Les questions de cours portent sur ce qui est entre accolades et en gras. On attend une maîtrise de l'intégralité des notions abordées.

Cours : analyse asymptotique

Développements limités

Notion de développement limité à l'ordre n d'une fonction en a. Unicité en cas d'existence. Partie régulière. Troncature d'un développement limité. Cas des fonctions paires, impaires pour un développement limité en 0. Formule de Taylor-Young, sous hypothèse de classe C^{n-1} sur I, n dérivabilité en a. Contre-exemple à la réciproque. Primitivation, dérivation des DL (sous hypothèse de dérivabilité), linéarité, produit, composition. Quotient sur des exemples. [**Catalogue des développements limités usuels en** 0**,** $\exp(x), \sin(x), \cos(x), \mathrm{sh}(x), \mathrm{ch}(x), (1+x)^\alpha, \ln(1+x), \arctan(x)$ **à un ordre quelconque,** $\tan(x)$ **à l'ordre** 5]. Application à l'étude locale de fonctions, position relative locale du graphe d'une fonction par rapport à une tangente au voisinage d'un point réel, à une asymptote au voisinage de $\pm\infty$.

Cours : espaces vectoriels

$\mathbb{K}$ est un corps fixé. Notion de $\mathbb{K}$-ev. [**Règles de calcul dans les espaces vectoriels**]. Espace $\mathbb{K}^n$, E^X, surcorps de $\mathbb{K}$. Espace nul. Espace $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$. Produit d'espaces vectoriels. Notion de sous-espace vectoriel définie par : F partie de E stable par les deux lois qui, munie des lois induites, est un $\mathbb{K}$-espace vectoriel. [**Caractérisation des sous-espaces vectoriels :** F **sev de** E **ssi** $0_E \in F$ **et** $\forall (x,y) \in F^2 \forall \lambda \in \mathbb{K}, x + \lambda y \in F$**.**] Variante : F non vide et $\forall (x,y) \in F^2, \forall (\lambda,\mu) \in \mathbb{K}^2, \lambda x + \mu y \in F$. L'intersection de sev est un sev. Espace vectoriel engendré par une partie A, noté $\mathrm{Vect}(A)$. [**Vect**(A) **est le plus petit sev de** E **qui contient** A]. A sev de E ssi $A = \mathrm{Vect}(A)$. $A \subset B \Rightarrow \mathrm{Vect}(A) \subset \mathrm{Vect}(B)$.

Exercices

Les exercices porteront sur les développements limités et les développements asymptotiques.

★ ★ ★ ★ ★