

Chaque colle comporte une question de cours ainsi qu'un ou plusieurs exercices. On prêtera attention à l'utilisation correcte des quantificateurs, la rédaction rigoureuse de démonstration des implications et des équivalences, ainsi que l'emploi maîtrisé des différents modes de raisonnements.

## 1 Questions de cours.

- Toute définition, tout résultat dans l'ensemble des notions abordées doit être parfaitement su et peut être ajouté aux items suivants.
- Lois de De Morgan : négation d'une disjonction, négation d'une conjonction. Énoncé et démonstration.
- Équivalence logique d'une implication et de sa contraposée.
- L'exponentielle est l'unique fonction  $f$  dérivable de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  qui vérifie  $f(0) = 1$  et  $f' = f$ . Méthode par analyse-synthèse, en supposant l'exponentielle connue.

## 2 Exercices.

Ils peuvent porter sur tout ce qui suit, et exploiter toute notion du lycée. Attention, tous les élèves n'ont pas suivi l'option maths expertes. Évitez l'utilisation avancée d'arithmétique ou de complexes si les étudiants ne sont pas à l'aise.

## 3 Ensemble des notions abordées : logique et théorie des ensembles

### Rudiments de logique

Notion d'assertion, de prédicat, table de vérité, négation, conjonction, disjonction. Double négation. Lois de De Morgan, négation d'une disjonction, négation d'une conjonction. Commutativité, associativité de la conjonction et de la disjonction. Distributivité de la conjonction par rapport à la disjonction, de la disjonction par rapport à la conjonction. Les preuves sont faites via des tables de vérité. Implication, contraposée, réciproque, équivalence.

### Quantification

Quantification, quantificateur universel, existentiel, existence d'un unique élément. Négation d'une assertion utilisant des quantificateurs. Conventions liées à l'ensemble vide. Double quantification, parenthésage d'une conjonction ou d'une disjonction quantifiée.

### Modes de raisonnements

Disjonction de cas, raisonnement par l'absurde, analyse-synthèse, récurrences simple, double, forte.

### Ensembles

Éléments, relation d'appartenance. Parties, relation d'inclusion, ensemble  $\mathcal{P}(E)$  des parties de  $E$ . Ensemble vide. Complémentaire. Différence. Définition d'un ensemble en extension, par une image, en compréhension. Produit cartésien d'une famille finie d'ensembles. Union, intersection d'une famille d'ensembles  $(E_i)_{i \in I}$ . Complémentaire d'une union, d'une intersection. Notion de recouvrement, de famille disjointe, de partition. Exemple des fibres de  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ .

★ ★ ★ ★ ★