

Chaque colle comporte une question de cours ainsi qu'un ou plusieurs exercices.

1 Questions de cours.

- Toute définition, tout résultat dans l'ensemble des notions abordées doit être parfaitement su et peut être ajouté aux items suivants.
- Caractérisation de la partie entière par encadrement. Énoncé et démonstration.
- Continuité du sinus et du cosinus en 0, puis sur \mathbb{R} . Énoncé et démonstration.
- Inégalité triangulaire dans \mathbb{C} et son cas d'égalité. Énoncé et démonstration.
- Factorisations de $e^{ip} \pm e^{iq}$ par l'arc moitié, application à la trigonométrie réelle. Énoncé et démonstration.
- Description et cardinal des racines n -ièmes de l'unité. Énoncé et démonstration.

2 Exercices.

Ils peuvent porter sur le chapitre 2 : révisions et compléments d'analyse et le chapitre 3 : complexes.

3 Chapitre 2 : révisions et compléments d'analyse

Relation d'ordre \leq sur \mathbb{R}

Axiomes d'une relation d'ordre totale, compatibilité avec l'addition par un réel quelconque et avec la multiplication par un réel positif dans \mathbb{R} . Multiplication par un réel négatif, Signe d'un inverse, décroissance de la fonction inverse sur \mathbb{R}_+ , et sur \mathbb{R}_+ . Fonction (strictement)(dé)croissante, (strictement) monotone. Lorsque f est strictement croissante sur A , $\forall (x, y) \in A^2, (x \leq y \iff f(x) \leq f(y))$. Valeur absolue, multiplicativité, lien avec la racine carrée, encadrement par majoration de la valeur absolue. Inégalité triangulaire et son cas d'égalité. Inégalité triangulaire inverse. Encadrement de fractions. Intervalles de \mathbb{R} , parties majorées, minorées, bornées. Majorants, minorants, maximum, minimum. Unicité du maximum (resp. minimum) en cas d'existence. Partie entière d'un réel (existence admise). Caractérisation par encadrement. Croissance de $x \mapsto \lfloor x \rfloor$.

Trigonométrie réelle

Définition géométrique du cosinus et du sinus. Valeurs remarquables, formules d'addition, de duplication, de factorisation, de linéarisation. Fonction tangente. Addition et duplication. Expressions de $\cos(a)$ et $\sin(a)$ en fonction de $t = \tan(a/2)$. Continuité du sinus et du cosinus sur \mathbb{R} . Dérivabilité du sinus et du cosinus sur \mathbb{R} , expressions des dérivées, variations. Dérivabilité de la tangente, expression de la tangente, variations. Inégalité $\forall x \in \mathbb{R}, |\sin(x)| \leq |x|$.

4 Chapitre 3 : complexes

Opérations dans \mathbb{C}

Construction de \mathbb{C} admise, parties réelle et imaginaire, \mathbb{R} -linéarité. Conjugaison, multiplicativité, additivité. Module, multiplicativité. Inverse d'un complexe non nul, règle du produit nul dans \mathbb{C} . Inégalités $|\operatorname{Re}(z)| \leq |z|$, $|\operatorname{Im}(z)| \leq |z|$ et cas d'égalité. Inégalité triangulaire et cas d'égalité. Inégalité triangulaire inverse.

Exponentielle

Pour tout réel t , e^{it} est défini par $\cos(t) + i \sin(t)$. Périodicité, module, conjugué, inverse de $t \mapsto e^{it}$. Surjectivité de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{U}, t \mapsto e^{it}$ admise. Formules d'Euler, de Moivre. Arguments d'un nombre complexe non nul. Ils sont manipulés uniquement à l'aide de congruences. Arguments d'un produit, d'un quotient, d'un conjugué. Factorisation $\forall t \in \mathbb{R}, a \cos(t) + b \sin(t) = |a + ib| \cos(t - \arg(a + ib))$ pour $(a, b) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$. Pour tout $z \in \mathbb{C}$, e^z est défini par $e^{\operatorname{Re}(z)} e^{i \operatorname{Im}(z)}$. Propriétés algébriques, module, arguments, résolution de $e^z = a$.

Équations polynomiales dans \mathbb{C}

Théorème de D'Alembert-Gauss admis. Extraction de racines carrées dans \mathbb{C} . Racines de trinômes dans $\mathbb{C}[X]$, relations coefficients-racines. Description et cardinal des racines n -ièmes de l'unité. Racines n -ièmes d'un complexe non nul.

Géométrie

Notion d'affixe complexe. Interprétation du module et des arguments de $(c - a)/(b - a)$. Traduction complexe de relations d'alignement ou de perpendicularité. Transformations $z \mapsto az$, $z \mapsto z + b$ et $z \mapsto \bar{z}$ du point de vue géométrique.

★ ★ ★ ★ ★