

Chaque colle comporte une question de cours ainsi qu'un ou plusieurs exercices.

1 Questions de cours.

- Toute définition, tout résultat dans l'ensemble des notions abordées doit être parfaitement su et peut être ajouté aux items suivants.
- Caractérisation $a = \sup(X) \iff [(\forall x \in X, x \leq a) \wedge (\forall y < a, \exists x \in X, y < x)]$.
- Caractérisation séquentielle de la borne supérieure.
- Existence de la borne inférieure d'une partie non vide minorée de \mathbb{R} et relation $\inf(X) = -\sup(-X)$.
- Toute partie de \mathbb{R} est un intervalle si et seulement si elle est convexe. Démonstration dans quelques cas.

2 Exercices.

Ils peuvent porter sur toute l'analyse/calculus des derniers mois jusqu'au chapitre 7 inclus, mais ne porteront pas sur le chapitre 9, qui est uniquement testé en question de cours.

3 Chapitre 9 : suites numériques

3.1 Ensemble des réels \mathbb{R}

Approximation décimale d'un réel x à 10^{-n} près par défaut, par excès. Convergence de ces suites vers x . Tout réel est limite d'une suite de rationnels. Borne supérieure d'une partie non vide majorée de \mathbb{R} . Caractérisation $a = \sup(X) \iff [(\forall x \in X, x \leq a) \wedge (\forall y < a, \exists x \in X, y < x)]$. En cas d'existence du maximum, $\max(X) = \sup(X)$. Caractérisation séquentielle de la borne supérieure. Croissance de la borne supérieure par inclusion. Extension de la définition et des caractérisations aux parties vides ou non majorées. Existence de la borne inférieure d'une partie non vide minorée de \mathbb{R} et relation $\inf(X) = -\sup(-X)$. Adaptation des résultats précédents à la borne inférieure, extension aux parties vides ou non minorées. Étude de $x \mapsto d(x, \mathbb{Z})$. Notion de partie convexe, caractérisation des parties convexes de \mathbb{R} à l'aide des intervalles. Démonstration de la bonne définition de la partie entière.

★ ★ ★ ★ ★