Les questions de cours portent sur ce qui est entre accolades et en gras. On attend une maîtrise de l'intégralité des notions abordées.

Cours : Intégration

Subdivision pointée. Théorème des sommes de Riemann. Majoration dans le cas d'une fonction Lipschitzienne. [**Théorème fondamental du calcul intégral**]. Intégration par parties, changement de variable C^1. [**Formule de Taylor avec reste intégral**]. Inégalité de Taylor-Lagrange.

Cours : Applications linéaires

$\mathbb{K}$ désigne un corps. E, F, G désigne des $\mathbb{K}$-espaces vectoriels.

Espace $\mathcal{L}(E,F)$.

Notion d'application linéaire, notation $\mathcal{L}(E,F)$. Si $f \in \mathcal{L}(E,F), f(0_E) = 0_F$ et f est un morphisme de groupes entre $(E,+)$ et $(F,+)$. Si f est linéaire et bijective, alors f^{-1} est linéaire. [**Pour tout sev V de E, $f(V)$ est un sev de F. Pour tout sev W de F, $f^{-1}(W)$ est un sev de E**]. Pour toute partie A de E, $f(\mathrm{Vect}(A)) = \mathrm{Vect}(f(A))$. Noyau et image d'une application linéaire. Caractérisation de l'injectivité via le noyau.

$\mathcal{L}(E,F)$ est un sev de $\mathcal{F}(E,F)$. $\mathcal{L}(E,F)\times\mathcal{L}(F,G) \to \mathcal{L}(E,G), (f,g) \mapsto g\circ f$ est bilinéaire.

Pour toute famille $(x_i)_{i\in I}$ génératrice de E, $(f(x_i))_{i\in I}$ est génératrice de $\mathrm{Im}(f)$. Si $(x_i)_{i\in I}$ est libre et f injective, alors $(f(x_i))_{i\in I}$ est libre. [**Si $(x_i)_{i\in I}$ est une base de E et f bijective, alors $(f(x_i))_{i\in I}$ est une base de F**]. Application de rang fini. [**Si f ou g est de rang fini, alors $g\circ f$ est de rang fini et $\mathrm{rg}(g\circ f) \leq \min(\mathrm{rg}(g), \mathrm{rg}(f))$.**] Egalité dans le cas où l'une des applications est un isomorphisme.

Endomorphismes.

Anneau $(\mathcal{L}(E),+,\circ)$. Pour tous supplémentaires F, G dans E, projection sur F parallèlement à G. Toute projection est linéaire. [**Soit $f \in \mathcal{L}(E)$. Alors f est un projecteur ssi $f^2 = f$, auquel cas c'est le projecteur sur $\mathrm{Im}(f)$ parallèlement à $\ker(f)$.**] Si f est un projecteur, alors $\mathrm{Im}(f) = \ker(f - \mathrm{Id}_E)$. Symétrie par rapport à F parallèlement à G. Toute symétrie est linéaire. [**Soit $f \in \mathcal{L}(E)$. Alors f est une symétrie ssi $f^2 = \mathrm{Id}_E$ auquel cas f est la symétrie par rapport à $\ker(f - \mathrm{Id}_E)$ parallèlement à $\ker(f + \mathrm{Id}_E)$.**] Notion d'automorphisme. Groupe linéaire $(GL(E),\circ)$.

Exercices

Les exercices porteront sur l'intégration. L'exploitation du TRI est particulièrement bienvenue.

⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆