Les questions de cours portent sur ce qui est entre accolades et en gras. On attend une maîtrise de l'intégralité des notions abordées.

Cours : Applications linéaires

Détermination d'une application linéaire

[**Soit** $(e_i)_{i\in I}$ **une base de** E **et** $(f_i)_{i\in I} \in F^I$**. Alors** $\exists! u \in \mathcal{L}(E,F), \forall i \in I, u(e_i) = f_i$]. Elle est injective ssi $(f_i)_i$ est libre, surjective ssi $(f_i)_i$ est génératrice, bijective ssi $(f_i)_i$ est une base. Deux ev de dimension finie sont isomorphes ssi ils ont même dimension. [**Si** $\dim(E) = \dim(F)$ **est finie,** u **bijective ssi** u **injective ssi** u **surjective**]. Inversibilité d'un endomorphisme en dimension finie ssi inversibilité à gauche ssi inversibilité à droite. [**Si** E **et** F **de dimensions finies, alors** $\mathcal{L}(E,F)$ **de dimension finie et** $\dim(\mathcal{L}(E,F)) = \dim(E)\dim(F)$]. Définition univoque d'une application linéaire selon ses restrictions à des sev supplémentaires. [**Théorème du rang, forme géométrique. Théorème du rang dans le cas** $\dim(E)$ **finie.**]

Dualité

Notion de forme linéaire. Espace dual $E^* = \mathcal{L}(E,\mathbb{K})$. Pour $(e_i)_{i\in I}$ base de E, famille des formes coordonnées $(e_i^*)_{i\in I}$. [**Liberté de cette famille dans le cas général. En dimension finie, cette famille est une base de** E^***, appelée base duale de** $(e_i)_{i\in I}$]. Exemple de la trace, description du dual de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Un hyperplan est défini comme le noyau d'une forme linéaire non nulle. [**Toute droite non contenue dans un hyperplan est un supplémentaire de cet hyperplan**]. Tout supplémentaire d'une droite est un hyperplan. En dimension finie, caractérisation des hyperplans par la dimension. [**Deux formes linéaires non nulles sont colinéaires à un facteur non nul près ssi elles ont même noyau**]. Description des sev de dimension $n-m$ comme intersection de m hyperplans.

Exercices

Les exercices porteront sur les applications linéaires, du début du chapitre jusqu'à la dualité incluse. Même si les matrices fournissent un cas appréciable de phénomènes linéaires, les notions de matrices d'applications linéaires et d'applications linéaires canoniquement associée à une matrice ne sont pas une compétence attendue pour cette colle.

⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆