

CÁLCULO COMPUTACIONAL - SEMESTRE I-2022
TERCERA TAREA – SOLUCION DE ECUACIONES NO LINEALES

- 1) Escriba un programa que implemente el método de Newton y utilícelo para hallar una raíz de la función:

$$f(t) = 1 - e^{-(t^2 - 12.15t + 36.875)} - e^{-(t^2 - 7.4t + 13.2)}$$

Resuelva utilizando como estimado inicial de la raíz: $t_0 = 3.5$, $t_0 = 3.6$, $t_0 = 3.7$, $t_0 = 3.8$ y $t_0 = 3.9$. Construya una gráfica de la función y explique por qué pequeños cambios en t_0 producen estos resultados. Encuentre un valor de t_0

En el intervalo $[3, 4]$ que haga que el método converja a una raíz distinta de las que fueron ya calculadas.

- 2) Escriba un programa que implemente el método de Newton y encuentre, con una exactitud de 10^{-3} , el punto inicial positivo más pequeño para el cual el método diverge al usarlo resolver la ecuación

$$\tan^{-1}\left(\frac{k+1}{2}x\right) = 1$$

siendo k el último número de su cédula.

- 3) Utilice el programa que implementa el método de Newton para resolver la ecuación

$$\frac{1}{4}x^2 - x \sin x - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{2} = 0$$

Iniciando con $x_0 = \pi/2$. Resuelva también usando $x_0 = 5\pi$ y $x_0 = 10\pi$. Explique por qué la velocidad de convergencia no parece ser la esperada para el método de Newton.

- 4) Escriba un programa que calcule iterativamente y sin intervención del usuario, las primeras 10 raíces positivas de la ecuación $x - \tan(x) = 0$ por medio del método de Newton.

- 5) Implemente el método de la Secante y el de Falsa Posición. Utilice los programas desarrollados para calcular con simple precisión la raíz de $f(x)$ en el intervalo $[-1.00, 1.00]$, siendo:

$$f(x) = 2x^3 - \frac{34}{7}x^2 + \frac{209}{49}x - \frac{173}{343}$$

- 6) Resuelva el problema 4 substituyendo la fórmula del método de falsa posición por la expresión

$$r_k = \frac{f(b_k)a_k - \frac{1}{2}f(a_k)b_k}{f(b_k) - \frac{1}{2}f(a_k)}$$

donde a_k y b_k son los extremos del intervalo en el método de falsa posición. Explique por qué este método parece converger más rápidamente.

- 7) Una droga administrada a un paciente mediante una inyección produce una concentración del medicamento en el torrente sanguíneo que viene dada por

$$c(t) = Ate^{-t/3}.$$

donde c es la concentración en miligramos por mililitro, t horas después de que A unidades han sido inyectadas. La máxima concentración segura (sin poner en riesgo al paciente) es 1 mg/mL.

- Qué cantidad debería inyectarse para lograr esta máxima concentración y en cuanto tiempo se alcanza el máximo.
- Una cantidad adicional del medicamento debe administrarse al paciente cuando la concentración ha descendido a 0.25 mg/mL. Determine, con precisión de un minuto, cuando debe colocarse la segunda inyección.

En todos los problemas calcule las soluciones con al menos siete cifras exactas.

En los problemas 1, 2, 3 y 4 construya tablas donde reporte, en cada iteración, el valor de x_i , $f(x_i)$ y $f'(x_i)$.

En los problemas 5 y 6 construya tablas y reporte, para cada método, x_{i-1} , x_i , x_{i+1} y los correspondientes valores de $f(x)$.

En el problema 7 explique el procedimiento seguido para resolverlo, la escogencia del método y los parámetros iniciales del algoritmo.

En cada problema debe consignar el código implementado para determinar sus respuestas.

EN NINGUN CASO INCLUYA CAPTURAS DE LA PANTALLA DEL COMPUTADOR EN SUS RESPUESTAS.