

Informatique tronc commun

Devoir n° 04

30 avril 2016

1. **Lisez attentivement tout l'énoncé avant de commencer.**
2. Ce devoir est à réaliser seul, en utilisant Python 3.
3. Nous vous conseillons de commencer par créer un dossier au nom du DS dans le répertoire dédié à l'informatique de votre compte.
4. La documentation Python officielle est disponible à l'adresse suivante.
file : `:///usr/share/doc/python3.4/html/index.html`
5. Le fichier `gilberte.txt` que vous utiliserez est disponible à l'adresse suivante (où X est à remplacer par 1 ou 2).
`~/groupes/mpsX/données/gilberte.txt`

Fonctionnement du devoir

Vous inscrirez vos réponses sur la feuille réponse fournie.
Vos réponses dépendent d'un paramètre α , unique pour chaque étudiant, qui vous est donné en haut de votre fiche réponse.
Lorsque la réponse demandée est un flottant, vous donnerez un résultat dont les huit premières décimales devront être exactes.

Questions de cours et méthodes numériques.

On considère l'équation différentielle $y' + (t+1)^2 y = e^{\arctan t}$, avec la condition initiale $y(0) = y_0 = \arctan \alpha$, et on note f la solution de cette équation différentielle sur \mathbb{R}^+ (on admettra son existence et son unicité). On rappelle que la fonction \arctan est donnée par la fonction `atan` du module `math`.

Q1 En prenant pour pas $h = \frac{1}{5\alpha}$, donner la valeur de la première itération y_1 (approximation de $f(h)$) de la méthode d'Euler appliquée à ce problème de Cauchy.

Q2 Donner la valeur de $f(\alpha/100)$.

On considère l'équation différentielle $y'' + (t + 1)^2 y' + y = e^t$, avec les conditions initiales $y(0) = y_0 = \arctan \alpha$ et $y'(0) = \sin \alpha$, et on note f la solution de cette équation différentielle sur \mathbb{R}^+ (on admettra son existence et son unicité).

Q3 En prenant pour pas $h = \frac{1}{5\alpha}$, donner la valeur de la première itération y_1 (approximation de $f(h)$) de la méthode d'Euler appliquée à ce problème de Cauchy.

Q4 Donner la valeur de $f(\alpha/100)$.

On cherche une valeur approchée à 10^{-9} près du réel positif β tel que $\beta^5 + \beta^4 + 2\beta^3 + 3\beta = 1000 \ln(\alpha + 2)$.

On pose $u_0 = 5$.

Q5 Donner la valeur de la première itération u_1 de la méthode de Newton appliquée à la fonction $f : x \mapsto x^5 + x^4 + 2x^3 + 3x - 1000 \ln(\alpha + 2)$.

Q6 Donner la valeur de β .

Soit

$$I = \int_4^5 \sin(5e^t) dt.$$

Q7 Donner la valeur approchée de I obtenue par la méthode des trapèzes avec $10 + \alpha$ trapèzes.

On considère la matrice triangulaire supérieure inversible A_α de taille 20×20 , telle que pour tout $i, j \in \llbracket 0, 19 \rrbracket$ tels que $j \geq i$, le coefficient de A_α soit égal à $(\alpha^{i+j} + j) \% (i+11) + 1$, où pour deux entiers a et b , $a \% b$ dénote le reste de la division euclidienne de a par b .

On considère aussi le vecteur colonne B à 20 coordonnées, valant toutes 1. Attention : on adoptera la notation **Python** : les indices de lignes et de colonnes commenceront à 0 ! On note (x_0, \dots, x_{19}) les coordonnées du vecteur X solution du système $A_\alpha X = B$.

Q8 Donner la valeur de x_0 .

Q9 Écrire en base 7 : $\alpha^2 + 8^9$. On renverra le résultat sous forme d'un tableau d'entiers, les bits de poids forts se trouvant en tête de tableau.

Exercices.

On note par $a \% b$ le reste de la division euclidienne de a par b .
On considère la suite u , définie comme suit.

$$u_0 = \alpha \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = (15\,091 \times u_n) [500].$$

Nous vous en proposons l'implémentation suivante.

```
def u(alpha,n):  
    """u_n, u_0 = alpha"""  
    x = alpha  
    for i in range(n):  
        x = (15091 * x) % 500  
    return x
```

Pour s'assurer que vous avez bien codé la suite u , en voici quelques valeurs.

$$\begin{aligned} u(100,0) &= 100 \\ u(1515,987) &= 465 \\ u(496,10*4) &= 496 \end{aligned}$$

Q10 Quel est l'élément de la liste $[u_k \text{ pour } \alpha \leq k < \alpha + 500]$ qui compte le plus d'occurrences (s'il y a plusieurs éléments qui compte ce plus grand nombre d'occurrences, on renverra l'élément le plus petit) ?

Q11 Toujours dans la même liste, quelle est la plus grande somme de trois éléments consécutifs ?

Q12 Toujours dans la même liste, quel est le premier entier de la plus longue suite d'entiers consécutifs de $\llbracket 0, 499 \rrbracket$ qui n'apparaissent pas cette liste ? S'il y a plusieurs entiers qui sont le début d'une telle suite de longueur maximale, on renverra le plus petit.

Lecture de fichier à l'ombre des jeunes filles en fleurs.

Pour cette partie, vous aurez besoin d'un fichier : demandez sa localisation à votre enseignant le jour du devoir.

Le fichier gilberte.txt contient un extrait du premier volume d'*À l'ombre des jeunes filles en fleurs* de Marcel Proust, où il évoque la fin de sa relation avec Gilberte Swann, son premier amour.

Dans toute la suite, les questions porteront sur les lignes allant du numéro α inclus au numéro $\alpha + 300$ exclu. Comme toujours en **Python**, la première ligne du texte porte le numéro 0.

On pourra remarquer qu'aucun mot n'est coupé lors d'un retour à la ligne, ce qui simplifiera les choses.

Q13 Combien de fois apparaît le mot « Gilberte » ?

On appellera ici *paragraphe* toute partie du texte telle que :

- le premier caractère est une tabulation ;
- le caractère précédant cette tabulation est un retour à la ligne, sauf s'il s'agit du début du texte ;
- le dernier caractère est un retour à la ligne ;
- le caractère suivant ce retour à la ligne est une tabulation, sauf s'il s'agit de la fin du texte.

Q14 Combien y a-t-il de paragraphes ?

Proust est célèbre pour la longueur de ces phrases. Vous allez donc chercher la phrase la plus longue de la portion du texte que vous devez étudier.

On rappelle que l'on appelle *blanc* un caractère qui est un espace, un retour chariot ou une tabulation.

On appellera *point* les caractères « . », « ! » et « ? ».

On appellera ici *phrase* toute portion du texte telle que :

- le premier caractère est un blanc ;
- le caractère précédant ce blanc est un retour à la ligne ou un point, sauf s'il s'agit du début du texte ;
- le dernier caractère est un point ;
- le caractère suivant ce point est un blanc, sauf s'il s'agit de la fin du texte.

Attention, une phrase peut contenir un point autre que son dernier caractère, par exemple dans les phrases :

Je m'écriai « Gilberte ! » en la voyant.

Ou

J'étais perplexe ...

Un autre exemple pour être sûr que tout est compris : dans le texte :

*Bonjour. Ça va ?
Comment te portes-tu ?
Très bien,
je te remercie.*

il y a quatre phrases, la phrase la plus longue est la dernière, et elle comporte 28 caractères (ne pas oublier les deux blancs au début (retour chariot et tabulation), le retour

chariot au milieu et le point à la fin!).

Et une dernière remarque : votre portion de texte risque de commencer au milieu d'une phrase et de finir au milieu d'une autre : pour simplifier les choses, la portion de votre texte commençant au premier caractère de votre texte et finissant là où commence la phrase suivante ne sera pas prise en compte, même si par hasard c'était une phrase complète. Et si votre texte ne finit pas par un point suivi d'un blanc, vous ne tiendrez pas compte de la phrase incomplète qui clôt votre portion de texte.

Q15 Quel est le nombre de caractères de la phrase la plus longue ?

Q16 Quel est le nombre de caractères de la phrase la plus courte ?

Le texte d'*À la recherche du temps perdu* étant tombé dans le domaine public depuis 1987, vous décidez de publier vous-mêmes la partie du texte qui vous est échue aujourd'hui, dans une édition au format particulier : ayant hérité de votre oncle épicier d'une grande quantité de rouleaux pour caisse enregistreuse, vous décidez de faire imprimer le texte sur ce papier. Dans un souci de lisibilité, vous décidez également d'imprimer ce texte dans une police de taille standard : chaque ligne comportera au plus neuf caractères, sans compter les retours chariot.

La règle est la suivante : les retours à la ligne du texte de base sont tous supprimés, sauf ceux marquant un changement de paragraphe. Les retours à la ligne de la nouvelle édition seront donc ceux des changements de paragraphe et ceux imposés par la taille maximale de neuf caractères de chaque ligne. S'il le faut, les mots seront coupés par un retour à la ligne sans scrupule. Par contre, les espaces en début de ligne seront supprimés.

Par exemple, le texte :

Marcel Proust est un enfant à la santé fragile. Toute sa vie il a des difficultés respiratoires.

Très jeune, il fréquente des salons aristocratiques.

sera réédité de la manière suivante :

*Marcel P
roust est
un enfant
à la sant
é fragile
. Toute s
a vie il
a des dif
ficultés
respirato*

ires.

*Très jeu
ne, il fr
équent d
es salons
aristocra
tiques.*

Q17 Donner la 71-ème ligne (donc la ligne numéro 70) de votre texte réédité : on signalera les tabulations en début de ligne et les espaces par le symbole `__`