Devoir surveillé n° 07 - Remarques

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 26 points, ramené sur 5 points, +??%.
- Problèmes : 8 points pour l'exercice vu en TD, et chaque question sur 4 points pour les deux autres problèmes.

Statistiques descriptives.

	Calculs	Problèmes	Note finale
Note maximale	17	54	20
Note minimale	1	6	2
Moyenne	$\approx 8,20$	$\approx 28,06$	$\approx 10,03$
Écart-type	$\approx 4,16$	$\approx 10,46$	$\approx 3,81$

Remarques générales.

Un « donc » doit relier ce qui le précède à ce qui le suit. Relier deux affirmations (justes) sans rapport par un « donc » vous sera toujours reproché.

Exercice I

— Pour commencer, il ne fallait pas oublier de montrer que F et G étaient des sev.
— Ne confondez pas « en somme directe » et « supplémentaires ».
— Il est inutile de montrer que $F \cap G = \{0\}$ si vous faites une analyse après.
— Vos synthèses sont parfois incomplètes. Il y a trois points à vérifier : $x = y + z$, $y \in F$ et $z \in G$.
— Attention aux erreurs de calcul : $\displaystyle\int_{-1}^{1} a \, \mathrm{d}t = 2a$ et non a.

Exercice II

2 « Intégration par parties » prend un « s » à « parties ».

3a Beaucoup ont oublié la constante $(1 - \ln 2)$ dans le résultat.

6a La linéarité n'est pas le point central de la question. Il faut aussi montrer que $\forall f \in E,\ T(f) \in E$!
Et une intégrale est une constante, pas une fonction, donc « $T(f)$ est une intégrale donc elle est continue » est faux.

6b Encore une fois, écrire « Soit $x > -1$, $f \in \mathrm{Ker}(T)$ ssi $T(f)(x) = 0$ » est faux et révèle une incompréhension des objets manipulés.
Revenez à la définition : $f \in \mathrm{Ker}(T)$ ssi $T(f) = 0$. Qu'est-ce que $T(f)$? C'est une fonction !

Donc $T(f) = 0$ ssi $\underline{\text{pour tout } x > -1}$ $T(f)(x) = 0$.
De plus, $T(f) \Rightarrow f = 0$ sans aucune explication est vraiment une arnaque ! Sans parler des x et des t non quantifiés ...

7 $T'(f)$ n'a pas de sens (vous dérivez l'endomorphisme T ?), mais $T(f)'$ en a un : c'est la dérivée de la fonction $T(f)$.
Dresser un tableau de variation pour cette question est inutile : écrire « $T(f)$ est strictement croissante » est plus rapide à écrire tout en étant plus précis. Si vous savez qu'une fonction est **strictement** croissante, dites-le.
Les raisonnements du style « f fait ceci donc l'aire sous la courbe fait cela » ne sont pas recevables : c'est du charabia sans rigueur. Même si cela peut permettre de visualiser et de comprendre ce qui se passe, ce ne sont pas des démonstrations.

8 La formulation « quelle est l'allure de la courbe au voisinage de 0 » est classique, et on attend dans ce cas que vous donniez l'équation de la tangente et la position du graphe par rapport à cette tangente. D'ailleurs ici il s'agissait d'une tangente, touchée par le graphe, et non d'une asymptote, jamais atteinte.

9 et 10 Presque que des arnaques dans vos réponses : $f \to 0$ donc $T(f)$ a une limite finie, ou $f \to +\infty$ donc $T(f) \to +\infty$ sont totalement fausses ! Par exemple : $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\mathrm{d}t}{t} \xrightarrow[x\to+\infty]{} +\infty$, et $\displaystyle\int_x^1 \frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{t}} \xrightarrow[x\to 0]{} 2$.

12a Beaucoup d'énormités là aussi, du style : f est continue sur J, qui est un intervalle, donc f est majorée sur J (et donc toutes les fonctions continues sur $\mathbb{R}$ sont majorées, comme exp par exemple).

12b J'ai lu plusieurs fois « Soit $x > 0$, soit $\ln(x) \leqslant t \leqslant x$, lorsque $x \to +\infty$ alors $\ln(x) \to +\infty$, donc $t \to +\infty$, donc $\alpha(x) \to 0$ car $f(t) \to 0$ ». Cela n'a aucun sens. Vous devez manipuler précisément les objets considérés, notamment la borne supérieure !

13 Vous ne savez pas intégrer les équivalents (rendez-vous l'année prochaine pour en savoir plus). De plus, un équivalent (ou une majoration) de f au voisinage d'un point, n'est par défintion valable qu'au voisinage de ce point. Donc « $f(x) \underset{x\to+\infty}{\sim} g(x)$ donc $\displaystyle\int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t \underset{x\to+\infty}{\sim} \int_0^x g(t)\,\mathrm{d}t$ » est doublement affreux.