

Feuille d'exercice n° 16 : **Fractions rationnelles - fiche d'entraînement**

Exercice 1 Décomposer en éléments simples dans $\mathbb{C}[X]$:

$$\begin{aligned}
 & \bullet \frac{X^7 + 1}{X^2(X-1)^4} & \bullet \frac{X^2 + 1}{(X-1)(X-2)} & \bullet \frac{X^4 - 3X + 2}{(X-2)^3} \\
 & \bullet \frac{X^2}{(X-1)^2(X+1)^3} & \bullet \frac{1}{X^5 - 1} & \bullet \frac{(X^2 + 4)^2}{(X^2 + 1)(X^2 - 2)^2} & \bullet \frac{X^2}{(X^2 + X + 1)^2}
 \end{aligned}$$

Exercice 2 Quelques intégrales ou primitives à calculer :

$$\begin{aligned}
 a) & \int \frac{x \, dx}{(x+1)(x+3)(x+5)} & b) & \int \frac{dx}{(x-1)^2(x-2)} & c) & \int_0^1 \frac{dx}{(1+x)\sqrt{1+x^2}} \\
 d) & \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{1 - \cos \frac{x}{3}}{\sin \frac{x}{2}} \, dx \quad (\text{Poser } x = 6u) & e) & \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \varphi}{6 - 5 \sin \varphi + \sin^2 \varphi} \, d\varphi & f) & \int \frac{x^2}{(1+x^2)^3} \, dx \\
 g) & \int_0^x \frac{\text{ch}(t)}{e^t + 1} \, dt & h) & \int_0^{\pi/2} \sin^3 x \, dx & i) & \int_0^{\pi/4} \cos^4 x \sin^2 x \, dx \\
 j) & \int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)^2} & k) & \int_0^x \frac{du}{1+u^3} & l) & \int_0^1 x \text{Arctan} x \, dx \\
 m) & \int \frac{dx}{\sin x \sin 2x}
 \end{aligned}$$