

Devoir surveillé n° 03 - Résumé

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 28 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes : chaque question sur 4 points, total sur 108 points, ramené sur 15 points.

Statistiques descriptives.

	Calculs	Problèmes	Note finale
Note maximale	21	56	18,5
Note minimale	1	8	4
Moyenne	$\approx 11,1$	$\approx 26,7$	$\approx 9,2$
Écart-type	$\approx 5,1$	$\approx 11,8$	$\approx 3,6$
Médiane	11	26,5	9

Remarques générales.

Il y a eu beaucoup d'erreurs dans les calculs du **III** (calculs de primitives par intégration et résolutions d'équations différentielles linéaires homogènes). Faire des erreurs de calcul n'est pas anormal, nous en faisons tous. Cependant, dans ce type de question, vous pouvez vérifier votre réponse, en la dérivant et en vérifiant qu'elle est bien solution du problème. Donner un résultat faux est alors une faute : vous ne vous êtes pas soucié de vérifier la cohérence de ce résultat.

Pour la plupart, vous n'avez pas simplifié les différents résultats obtenus dans les questions calculatoires (expressions de dérivées, calcul de $\sin(g(x))$, solutions d'équations différentielles *etc.*). On attend de vous que vous donniez des réponses simplifiées au maximum. Ne pas le faire vous pénalise souvent pour les questions suivantes !

Enfin, certains étudiants ont remarqué que leur résultats de calcul étaient faux, et me l'ont signalé dans la copie. Il est effectivement bon de s'apercevoir de cela ... Mais alors, pourquoi ne pas avoir repris le calcul et donné une réponse correcte ? À quoi sert cette observation si elle n'est pas suivie d'effets ?

Exercice I.

Certains se souvenaient vaguement que l'on avait parlé de partition en corrigeant cet exercice. Malheureusement c'était pour répondre à une question bonus ("quand φ est-elle bijective ?") qui n'apparaît pas dans l'énoncé. Lorsque vous comprenez si mal un exercice en TD, POSEZ DES QUESTIONS !

- 2** La question **1** (souvent correctement traitée) montrait que *si* φ est injective *alors* $E = A \cup B$, et non la réciproque.

- 3** Si (\emptyset, B) possède un antécédent par φ , il existe alors $X \subset E$ tel que [...]. Beaucoup n'ont pas écrit cela et ont manipulé un $X \subset E$ non introduit, sans bien savoir ce qu'ils étaient en train de montrer ...

Exercice II.

- 1a** Dire que le signe de $f'(x)$ *dépend* de celui de $\cos x - 1/2$ est imprécis. Il faut dire, et montrer, que $f'(x)$ *a la même signe* que $\cos x - 1/2$.
Vous avez été nombreux à essayer de poser, maladroitement, $X = \cos x$ en voulant étudier $-2\cos^2 x + 5\cos x - 2$. Il valait mieux étudier le polynôme $-2X^2 + 5X - 2$ pour le factoriser, et ensuite l'évaluer en $\cos x$. Le plus simple pour étudier le signe d'une quantité est souvent de factoriser cette quantité.
- 1b** Pensez à calculer $f'(0)$ et $f'(\pi)$ pour tracer le graphe de f le plus fidèlement possible.
- 2a** Ce n'est pas parce que $-1 \leq a \leq 9$ et $1 \leq b \leq 9$ que $-1 \leq a/b \leq 1$... Et si $a = 9$ et $b = 1$?
- 2b** $\sqrt{\sin^2 x} = \sin x$ se justifie, car cela est faux en général.
- 2c** Je vous rappelle que, pour dériver une *expression*, on n'utilise pas le symbole $'$, mais celui $\frac{d}{dx}$.
Ainsi, on n'écrit pas $\cos(g(x))'$ mais $\frac{d}{dx} \cos(g(x))$.
- 2bd** Justifier les simplifications $\cos(\arccos t) = t$ et $\arccos(\cos x) = x$, d'autant que la dernière n'est vraie que sur $[0, \pi]$.
- 2de** Écrire que la courbe de g est un segment et le tracer est absurde : vous aviez calculé la dérivée de g et l'on voit facilement qu'elle n'est pas constante.
- 3a** Cette question a donné lieu à beaucoup de contorsions douloureuses, alors qu'une fois analysée la question était simple : montrer que le nombre $f(x)$ possède un unique antécédent par f dans $]\pi/3; \pi]$. Il n'y a pas besoin d'étudier f sur $[0, \pi/3[$! De plus, écrire « soit $x \in [0, \pi/3[$, il existe un unique $y \in [0, 1/2[$ tel que $y = f(x)$ » ne relève pas vraiment du tour de force mathématique. On le sait bien : cet y s'appelle même ... $f(x)$! Et surtout, pour la 1000 ème fois : l'injectivité provient de la stricte monotonie et sûrement pas du TVI, qui ne donne que la surjectivité (à condition bien sûr de vérifier l'hypothèse fondamentale que la fonction est continue). Pour être sûr de bien rédiger tout cela, séparer l'injectivité et la surjectivité au lieu de faire un paragraphe fourre-tout on l'on ne sait pas quel argument sert à quoi, et qui ne convaincra pas le correcteur.

Exercice III.

- A** Vérifiez votre calcul en dérivant les expressions obtenues pour A et B .
- B3** $(x - 2)/[x(x - 4)]$ est de la forme u'/u , à un facteur près.
- B3a** Vous devriez maintenant savoir qu'une erreur fréquente est l'oubli du $-$ dans la solution $e^{-A(t)}$. Redoublez d'attention à ce moment là et vérifiez rigoureusement vos résultats en les injectant dans l'équation.
- B3b** Attention au piège (grossier et éculé) : $|x^2 - 4x| = 4x - x^2$.
- B3d** Vous pouviez au moins vérifier que la fonction nulle était solution sur \mathbb{R} .