Chaque colle comporte une question de cours ainsi qu'un ou plusieurs exercices.

# 1 Questions de cours.

- Toute définition, tout résultat dans l'ensemble des notions abordées doit être parfaitement su et peut être ajouté aux items suivants.
- Théorème fondamental du calcul intégral pour une fonction continue sur un intervalle à valeurs complexes. Démonstration dans le cas particulier d'une fonction continue à valeurs réelles et croissante.
- Solutions homogènes de $y' + ay = 0$. Énoncé et démonstration.
- Solutions homogènes à valeurs complexes de $y'' + ay' + by = 0$. Énoncé et démonstration.

# 2 Exercices.

Ils peuvent porter sur le chapitre le chapitre 7 : calcul intégral

# 3 Chapitre 7 : calcul intégral

## 3.1 Calcul d'intégrales

Notion d'intégrale à l'aide d'aire signée sous la courbe. Propriétés fondamentales, linéairité, relation de Chasles, croissance dans le cas d'une fonction à valeurs réelles, inégalité triangulaire dans le cas général. Notion de primitive. Théorème fondamental du calcul intégral. Théorème d'intégration par parties, de changement de variables (cas général, cas bijectif). D'après le programme officiel, les hypothèses de régularité ne sont pas un attendu dans la pratique, on se contentera de manipulations formelles.

Méthodes de calcul : primitives usuelles, composées, passage par les complexes, fractions rationnelles du type $x \mapsto 1/(ax^2+bx+c)$ en trois cas, expressions à radicaux, fractions trigonométriques, fractions exponentielles. On fournira les changements de variable à effectuer si ceux-ci ne sont pas triviaux.

## 3.2 Équations différentielles linéaires du premier ordre

$(E) y'+ay = b$ sur un intervalle $I$ d'inconnue $y$, de paramètres $a, b$ continues sur $I$. Solutions homogènes, structure des solutions à l'aide d'une solution particulière. Forme intégrale d'une solution particulière. Problème de Cauchy $y'+ay = b, y(x_0) = y_0$. Existence et unicité de la solution. Méthode d'intégration par la « variation de la constante », principe de superposition, modèles de solutions particulières quand $b$ est de la forme $x \mapsto P(x)e^{\alpha x}$. Exemple de raccordement d'une équation différentielle non résolue.

## 3.3 Équations différentielles linéaires du deuxième ordre à coefficients constants

$(E) y'' + ay' + b = f(x)$ sur un intervalle $I$ d'inconnue $y$, de paramètres $a, b \in \mathbb{C}, f$ continue sur $I$. Structure des solutions à l'aide d'une solution particulière. Solutions homogènes à valeurs complexes. Solutions homogènes à valeurs réelles dans le cas $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Problème de Cauchy $y'' + ay' + by = f, y(x_0) = y_0, y'(x_0) = y_0'$. Existence et unicité de la solution (admis). Modèles de solutions particulières lorsque $f$ est de la forme $x \mapsto P(x)e^{\alpha x}$. Principe de superposition. La méthode de variations des constantes à l'ordre deux est hors-programme.

⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆