

Les questions de cours portent sur ce qui est entre accolades et en gras. On attend une maîtrise de l'intégralité des notions de ce chapitre.

## Cours : analyse asymptotique

Même si les relations de comparaisons asymptotiques ont été définies dans le cas le plus général, toutes les démonstrations peuvent être faites sous l'hypothèse de non-annulation au voisinage de l'infini, ou de non annulation sur un voisinage épointé d'un réel.

### Comparaison asymptotique de suites

Relation de domination  $u = O(v)$ . Caractérisation via le caractère borné de  $u/v$ . Réflexivité, transitivité. Compatibilité avec l'addition à gauche, le produit, les fonctions puissances positives. Composition à droite.

Relation de prépondérance  $u = o(v)$ . Caractérisation via  $u/v \rightarrow 0$ . Transitivité. Compatibilité avec l'addition à gauche, le produit, les fonctions puissances strictement positives. Traduction des croissances comparées. [**Comparaison des suites géométriques, de la factorielle et de  $n^n$** ]. Composition à droite.

Relation d'équivalence  $u \sim v$ . Caractérisation via  $u/v \rightarrow 1$ . Réflexivité, symétrie, transitivité. Compatibilité avec le produit, les fonctions puissances. Théorème d'encadrement pour les équivalents. Si  $u \sim v$  et  $u > 0$  à pcr, alors  $v > 0$  à pcr. Si  $u \sim v$  et  $u \rightarrow \ell$ , alors  $v \rightarrow \ell$ . [**Passage au logarithme dans les équivalents**]. Composition à droite.

Exemples de développements asymptotiques de suites (récurrentes, implicites).

### Comparaison locale de fonctions

Transposition du chapitre précédent pour des fonctions au voisinage d'un point réel  $a$ .

### Développements limités

Notion de développement limité à l'ordre  $n$  d'une fonction en  $a$ . [**Unicité en cas d'existence**]. Partie régulière. Troncature d'un développement limité. Cas des fonctions paires, impaires pour un développement limité en 0. [**Formule de Taylor-Young, sous hypothèse de classe  $C^{n-1}$  sur  $I$ ,  $n$  dérivabilité en  $a$ .**]

## Exercices

Les exercices porteront sur la décomposition en éléments simples des fractions rationnelles et le début de l'analyse asymptotique, les développements limités ont été peu pratiqués.

★ ★ ★ ★ ★