

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Note :

Donner un équivalent simple de chacune des fonctions suivantes, au point indiqué.

page 1 sur 2

Pour  $n \in \mathbb{N}$ , on considère l'équation  $x + \sqrt[3]{x} = n$  (d'inconnue  $x \in \mathbb{R}$ ) et l'on note  $x_n$  son unique solution. Un développement asymptotique à trois termes de  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est :

$x_n =$

$(8)$

Soit  $h : x \mapsto \ln(1 + x^3) \cos(x) \big(e^{\sin^2 x} - 1\big)$ . Alors :

$h^{(7)}(0) =$

$(9)$

Soit  $f : x \mapsto \ln \big(e^x + \sqrt{e^{2x} + 1}\big)$ . Une équation de l'asymptote à la courbe de  $f$  en  $+\infty$  est :

$(10)$

et, au voisinage de  $+\infty$ , le graphe de  $f$  se trouve

au-dessus    -    en-dessous

de cette asymptote (barrer la mention inutile).  $(11)$

**Algèbre linéaire.**

Soit  $f : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^5$ ,  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \\ u \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x & + & y & + & 2z & + & 3t & - & 3u \\ & & - & 2y & + & 2z & - & 4t & + & 10u \\ x & & & & + & 3z & + & t & + & 2u \\ & & & & & 0 & & & & \\ 2x & & & & + & 6z & + & 2t & + & 4u \end{pmatrix}$ . Une base de  $\text{Ker } f$  est :

$(12)$

et une base de  $\text{Im } f$  est :

$(13)$