Chaque colle comporte une question de cours ainsi qu'un ou plusieurs exercices.

1 Questions de cours.

- Toute définition, tout résultat dans l'ensemble des notions abordées doit être parfaitement su et peut être ajouté aux items suivants.
- Unicité de la limite.
- Théorème d'encadrement.
- Théorème de la limite monotone.
- Sous-suites d'une suite convergente.
- Limites de suites géométriques réelles et complexes.

2 Exercices.

Ils porteront sur le chapitre 9 : suites numériques.

3 Chapitre 9 : suites numériques

3.1 Ensemble des réels $\mathbb{R}$

3.2 Exemples de suites

Suite majorée, minorée, bornée, croissante, décroissante, monotone. u est bornée ssi $|u|$ est majorée. Opérations sur les suites monotones. Propriétés à partir d'un certain rang. Suites définies par récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ à l'aide d'une fonction itératrice qui stablise une partie A et un germe u_0 dans A. Monotonie de u si f est croissante, Monotonies contraires de (u_{2n}) et (u_{2n+1}) si f est décroissante. Monotonie de u à l'aide du signe de $f - \mathrm{Id}$. Théorème du point fixe si f continue. Exemples de suites implicites. Suites arithmético-géométriques. Suites récurrentes doubles, $E = \{u \in K^{\mathbb{N}} | \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} + au_{n+1} + bu_n = 0\}$. E est stable par combinaison linéaire et $\varphi : E \to K^2, u \mapsto (u_0, u_1)$ est une bijection linéaire (surjectivité admise). Liberté de suites géométriques de raisons distinctes. Description de E dans le cas complexe, dans le cas réel.

3.3 Limites de suite

Définition de $u \to \ell$ dans le cas $\ell \in \mathbb{R}$. Suite convergente, divergente. Unicité de la limite. Opérations sur les limites finies. Toute suite convergente est bornée, passage à la limite dans les inégalités. Notion de limite infinie. Opérations sur les limites infinies. Toute suite de limite $\pm\infty$ est non bornée. Si $u \xrightarrow{\ell} > 0$, alors $u > 0$ à partir d'un certain rang. Théorème d'encadrement (ou gendarmes). Théorème de comparaison (majoration/minoration) pour les limites finies.

3.4 Exemples fondamentaux

Limites de suites arithmétiques et géométriques. Limites de suites monotones. Suites adjacentes. Suites extraites. Si $u \to \ell$, toutes ses sous-suites tendent vers ℓ. Contraposition pour montrer qu'une suite diverge. Si u non majorée, u possède une sous-suite qui tend vers $+\infty$.

3.5 Suites à valeurs complexes

Extension des résultats précédents aux suites à valeurs complexes. u converge ssi $\mathfrak{Re}(u)$ et $\mathfrak{Im}(u)$ convergent. Suite complexe bornée. Suites géométriques de raison complexe.

⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆