\\3\\0 \end{pmatrix}$$

$$c = 2 \cdot 6 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 0 = 12 + 12 + 0 = 24$$

$$\langle (\vec{a}, \vec{b}) = \cos^{-1} \left(\frac{24}{\sqrt{2^2 + 4^2 + 5^2} \cdot \sqrt{6^2 + 3^2}} \right)$$

$$\langle (\vec{a}, \vec{b}) = \cos^{-1} \left(\frac{24}{\sqrt{45} \cdot \sqrt{45}} \right)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b}$$
 bzw. $\vec{a} \circ \vec{b}$ ist eine Reelle Zahl c , für die gilt: $c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \triangleleft (\vec{a}, \vec{b})$

$$\cos \sphericalangle (ec{a}, ec{b}) = rac{c}{|ec{a}| \cdot |ec{b}|}$$

$$\cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b}) = rac{ec{a} \cdot ec{b}}{|ec{a}| \cdot |ec{b}|}$$

$$\sphericalangle(ec{a},ec{b}) = \cos^{-1}\left(rac{ec{a}\cdotec{b}}{|ec{a}|\cdot|ec{b}|}
ight)$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2\\4\\5 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 6\\3\\0 \end{pmatrix}$$

$$c = 2 \cdot 6 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 0 = 12 + 12 + 0 = 24$$

$$\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = \cos^{-1}\left(\frac{24}{\sqrt{2^2 + 4^2 + 5^2} \cdot \sqrt{6^2 + 3^2}}\right)$$

$$\langle (\vec{a}, \vec{b}) = \cos^{-1}\left(\frac{24}{\sqrt{45} \cdot \sqrt{45}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{24}{45}\right)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b}$$
 bzw. $\vec{a} \circ \vec{b}$ ist eine Reelle Zahl c , für die gilt: $c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b})$

$$\cos \sphericalangle (ec{a}, ec{b}) = rac{c}{|ec{a}| \cdot |ec{b}|}$$

$$\cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$|a| \cdot |b|$$
 $ext{} ext{} e$

Beispiel:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

 $\langle (\vec{a}, \vec{b}) = 57.769^{\circ}$

$$c = 2 \cdot 6 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 0 = 12 + 12 + 0 = 24$$

$$\langle (\vec{a}, \vec{b}) = \cos^{-1} \left(\frac{24}{\sqrt{2^2 + 4^2 + 5^2} \cdot \sqrt{6^2 + 3^2}} \right)$$

$$\langle (\vec{a}, \vec{b}) = \cos^{-1} \left(\frac{24}{\sqrt{45} \cdot \sqrt{45}} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{24}{45} \right)$$

Aufgaben

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} \vec{q} = \begin{pmatrix} 16 \\ 8 \\ -5 \end{pmatrix} \vec{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 10 \end{pmatrix} \vec{s} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} \\ 4 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie.

$$ightharpoonup ec{p} \cdot ec{q} =$$

$$\vec{q} \cdot \vec{r} =$$

$$\vec{r} \cdot \vec{s} =$$

$$5 (\vec{q} \cdot \vec{r}) =$$

$$\triangleright 20\vec{q} \cdot 20\vec{r} =$$

►
$$100\vec{q} \cdot 20\vec{r} =$$

$$\vec{p}, \vec{r}$$
 \vec{q}, \vec{s}

$$\vec{p}, \vec{s}$$

Berechnen Sie.

$$lacktriangledown$$
 $\sphericalangle(ec{p},ec{q})pprox$

$$ightharpoons$$
 $ightharpoons$ $ightharpoons$ $ightharpoons$

Aufgaben

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} \vec{q} = \begin{pmatrix} 16 \\ 8 \\ -5 \end{pmatrix} \vec{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 10 \end{pmatrix} \vec{s} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} \\ 4 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie.

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = 63$$

$$\vec{q} \cdot \vec{r} = 38$$

$$\vec{r} \cdot \vec{s} = 42.5$$

$$ightharpoonup 20\vec{q} \cdot 20\vec{r} = 400 (\vec{q} \cdot \vec{r}) = 15200$$

►
$$100\vec{q} \cdot 20\vec{r} = 20 (5\vec{q} \cdot \vec{r}) = 190$$

Stehen die folgenden Vektorpaare senkrecht zueinander?

$$\vec{p}, \vec{r} \times \vec{r} \times \vec{r} = \vec{r} \cdot \vec{r} \times \vec$$

$$ightharpoonup \vec{p}, \vec{s} \times$$

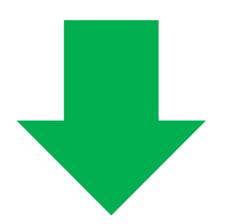
Berechnen Sie.

$$ightharpoons \langle (\vec{p}, \vec{q}) \approx 67,415^{\circ}$$

$$ightharpoons \langle (\vec{p}, \vec{r}) \approx 42,328^{\circ}$$



facebook.com/JeanHilftDir Skype: JeanHilftDir



Folien: github.com/JeanHilftDir/Mathe

Mathe Nachhilfe

Analytische Geometrie - Vektoren

Analytische Geometrie - Vektoroperationen

Null-, Einheits-, Gegenvektor, Kartesisches Koordinatensystem

Grundrechenarter

Addition, Subtraktion

Multiplikation mit Skalar / Skalierung

Kollinearitä:

Linearkombination, Lineare (Un)Abhängigkeit

Skalarprodukt

Winkel zwischen Vektorer

Vektorprodukt / Kreuzprodukt

Eigenschaften

Flächeninhalt von Parallelogrammen / Dreiecken

Flächeninhalt von Dreiecken

Spatproduk

Spat? WTF

Volumen eines Spates

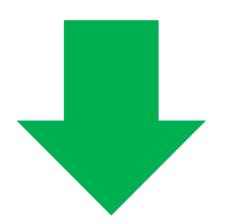
Berechnung

Flächeninhalt von Parallelogrammen

Flächeninhalt von Dreiecken



facebook.com/JeanHilftDir Skype: JeanHilftDir



Folien: github.com/JeanHilftDir/Mathe

Mathe Nachhilfe

Analytische Geometrie - Vektoren

Analytische Geometrie - Vektoroperationen

Null-, Einheits-, Gegenvektor, Kartesisches Koordinatensystem

Grundrechenartei

Addition, Subtraktion

Multiplikation mit Skalar / Skalir

Kollinearitä¹

Linearkombination, Lineare (Un)Abhängigkeit

Skalarprodukt

Winkel zwischen Vektorer

Vektorprodukt / Kreuzproduk

Eigenschaften

Flächeninhalt von Parallelogrammen / Dreiecke

Spatprodukt

Spat? WTF?

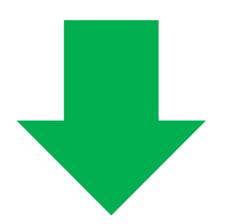
Volumen eines Spates

Spat? WTF?

Volumen eines Spates



facebook.com/JeanHilftDir Skype: JeanHilftDir



Folien: github.com/JeanHilftDir/Mathe