

Chaque colle comporte une question de cours ainsi qu'un ou plusieurs exercices.

## 1 Questions de cours.

- Toute définition, tout résultat dans l'ensemble des notions abordées doit être parfaitement su et peut être ajouté aux items suivants.
- Produit de matrices élémentaires.
- Critère d'inversibilité d'une matrice  $2 \times 2$ , expression de l'inverse en cas d'inversibilité.
- Critère d'inversibilité d'une matrice diagonale, expression de son inverse en cas d'inversibilité.
- Caractérisation séquentielle de la limite en un point.
- Théorème de la limite monotone.

## 2 Exercices.

Ils porteront sur le chapitre 10 : calcul matriciel.

## 3 Chapitre 10 : calcul matriciel

### 3.1 Opérations matricielles

Notion de matrice, symbole de Kronecker, matrice élémentaire, addition interne, multiplication externe par un scalaire. Combinaison linéaire de matrices, produit matriciel entre  $M_{n,p}(\mathbb{K})$  et  $M_{p,q}(\mathbb{K})$ . Le produit d'une matrice  $A$  par une matrice colonne renvoie une combinaison linéaire des colonnes de  $A$ . Produit de matrices élémentaires. Effet du produit à gauche/à droite par des matrices élémentaires de tailles compatibles. Transposition, propriétés algébriques.

### 3.2 Matrices carrées

Matrice  $I_n$ , formule du binôme et factorisation de  $B^n - A^n$  en cas de commutation. Matrices symétriques, antisymétriques, existence et unicité de la décomposition d'une matrice en somme de matrice symétrique et matrice antisymétrique. Matrices triangulaires, diagonales. Stabilité par produit. Matrice inversible. Propriétés du groupe linéaire. Critère d'inversibilité d'une matrice  $2 \times 2$ . Invariance par transposition. Critère d'inversibilité d'une matrice diagonale (resp. triangulaire), caractère diagonal (resp. triangulaire) de l'inverse et expression de sa diagonale.

### 3.3 Systèmes linéaires

Matrices d'opérations élémentaires, transvections, dilatations, transpositions. Elles sont toutes inversibles. Effet d'une multiplication à gauche/à droite par une matrice d'opération élémentaire. Système linéaire  $AX = B$ , compatible, incompatible, structure des solutions. Notion de matrice échelonnée en lignes, méthode d'échelonnement par opérations élémentaires, application à la résolution de systèmes linéaires, à l'étude d'inversibilité et de détermination d'inverse.

## 4 Chapitre 11 : Limite et continuité de fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{K}$

### 4.1 Limite en un point

Définition  $f(x) \xrightarrow[x \rightarrow a]{} \ell$  dans 9 cas. Unicité de la limite en cas d'existence. Si  $a \in I$  et  $f$  admet une limite  $\ell$  en  $a$ , alors  $\ell = f(a)$ . Limites à gauche/droite en  $a$ . Caractérisation séquentielle de la limite en un point. Opérations sur les limites, composition de limites. Passage à la limite dans les inégalités. Si  $f$  admet une limite finie en  $a$ , elle est bornée au voisinage de  $a$ , si  $f$  tend vers  $+\infty$  en  $a$ , elle n'est pas majorée au voisinage de  $a$ . Si  $f$  tend vers  $\ell > 0$  en  $a$ ,  $f > 0$  au voisinage de  $a$ . Théorème d'encadrement (ou gendarmes). Limites infinies par majoration/minoration. Théorème de la limite monotone.

