

## DS n° 01 : Corrigé de la fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :

Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

### Formules trigonométriques

Compléter les formules trigonométriques suivantes où  $x$  et  $y$  sont des réels :

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y \quad (1)$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}(\sin(x + y) + \sin(x - y)) \quad (2)$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos\left(\frac{x + y}{2}\right) \cos\left(\frac{x - y}{2}\right) \quad (3)$$

Dans la suite de cette partie, on suppose  $\cos x \neq 0$  et  $\cos(2x) \neq 0$ . Exprimer les termes suivants en fonction de  $\tan x$  :

$$\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \quad (4)$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} \quad (5)$$

Linéariser :

$$(\cos x) \times (\sin x)^4 = \frac{1}{16}(\cos 5x - 3 \cos 3x + 2 \cos x) \quad (6)$$

Exprimer en fonction de  $\cos(x)$  :

$$\frac{\sin(5x)}{\sin x} = 16 \cos^4 x - 12 \cos^2 x + 1 \quad (7)$$

## Mettre sous forme algébrique

$$\frac{2-5i}{3+i} = \boxed{\frac{1-17i}{10}} \quad (8)$$

$$\frac{5+4i}{-2+3i} = \boxed{\frac{2-23i}{13}} \quad (9)$$

## Mettre sous forme trigonométrique

$$1 + \frac{i}{\sqrt{3}} = \boxed{\frac{2}{\sqrt{3}} e^{i\frac{\pi}{6}}} \quad (10)$$

$$\sqrt{2-\sqrt{3}} + i\sqrt{2+\sqrt{3}} = \boxed{2e^{i\frac{5\pi}{12}}} \quad (11)$$

(pour le deuxième, on pourra commencer par calculer le carré du nombre étudié).

## Racines carrées

Donner une des racines carrées de  $9 - 12i$  :

$$\boxed{2\sqrt{3} - i\sqrt{3}} \quad (12)$$

## Racines $n^{\text{èmes}}$

Combien les racines  $83^{\text{èmes}}$  de l'unité ont-elles de parties réelles distinctes ?

$$\boxed{42} \quad (13)$$

L'ensemble des solutions sur  $\mathbb{C}$  de l'équation  $z^7 - 1 - i = 0$  est :

$$\boxed{\left\{ \sqrt[14]{2} \exp \left[ i \left( \frac{\pi}{28} + \frac{2k\pi}{7} \right) \right] \mid 0 \leq k \leq 6 \right\}} \quad (14)$$

— FIN —