

# Эффективное направленное рассеяние XUV излучения при помощи сферических кластеров

22 декабря 2021 г.

## 1 Введение

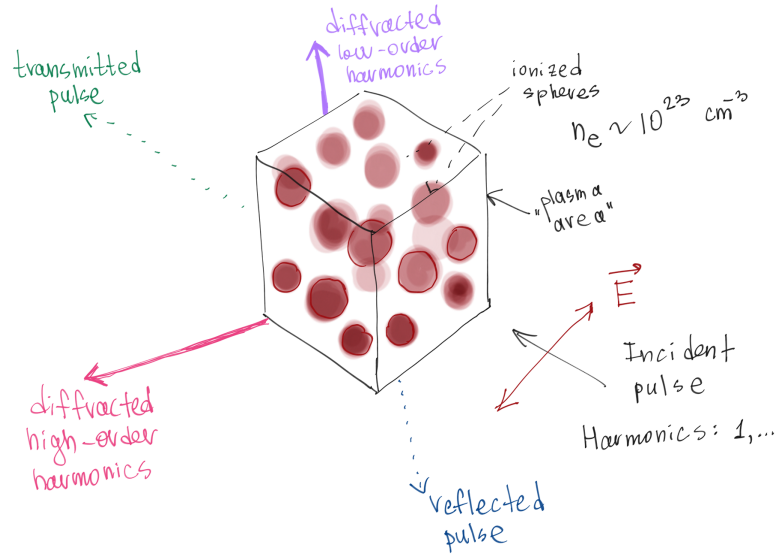
Мишени конечного размера, взаимодействующие с высокоинтенсивным когерентным излучением представляют собой хорошо изученное явление линейно возбужденных поверхностных плазмонных колебаний. Поглощение и рассеяние падающего света в таком случае с хорошей точностью могут быть описаны при помощи теории Ми, которая предсказывает существование резонанса, соответствующего мультипольным колебаниям части свободных электронов мишени относительно положительно заряженных ионов. В режиме резонанса эффективное возбуждение поверхностных плазмонов может привести к значительному усилению внутреннего и внешнего поля на собственной частоте кластера. Что может привести к усилению поля, рассеянного на большие углы относительно исходного направления падающей волны [1].

Известно, что при помощи короткого интенсивного лазерного импульса можно генерировать лазерные гармоники высокого порядка при взаимодействии с плотными твердыми поверхностями [2]. Эффективность такой генерации... *(нужно ли писать это? т.к. конкретного материала ещё нет...)*. В случае гармоник высокого порядка, генерируемых в газах, интенсивность излучения как минимум на 4 порядка ниже, чего недостаточно для ионизации мишени и генерации плазмы с полностью мнимым показателем преломления. Для решения подобной проблемы предлагается использовать предимпульс с целью предварительной ионизации мишени и достижения генерации в заданных условиях.

В пределах длин волн порядка микрометра могут быть использованы фотонные кристаллы и решетки для направления или дифракции электромагнитных волн [3], в то время как для подобных манипуляций с рентгеновским излучением могут быть использованы кристаллы с атомами, регулярно *(периодически?)* расположенными на расстоянии нескольких нанометров, в качестве рассеивающих центров [4]. При этом большой промежуток между этими диапазонами длин волн, называющийся XUV (extreme-ultraviolet), оказывается трудно манипулируемым.

В данной работе предлагается использование массивов сферических нанокластеров для направленного рассеяния излучения в XUV диапазоне. Обобщенная схема взаимодействия приведена на рис. 1. Гармоники, которые содержит основной импульс, обладают различной интенсивностью под различными углами, что приводит к угловой зависимости формы выходного излучения.

Рассеяние одиночным сферическим кластером с хорошей точностью описывается в рамках теории Ми, поэтому такое линейное приближение предлагается использовать и в случае множества кластеров с целью качественной оценки и дальнейшего уточнения при помощи particle-in-cell (PIC) моделирования.



**Рис. 1: Схема взаимодействия.** Плоскость поляризации параллельна одной из граней кубической области. Размеры сферических кластеров порядка единиц нанометров, расстояния между ними не менее сотни нанометров. Распределение кластеров внутри кубической области в общем случае произвольно, кластеры не пересекают грани области.

## 2 Базовая модель

Рассмотрим одиночный сферический кластер радиуса  $a$ , облученный коротким импульсом длительностью  $\tau \approx 20$  фс и интенсивностью  $I_h \approx 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>. Модель Друде даёт представление диэлектрической функции плазмы:

$$\epsilon(\omega) = 1 - \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^2 \frac{1}{1 + i\beta_e}, \quad \omega_{pe} = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_e}{m_e}} \quad (1)$$

Здесь  $\omega$  – рассматриваемая гармоническая частота,  $\omega_{pe}$  – электронная плазменная частота,  $e$  и  $m_e$  – заряд и масса электрона,  $n_e = Zn_i$  – электронная плотность, где  $Z$  – средняя степень ионизации,  $n_i = ? \cdot 10^{22}$  см<sup>-3</sup> – ионная плотность (*материал не выбран*).  $\beta_e = \nu_e/\omega$  и  $\nu_e$  коэффициент электрон-ионных столкновений в приближении Спитцера. Так как предполагается рассмотрение рассеяния, плотность кластера должна быть выше критической для заданной частоты  $n_c = \omega^2 m_e / 4\pi e^2$ . Тогда, например, для 10-ой гармоники лазерного излучения с длиной волны  $\lambda_L = 830$  нм мы получаем условие  $n_e > 1.3 \cdot 10^{23}$  см<sup>-3</sup>.

Теория Ми может быть использована для описания упругого рассеяния электромагнитных волн частицами произвольного в случае линейных взаимодействий, а также позволяет получить описание рассеянного поля и поля внутри рассеивающего объекта. Основной шаг – решение скалярного уравнения Гельмгольца в правильной системе координат (в данном случае сферической) и получение векторных решений. Для сферического кластера можем записать решение соответствующего уравнения, используя сферические функции Бесселя и Ханкеля  $n$ -ого порядка [?].

Возьмем плоскую волну, распространяющуюся вдоль оси  $z$  декартовой системы координат, поляризованную вдоль оси  $x$ , что может быть записано как

$$\vec{E}_i = E_0 e^{i\omega t - ikz} \vec{e}_x, \quad (2)$$

где  $k = \omega/c$  - волновое число,  $\vec{e}_x$  - единичный вектор оси  $x$ , также являющийся вектором поляризации (рис. 2).

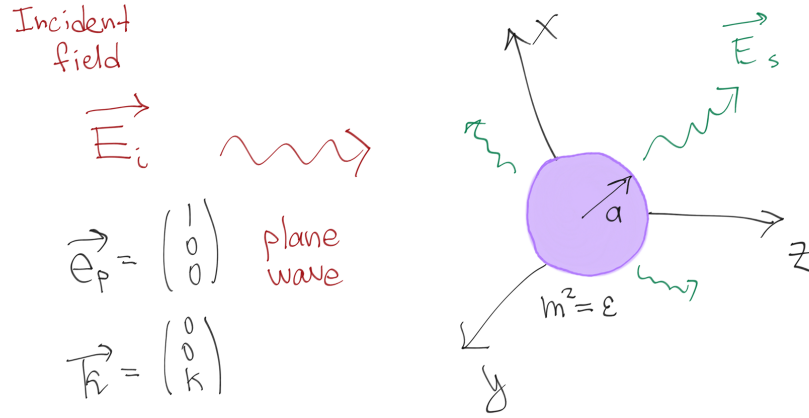


Рис. 2: Схема базовой модели. ...

Далее эту плоскую можно разложить в ряд, используя обобщённое разложение Фурье. В случае изотропной среды имеем следующий вид рассеянного поля [5]:

$$\vec{E}_s = \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left[ i a_n(ka, m) \vec{N}_{e1n}^{(3)} - b_n(ka, m) \vec{M}_{o1n}^{(3)} \right], \quad E_n = i^n E_0 \frac{2n+1}{n(n+1)} \quad (3)$$

Здесь  $n$  - номер векторной гармоники, полученный после трансформации из декартовой системы координат в сферическую,  $m = \sqrt{\epsilon(\omega)}$  - коэффициент преломления мишени. Коэффициенты векторных гармоник имеют следующий вид:

$$a_n(x, m) = \frac{m \psi'_n(x) \psi_n(mx) - \psi'_n(mx) \psi_n(x)}{m \xi'_n(x) \psi_n(mx) - \psi'_n(mx) \xi_n(x)}, \quad (4)$$

$$b_n(x, m) = \frac{\psi'_n(x) \psi_n(mx) - m \psi'_n(mx) \psi_n(x)}{\xi'_n(x) \psi_n(mx) - m \psi'_n(mx) \xi_n(x)}, \quad (5)$$

где  $\psi_n(z) = z j_n(z)$ ,  $\xi_n(z) = z h_n(z)$  - функции Риккати-Бесселя,  $h_n = j_n + i \gamma_n$  - сферические функции Ханкеля первого рода.

В случае сферической симметрии амплитуда рассеянного поля максимальна для  $m^2 = -(n+1)/n$  при  $ka \ll 1$ , что даёт соответствующий набор резонансных плотностей в бесстолкновительном случае  $n_e = n_c(2n+1)/n$ . Это можно получить, используя нулевое асимптотическое приближение функций Бесселя, в результате чего коэффициенты (4, 5) значительно упрощаются:

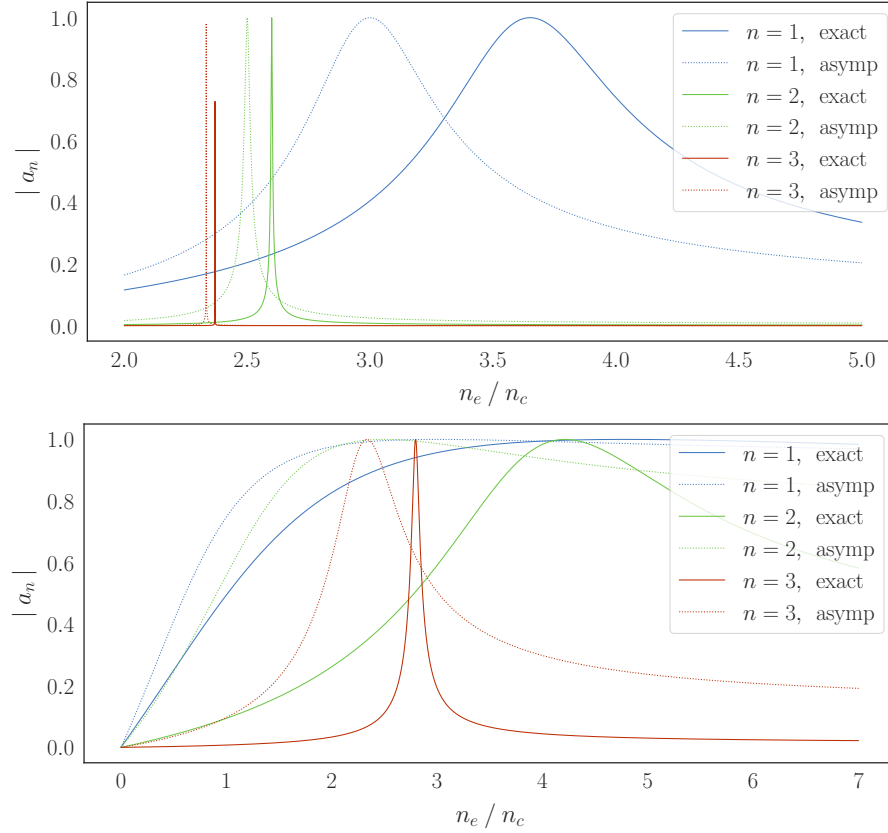
$$a_n(x \rightarrow 0, m) = \left( 1 + 2i \frac{(2n-1)!(2n+1)!}{4^n n!(n+1)!} \frac{(m^2 + \frac{n+1}{n})}{(m^2 - 1)} \frac{1}{x^{2n+1}} \right)^{-1}, \quad b_n(x \rightarrow 0, m) = 0 \quad (6)$$

Такое приближение можно использовать вместо (4, 5) для объектов достаточно маленького радиуса, но уже при  $ka \sim 1$  оно перестаёт быть разумным, особенно для больших  $n$ . Вместо него в таком случае лучше подходит аппроксимация первого порядка:

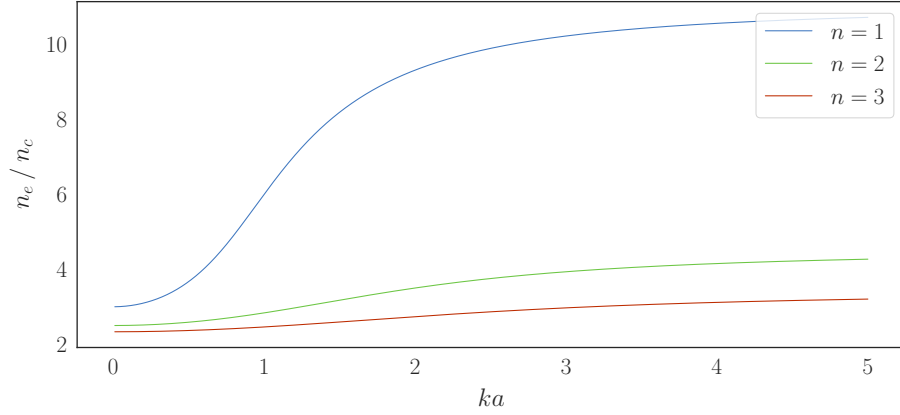
$$a_n(x, m) = \left( 1 + i \frac{C_n x^{-1-2n} \left( (4(1+n+m^2n)(-3+4n(1+n)) - 2(m^2-1)(3+n(5+2n+m^2(2n-1)))x^2 \right)}{\pi(m^2-1)(2n+3)(n+1)(4(2n+3)-2(m^2+1)x^2)} \right)^{-1} \quad (7)$$

$$C_n = 2^{1+2n} \Gamma(n - \frac{1}{2}) \Gamma(n + \frac{5}{2})$$

На рис. 3 показана зависимость коэффициента рассеяния от электронной плотности для двух различных значений радиуса в рамках нулевого асимптотического приближения. Видно, что с ростом  $n$  ширина резонансного пика быстро уменьшается, а также большему радиусу (безразмерным)  $ka$  соответствует большая их ширина. Помимо этого, с ростом радиуса растет и значение резонансной плотности, что видно на рис. 4.



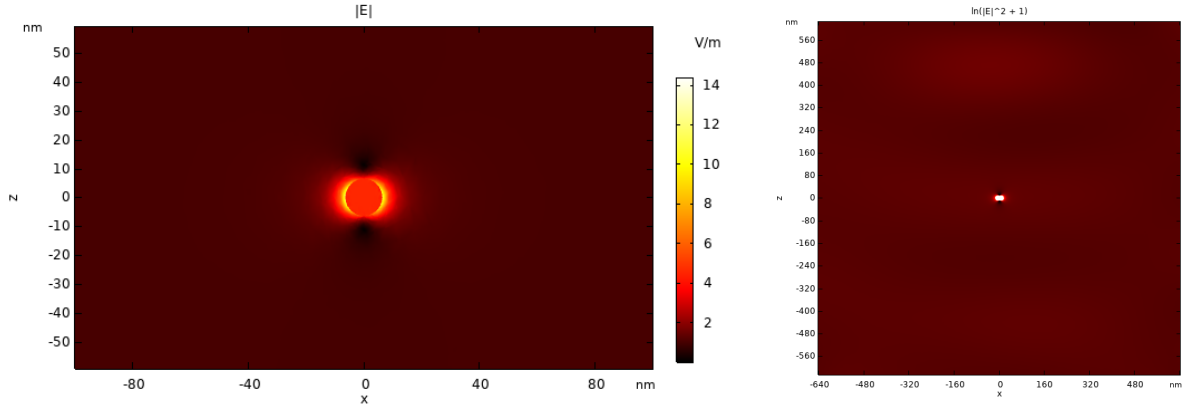
**Рис. 3: Коэффициенты сферических гармоник.** Верхний рисунок для  $ka = 0.5$ , нижний для  $ka = 1.5$ . Коэффициенты отвечают гармоникам  $\vec{N}_{e1n}^{(3)}$ ,  $\beta_e = 0$ .



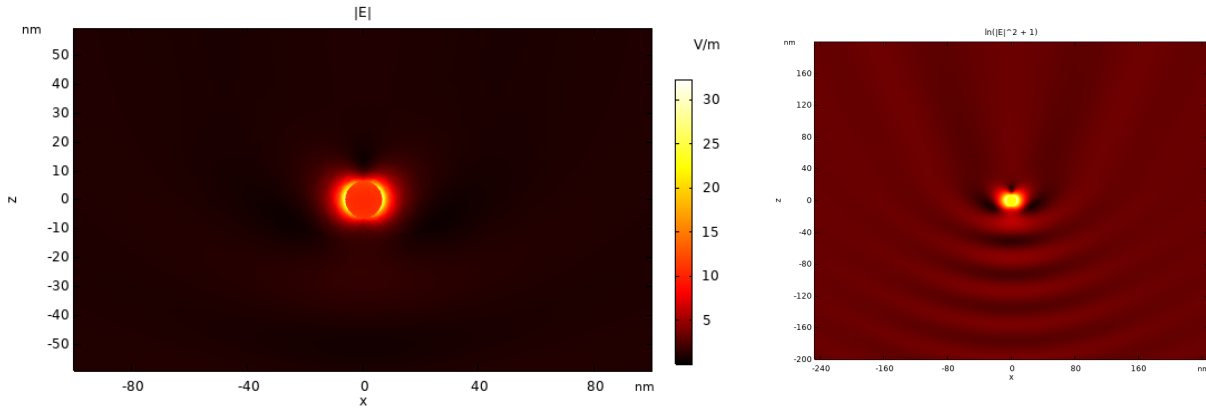
**Рис. 4:** Резонансная электронная плотность в зависимости от радиуса. Кривые посчитаны в точках максимума коэффициента (7),  $\beta_e = 0$ .

Для того, чтобы обеспечить качественное рассеяние для  $\lambda_{10} = \lambda_L/10 = 83$  нм, необходимо взять электронную плотность  $n_e \approx 5 \cdot 10^{23} \text{ см}^{-3}$  в случае  $ka \approx 0.5$ .

### 3 Одиночный кластер



**Рис. 5:** Рассеяние первой гармоники на одиночном кластере.  $\lambda_1 = \lambda_L = 830$  нм,  $a \approx 6.4$  нм; слева  $|\vec{E}|$  в плоскости поляризации, ближнее поле рассеивающего объекта; справа  $\ln^2(|\vec{E}|^2 + 1)$ , дальнее поле.



**Рис. 6: Рассеяние десятой гармоники на одиночном кластере.**  $\lambda_{10} = 83$  нм,  $a \approx 6.4$  нм; слева  $|\vec{E}|$  в плоскости поляризации, ближнее поле рассеивающего объекта; справа  $\ln(|\vec{E}|^2 + 1)$ , дальнее поле.

По полученным результатам видно, что амплитуда ближнего электрического поля частицы в случае 10-ой гармоники (рис. 6) относительно внешнего поля значительно превышает таковую для 1-ой гармоники (рис. 5), что можно заметить по контрасту амплитуд вблизи и вдали от рассеивающего объекта.

## 4 Множество кластеров в рамках кубической области

Возвращаясь к рис. 1

## Список литературы

- [1] Z. Léczy and A. Andreev, “Angular dispersion boost of high order laser harmonics with carbon nano-rods,” *Optics Express*, vol. 28(4), pp. 5355–5366, 2020.
- [2] U. Teubner and P. Gibbon, “High-order harmonics from laser-irradiated plasma surfaces,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 81(2), pp. 445–479, 2009.
- [3] X. Lin, X. Zhang, K. Yao, and X. Jiang, “Wide-range and tunable diffraction management using 2d rectangular lattice photonic crystals,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 31(5), pp. 1145–1149, 2014.
- [4] B. W. Batterman and H. Cole, “Dynamical diffraction of x rays by perfect crystals,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 36(3), pp. 681–717, 1964.
- [5] C. Bohren and D. Huffman, *Absorption and scattering of light by small particles*. Moscow, Mir, 1986.