LPO G.BRASSENS

TITRE

GENCODE : BLABLABLA

TOTO ET TITI

Mathématiques

Consignes :

* L'examen est noté sur un total de 50 points (45 + 5 bonus).
* L'épreuve dure 1h.

$\boxed{\text{Exercice 1:}}$ On considère $\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ (le nombre d'or).

$\boxed{1:}$ Montrez que φ est solution de l'équation suivante :

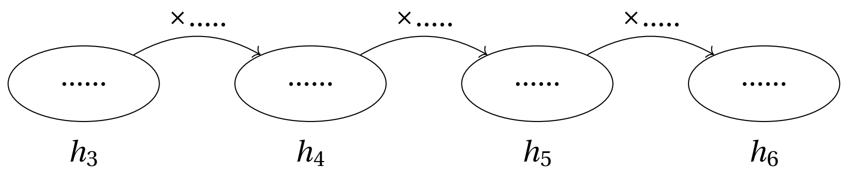
$$x^2 - x - 1 = 0$$

$\boxed{2:}$ Montrez que $\dfrac{-1}{\varphi} = 1 - \varphi$.

$\boxed{3:}$ Montrez que $x^2 - x - 1 = (x - \varphi)\left(x + \dfrac{1}{\varphi}\right)$

Exercice 2: (8 points) On considère la suite géométrique (h_n) (avec $n \in \mathbb{N}$) de terme de rang 3 ayant pour valeur 7 et de raison $\frac{5}{2}$.

Compléter le diagramme en répondant aux questions suivantes :



1: Compléter les pointillés ci-dessous pour obtenir les quatre premiers termes de la suite :

1.a. $h_3 = 7$

1.b. $h_4 = h_3 \times \frac{5}{2} = 7 \times \frac{5}{2} = -30$

1.c. $h_5 =$ ...... × ...... = ...

1.d. $h_6 =$ ...... × ...... = ...

1.e. $a_4 = 15$

1.f. $a_5 = a_4 \times -2 = 15 \times -2 = -30$

1.g. $a_6 =$ ...... × ...... = ...

1.h. $a_7 =$ ...... × ...... = ...

Exercice 3: (20 points) Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$ par la méthode du discriminant :

1. $-5x^2+4x+4=0$

2. $-5x^2+4x+4=0$

Le polynôme est de la forme $-5x^2+4x+4$ avec $a=-5$, $b=4$ et $c=4$.
On calcul le discriminant Δ :

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2-4ac\\ &= (4)^2-4\times(-5)\times(4)\\ &= 96\end{aligned}$$

On a donc $\Delta>0$ donc l'équation $-5x^2+4x+4=0$ admet 2 solutions :

$$\begin{array}{lcl} x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} & & x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\\ x_1=\dfrac{-(4)-\sqrt{96}}{2\times-5} & et & x_2=\dfrac{-(4)+\sqrt{96}}{2\times-5}\\ x_1=\dfrac{2}{5}+\dfrac{2\sqrt{6}}{5} & & x_2=\dfrac{2}{5}-\dfrac{2\sqrt{6}}{5}\end{array}$$

L'équation $-5x^2+4x+4=0$ admet donc $x_1=\dfrac{2}{5}+\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$ et $x_2=\dfrac{2}{5}-\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$ comme solutions.

Exercice 4: (20 points) Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$ par la méthode du discriminant :

1. $-\frac{x^2}{2}+2x+2=0$

Le polynôme est de la forme $-\frac{x^2}{2}+2x+2$ avec $a=-\frac{1}{2}$, $b=2$ et $c=-2$.
On calcul le discriminant Δ :

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2-4ac\\ &= (2)^2-4\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-2)\\ &= 0\end{aligned}$$

On a donc $\Delta=0$ donc l'équation $-\frac{x^2}{2}+2x+2=0$ admet 1 solution :

$$x_0=\frac{-b}{2a}$$
$$x_0=\frac{-(2)}{2\times-\frac{1}{2}}$$
$$x_0=2$$

L'équation $-\frac{x^2}{2}+2x+2=0$ admet donc $x_0=2$ comme solutions.