

★★★

Planche 1

★★★

1. Définition de l'arcsinus. Énoncé. Dérivabilité et expression de la dérivée. Énoncé et démonstration.
2. Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Déterminer une condition nécessaire et suffisante sur a et b pour que

$$\exists A \in \mathbb{R}^*, \exists \varphi \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, \operatorname{ach}(x) + b \operatorname{sh}(x) = A \operatorname{ch}(x + \varphi)$$

3. Comparer $x \mapsto \arctan(x^{-1/2})$ et $x \mapsto \arcsin((x+1)^{-1/2})$.

★★★

Planche 2

★★★

1. Énoncer une croissance comparée de votre choix. Résolution de l'équation fonctionnelle $f(x+y) = f(x) + f(y)$. Énoncé et démonstration.
2. Étude de la fonction $x \mapsto \arctan(\tan(x))$.
3. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Déterminer un polynôme P tel que

$$\forall x \in \mathbb{R}, \operatorname{ch}(nx) = P(\operatorname{ch}(x))$$

★★★

Planche 3

★★★

1. Définition des fonctions puissances. Énoncé. Résolution de l'équation fonctionnelle $f(xy) = f(x) + f(y)$. Énoncé et démonstration.
2. Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et $f : x \mapsto \sum_{k=1}^n \frac{\sin(kx)}{k}$. Déterminer l'abscisse du premier maximum local de f sur \mathbb{R}_+^* .
3. Déterminer tous les réels x tels que $\sqrt{\arcsin(x)} + \sqrt{\arccos(x)} = \sqrt{\pi/2}$.

★★★

Bonus

★★★

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Déterminer tous les zéros de $\arctan^{(n)}$, la dérivée n -ième de l'arctangente.