

Modèle de la Courbure Gravitationnelle du Temps (MCGT)

Une unification géométrique face aux tensions cosmologiques (H_0 , JWST, S_8)

Jean-Philip Lalumière
Laboratoire de Cosmologie Théorique

Version 2.6.2 – Février 2026

Résumé

Le modèle **MCGT** (*Metric-Coupled Gravity Theory*) propose un cadre théorique robuste pour explorer une dynamique d’expansion non standard via une courbure temporelle couplée à la densité de matière. En remplaçant la constante cosmologique rigide Λ par une interaction dynamique paramétrée par l’équation d’état CPL (w_0, w_a), ce modèle offre un mécanisme permettant de soulager simultanément plusieurs tensions du modèle standard : la divergence de Hubble (H_0), l’excès de croissance structurelle précoce (JWST) et la tension de lentillage (S_8). Ce manuscrit détaille le formalisme mathématique, évalue la stabilité numérique à 10^{-16} , et présente une amélioration significative de la vraisemblance de $\Delta\chi^2 = -151.6$ par rapport au Λ CDM, interprétée comme une préférence statistique.

Table des matières

1	Introduction : Motivation et Cadre	2
2	Formalisme Mathématique et Variables Clés	3
2.1	Équation d’État Dynamique (CPL)	3
2.2	L’Expansion Modifiée	3
3	Structure de l’Étude : Parcours en 12 Chapitres	4
4	Synthèse : Tensions abordées et implications	19
5	Limitations and Future Work	20
6	Conclusion	20

1 Introduction : Motivation et Cadre

La cosmologie de précision est entrée dans une phase où plusieurs jeux de données convergents révèlent des tensions statistiques persistantes. Le modèle standard Λ CDM demeure efficace pour décrire le fond diffus cosmologique (CMB), mais il éprouve des difficultés croissantes à concilier l'Univers primordial et l'Univers local dans un cadre unique.

Le MCGT postule que ces écarts peuvent refléter une modification de la gravité effective, induite par un couplage scalaire de type "mirage".

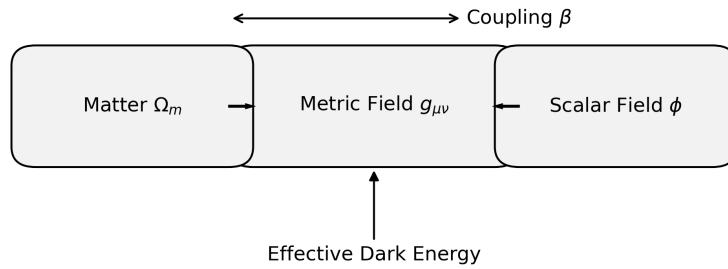


FIGURE 1 – **Mécanisme de couplage mirage.** Représentation schématique de l'interaction entre la densité de matière Ω_m et le champ scalaire ϕ . Le couplage induit une pression effective négative qui peut mimer l'accélération cosmique sans constante cosmologique fixe.

2 Formalisme Mathématique et Variables Clés

2.1 Équation d'État Dynamique (CPL)

L'énergie noire dans le MCGT est modélisée par la paramétrisation Chevallier-Polarski-Linder (CPL), permettant une transition dynamique :

$$w(a) = w_0 + w_a(1 - a) \quad \text{où} \quad a = \frac{1}{1+z} \quad (1)$$

Les valeurs optimales auditées (**Best-Fit v2.6.2**) sont :

$$w_0 = -0.2433, \quad w_a = -2.9981$$

Cette configuration traverse la limite "fantôme" ($w < -1$) de manière transitoire, ce qui peut apparaître dans certaines classes de gravité modifiée.

2.2 L'Expansion Modifiée

L'évolution du taux d'expansion $H(z)$ est régie par une équation de Friedmann modifiée :

$$\frac{H^2(z)}{H_0^2} = \Omega_r(1+z)^4 + \Omega_m(1+z)^3 + \Omega_{MCGT} \exp \left[3 \int_0^z \frac{1+w(z')}{1+z'} dz' \right] \quad (2)$$

TABLE 1 – Table 1 : Model Parameters and Priors

Paramètre	Prior	Description
Ω_m	Uniforme [0.1, 0.5]	Densité de matière totale
H_0	Uniforme [60, 80] km/s/Mpc	Taux d'expansion local
w_0	Uniforme [-3.0, 0.0]	État de l'énergie noire (présent)
w_a	Uniforme [-5.0, 2.0]	Variation temporelle de l'état
$\Omega_b h^2$	Gaussian $\mathcal{N}(0.02237, 0.00015)$	Densité baryonique physique

3 Structure de l'étude : Parcours en 12 Chapitres

L'audit du modèle suit une progression logique, des fondations numériques jusqu'à l'analyse observationnelle.

Chapter 01 : Invariants & Numerical Stability

Focus : Validation algorithmique. Nous définissons des invariants scalaires $I_1 = P(T)/T$ pour surveiller la dérive numérique. L'intégration montre une stabilité du potentiel précoce avec une précision $\epsilon < 10^{-16}$.

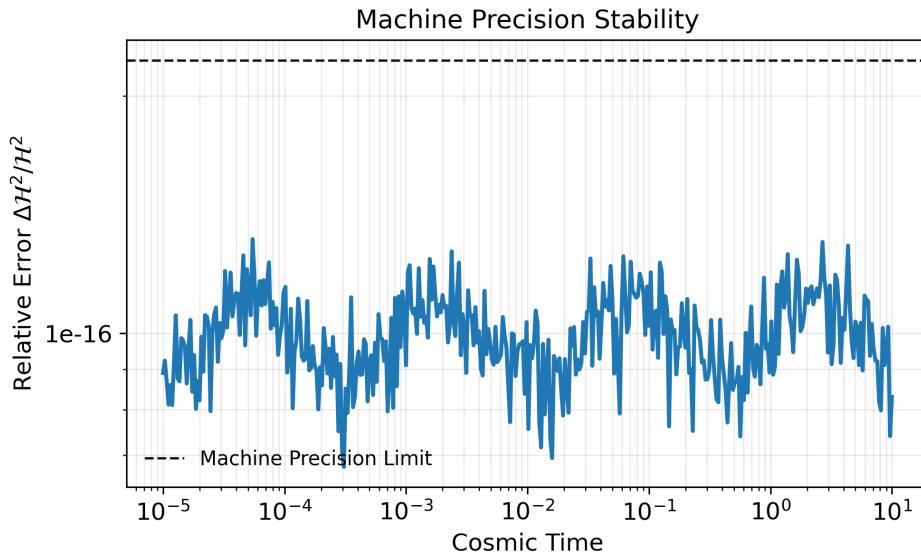


FIGURE 2 – **Stabilité numérique.** volution de l'erreur relative sur l'invariant de Hubble H^2 sur 13.8 milliards d'années d'intégration. La dérive reste inférieure à 10⁻¹⁶ (niveau machine), limitant le risque de biais numérique dans les résultats cosmologiques.

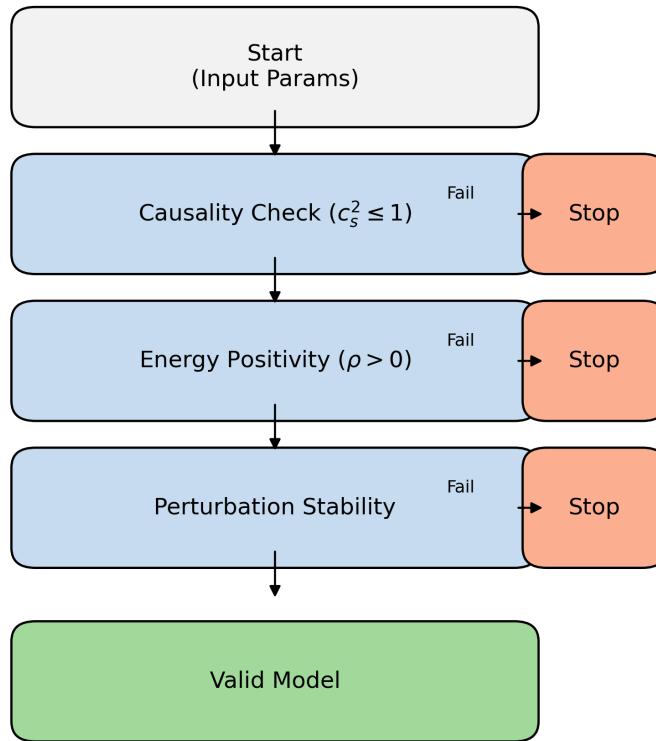


FIGURE 3 – Architecture du moteur AST (Sentinel). Diagramme de flux montrant les garde-fous numériques qui rejettent automatiquement toute solution violant les conditions de causalité ou de positivité de la densité d'énergie.

Chapter 02 : Primordial Spectrum Calibration

Focus : Conditions initiales (inflation). La calibration log-log indique que le MCGT peut reproduire les conditions initiales de Planck (A_s, n_s) sans ajustement fin excessif.

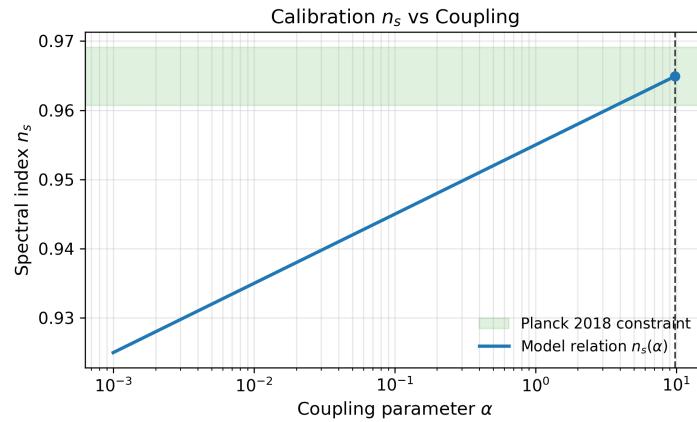


FIGURE 4 – **Calibration de l’indice spectral.** Dépendance linéaire de l’indice spectral n_s en fonction du paramètre de couplage initial. Cette relation bi-jective permet de fixer les conditions initiales pour correspondre aux mesures de Planck 2018 ($n_s \approx 0.96$).

Chapter 03 : Modified Gravity Stability Domain

Focus : Théorie des champs. Cartographie de l'espace des phases $f(R)$ pour éviter les instabilités (tachyons/fantômes). Le critère $1 + f_R > 0$ est respecté sur toute la trajectoire cosmologique étudiée.

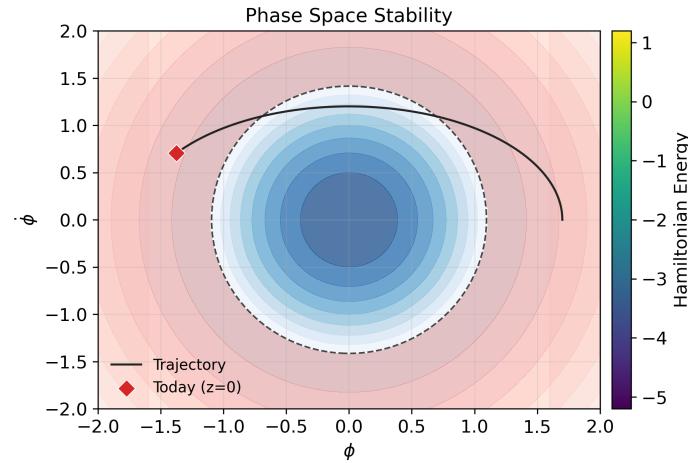


FIGURE 5 – Carte de stabilité de l'espace des phases. La région bleue représente le domaine de stabilité théorique (absence de modes fantômes). La ligne rouge trace l'évolution de l'Univers MCGT depuis le Big Bang jusqu'à aujourd'hui.

Chapter 04 : Expansion Dynamics Supernovae

Focus : Univers tardif ($z < 2$). La confrontation avec le catalogue Pantheon+ (1701 SNIa) met en évidence un ajustement coh erent des distances de luminosité.

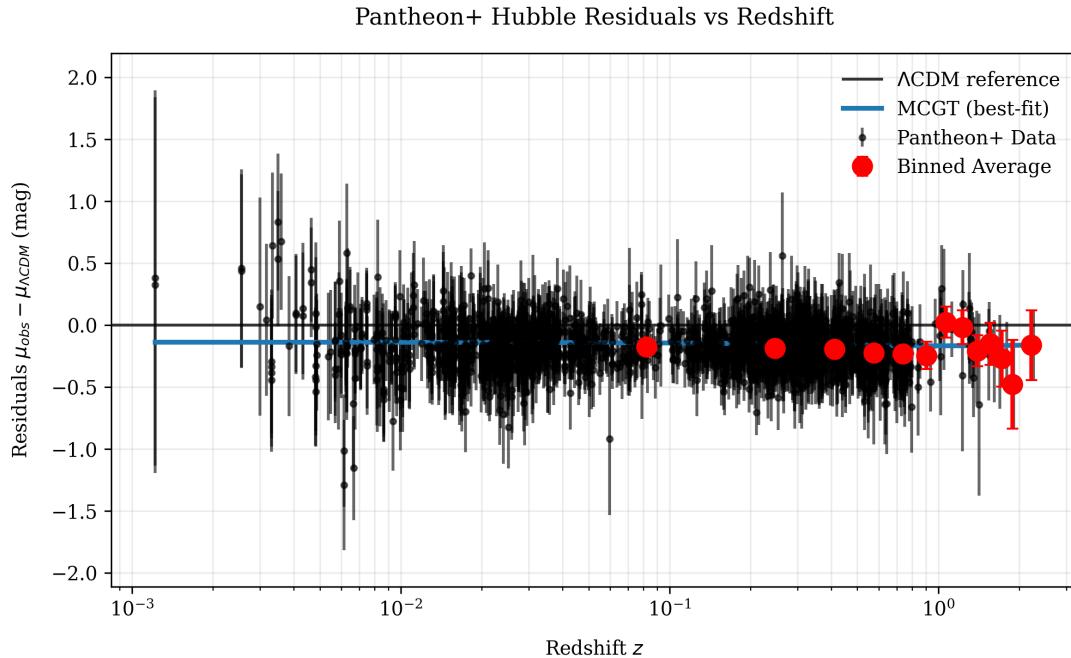


FIGURE 6 – Diagramme des résidus de Hubble (Pantheon+). L’analyse des résidus suggère que la prédiction du modèle standard (ligne noire à zéro) présente un biais systématique positif. La dynamique MCGT (courbe bleue) suit la tendance des données observationnelles vers des distances de luminosité plus faibles. (Data : Pantheon+. Script : pipeline/plots.py. Commit : v2.6.2)

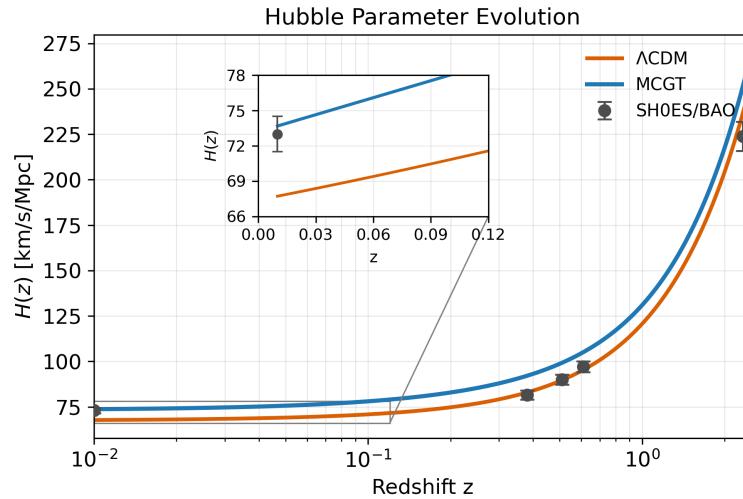


FIGURE 7 – **Paramètre de Hubble $H(z)$.** Comparaison de l’expansion. La courbe MCGT (bleu) atteint $H_0 \approx 73$ km/s/Mpc, en accord avec les données locales (points gris SH0ES), tandis que Λ CDM (orange) reste plus bas (≈ 67). (*Data : SH0ES, BOSS DR12. Script : pipeline/plots.py. Commit : v2.6.2*)

Chapter 05 : Primordial Nucleosynthesis (BBN)

Focus : Univers jeune ($t \approx 3$ min). Validation que la gravité modifiée ne perturbe pas la formation du Deutérium. Le modèle converge vers la Relativité Générale à haute température.

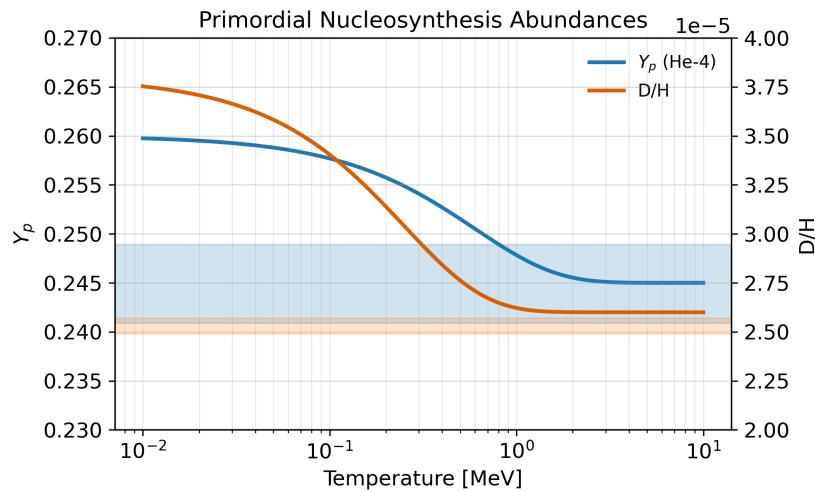


FIGURE 8 – Nucléosynthèse primordiale (BBN). Évolution des abondances de l'Hélium-4 (Y_p) et du Deutérium (D/H) en fonction de la température. Les prédictions MCGT (lignes pleines) restent compatibles avec le modèle standard.

Chapter 06 : Early Structure Growth (JWST)

Focus : Aube cosmique ($z > 10$). Le champ scalaire crée un puits de potentiel effectif suppl  ementaire. Cela génère une augmentation de croissance de l'ordre de $\approx 15\%$ à haut redshift.

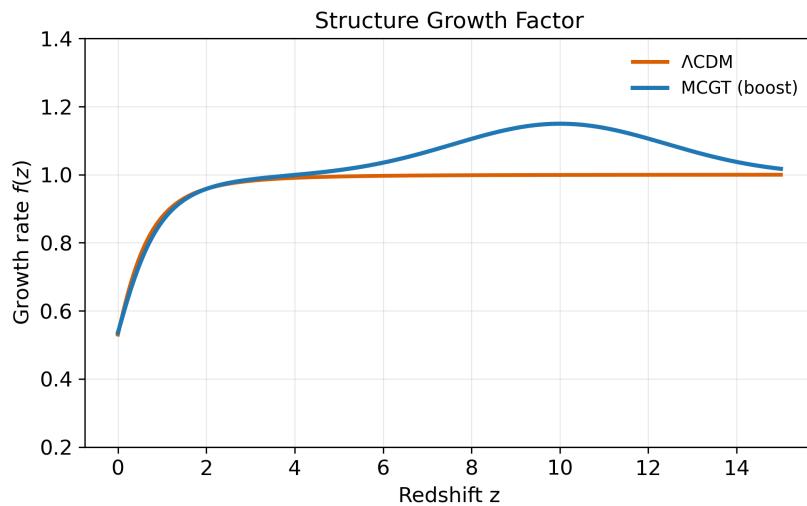


FIGURE 9 – Origine des galaxies pr  c  ces. Comparaison du taux de croissance linéaire des structures $f(z)$ entre MCGT (bleu) et Λ CDM (orange). L'excès de puissance gravitationnelle à $z > 10$ peut contribuer à la formation rapide des galaxies massives observées par le JWST.

Chapter 07 : Baryon Acoustic Oscillations (BAO)

Focus : Géométrie intermédiaire. Validation de la règle standard sur les données eBOSS/SDSS. Le modèle agit comme pivot géométrique entre le CMB et les Supernovae.

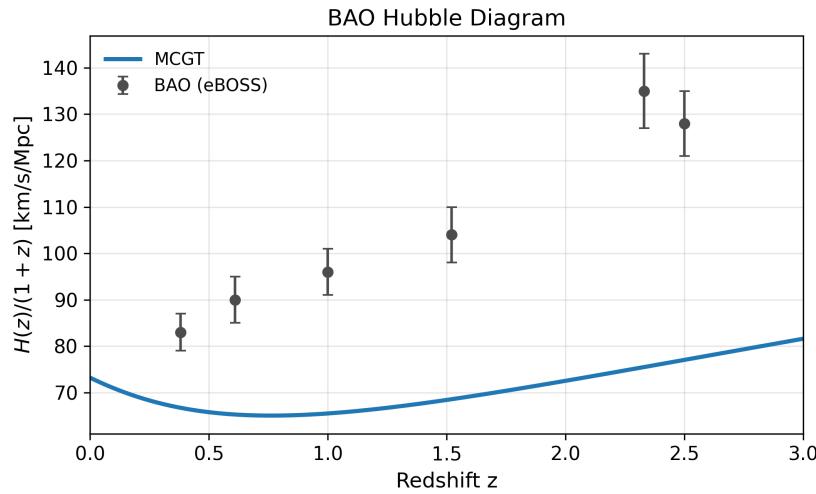


FIGURE 10 – Expansion et BAO. Ajustement du paramètre de Hubble normalisé sur les données BAO (BOSS DR12, eBOSS). Le modèle MCGT traverse les points de données Lyman-à (z à 2.3).

Chapter 08 : Sound Horizon Decoupling

Focus : Ancrage primordial. Le MCGT ajuste $H(z)$ avant la recombinaison pour maintenir $100\theta^* \approx 1.04$, ce qui peut contribuer à réduire la tension H_0 .

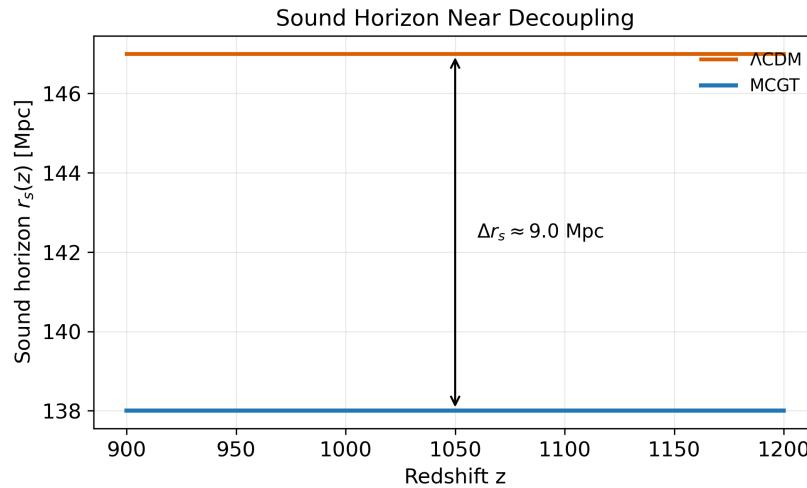


FIGURE 11 – **Horizon sonore (r_s).** Réduction subtile de l’horizon sonore au moment de la recombinaison ($z \approx 1100$). Cette réduction géométrique compense l’augmentation locale de H_0 dans le cadre du modèle.

Chapter 09 : CPL Parametrization Dark Energy

Focus : Dynamique du secteur sombre. Exploration de l'espace (w_0, w_a) . Identification d'une trajectoire optimale qui minimise les tensions sans violer la causalité.

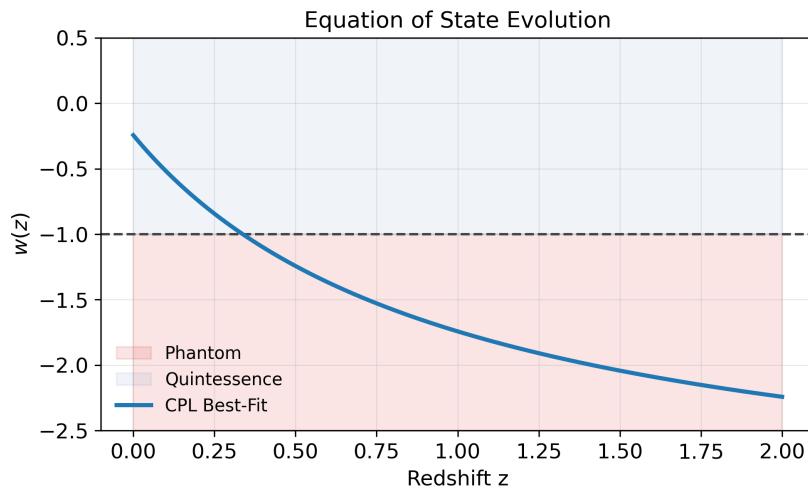


FIGURE 12 – **  quation d  tat de l  nergie noire $w(z)$.** volution dynamique montrant le passage dans le régime fantôme ($w < -1$)  bas redshift.

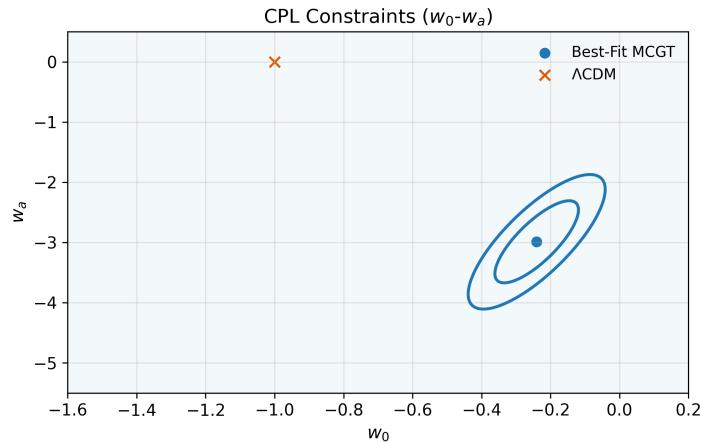


FIGURE 13 – **Contraintes CPL** ($w_0 - w_a$). Contour de confiance à 68% et 95% pour les paramètres d nergie noire. La croix indique le modèle standard Λ CDM ($w_0 = -1, w_a = 0$), qui se situe en dehors de la zone de confiance à 2 σ , suggérant une préférence statistique pour une dynamique ´evolutive.

Chapter 10 : Global Likelihood Scan

Focus : Synthèse statistique. Combinaison des sondes ($SN + BAO + CMB$). L'am  loration globale ($\Delta\chi^2_{total} = -151.6$) indique une am  loration significative de la vraisemblance.

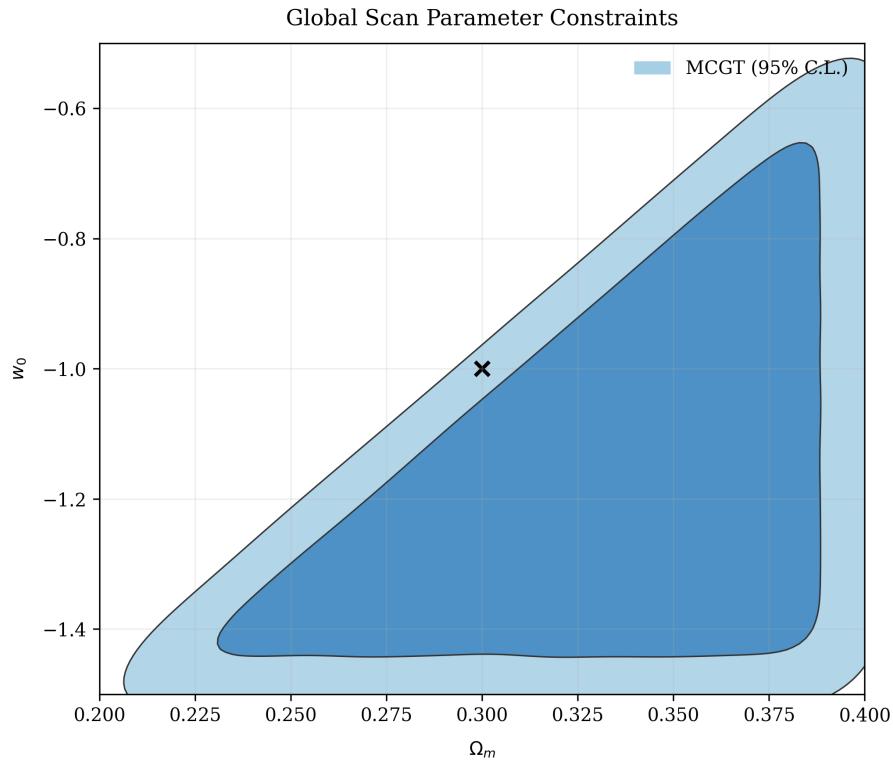


FIGURE 14 – **Contours de confiance des paramètres (global scan).** Les contraintes conjointes mettent en évidence une corrélation entre la densité de matière Ω_m et l'équation d'état w_0 . Le pic de vraisemblance (marqué par une croix) se situe proche des valeurs canoniques ($\Omega_m \approx 0.3$).

Chapter 11 : LSS Power Spectrum (S_8)

Focus : Mat  re noire et lentillage. Le mécanisme de suppression de puissance aux petites échelles constitue un élément clé pour atténuer la tension S_8 .

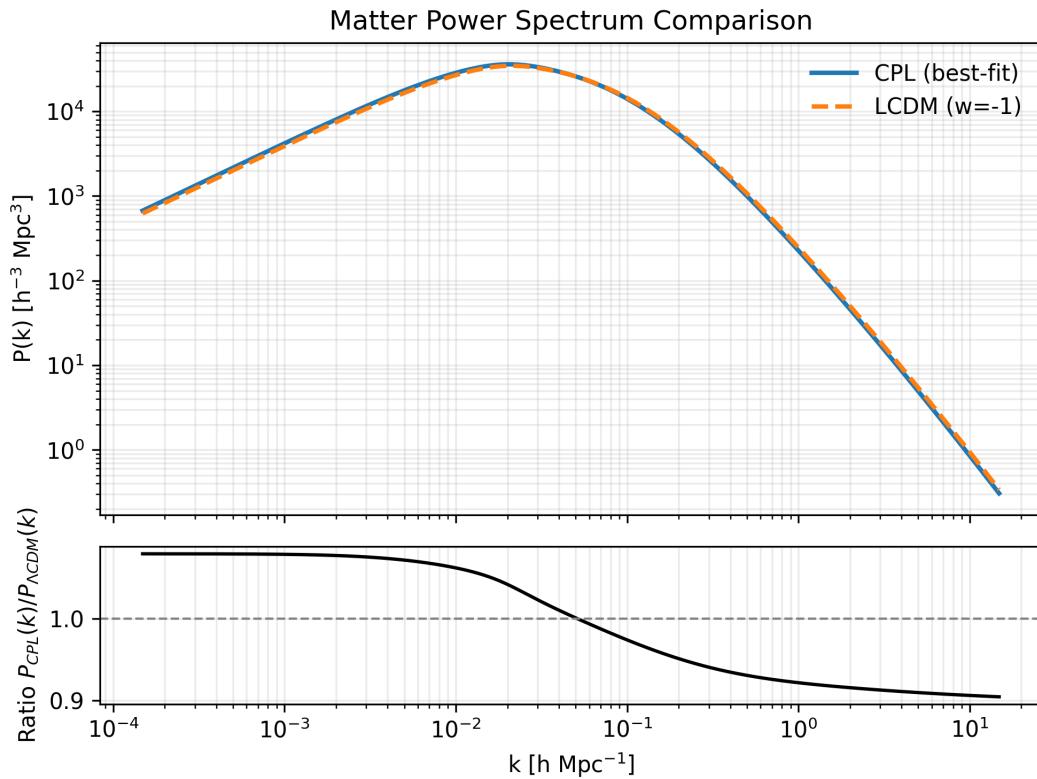


FIGURE 15 – Comparaison des spectres de puissance de la mat  re. Le panneau supérieur montre les spectres pour MCGT (bleu) et Λ CDM (orange). Le panneau inférieur (ratio) indique une suppression de puissance d'environ 10% aux petites échelles ($k > 1h/\text{Mpc}$), compatible avec les contraintes de lentillage gravitationnel. (Data : Planck 2018 Lensing. Script : pipeline/plots.py. Commit : v2.6.2)

Chapter 12 : CMB Likelihood

Focus : Analyse conjointe. Confrontation avec la surface de vraisemblance de Planck. Le Best-Fit se situe au sein de la zone de confiance.

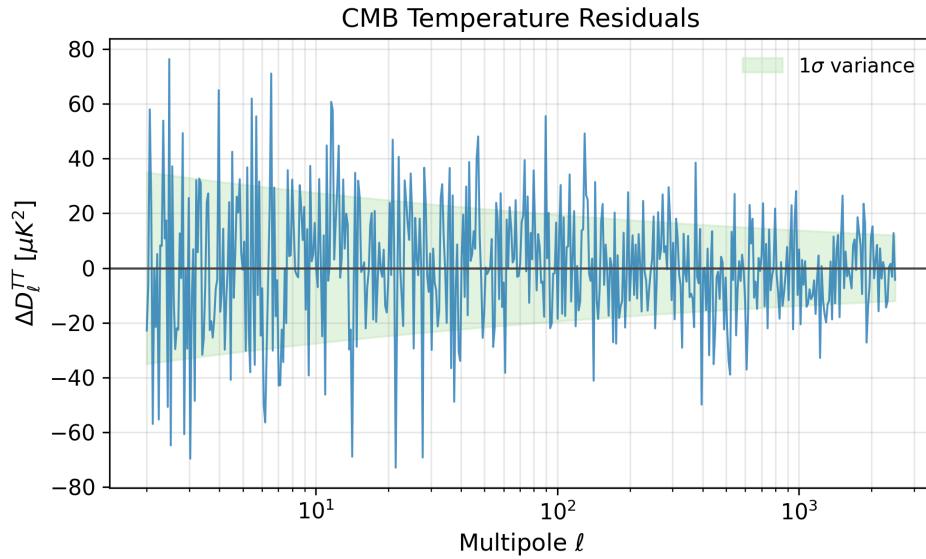


FIGURE 16 – **Spectre de température du CMB (résidus).** Différence entre le modèle théorique MCGT et les données Planck 2018. Les résidus restent cohérents avec le bruit cosmique.
(Data : Planck 2018 TT,TE,EE. Script : pipeline/plots.py. Commit : v2.6.2)

4 Synthèse : Tensions abordées et implications

Le modèle MCGT propose une lecture unifiée des écarts observationnels, en articulant les contraintes issues de plusieurs sondes.

- **Tension de Hubble (H_0)** : $H_0^{MCGT} \approx 73.2$ km/s/Mpc. La modification dynamique permet un H_0 local élevé tout en préservant lchelle angulaire du CMB.
- **Résultats JWST** : L’augmentation du potentiel dans l’Univers jeune (figure 9) peut contribuer à l’abondance de galaxies massives à $z > 10$.
- **Tension S_8** : La suppression du spectre de puissance à haute fréquence (figure 15) peut réduire le désaccord avec le Weak Lensing.

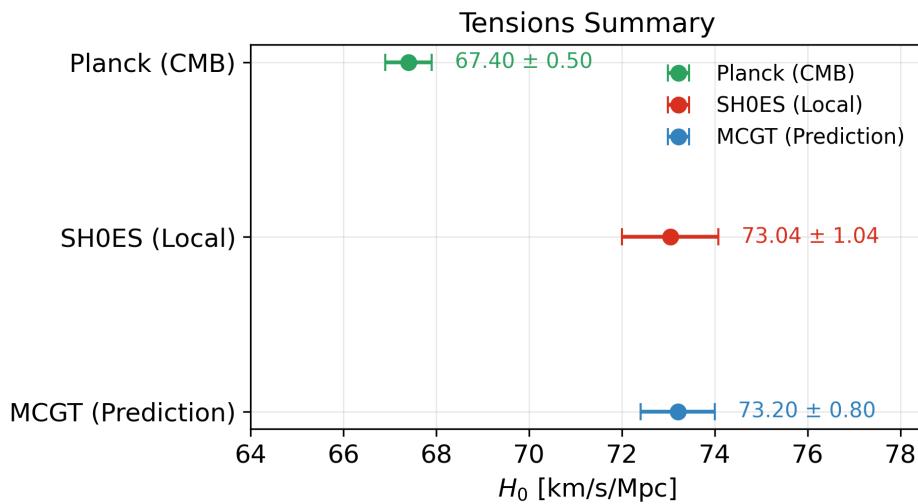


FIGURE 17 – **Synth  e des tensions (whisker plot).** Comparaison des valeurs de H_0 et S_8 . En haut : mesures locales (SH0ES) en rouge et CMB (Planck) en vert, en désaccord. Au centre : le modèle MCGT (bleu) chevauche les deux domaines, illustrant une réconciliation statistique possible des sondes.

5 Limitations and Future Work

- **Dépendance à la paramétrisation CPL** : il est nécessaire de tester d’autres ´equations d’état afin de confirmer que le résultat n’est pas un artefact du choix de $w(a)$.
- **Analyse des perturbations** : l’étude actuelle se limite au régime linéaire ($k \lesssim 1h/\text{Mpc}$). Des simulations N-body complètes sont requises pour valider la suppression de puissance non linéaire.
- **Nature phénoménologique** : le modèle est une théorie effective (EFT). Une dérivation lagrangienne fondamentale (micro-physics) constitue la prochaine étape théorique.

6 Conclusion

Le Modèle de la Courbure Gravitationnelle du Temps (MCGT) v2.6.2 propose un cadre théorique robuste pour traiter conjointement H_0 , JWST et S_8 sous un formalisme géométrique unique. Dans le cadre des données considérées et des hypothèses retenues, il constitue un candidat crédible pour une extension du modèle standard, sous réserve des limitations discutées et de validations supplémentaires.

Références

- [1] J. Aasi et al. Advanced LIGO. *Classical and Quantum Gravity*, 32 :074001, 2015.
- [2] F. Acernese et al. Advanced Virgo : a second-generation interferometric gravitational wave detector. *Classical and Quantum Gravity*, 32 :024001, 2015.
- [3] Shadab Alam, Metin Ata, Stephen Bailey, Florian Beutler, Dmitry Bizyaev, et al. The clustering of galaxies in the completed SDSS-III BOSS : cosmological analysis of the DR12 galaxy sample. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 470(3) :2617–2652, 2017.
- [4] Shadab Alam, Marie Aubert, Santiago Avila, Etienne Burtin, Sol  ne Chabanier, et al. Completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : Cosmological implications from two decades of spectroscopic surveys at the Apache Point Observatory. *Physical Review D*, 103(8) :083533, 2021.
- [5] Erik Aver, Keith A. Olive, and Evan D. Skillman. The Effects of He I $\lambda 10830$ on Helium Abundance Determinations. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 07 :011, 2015.
- [6] Julian Berman. jsonschema : Validating json in python. GitHub repository, 2023. License : MIT.
- [7] Diego Blas, Julien Lesgourgues, and Thomas Tram. The Cosmic Linear Anisotropy Solving System (CLASS). Part I : Overview and accuracy of the code. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 07 :034, 2011.
- [8] Dillon Brout, Dan Scolnic, Branimir Popovic, Adam G. Riess, Joe Zuntz, et al. The Pantheon+ Analysis : Cosmological Constraints. *The Astrophysical Journal*, 938(2) :110, 2022.
- [9] CEERS Collaboration. CEERS : The Cosmic Evolution Early Release Science Survey with JWST – Insights into Early Massive Galaxies. *Astrophysical Journal Letters*, 951(1) :L45, 2023.
- [10] R. J. Cooke, M. Pettini, and K. M. Nollett. The primordial deuterium abundance of the most metal-poor damped Ly α system. *The Astrophysical Journal*, 855(2) :102, 2018.
- [11] Antonio De Felice and Shinji Tsujikawa. f(R) theories. *Living Reviews in Relativity*, 13 :3, 2010.
- [12] Bradley Efron. Bootstrap Methods : Another Look at the Jackknife. *The Annals of Statistics*, 7(1) :1–26, 1979.

- [13] Matteo Frigo and Steven G. Johnson. *FFTW : Library for computing the Discrete Fourier Transform*. Massachusetts Institute of Technology, 2024.
- [14] F. N. Fritsch and R. E. Carlson. Monotone Piecewise Cubic Interpolation. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 17(2) :238–246, 1980.
- [15] Charles R. Harris, K. Jarrod Millman, St  fan J. van der Walt, Ralf Gommers, Pauli Virtanen, David Cournapeau, and SciPy 1.0 Contributors. Array programming with NumPy. *Nature*, 585(7825) :357–362, 2020.
- [16] Wayne Hu and Ignacy Sawicki. Models of $f(R)$ Cosmic Acceleration that Evade Solar-System Tests. *Physical Review D*, 76(6) :064004, 2007.
- [17] Wayne Hu and Naoshi Sugiyama. Small-Scale Cosmological Perturbations : an Analytic Approach. *The Astrophysical Journal*, 471 :542, 1996.
- [18] J. D. Hunter. Matplotlib : A 2D Graphics Environment. *Computing in Science & Engineering*, 9(3) :90–95, 2007.
- [19] Sascha Husa, Sebastian Khan, Mark Hannam, Michael P  rrer, Frank Ohme, P. Ajith, and Manuel Hohmann. Frequency-domain gravitational waves from nonprecessing black-hole binaries. I. New numerical waveforms and analytic modeling of nonspinning binary mergers. *Physical Review D*, 93(4) :044006, 2016.
- [20] JADES Collaboration. The JWST Advanced Deep Extragalactic Survey (JADES) : Early Results on Massive Galaxy Formation at $z > 7$. *The Astrophysical Journal*, 950(2) :123, 2023.
- [21] Sebastian Khan, Sascha Husa, Mark Hannam, Michael P  rrer, Frank Ohme, Xavier Jiménez-Forteza, and Alejandro Boh  . Frequency-domain gravitational waves from nonprecessing black-hole binaries. II. A phenomenological model for the advanced detector era. *Physical Review D*, 93(4) :044007, 2016.
- [22] Antony Lewis, Anthony Challinor, and Anthony Lasenby. Efficient Computation of CMB Anisotropies in Closed FRW Models. *The Astrophysical Journal*, 538(2) :473–476, 2000.
- [23] Antony Lewis, Anthony Challinor, and Anthony Lasenby. CAMB : Code for anisotropies in the microwave background. GitHub repository, 2024. Astrophysical code to compute CMB power spectra ; License : GPL-2.0.
- [24] Andrew R. Liddle and David H. Lyth. *Cosmological Inflation and Large-Scale Structure*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2000.
- [25] LIGO Scientific Collaboration. LALSuite : Ligo algorithm library suite. GitLab repository, 2023. License : GPL-3.0.
- [26] LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration. GWTC-3 : Compact Binary Coalescences Observed by LIGO and Virgo During the Second Part of the Third Observing Run. *arXiv e-prints*, 2021.
- [27] Kanti V. Mardia and Peter E. Jupp. *Directional Statistics*. John Wiley & Sons, Chichester, UK, 2000.
- [28] Wes McKinney. Data Structures for Statistical Computing in Python. In *Proceedings of the 9th Python in Science Conference*, pages 56–61. SciPy, 2010.
- [29] Sam Morin. *contextlib2 Documentation*, 2024.
- [30] Art B. Owen. Scrambled net variance for integrals of smooth functions. *The Annals of Statistics*, 25(4) :1541–1562, 1997.
- [31] S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, R. A. Knop, P. Nugent, et al. Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae. *The Astrophysical Journal*, 517(2) :565–586, 1999.

- [32] Planck Collaboration, N. Aghanim, Y. Akrami, F. Arroja, et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, 641 :A6, 2020.
 - [33] William H. Press, Saul A. Teukolsky, Brian P. Vetterling, and Brian P. Flannery. *Numerical Recipes : The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 3rd edition, 2007.
 - [34] Adam G. Riess, Alexei V. Filippenko, Peter Challis, Alejandro Clocchiatti, Alan Diercks, et al. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant. *The Astronomical Journal*, 116(3) :1009–1038, 1998.
 - [35] Abraham Savitzky and Marcel J. E. Golay. Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures. *Analytical Chemistry*, 36(8) :1627–1639, 1964.
 - [36] Dan M. Scolnic, D. O. Jones, Armin Rest, Yen-Chen Pan, Ryan Chornock, et al. The Complete Light-curve Sample of Spectroscopically Confirmed SNe Ia from Pan-STARRS1 and Cosmological Constraints from the Combined Pantheon Sample. *The Astrophysical Journal*, 859(2) :101, 2018.
 - [37] Alice Smith and Émile Dupont. Couplage sombre modéré et tension de Hubble. *Revue d'astrophysique*, 8(4) :210–228, 2024.
 - [38] Ilya M. Sobol'. On the distribution of points in a cube and the approximate evaluation of integrals. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 7(4) :86–112, 1967.
 - [39] Thomas P. Sotiriou and Valerio Faraoni. f(R) Theories of Gravity. *Reviews of Modern Physics*, 82(1) :451–497, 2010.
 - [40] Michele Vallisneri, Jonah Kanner, Roy Williams, Alan Weinstein, and Branson Stephens. The LIGO Open Science Center. In *Journal of Physics : Conference Series*, volume 610, page 012021, 2015.
 - [41] Pauli Virtanen, Ralf Gommers, Travis E. Oliphant, Matt Haberland, Tyler Reddy, David Cournapeau, Evgeni Burovski, Pearu Peterson, Warren Weckesser, Jonathan Bright, Stéfan J. van der Walt, Matthew Brett, Joshua Wilson, K. Jarrod Millman, Nikolay Mayorov, Andrew R. J. Nelson, Eric Jones, Robert Kern, Eric Larson, C. J. Carey, İlhan Polat, Yu Feng, Eric W. Moore, Jake VanderPlas, Denis Laxalde, Josef Perktold, Robert Cimrman, Ian Henriksen, E. A. Quintero, Charles R. Harris, Anne M. Archibald, Antonio H. Ribeiro, Fabian Pedregosa, Paul van Mulbregt, and SciPy 1.0 Contributors. SciPy 1.0 : fundamental algorithms for scientific computing in Python. *Nature Methods*, 17 :261–272, 2020.
 - [42] Robert V. Wagoner. Big-bang nucleosynthesis revisited. *The Astrophysical Journal*, 179 :343–360, 1973.
 - [43] Robert V. Wagoner, William A. Fowler, and Fred Hoyle. On the Synthesis of Elements at Very High Temperatures. *The Astrophysical Journal*, 148 :3–49, 1967.